

<論 文>

彈性 앞창닦기 機構의 動力學的 解析

俞 完 錫\*

(1985年12月30日接受)

Dynamic Analysis of a Flexible Windshield Wiper Mechanism

Wan-Suk Yoo

**Key Words:** Static Correction Mode(정적 보상 모우드), Flexible(탄성), Chatter(채터), Multibody Dynamics(다물체 동력학), Windshield Wiper(앞창닦기)

**Abstract**

Dynamic analysis of a windshield wiper mechanism is carried out with both rigid body and flexible models. All of the components except the crank arm are modeled as flexible in the flexible analysis. The SPAR finite element code is used to carry out lumped mass vibration and static correction mode analysis. Using output from the finite element code, input data for the flexible dynamic analysis code is generated. The DADS dynamic analysis code is used to do dynamic analysis with constant motor speed and motor input torque. Chattering phenomena was shown in the flexible model, but not in the rigid body model.

1. 序 論

機械技術의 發展과 더불어, 高速度 또는 經重量의 機構들의 設計가 많아지고 있으며, 따라서 部材의 彈性變形도 重要視되고 있다. 動力學 分野에서 彈性變形의 重要性은 우주선의 발사와 더불어 강조되기始作하여<sup>(1)</sup> 現在는 우주항공分野, 機械 및 機構의 動力學 分野에서도 많이 고려되고 있다. 多物體(multibody) 動力學은 現在 크게 3個의 分野(즉 우주항공, 機械 및 機構, 로봇)로 나뉘어져 많은 研究가 進行되고 있다. 우주항공 分野에서는 剛體(rigid body)로 이루어진 개방연쇄계(open chain system)의 解析<sup>(2,3)</sup>에서 出發하-

여, 彈性體(flexible body)로 이루어진 개방연쇄계의 解析<sup>(4)</sup>으로 發展하여, 現在는 彈性體로 이루어진 구속연쇄계(closed chain system)의 解析<sup>(5,6)</sup>까지에 이르렀다. 로봇 分野에서는 주로 개방연쇄계를 취급하며, 로봇의 機構學이나 動力學的 解析과 制御쪽의 研究가 많이 進行되고 있다<sup>(7~9)</sup>. 機械의 動力學 分野에서는 剛體로 이루어진 구속연속연쇄계의 解析<sup>(10~13)</sup>에서 出發하여, 彈性體로 이루어진 구속연쇄계의 解析<sup>(14~17)</sup>으로 發展되었으며, 最近에는 彈性體의 變形모우드(deformation mode)를 진동모우드와 정적보상모우드(static correction mode)와 함께 잡아서 機構의 연결部分에서 생기는 反力들에 의한 變形의 영향까지 고려한 研究結果도 있다<sup>(17)</sup>. 以上에서 알아본 여러 分野들의 研究方向은 다르지만, 基本方程式의 유도나 座標系의 設定에는 많은 공통점이 있다. 基本方程式의 유도方法으로는 Ne-

\* 정회원 : 부산대학교 공과대학 생산기계공학과

Newton-Euler 方法과 Euler-Lagrange 方法이 주로 사용되고 있으며, 座標系의 設定에는 직교좌표계(cartesian coordinate system), 相對좌표계(relative coordinate system), 및 조인트좌표계(joint coordinate system)의 3 가지 方法으로 구분된다.

本論文에서는 직교좌표계 및 Euler-Lagrange 方法을 利用하여 유도된 基本方程式을 使用하여 앞창닦기機構(windshield wiper mechanism)의 動力學的解析을 하였다. 모우터가 一定한 角速度로 回轉하고 있는 경우와, 토크가 角速度의 크기에 따라 變化하는 경우 각각에 對해서 剛體로 解析할 때와 弹性體로 假定할 때의 解析結果를 比較하였다.

## 2. 機構 및 有限要素의 모델

### 2.1 앞창닦기機構의 모델

本研究에서 고려한 앞창닦는機構의 모델은 Fig. 1에 表示되어 있다. 크랭크아암(crank arm)은 剛體로 생각하였으며, 驅動 링크(drive link)와 연결 링크(connecting link)는 弹性體로 취급하였다. 右側와이퍼(right wiper)에서는 작동판(plate drive)은 剛體로, 와이퍼아암(wiper arm)은 弹性體로 가정하였다. 左側와이퍼

(left wiper)에서도 작동판은 剛體로, 와이퍼아암은 弹性體로 하였다. 自動車의 샤시(chassis)는 基本體(base body)로 가정하였다. 各 部材의 質量과 變形되지 않은 狀態의 惯性모우엔트는 Table 1에 表示하였으며, 모우터의 惯性모우엔트( $2.0 \times 10^6 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ )를 크랭크아암의 惯性모우엔트에 加산하여 解析하였다. 이 앞창닦기機構에는 3個의 回轉조인트(revolute joint), 2個의 보울조인트(spherical joint), 및 2個의 유니버설조인트(universal joint)로構成되어 있으며, 샤시의 座標系로부터 측정한 조인트의 位置는 Fig. 1에 表示되어 있다.

### 2.2 部材의 有限要素 모델

驅動 링크의 有限要素 모델은 Fig. 2에 그려져 있다. 17個의 절점과 16個의 3次元 보요소(beam element)로構成하였으며, 보의 斷面은 2.08mm 두께의 채널(channel), 弹性係數 및 밀도는 각각  $2.0 \times 10^{12} [\text{Pa}]$ ,  $7.83 [\text{g/cm}^3]$ 으로 가정하였다. 진동모우드의 解析結果 첫 번 固有진동수는 83.84Hz였고, 둘째 固有진동수는 125.67Hz였다. 이들 진동수는 本機構의 作動速度보다 훨씬 크므로 실제 解析에서는 이 진동모우드 대신 1個의 靜的보상모우드<sup>(17)</sup>만 使用하였다. 이 靜的보상모우드는 조인트를 통해 링크에 전달되는 힘의 축方向成分에 의한 變形을 고려하기 위하여, 링크의 끝部分에 軸方向으로 單位荷重을 加했을 때 생기는 變形모우드를 택하였다. 연결 링크의 有限要素 모델은 Fig. 3에 있다.

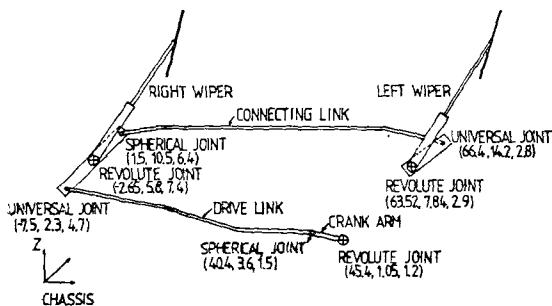


Fig. 1 Windshield wiper mechanism

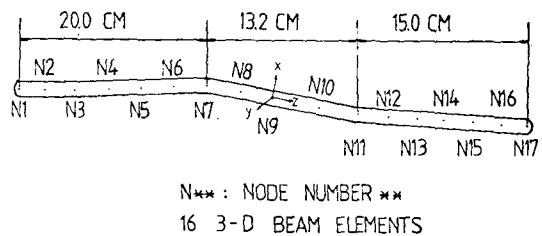


Fig. 2 Finite element model of drive link

Table 1 Mass and moments of inertia

| Member          | Mass[g] | Moments of inertia[g·cm <sup>2</sup> ] |          |          |          |          |          |
|-----------------|---------|--|----------|----------|----------|----------|----------|
|                 |         | $I_{xx}$                               | $I_{yy}$ | $I_{zz}$ | $I_{xy}$ | $I_{xz}$ | $I_{yz}$ |
| Crank arm       | 61.3    | 282.6                                  | 314.7    | 33.6     | 0.0      | 0.0      | 0.0      |
| Drive link      | 241.5   | 49471.0                                | 50344.0  | 907.23   | -18.54   | -6090.0  | -396.13  |
| Right wiper     | 567.0   | 215730.0                               | 218240.0 | 3610.6   | 155.5    | -1737.8  | -4060.0  |
| Connecting link | 294.1   | 118460.0                               | 118470.0 | 5.097    | 0.335    | -21.53   | -40.96   |
| Left wiper      | 499.5   | 198920.0                               | 202210.0 | 4173.8   | -486.6   | 10285.0  | -4006.0  |

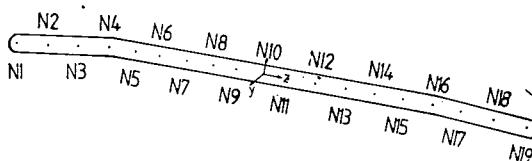
19個의 절점과 18개의 3次元 보 요소를 사용하였으며, 재료는 驅動링크와 같은 것으로 하였다. 2개의 固有진동수는 52.38Hz 와 76.46Hz로 나타났으므로, 이 부材에서도 驅動링크와 마찬가지로 1개의 靜的보상모우드를 사용하였다. 右側 와이퍼의 有限要素 모델은 Fig. 4에 있다. 26개의 절점으로構成하였으며, 作動板(절점 1~절점 8)은 刚體로, 와이퍼아암(절점 8~절점 26)은 彈性體로 가정하였다. 斷面은 직사각형으로 하였으며, 길이에 따라 두 種類로 구분하였다. 와이퍼 블레이드(wiper blade)의 質量을 고려하기 위하여 절점 26에 98그램의 非構造質量(nonstructural mass)을 加하였다. 실제 와이퍼아암에서는 斷面이 一定하지 않기 때문에, 斷面의 變化를 고려하기 위하여 절점 8에서 절점 14까지 非構造質量을 加하여 줌으로써 실제 質量과 같게 하였다. 와이퍼아암의 끝부분에 作用하는 마찰력에 의한 와이퍼아암의 形變을 고려하기 위하여, 1개의 靜的보상모우드를 선정하였다. 이 靜的보상모우드는 와이퍼아암의 끝부분에 길이에 수직方向으로 單位荷重을 加했을 때 생기는 變形모우드이다. 左側와이퍼의 有限要素 모델은 Fig. 5에 있다. 28개의 절점을 택하였으며, 右側와이퍼의 경우와 같이 非構造質量을 고려하였으며, 1개의 靜的보상모우드를 使用하였다. 와이퍼아암의 끝부분에 作用하는 마찰력은 Fig. 6과 같이 變화한다고 가정하였다.

### 2.3 基本方程式 및 解析方法

系全體의 運動方程式은 各 物體의 運動方程式과 物體사이의 기하학적 구속식(kinematic constraint equations)을 고려하여 求할 수 있으며, Euler-Lagrange 方程式에 變形에너지 를 추가하여 式 (1)과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right)^T - \left( \frac{\partial T}{\partial q} \right)^T + \left( \frac{\partial U}{\partial q} \right)^T + \Phi_a^T \lambda = Q \quad (1)$$

여기서,  $T$ 와  $U$ 는 系全體의 運動에너지 및 變形에너지이며,  $q$ 는 彈性自由度를 포함한 系全體의 一般座標(generalized coordinate)이며,  $\Phi_a$ 는 오일러계수



18 3-D BEAM ELEMENTS

Fig. 3 Finiteelement model of connecting link

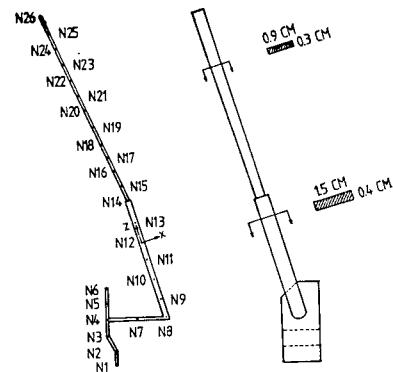


Fig. 4 Finite element model of right wiper

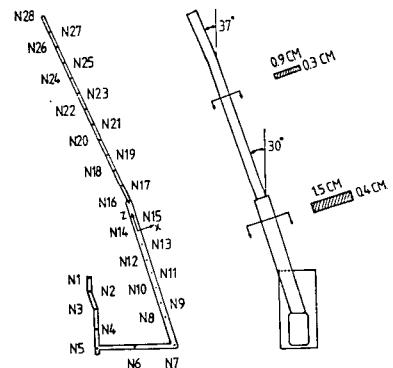


Fig. 5 Finite element model of left wiper

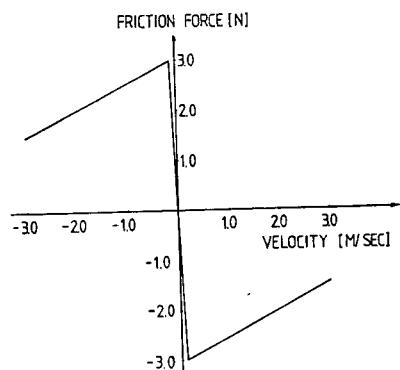


Fig. 6 Fiction force versus tip velocity

(Euler parameters)<sup>(3,12)</sup> 사이의 구속식 및 各 物體사이의 기하학적 구속으로 이루어진 구속식 (constraint equations)  $\Phi$  를  $q$  로 미분한 Jacobian 행렬이며,  $\lambda$  는 이에 따른 Lagrange 풍수이며,  $Q$  는  $q$  에 따른一般力 (generalized force) 빼터이다. 또한, 구속식  $\Phi$  를 이용하여,  $\dot{q}$  및  $\ddot{q}$  의 관계식을 구하면, 아래와 같다.

$$\Phi(q, t) = 0 \quad (2)$$

$$\Phi_q \dot{q} = -\dot{\Phi}_t \quad (3)$$

$$\Phi_q \ddot{q} = -(\Phi_q \dot{q})_t \dot{q} - 2\Phi_{qq} \dot{q} - \Phi_{tt} \quad (4)$$

系全體의 구속식의 개수가 一般座標  $q$  의 개수와 같은 機構學的 系에서는 식 (2), 식 (3), 식 (4)를 풀어서 位置, 速度  $v$  및 加速度를 구할 수 있다. 系全體의 구속식이 一般座標  $q$  보다 적은 動力學的 系 (dynamic system)에서는 식 (1)과 식 (4)를同時に 풀어서 加速度  $\ddot{q}$  을 구하고,  $\ddot{q}$  的 順분과 식 (3)을 이용하여 速度  $\dot{q}$  을 구한다. 各 物體가 刚體일 경우나 弹性體인 경우나 解析方法은 大部分 동일하나 弹性體인 경우에는 變形 에너지가 고려되고, 一般座標  $q$ 에 弹性自由度가 추가되어 기하학적 구속식도 弹性自由度를 고려하여 유도되는 差異가 있다. 따라서, 本研究에서는一般的의 動力學 解析 프로그램인 DADS<sup>(12,13)</sup>를 弹性體 解析이可能하도록 수정 및 보완하여 이용하였다. 보다 詳細한 運動方程式의 유도 및 方程式의 解法은 參考文獻 (17)에 나타나 있다.

### 3. 解析結果 및 考察

#### 3.1 모우터 速度가 一定한 경우

모우터의 回轉速度를 60rpm 으로 一定하게 하면서 (1) 全 部材를 刚體로 생각한 경우, (2) 驅動링크, 연결링크, 右側 및 左側 와이퍼를 弹性體로 생각한 경우, (3) 右側 및 左側 와이퍼만 弹性體로 생각한 경우에 對한 解析結果는 다음과 같다.

Fig. 7 은 右側 와이퍼아암의 끝부분의 速度를 나타내고 있다. 刚體로 解析한 結果와 弹性體로 생각한 結果를比較하면, 弹性體로 생각한 解析에서는 채터 (chatter) 現象을 볼 수 있으나, 刚體로 解析한 경우에는 이러한 現象을 볼 수 없다. 주어진 條件에서의 채터주파수는 13~14Hz 정도로 나타났다. (2)의 경우나 (3)의 경우 모두 채터現象을 잘 나타내고 있으므로 驅動링크 및 연결링크의 弹性變形은 結果에 큰 영향을 미치지 않는 것으로 보인다. Fig. 8 은 크랭크 아암과 연결링크 사이에 있는 보울조인트에서 생기는 3方向의 反力を 合한 全體反力의 크기를 表示하고 있다. 刚

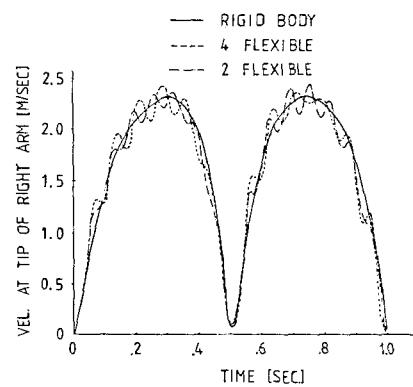


Fig. 7 Velocity at the tip of right arm (constant motor speed 60rpm)

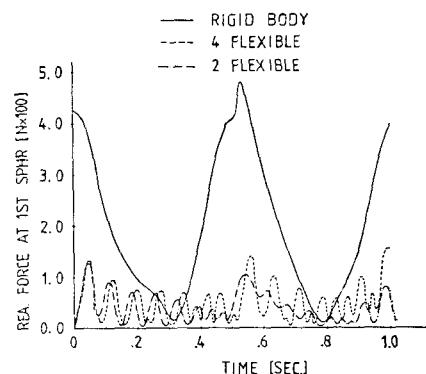


Fig. 8 Reaction force at the spherical joint between crank arm and connecting link (Constant motor speed 60rpm)

體로 解析하는 경우와 弹性體로 解析하는 경우와 反力에 큰 差異를 보이고 있다. 모우터가 一定速度로 回轉한다는 驅動條件를 고려하면, 刚體로 解析할 경우에는 系全體가 機構學的 系가 되고, 弹性體로 解析할 경우에는 系에 弹性自由度가 存在하여, 系는 動力學的 系가 된다. 기구학적 系에서는 加速度  $\ddot{q}$  가 系의 惯性를 고려할 필요없이 식 (4)로부터 求해지나, 動力學的 系에서는 각 速度가 식 (1)과 식 (4)를 동시에 풀어서 求해지므로,  $\Phi_q$  와  $\lambda$ 로부터 계산되는 反力은 큰 差異가 나타나는 것으로 보인다. 즉, 系의 커플라이언스 (compliance)가 反力에 큰 영향을 미치고 있는 것으로 사료된다. 始作할 때 ( $t=0.0$ ) 와 1.0초가 지났을 때의 反力에는 약간의 差異가 있으나, 오랜 시간 운전하면 그 差異가 없어지리라 보여지며, 本研究에서는 弹性體와 刚體 모델의 比較에 관심을 두었다.

### 3.2 모우터 토오크가 速度의 函數인 경우

Fig. 9 와 같이 모우터의 回轉速度가 零일때 最大 토오크가 加해지고, 回轉速度가 70rpm 以上일 때 토오크가 加해지지 않는 경우, 크랭크 아암의 角速度는 Fig. 10 과 같이 一定한 값에 도달해서 큰 變動을 보이지 않고 있다. Fig. 11 은 한 사이클 동안 토오크의 變化를 나타내고 있다. 처음에는 큰 토오크가 加해지다가 機構 全體가 加速되고 난 뒤에는 작은 값을 유지하고 角速度가 70rpm(7.33rad/sec) 以上일 때는 零으로 된다. Fig. 12 는 와이퍼아암의 끝 부분의 速度를 나타내고 있다. 一定角速度의 경우와 같이 와이퍼아암을 弹性體로 解析한 경우에만 채터現象을 볼 수 있으며, 연결 링크 및 驅動 링크의 弹性變形은 結果에 큰 영향이 없는 것으로 보인다. 前進行程(forward stroke)보다 後進行程(backward stroke)에서 時間이 적게 소요되는 것은 慣性이 큰 모우터가 充分히 加速되었기 때문이라 시료된다. Fig. 13 은 크랭크 아암과 연결 링크 사이에 있는 보울조인트에서 생기는 反力의 3 方向 成分을 合한 全體反力의 크기를 나타낸다. 剛體로 解析한 경우나 弹性體로 解析한 경우나 큰 差異가 없음을 보여주고 있으며, 두 경우 모두 動力學的 系로써 캠플라이언스를 고려하고 있기 때문이라 사료된다. 一定角速度의 경우

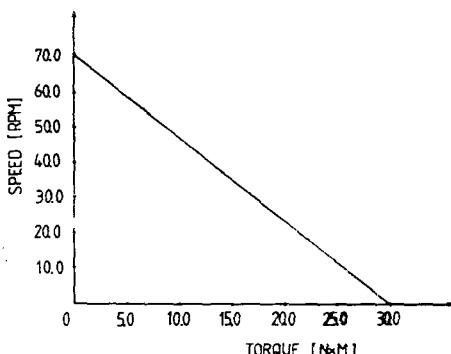


Fig. 9 Motor torque-speed curve

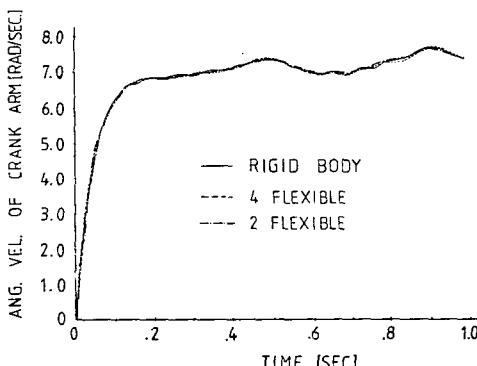


Fig. 10 Angular velocity of crank arm

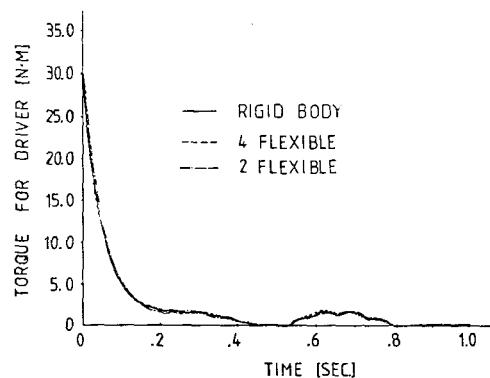


Fig. 11 Torque input to crank arm

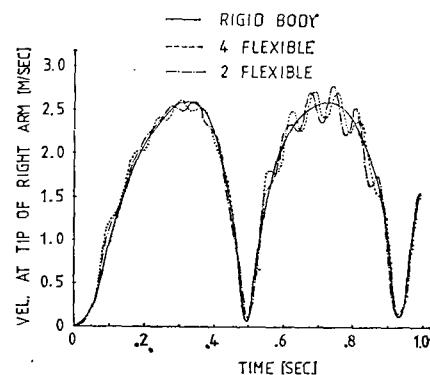


Fig. 12 Velocity at tip of right arm(torque is a function of speed)

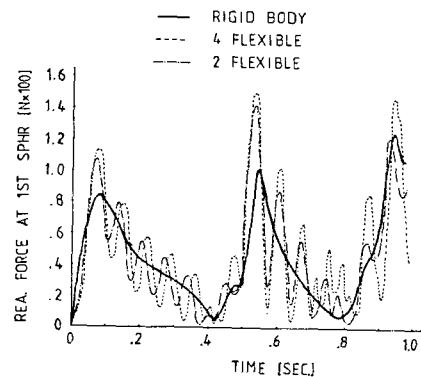


Fig. 13 Reaction force at the spherical joint between crank arm and connecting link (torque is a function of speed)

에서 캠플라이언스를 고려한 경우의 反力과 상당히 비슷한 分布를 나타내고 있다.

### 4. 結論

앞장�述기 機構에 있어서 (i) 모우터가 一定한 角速

度로 回轉하는 경우와 (ii) 모우터 토오크가 速度의 函數인 경우 각각에 對해 剛體로 解析한 結果와 彈性體로 解析한 結果를 比較하여 다음과 같은 結果를 얻을 수 있었다.

(1) 와이퍼아암을 彈性體로 解析한 경우에는 چ터現象을 볼 수 있었으나, 剛體로 解析한 경우에는 그러한 現象을 볼 수 없었다.

(2) 驅動링크와 연결링크를 剌體로 하거나 彈性體로 하거나 結果에는 큰 영향이 없었다.

(3) 조인트에서 생기는 反力은 컴플라이언서가 고려되는 경우와 되지 않는 경우에 큰 差異를 나타내고 있다.

### 參 考 文 獻

- (1) Budynas, R., and Poli, C., "Planar Motion of a Large Flexible Satellite", AIAA Journal, Vol. 9, No. 10, pp. 2099~2102, 1971
- (2) Hooker, W.W., and Marquiles, G., "The Dynamical Attitude Equations for an n-Body Satellite", The Journal of Astronautical Science, Vol. XII, No. 4, pp. 123~128, 1965
- (3) Wittenburg, J., "Dynamics of Systems of Rigid Bodies", B.G. Teubner, Stuttgart, 1977
- (4) Likins, P.W., "Dynamic Analysis of a System of Hinge-Connected Rigid Bodies with Nonrigid Appendages", Int. J. Solids Structures, Vol. 9, pp. 1473~1487, 1973
- (5) Boland, P., Samin, J.C., and Willems, P.Y., "Stability Analysis of Interconnected Deformable Bodies with Closed-Loop Configuration", AIAA Journal, Vol. 13, pp. 864~867, 1975
- (6) Jerkovsky, W., "The Structure of Multibody Dynamics Equations", Journal of Guidance and Control, Vol. 1, No. 3, pp. 173~182, 1978
- (7) C.S.G. Lee, "Robot Arm Kinematics, Dynamics, and Control", Computer, Vol. 15, No. 12, pp. 62~80, 1982
- (8) Paul, R.P., Shimano, B., and Mayer, G.E., "Kinematic Control Equations for Simple Manipulators", IEEE Trans on System, Man, and Cybernetics, Vol. SMC-11, No. 6, pp. 66~72, 1981
- (9) Hollerbach, J.M., "A Recursive Lagrangian Formulation of Manipulator Dynamics and a Comparative Study of Dynamics Formulation Complexity", IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. SMC-10, No. 11, pp. 730~736, 1980
- (10) Sheth, P.N., and Uicker, J.J., "IMP(Integrated Mechanism Program), A Computer-Aided Design Analysis System for Mechanisms and Linkages", Trans. of ASME, Journal of Engineering for Industry, pp. 454~464, 1972
- (11) Orlandea, N., Chace, M.A., and Calahan, D.A., "A Sparsity-Oriented Approach to the Dynamic Analysis and Design of Mechanical Systems-Part I & II", Trans. of ASME, Journal of Engineering for Industry, pp. 773~784, 1977
- (12) Nikravesh, P.E., and Chung, I.S., "Application of Euler Parameters to the Dynamic Analysis of Three Dimensional Constrained Mechanical Systems", Journal of Mechanical Design, Vol. 104, pp. 785~791, 1982
- (13) Nikravesh, P.E., Wehage, R.A., and Kwon, O.K., "Euler Parameters in Computational Kinematics and Dynamics, Part I & II", Trans. of ASME, J. of Mechanism, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 107, No. 3, pp. 358~369, 1985
- (14) Chu, S.C., and Pan, K.C., "Dynamic Response of a High-Speed Slider-Crank Mechanism with Elastic Connecting Rod", Journal of Engineering for Industry, Vol. 97, No. 1-2, pp. 542~550, 1975
- (15) Shabana, A.A., and Wehage, R.A., "A Coordinate Reduction Technique for Transient Analysis of Spatial Structures with Large Angular Rotations", Journal of Structural Mechanics, Vol. 11, No. 3, pp. 401~431, 1983
- (16) Sunada, W., and Dubowsky, S., "The Application of Finite Element Methods to the Dynamic Analysis of Flexible Spatial Co-Planar Linkage Systems", Journal of Mechanical Design, Vol. 103, pp. 643~651, 1981
- (17) Yoo, W.S., "Dynamic Analysis of Flexible Mechanical Systems using Finite Element Lumped Mass Approximation and Static Correction Modes", Ph. D. Thesis, The Univ. of Iowa, Iowa, 1985