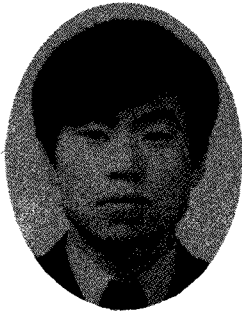


# 윤활유의 Squeeze Film 효과에 대하여



서울대학원 기계설계학과 박사과정  
윤 석 철 (공군소령)

## 1. 서 언

Squeeze Film이란 임의의 속도 $V$ 로 접근 하는 두물체 사이에서 점성유체(윤활유)가 강제적으로 유출되므로써, 두접근면 사이에 압력이 형성되어 두면이 완전히 접촉하는 것을 막게된다.

이러한 조건하에서 형성되는 유막층을 Squeeze Film이라하고 이러한 현상을 Squeeze Film 효과라고 한다.

두면이 접근할 경우는 Positive Squeeze, 분리될때는 Negative Squeeze라고 말한다. [그림 1]

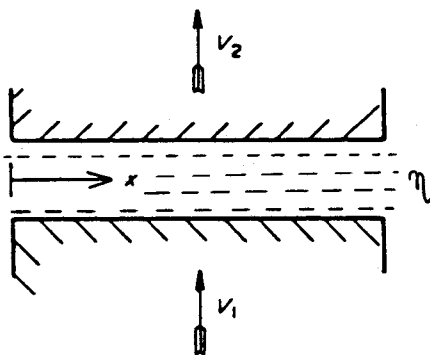


Fig. 1. Lubricant by the Squeeze.

두물체사이의 윤활유가 유출되는데는 시간이 소요되므로, 이러한것을 이용한 베어링은 정상 상태에서 작동하는 베어링과 비교할때 순간적인 고하중을 지지할수 있다.

하중이 변화하거나, 하중이 회전하는 저어널

베어링 (Journal Bearing)에 대한 Squeeze Film 효과에 대하여 많은 연구가 되어왔고[3], 특히 항공기, 내연기관의 Crank Shaft경우는 Squeeze Film 영향이 중요하다.

현대항공기의 제트 엔진은 엔진의 진폭 감소와 회전축의 안정성을 위하여, 구름베어링 외부에 윤활유의 특성을 이용한 Squeeze Film Damper가 설치되어있다. [그림 2] [7], 제트 엔진의 베어링 지지물은 윤활유의 Squeeze Film에 의하여 분리되어 엔진으로부터 원하지 않는 진동을 흡수할수있고 회전축은 구름베어링 내부에서 고속으로 회전하고 Squeeze Film은 반경방향의 힘만 받는다. 그리고 내연기관의 Crank Shaft의 동수압 저어널 베어링 (Hydrodynamic Journal Bearing)은 엔진의 폭발행정

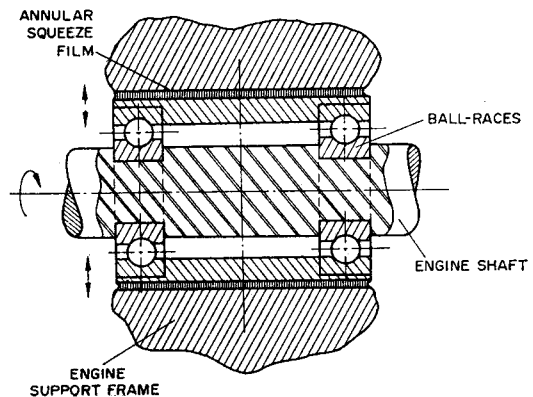


Fig. 2. Typical squeeze-film vibration absorber in jet engines.

또는 동적 불균형때문에 외부힘을 받게되어 윤활유의 Squeeze현상이 발생하게 되고 따라서 Spueeze Film효과에 대한 해석이 필요하게 되었다.

또한 공업기술의 발달로 인하여 기계류는 고속 고하중의 추세에 있는데 발전용 터빈, 가스터빈, 압축기등의 터보기계류는 고속 고하중으로 인하여 회전축과 베어링 System의 안정성 문제가 중요시 되고있다.

예를들어 SSME(Space Shuttle Main Engine)의 고압 터보펌프의 경우, 설계된 회전수근방에서 불안전성 운동과 관련된 문제가 발생하여 Shuttle계획을 6개월간 연기되었고, 또한 Kaybob 천연가스 공장에서는 9 단계 원심압축기의 불안정성으로 인하여 공장 전체가 8개월정도 가동정지 되었고, 그리고 Philp 석유회사도 8 단계 압축기의 불안정성으로 6개월간 완전 생산을 연기한 경우가 발생하였다. [4]

저어널 베어링의 경우, Unbalance에 의한 강제진동과 윤활유막에 의한 자력진동(Self-excited Vibration)의 불안정성 문제를 해결하기 위하여 저어널 베어링의 형상을 변화시켜 Multi-Lobe(2-Lobe, 3-Lobe, 4-Lobe) 베어링 과 Tilting-pad 베어링[그림 3]등에 대하여 연구되어 왔다. [1, 2]

구름베어링은 저속에서 하중을 지지하고있고 가장 널리 사용되고 있으나, 고속에서 잔동될 경우에는 진동과 소음이 심하며 고온이 발생하여 고속에서 사용할수 없는 경우가 생긴다.

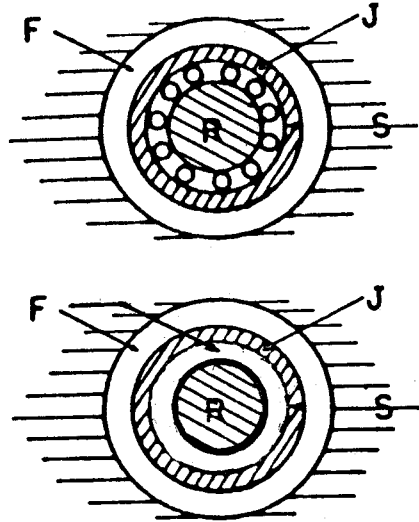


Fig. 4. Spueeze Film Damper Bearing.  
J : 저어널, F : 윤활유막  
R : 회전축 S : 베어링의 지지물

따라서 최근에는 구름베어링과 미끄럼베어링의 회전축과 베어링System의 불안정성 문제를 해결하기 위하여 윤활유막의 스프링과 댐핑성질을 이용한 Squeeze Film의 댐퍼(Damper)를 볼베어링, 롤러베어링, 저어널베어링등의 외부에 설치하여[그림 4], 교란에 의한 불안정성에 민감하지 않는 진동특성을 갖도록 하고있다.

## 2. Reynolds 방정식

두표면의 상대적운동과 윤활유의 점성으로 인하여 외부의 압력공급장치가 없어도, 두표면이 완전 접촉할수없는 충분한 압력이 발생한다. 베어링내에서 윤활유의 압력변화는 Reynolds 방정식으로 기술될수있다.

점성유체에 대한 운동방정식은 일반적인 베어링의 윤활유막 연구에 기초가 되는데, 이 방정식을 Navier-Stokes방정식이라한다. Navier-Stokes방정식에 대한 완전해는 구할수 없으나, 그림 5와같이 두면이 윤활유에 의해 분리되고 상대운동을 하는 경우에 단순화시킬수 있다.

Navier-Stokes방정식을 단순화하기 위하여 다음과같이 가정한다.

- (1) 윤활유의 유동은 층류이다.
- (2) 윤활유는 베어링표면에서 미끄럼이없다.
- (3) 윤활유는 길이와 폭에비해 작으므로 회

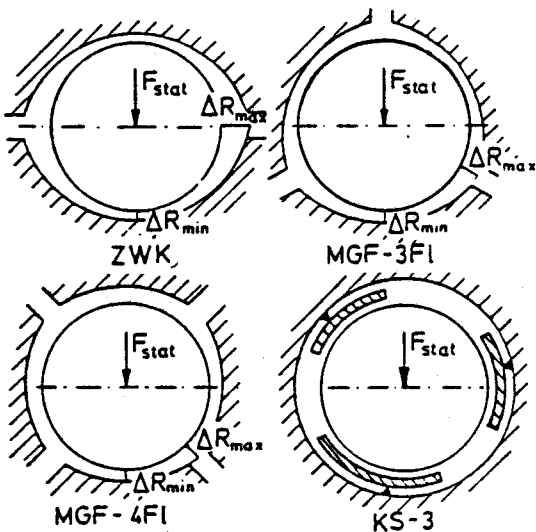


Fig. 3. Multi-Lobe and Tilting pad Bearing.

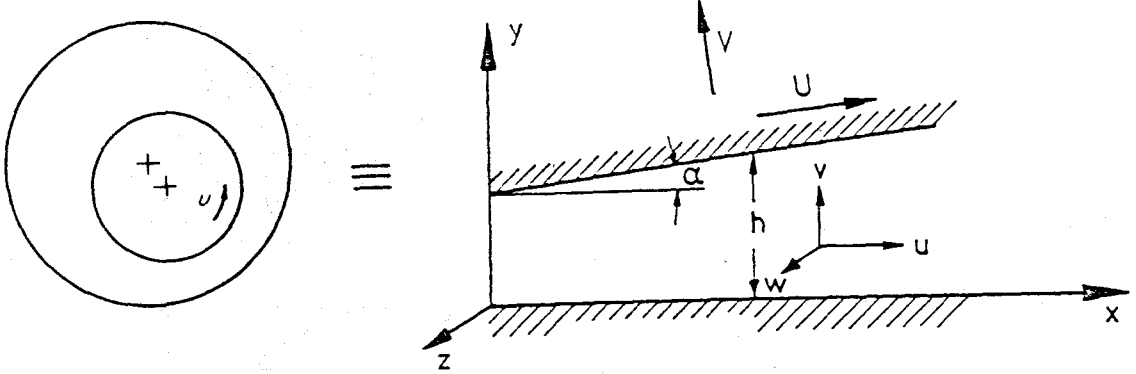


Fig. 5. Flat plate wedge Bearing

전운동을 병진운동으로 대치할수 있다.

(4) 윤활유는 Newton 유체이다.

(5) 윤활틈새내에서 윤활유의 점성은 평균값으로 대치할수있다.

$$\bar{\eta} = \frac{1}{L} \int \eta dx$$

(6) 윤활틈새 높이방향의 압력구배는 무시할 정도로 작다.

(7) 윤활유의 관성력과 체적력은 점성력에 비해 무시할 정도로 작다.

위의 가정에 의하여 단순화된 Navier-Stokes 방정식은 다음과 같다.

$$x \text{ 방향 } \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$y \text{ 방향 } 0 = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (1)$$

$$z \text{ 방향 } \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z}$$

경계조건은 다음과 같다.

$$y=0 \text{ 에서 } u=0, v=0, w=0 \quad (2)$$

$$y=h \text{ 에서 } u=U, v=v, w=0$$

경계조건 (2)을 단순화 형태의 Navier-Stokes 방정식 (1)에 대입하여 속도 u, v, w를 구한 다음 정상상태의 연속 방정식 (3)에 대입한다.

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

연속방정식 (3)을 윤활유의 두께 0에서 h까지 적분하면 다음과 같은 Reynolds 방정식을 구할수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} [\rho h^3 \frac{\partial p}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial z} [\rho h^3 \frac{\partial p}{\partial z}] \\ & = 6\eta U \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} + 6\eta \rho h \frac{\partial U}{\partial x} + 12\eta \rho V \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)에서 볼때, 윤활 유내막에서 동수압적 압력의 발생은 식 (4)의 우측항인 Wedge, Stretch, Squeeze에 의한 항의 합수로 표시할수 있다.

여기에서  $\rho$ 는 윤활유의 밀도,  $\eta$ 는 윤활유의 평균점도,  $h=h(x, y, t)$ 는 국부적 순간 윤활유 두께, U는 베어링의 윗면속도, V는 베어링 윗면의 수직속도이다.

[표 1]은 윤활유의 밀도  $\rho$ 가 일정하고, 축방향의 압력변화 ( $\frac{\partial p}{\partial z}$ )가 무시될 경우에 Wedge, Stretch, Squeeze에 의한 항이 압력발생과 하중지지에 얼마나 기여하는지를 보여주고 있다. 실제 경우는 이들항의 결합으로 나타날수 있다.

### 3. Squeeze Film의 기본방정식.

비압축성 유체의 경우, Squeeze Film에 대한 Reynolds 방정식은 식 (4)에서 윤활유의 밀도  $\rho$ 를 일정하게, 또한 Wedge 항과 Stretch 항을 무시하면 다음과 같이 구할수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} [h^3 \frac{\partial p}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial z} [h^3 \frac{\partial p}{\partial z}] = 12\eta V \quad (5)$$

식 (5)는 윤활면이 미끄럼이 없고, 윤활면의 수직방향으로 윤활면의 속도  $V = \frac{dh}{dt}$ 로 윤활유를 유출시키면, 이에 저항하는 압력이 형성된다는 것을 의미하고 있다.

그림 (6)은 매끈한 평판내에서 윤활유가 하중 W를 받고있는 상태를 나타내고 있다.

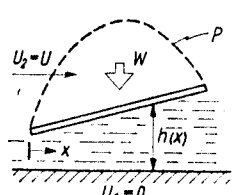
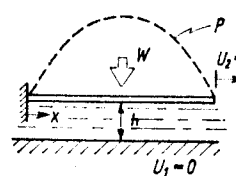
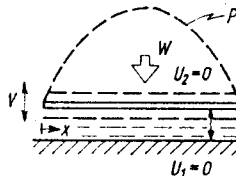
윤활유의 Squeeze Film 효과에 의한 하중 지지용량 W는 다음과 같다.

$$W = \int P dA \quad (6)$$

윤활유가 유동한 유량 Q는

$$Q = \int u dA \quad (7)$$

TABLE 1  
SOURCES OF LOAD SUPPORT USING SMOOTH SURFACES

Description of system†	Schematic representation	Hydrodynamic equation
1. Plane, smooth, rigid, inclined surfaces. No vertical motion		Wedge Term: $\frac{d}{dx} \left[ h^3 \frac{dp}{dx} \right] = 6\mu U \frac{dh}{dx}$
2. Plane, smooth parallel surfaces. Lower surface rigid and fixed. Upper surface flexible and held at one end		Stretch Term: $\frac{d}{dx} \left[ h^3 \frac{dp}{dx} \right] = 6h\mu \frac{dU}{dx}$
3. Plane, smooth parallel, rigid surfaces. No side motion, lower surface fixed. Upper surface reciprocates vertically		Squeeze Term: $\frac{d}{dx} \left[ h^3 \frac{dp}{dx} \right] = 12\mu V$

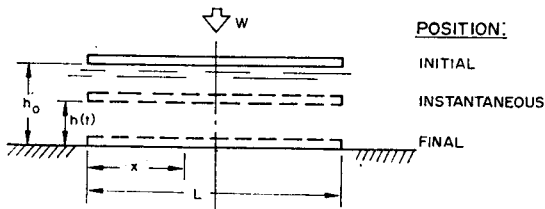


Fig. 6. Parallel sinkage of flat plate on smooth surface.

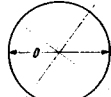
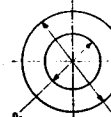

식(5)을 두번 적분하고 식(6)을 이용하면 초기 윤활유의 Squeeze Film 두께  $h_0$ 에서 임의의 지점  $h$ 로 변위하는 시간  $t$ 인 Squeeze Film 기본 방정식(8)을 구할수 있다.

$$t = \frac{K\eta L_T^4}{W} \left[ \frac{1}{h^2} - \frac{1}{h_0^2} \right] \quad (8)$$

평판의 형상에 따라 K와  $L_T$ 는 표 2에 나타나 있다.

식(8)을 미분하면 속도  $\frac{dh}{dt}$ 을 다음과 같이 구할수 있다.

TABLE  
Table 2. VALUES OF CONSTANTS  $L_T$  AND  $K$  FOR FLAT PLATES

Shape of flat plate	Schematic	Typical length dimension, $L_T$	Constant $K$
Round		$D$	$\frac{3\pi}{64}$
Round (with concentric hole)		$\phi(D_1, D_2)^\dagger$	$\frac{3\pi}{64}$
Rectangular (no side-flow)		$L$	$\frac{1}{2}$
Rectangular		$(L^2 B)^{1/4}$	$\frac{1}{2} f \left( \frac{B}{L} \right)$

†  $\phi(D_1, D_2) = D_2(1 - 2(D_1/D_2) + 2(D_1/D_2)^2 - (D_1/D_2)^4)^{1/4}$

$$\frac{dh}{dt} = - \frac{Wh^3}{2K\eta L_T^4} \quad (9)$$

평판의 속도  $\frac{dh}{dt}$ 는 유막두께  $h$ 의 3승에 비례하

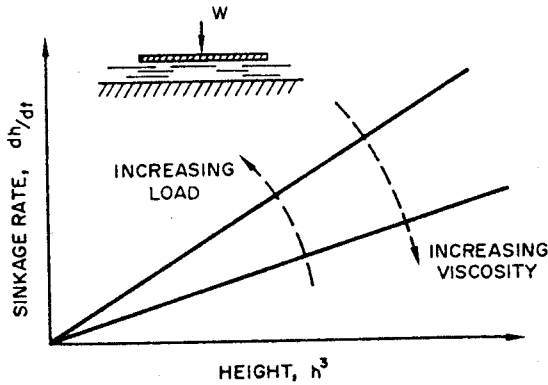


Fig. 7. Characteristic curves on smooth surface.

고, 윤활유의 점도 $\eta$ 에 반비례한다.

따라서  $\frac{dh}{dt}$ 와  $h^3$ 에 대하여 그래프를 그리면 그림 [7]과 같이 하중과 점도의 증가에 따라  $\frac{dh}{dt}$ 와  $h^3$ 과의 관계를 나타낸다.

4. 진원형 저어널 베어링

동적 Squeeze Film과 관련된 중요한 문제는 많은 경우 저어널 베어링에서 발생하는데, z방

향의 압력변화가 무시되고 축중심이 e만큼 편심된 진원형 저어널 베어링을 생각하자[그림8]

이때 압력분포P는  $\theta = \pi$ 에서  $p = 0$  이고,  $\theta = 0$ 에서  $p = p_{max}$ 로 가정한다.

Reynolds 방정식 (5)는  $x = R\theta$ ,  $h = c - ec \cos \theta$ ,  $V = \frac{de}{dt}$ 을 이용하여 다음과 같이 쓸수 있다.

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} [(c - ec \cos \theta)^3 \frac{\partial p}{\partial \theta}] = -12\eta \cos \theta \tag{10}$$

여기에서 C는 윤활유의 유막간극으로  $R' - R$ 이다.

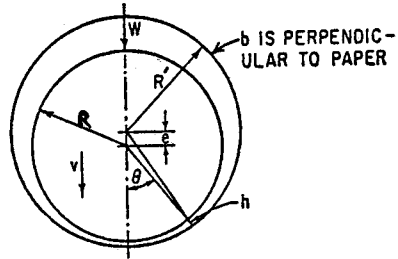


Fig. 8. Nomenclature for journal bearing.

Table 3.

SINKAGE TIMES FOR ROTATIONALLY-SYMMETRIC, NON-PLANAR SQUEEZE FILMS

Shape of approach surface	Equation for sinkage time	Schematic and notation
Cylindrical (half-journal bearing)	$t = \frac{24\mu b R^3}{\Delta^2 W} \times \left[ \frac{H_2}{\sqrt{1-H_2^2}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{1+H_2}{1-H_2}} - \frac{H_1}{\sqrt{1-H_1^2}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{1+H_1}{1-H_1}} \right]$	
Cylindrical (complete journal bearing)	$t = \frac{12\pi \mu b R^3}{J^2 W} \left[ \frac{H_2}{\sqrt{1-H_2^2}} - \frac{H_1}{\sqrt{1-H_1^2}} \right]$	
Spherical (ball and socket)	$t = \frac{3\pi \mu R^4}{\Delta^2 W} \times \left[ \frac{H_2 - H_1}{H_2 H_1} + \left( \frac{1-H_2^2}{H_1^2} \right) \log(1-H_1) - \left( \frac{1+H_2^2}{H_2^2} \right) \log(1-H_2) \right]$	
Spherical (on plane surface)	$t = \frac{6\pi \mu R^2}{W} \ln \left( \frac{h_1}{h_2} \right)$	

식 (10)을 적분하여 경계조건을 대입하여 Squeeze Film 압력분포P를 다음과 같이 구할수 있다.

$$P = \frac{6\eta \frac{de}{dt}}{(C/R)^2 R \epsilon} \left[ \frac{1}{(1-\epsilon \cos \theta)^2} - \frac{1}{(1+\epsilon)^2} \right] \quad (11)$$

여기에서  $\epsilon$ 는 저어널의 편심률이라고하고  $\frac{e}{c}$ 로 표시 가능하다.

Squeeze Film에 의한 하중 지지용량 W는,  $W = 2bR \int_0^{2\pi} P \cos \theta d\theta$ 에서 다음과 같이 구할수 있다.

$$W = \frac{12\pi \eta b R \frac{de}{dt}}{(C/R)^2 (1-\epsilon^2)^{3/2}} \quad (12)$$

저어널이  $\epsilon_1 (=e_1/c)$ 에서  $\epsilon_2$ 로 변위할때 시간은 식 (12)을 적분하여 다음과같이 구할수 있다.

$$t = \frac{12\pi \eta b R}{(C/R)^2 W} \left[ \sqrt{1-\epsilon_2^2} - \sqrt{1-\epsilon_1^2} \right] \quad (13)$$

따라서 베어링의 형상이 결정되면 변위시간 t는 윤활유의 점도 $\eta$ 에 비례함을 알수있다,

위와같은 방법으로 베어링 형상에 따른 축중심의 변위시간t는 표 3에 나타나있다. 여기에서 기호를 일치하기 위하여  $\Delta = C$ ,  $a = e$ ,  $H = \epsilon$ 이라한다.

5. Squeeze Film의 특성

하중을 받고있는 직경이 D인 원판의 Squeeze Film을 생각하자. 이때 원판에 충격을 받으면 윤활유는 순간적인 운동상태에 있게되고,

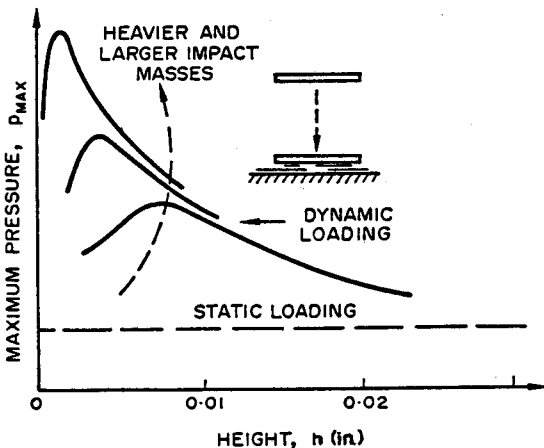


Fig. 9. Squeeze-film maximum pressures for impact loading.

평판을 감속시키기 위하여 윤활유내에 일치되는 충격압력이 형성된다. 충격후에 평판의 속도를  $V_0$ 라고하면 윤활유의 유막두께 h는 다음과 같다.

$$h = \left( \frac{3\pi \eta D^2 g}{64 W V_0} \right)^{1/2} \quad (14)$$

따라서 윤활유의 유막두께h와 최대압력 $P_{max}$ 의 관계를 표시하면 그림 [9]와 같다.

위의 그림에서 볼때 정적하중에 대하여 최대압력을 유막두께h에 무관함을 알수 있고, 충격하중이 작용할 경우는 충격하중이 클수록 윤활유의 유막두께h가 작아져 최대압력 $P_{max}$ 가 증가함을 알수있다.

윤활유의 Squeeze Film 특성을 연구하기 위하여, 그림 [10]과 같이 윤활유가 평판내에서 하중W을 받아 Squeeze 되고 있는 상태를 생각하자.

평판내에 있는 윤활유는 그림 [10]에서와 같이 윤활유의 스프링힘과 댐핑힘으로 인하여 평판의 운동을 방해하고있다. 여기에서 스프링 상수 K는 변위당 윤활유의 스프링힘의비, 댐핑상수 C는 속도당 윤활유의 댐핑힘의 비로 정의한다. 즉

$$K = \frac{F_{spring}}{z}, \quad C = \frac{F_{damping}}{\dot{z}} \quad (15)$$

평판에 작용하는 하중과 윤활유에 의한 힘에 대하여 운동방정식을 세우면 다음과같이 구할수 있다.

$$\frac{W}{g} \ddot{z} + C \dot{z} + Kz = W \quad (16)$$

Squeeze Film내에서 윤활유의 스프링상수 K

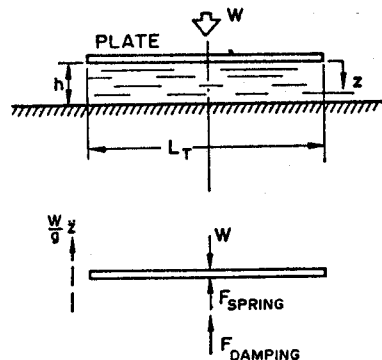


Fig10. vibrating plate : free-body diagram

와 뎀핑상수 C는 평판이 작은 속도로 접근한다고 생각함으로써 근사적으로 구할수 있다. 이것은 진동이론에서 많이 이용되고 있다.

스프링상수 K는 윤활유에 대한 bulk 상수 B의 향으로 표시할수 있다.

$$B = \frac{P}{(\Delta V'/V')} \quad (17)$$

여기에서 P는 윤활유내에서 절대압력이고  $\Delta V'/V'$ 은 윤활유내의 체적의 무차원 변화율을 나타낸다.

A를 평판의 면적이라면 체적변화율은 다음과 같다.

$$\frac{\Delta V'}{V'} = \frac{AZ}{Ah} = \frac{Z}{h} \quad (18)$$

$F_{spring} = W = PA$ 을 이용하여 스프링상수 K는 쉽게 구할수 있다.

$$K = \frac{PA}{Z} = \frac{B(Z/h)A}{Z} = \frac{BA}{h} \quad (19)$$

뎀핑상수 C는  $F_{damping} = W$ 와 정의를 이용하여 구하면,

$$C = \frac{W}{(dh/dt)} = \frac{2K\eta L_r^4}{h^3} \quad (20)$$

여기에서 K와  $L_r$ 는 평판의 형상에따라 표 1에 나타나있다.

또한 평판의 경우 Squeeze Film내에서 윤활유의 스프링상수 K와 뎀핑상수 C는 유막두께 h가 감소할수록 급격하게 증가함을 알수있다. 그리고 뎀핑상수의 경우는 윤활유의 점도  $\eta$ 에 비례한다는 것을 관찰할수있다.

평판이 아닌 원통형상의 경우는 표2을 이용하여 위와같은 방법에 의해 K와 C을 구할수 있다.

표 4에 여러가지 베어링 형상에 따라 Squeeze Film에 대한 윤활유의 스프링과 뎀핑상수를 계산해 놓았다. 이러한 상수들은 임의의 진동을 받을때 Squeeze Film의 동적 거동을 예측하는데 이용되고, 또한 Squeeze Film내에 스프링과 뎀핑성질이 존재한다는 사실을 이용하여 회전축과 베어링System의 진동상태를 제어할수있는 Squeeze Film Damper 베어링 설계에 기초가 되고 있다.

REFERENCES

1. 한동철, Statische und dynamische Eigenschaften von Gleitlagern bei hohen Umfangsge schwindigkeiten und bei Verkantung, 1979
2. 한동철, 윤활공학(기계공학 교육) 서울대

Table 4.

SPRING AND DAMPING CONSTANTS FOR NON-PLANAR SQUEEZE-FILMS

Shape of approach surface	Spring constant, k†	Damping constant, c
Cylindrical (half-journal bearing)	$\frac{4}{\pi} \left( \frac{BRb}{\Delta} \right)$	$\frac{24\mu b R^3}{\Delta^3} \alpha(H)$
Cylindrical (complete journal bearing)	$\frac{4}{\pi} \left( \frac{BRb}{\Delta} \right)$	$\frac{12\pi\mu b}{(\Delta/R)^3 (1-H^2)^{3/2}}$
Spherical (ball-and-socket)	$\frac{\pi}{2} \left( \frac{BR^2}{\Delta} \right)$	$\frac{3\pi\mu R^4}{\Delta^3} \beta(H)$
Spherical (on plane surface)	$\frac{\pi BR^2}{(h + \frac{1}{2}R)}$	$\frac{6\pi\mu R^2}{h}$

Notation:  $\alpha(H) = \frac{1}{H^2} \left\{ \frac{2-H+H^2}{1-H} + \frac{2}{H^3} \log(1-H) \right\}$   
 $\beta(H) = \left( \frac{1}{1-H^2} \right) \left\{ [1/(1-H^2) + H^2/(1-H^2)] \tan^{-1} \sqrt{\frac{1+H}{1-H}} + \frac{H}{2} \right\}$

† This represents an upper limit and takes no account of surface porosity or leakage.

학교, 1984

3. D. W. Parkins, W T. Stanley, Characteristics of an oil Squeeze Film, J. of Lubrication, Tech. , 1982

4. FREDRIC EHRICH, Self-Excited Vibration in High-Performance Turbomachinery, Mechanical Eng., 1984

5. D. F. Moore, The Friction and Lubrication of Elastomers, 1972

6. Standard H. B of Lubrication Eng. , 1968

7. E. J. Gunter, Design of Nonlinear Squeeze-Film Dampers for Aircraft Engines, J. of Lubrication Tech., 1977

휴게실



**입** 마누엘 칸트는 「순수이성비판」을 쓴 대철학자다. 그는 자신에게 무척 엄격한 사람이었다. 때문에 그가 산책하는 것을 보고 사람들은 시간을 알거나 쉬고 있던 시계를 맞춰놓을 정도였다. 이런 칸트를 늘 못마땅하게 생각하고 있던 귀부인이 있었다. 그 귀부인은 어찌나 결백한 체 하는지 홍차를 마시고 찻잔 들었던 손가락을 알골겨즈로 싹싹 닦아내는 여인이었다. 하루는 칸트의 어느 회합에 그녀가 나왔다가 칸트의 웃소매가 약간 헤져있는 것을 보았다. 부인은 울다꾸나 생각했다. 「어머니, 여기에 선생의 학식이 빠져나와 있군요? 어찌면…」대철학자는 의젓하게 대꾸한다. 「그래서 무식이 학식을 들여다 보구 계시는군요? 괜찮습니다. 어서 마음껏 보시도록!」

古典鑑賞



[문제] 黒先

우상귀의 흑을 먼저 살리고 난후 좌하귀의 흑에 대한 백의 공격으로 시작된다.

상하의 문제가 연관되어 풀린다.

