

循環 및 非循環 디지털 필터를 相互連結한 복합 필터의 設計 및 特性比較

金正鎬 / 디지털시스템開發室

〈Abstract〉

In this paper, by combining the exiting IIR filters with FIR filters in cascade, the design of Hybrid Digital Filters which enables us to match the trade-off relations to different characteristics is presented.

I. 序 論

이산적 선형 시불변 시스템인 디지털 필터는 가산기와 승산기 그리고 지연 요소로 구성되어 표본화된 신호(혹은 sequence)를 다른 형태의 신호(혹은 sequence)로 변화시키는 알고리즘을 수행하는 것으로서 LSI의 급속한 발전에 따라 實時間處理에도 매우 적합한 시스템으로 인식되고 있다. 또한 확도와 안정도가 높고 임피던스 정합을 고려할 필요가 없으며 臨界周波數 선정에 제한이 없고 필터의 상수를 변화시킴으로써 주파수 특성을 쉽게 변화시킬 수 있다. 따라서 음성, 영상 및 레이더 신호처리 등 주로 低周波 領域의 신호 처리에 이용되며 연산 속도를 향상시킴으로써 통신 분야에도 이용할 수 있다.^[1]

일반적으로 디지털 필터는 전달 함수 $H(z)$ 가 z^{-1} 에 대해 rational 함수인 순환형과 polynomial 함수인 비순환형으로 나눌 수 있다.

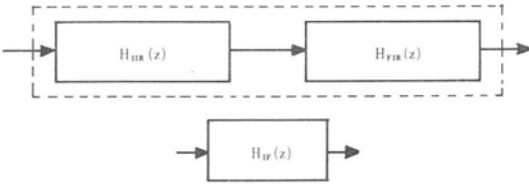
본 논문에서는 낮은 차수로 비교적 예리한 차단 특성을 갖는 순환형 필터와 정확한 선형 위상특성을 갖는 비순환형 필터를 결합, cascade 구성을 취하여 비순환형 필터의 필터 길이(Filter length)를 줄이고, 통과 대역과 저지 대역에서 비교적 양호한 선형 위상 특성을 갖는 필터를 제안하여 한 표본당 곱셈 회수, group delay 등의 면에서 기존의 순환, 비순환 필터 등과 비교, 검토하였다.

II. 循環 및 非循環 디지털 필터를 連結한 복합 필터 設計

기존의 디지털 필터로 제안된 순환형과 비순환형 필터를 cascade로 연결하여 복합 필터를 제안하여 전산 시뮬(Simulation)을 행하였다.

이 복합 필터를 설계시 주어진 규격을 만족시키기 위해 전단에 위치한 순환형 디지털 필터의 전달함수를 2차체의 pole-zero 모델로 설정하고, 후단의 비순환형 디지털 필터의 필터 길이

(N)을 최소화 하도록 설정하였다. 여기에 따른 기본적인 복합형 필터를 아래 <그림 1>과 같이 구성하였다.



<그림 1> 복합형 디지털 필터

$$H_{IF}(z) = H_{IR}(z) \cdot H_{FIR}(z) \quad \dots\dots\dots (1)$$

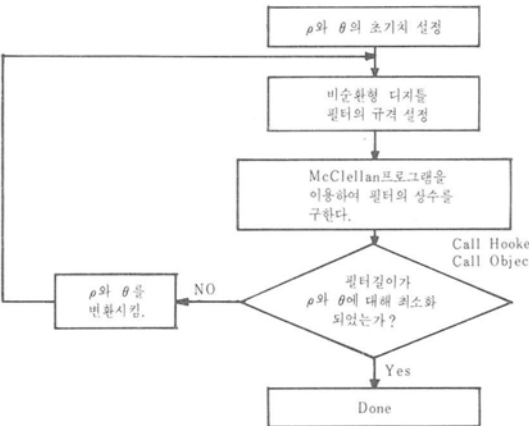
2 차계의 pole-zero 모델인 순환형 디지털 필터의 전달 함수는 다음 식(2)와 같이 쓸 수 있다.

$$H_{IR}(z) = \frac{(1 - \rho_2 e^{j\theta_2} z^{-1})(1 - \rho_2 e^{-j\theta_2} z^{-1})}{(1 - \rho_1 e^{j\theta_1} z^{-1})(1 - \rho_1 e^{-j\theta_1} z^{-1})} \quad \dots\dots\dots (2)$$

여기에서 ρ_1, ρ_2 는 z 영역에서 pole, zero의 반경이고 θ_1, θ_2 는 pole, zero의 각도이다. 또한 비순환형 디지털 필터는

$$H_{FIR}(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n} \quad \dots\dots\dots (3)$$

으로 표현되며 이때 N는 필터 길이이다.



<그림 2> 복합 필터 설계를 위한 Flowchart.

이 두 필터를 연결한 복합형 필터 설계의 전체적인 흐름도는 <그림 2>에 나타내었다. 즉 비순환 디지털 필터부에서는 McClellan의 최적화 프로그램¹²⁾을 사용하였고, 필터 길이(N)를 최

소화하는 순환형 디지털 필터부에서는 파라미터 (ρ, θ) 값을 구하기 위해서 Hooke and Jeeve의 알고리즘¹³⁾을 이용하였다. 이상적인 주파수 응답 $D(e^{j\omega})$ 는

$$|D(e^{j\omega})| = 1, \quad \omega \in f_p \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$0, \quad \omega \in f_s$$

이며 이때 f_p 는 通過帶域의 주파수 영역을, f_s 는 阻止帶域의 주파수 영역을 나타낸다. 일반적으로 복합형 필터의 실제 주파수 응답은 통과 대역의 변위를 δ_1 이라 하고, 저지 대역의 변위를 δ_2 라 할때

$$1 - \delta_1 \leq |H_{IF}(e^{j\omega})| \leq 1 + \delta_1, \quad \omega \in f_p \quad \dots\dots (5)$$

$$0 \leq |H_{IF}(e^{j\omega})| \leq \delta_2, \quad \omega \in f_s$$

이 되며 식 (1)을 이용하면,

$$\frac{1 - \delta_1}{|H_{IR}(e^{j\omega})|} \leq |H_{FIR}(e^{j\omega})| \leq \frac{1 + \delta_1}{|H_{IR}(e^{j\omega})|}$$

$$0 \leq |H_{FIR}(e^{j\omega})| \leq \frac{\delta_2}{|H_{IR}(e^{j\omega})|} \quad \dots\dots (6)$$

이 된다. 그러므로 각각의 주파수대에서 비순환형 디지털 필터의 원하는 주파수 응답과 변위는 <表 1>과 같게 된다.^{4,5)}

	통과 대역	저지 대역
Desired Value	$\frac{1}{ H_{IR}(e^{j\omega}) }$	0
Deviation	$\frac{\delta_1}{ H_{IR}(e^{j\omega}) }$	$\frac{\delta_2}{ H_{IR}(e^{j\omega}) }$

<表 1> 비순환형 디지털 필터의 입력규격

또한 ρ 와 θ 의 초기치 그리고 각각의 초기 변위 크기 $\Delta\rho$ 와 $\Delta\theta$ 를 설정하고 ρ 와 θ 를 $\Delta\rho$ 와 $\Delta\theta$ 만큼 증가 또는 감소시킴으로써 주어진 규격을 만족시키는 최소의 N을 구하며 변위 크기 $\Delta\rho$ 와 $\Delta\theta$ 를 증가 또는 감소시켜 이를 전산 처리한 결과를 비교하였다.

III. 電算處理結果

제안된 복합형 필터에 대한 파라미터를 전산 처리하기 위하여 통과 대역의 ripple (δ_1)이 0.01 이고 저지 대역의 ripple (δ_2)이 0.005이며 천이 대역폭 (ΔF)이 0.025인 저역 통과 필터로서 Hooke and Jeeves 알고리즘을 이용하여 처리한 결과는 다음과 같다.

HOOKE AND JEEVES OPTIMIZATION ROUTINE
PARAMETERS

RIPPLES=1:00, 0.50 ITMAX=200 NKAT=20
NUMBER OF VARIABLES=4
INITIAL STEP SIZES
EPS(1) = 0.99999993E-03
EPS(2) = 0.49999990E-02
EPS(3) = 0.99999993E-03
EPS(4) = 0.49999990E-03
NUMBER OF FUNCTION EVALUATION
END OF EACH PATTERN SEARCH = 127
VARIABLES AND SUM 0.7300E+00 0.9993E-02
0.6660E+00 0.1030E+01
THE FINAL EPS ARE 0.00100000 0.00500000
THE FINAL RK ARE 0.72999203 0.00999303
THE MINIMUM RESPONSE
FINAL X(1) = 0.72999203E+00
FINAL X(2) = 0.99930316E-02
FINAL X(3) = 0.66599774E+00
FINAL X(4) = 0.10299988E-01

각각의 필터특성을 비교하기 위하여 처음에는 δ_1 과 δ_2 그리고 ΔF 를 고정시키고 통과 대역과 저지 대역의 境界周波数 (Edge frequency) [f_p, f_s]를 변화시킴으로써 최소의 필터 길이를 갖게 하는 순환형 다지틀 필터의 파라미터 값을 구하여 <表 2>에 나타내었다.

필터 규격					제안된 복합형 필터					비순환형 필터	
δ_1	δ_2	ΔF	f_p	f_s	ρ_1	θ_1	ρ_2	θ_2	N	N	N
0.01	0.001	0.025	0.05	0.075	0.73	0.01	0.67	1.03	28	126	
0.01	0.001	0.025	0.1	0.125	0.91	0.46	0.89	0.53	19	114	
0.01	0.001	0.025	0.15	0.175	0.95	0.27	0.85	0.70	24	112	

<表 2> 각각의 필터 특성 비교

다음에는 $f_p=0.1, f_s=0.125, \Delta F=0.025$ 로 고정시키고 δ_1 과 δ_2 를 변화시킨 결과를 <表 3>에 나타내었다.

필터 규격					제안된 복합형 필터					비순환형 필터	
f_p	f_s	ΔF	δ_1	δ_2	ρ_1	θ_1	ρ_2	θ_2	N	N	N
0.1	0.125	0.025	0.005	0.0005	0.90	0.46	0.89	0.53	24	120	
0.1	0.125	0.25	0.001	0.0001	0.90	0.45	0.89	0.53	45	136	

<表 3> 각각의 필터 특성 비교

위의 결과로부터 비순환형 다지틀 필터의 전단에 2 차계의 순환형 다지틀 필터를 중속 (Cascade) 연결함으로써 비순환형부의 필터 길이를 상당히 줄일 수 있다.

일반적으로 N-point의 비순환형 다지틀 필터를 직접 구현할 때 구성시 요구되는 한 표본당 승산수는 N이 홀수일 때 $(N+1)/2$ 이 되며 또한 n차의 elliptic 필터의 경우 중속연결시 $(3n+3)/2$ 의 승산수가 요구된다.¹⁶⁾ 이에 대해 기존의 여러 다지틀 필터와 본 논문에서 제안된 복합형 다지틀 필터와의 다지틀 신호를 필터링하기 위해 한 표본당의 승산수를 비교해 <表 4>에 나타내었다.

	비순환형 필터	순환형 필터	Elliptic 필터	제안된 복합형 필터
$f_p=0.05$	63	21	26	12
$f_p=0.1$	57	36	25	16
$f_p=0.15$	56	48	30	18
$f_p=0.2$	52	54	28	20

($\Delta = 0.025, \delta_1 = 0.01, \delta_2 = 0.001$)

<表 4> 각 필터의 한 표본당 승산수 비교

<表 4>에서 볼때 비순환형 다지틀 필터의 필터 길이가 높은 경우에 유리하므로 이 경우 복합형 필터로서 설계할 때 비순환형 다지틀 필터의 단점이 보완된다. 또한 비순환 다지틀 필터는 모든 주파수에서 $(N-1)/2$ 의 일정한 group delay를 가지며 제안된 복합 필터는 기본적인 순환형 다지틀 필터에 비해 통과 대역과 저지 대역에서 훨씬 양호한 특성을 갖는다.

IV. 結 論

本論文에서는 2 차계의 pole-zero 모델로 선정한 순환형 다지틀 필터를 선형 위상 비순환형 다지틀 필터와 중속 연결로 구성하여 복합형 필터를 제안하고 그 특성을 조사하였다. 여기서 필터 알고리즘은 Hooke and Jeeves 알고리즘을 이용하였으며, 그 결과 필터 길이가 현저히 줄어 한 표본당 승산수가 줄게 되므로 구현시 변수의 메모리양은 비순환형 다지틀 필터에 비해 줄게 된다. 또한 전단의 순환형 다지틀 필터에서 생긴 位相 일그러짐으로 인해 천이 영역에

서의 group delay의 변위가 커지지만 전반적으로 제안된 복합 필터에서의 통과대역과 저지대역에서는 순환형 디지털 필터에 비해 선형위상으로 나타난다.

결론적으로 제안된 복합형 디지털 필터는 서로 특성이 상이한 순환형과 비순환형 디지털 필터의 각각의 장점을 활용, 상호관계를 가진 필터로서 활용할 수 있으리라 본다.

<参 考 文 献>

1. Theoa, C. M. Classan, "A Generalized Scheme for All-Digital Time-Division Multiplex to Frequency-Division Multiplex Translator", IEEE Trans CAS-25, No. 5, pp. 252-259, May, 1978.
2. McClellan, J. H., T. W. Parks and L. R. Rabiner, "A Computer Program for Designing Optimal FIR Linear Phase Digital Filters," IEEE Trans AU-21, No. 6, pp. 506-526, Dec. 1973.
3. Kuester, J. L., and Mize J. H., Optimization Techniques with Fortran, New York, McGraw-Hill, 1975.
4. Parks T. W., and McClellan, J. H., "Chebyshev Approximation for Non-recursive Digital Filters with Linear Phase," IEEE Trans. Circuit Theory C-19, pp. 189-194, March. 1972.
5. 김정호, "1 차 및 2 차계에서의 비순환 디지털 필터의 주파수 변환 해석" 전자기술, Vol. 2, No. 1, pp. 102-112, 1984.
6. Campbell, M. R, Crochire R. E. and L. R. Rabiner, "An Algorithmic Procedure for Designing Hybrid FIR/IIR Digital Filters", Bell Sys. T. J., Vol. 55, No. 1, Jan 1982.
7. Rabiner L. R., and B. Gold, Theory and Application of Digital Signal Processing, New-York, Prentice-Hall, 1975.
8. Intel, FORTTRAN-86 User's Manual.