

最適 投資政策을 위한 施設 擴充 (Capacity Expansion) 모델의 文獻的 考察

(Capacity Expansion Models for Optimum Investment Planning)

金 勝 權 *

Abstract

The capacity expansion problem has been defined. Existing literatures on capacity expansion problems have been reviewed and unified under a structure of problem domain. The problem domain has been defined by three relevant coordinates; function or objective of the project, consideration of resource allocation, and consideration of project sequencing. Long range planning is of vital importance in setting up ultimately efficient capital investment plans to meet immediate demand increase. Simplified expansion sequencing example problems have been introduced and solved to help understanding of a solution scheme.

1. 序 論

우리가 發電所나, 댐, 公共 教育시스템, 通信 시스템 또는 工場 生産設備와 같이 초기 施設投資費가 많이 드는 프로젝트를 計劃할 경우 우리는 投資의 걱정규모를 결정해야하는 문제에 직면하게 된다. 특히 長期的인 施設投資의 경우는 투자수준이 총체적인 開發計劃 (Master Plan)의

一環으로서 평가되어야 제한된 資源 및 資金을 經濟的으로 이용할 수가 있게 되며 窮極的으로 예산節感을 이룩 할 수 있을것이다.

施設擴充 計劃 문제는 이러한 경우에 어떤 設備를 언제, 얼마만한 크기로, 어느곳에, 어떻게, 設置하는 것이 예측된 需要를 만족시키는 가장 經濟的인 計劃이 될 것인가를 決定하는 문제인 것이다. 따라서 이는 미래에 發生될 여러가지 投

*高麗大學校 産業工學科

資狀況을 現時點에서 分析 豫則하여 실질적으로 發生되는 需要의 增加에 대처하고자 하는 문제이다.

그런데 우리가 處한 現實은 너무도 많은 不確實한 要因들 예컨대 未來 수요의 변동, 예기치 못한 技術革新에 따른 새로운 設備의 出現 및 그에 따른 투자비용과 수요의 변동, 또는 政治的, 經濟的 상황의 변동에 따라 惹起되는 利率 및 割引率의 변동 등등의 投資狀況이 수시로 변동되는 不確實性의 시대이다. 따라서 이런 문제들을 經營科學的 側面에서 一面 單純化된 數學的 모델로 分析한 結果가 얼마나 信憑性이 있을까 疑問이 제기 되기도 한다. 아무리 使用하고자 하는 資料들이 예측에 의거한 자료라고 해서 不正確한 分析방법이 정당화 되어서는 안되며 더 우기 科學的인 分析을 拋棄 해서도 안되겠다. 변동 要因이 많으면 많을수록 그런 要因들의 變化가 전체적인 投資計劃에 미치는 影響을 손쉽게 同一한 階級에서 비교 分析 할 수 있는 수학적 電算 모델이 絶실히 요구된다. 이러한 의미 에서 中長期 開發計劃을 위한 電算 모델의 基本이 되는 施設擴充問題(Capacity Expansion Problem)를 定義하고 그 문제를 分析하는 方法을 定理해 보는 것도 重要한 意義가 있다고 하겠다.

2. 文献에 나타난 施設 擴充問題의 包括的 分類

위에 敘述한 施設擴充 문제들 다른 응용분야 는 수없이 많다. 따라서 문헌상에 나타난 모든 施設 擴充問題를 일정한 틀에 넣어 綜合 하기는 거의 不可能할 정도로 응용분야 및 各個 문제의 特性이 다양하다. 最近에 Luss(1981)는 문헌상 에 나타난 여러가지 施設 擴充문제에 관련되는 논문들 을 조사하여 문제의 解決方法이나 接近方法 에 따른 一括的인 分類시도를 한 바가 있다. 本論文에서 더 包括的이며 一般的인 觀點에서 문제의 類型들을 分類해보고 分類된 것들 中에서 施設擴充 問題의 基本이 되는 몇가지 경우에 對

한 數學的 模型을 考察하므로써 施設 擴充問題의 全体的 흐름을 把握하고자 한다.

文献上에 나타난 諸 문제들을 살펴보면, 대개의 문제들이 다음과 같이 세가지의 基本的인 形式要素를 갖추고 있다.

이들테면, 계획하는 設備의 서어비스 機能에 따라 多種의 設備이 필요한가, 設備의 종류 또 또는 수량의 開發順序가 고려되어야 하는가, 그리고 生産物 또는 서어비스(service)를 받고자 하는 需要地 또는 需要者의 空間的인 分佈에 따른 資源配分의 必要가 있는나이다. 結果적으로 설치 목적에 따르기 爲하여 必要한 設備이 한가지 종류 인지(T_0) 아닌지(T_1), 資源배분 문제를 고려 해야 하는지(D_1) 않는지(D_0), 또는 개발순서를 고려해야 하는지(S_1) 않는지(S_0)에 따라 2^3 即 8 가지의 서로다른 問題 類型으로 分類 할 수 있다. 이를 問題 領域(problem domain)으로 일 려는다면 이는 그림 1과 같이 각 類型이 꼭지점에 定義되는 正六面체로 表示할 수 있다.

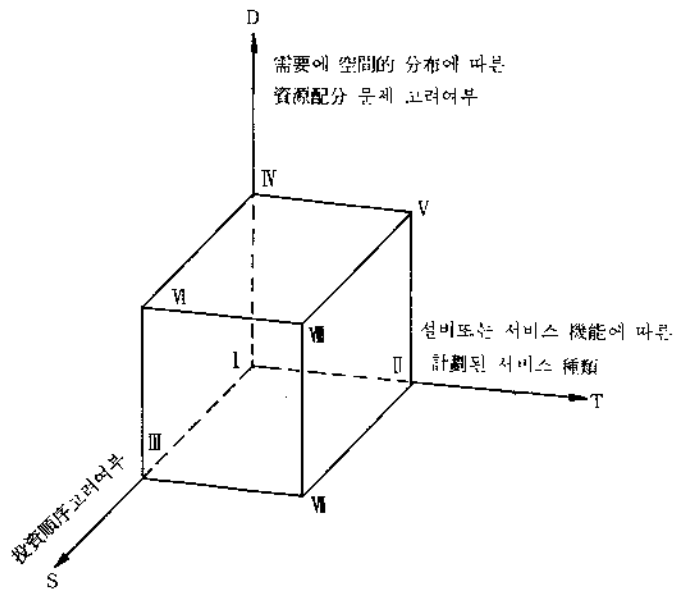


그림 1. 施設 擴充 問題 類型 区分
(Capacity Expansion Problem Domain)

施設擴充문제의 解를 求하기 爲한 數學的 모델을 수립하고자 할때 우리는 이 型式要素들의 特性을 먼저 파악하므로써 分析범위와 程度를 가름 할 수가 있다.

첫째로 투자설비의 서어비스 機能 다른 設備의 種類가 한가지인지 아니면 하나 이상인지에 따라 목적함수 및 제약조건 的 形態가 결정된다. 예를들면 댐의 설치가 용수공급만을 위한 것인가 아니면 에너지 需要을 위한 多目的인가 또는 用水供給을 위한 투자가 上水道 처리에 局限하는지 아니면 下水처리 시설도 包含하는지 여부에 따라 目的함수가 하나 이상의 容量 投資費 (capacity cost)를 包含하며 그에 따른 제약조건이 구성된다.

둘째로 需要를 만족시 켤 수 있는 代案 들로써 長期的인 觀點에서 開發順序를 고려해야 하는지 아니면 開發順序가 이미 定해져 있어서 定해진 順序內에서 最適開發 水準을 시설의 單位數량 또는 크기로 決定해야 하는가? 세째로 生産된 또는 創造된 서어비스의 혜택을 요구하는 需要가 종합적으로 한地域에 해당하는지 아니면 서로 다른 여러지역에 分配되어져야 하는지의 여부에 따라, 한 地域에 局限된 施設擴充인지 아니면 여러지역에서의 施設擴充 및 資源配分을 위한 解法이 必要한가를 決定한다.

上述한 各問題의 類型에 따른 설비 擴充문제 를 살펴보면, 꼭지점 I [類型 I (S_0, T_0, D_0)]에 해당되는 문제는 가장 간단한 형태의 문제로서 중요한 決定변수는 設備의 용량과 그에 따른 擴充시기가 된다. 代表的인 例로서 Manne (1961)의 基本模型을 들 수 있다. Manne의 모형은 無限計劃기간 (infinite planning horizon) 동안에 總現在 투자금액을 最小화시키는 設備容量 및 投資時期를 定하는 문제로서 예측된 需要曲線이 線型인 가정하에 이루어 졌다.

이경우의 최적투자조건은 같은 크기의 施設을 反復的으로 투자하는 것으로 最少 總現在 投資費가 투자크기의 函數로 정의되어 投資水準이나, 經濟率 (economies of scale) 割引率 (discount

factor) 등이 總投資비용에 미치는 영향을 쉽게 알아볼 수 있으며 Scarato (1969)나 Rachford (1969) 등은 Manne의 基本모델을 都市用水 및 폐수처리 시설擴充문제에 응용한 바 있다.

그러나 실제의 廢水처리 시설들은 1 단계, 2 단계, 경우에 따라 3 단계 처리시설이 必要하며 각 단계마다 현저히 다른 經濟的 (economies of scale) 때문에 단일 시설투자를 基本으로 한 Manne의 基本 模型을 이용하여 투자분석을 한다는 것은 다소 무리가 있다고 생각된다.

類型 II (S_0, T_0, D_0)의 문제는 施設擴充을 主導하는 需要는 單一수요로 綜合되어 표시되지만 그 수요를 充足시키기 위한 設備投資는 여러가지의 정의된 단계를 요구하며 이때 各단계별 投資水準을 決定해야 한다. 설비의 生産物 (output) 또는 서어비스는 單一수요를 充足시키므로 運搬費 (transportation cost)를 고려할 필요가 없는 경우이다. Williams (1980)는 動的계획법 (Dynamic Programming)을 이용하여 廢水처리 시스템의 각 단계별 (第1 단계, 第2 단계, 第3 단계) 처리능력 (容量)을 전체 폐수처리 시스템의 구성 요소로서 간주하여 全폐수처리 要求量 (Biological Oxygen Demand)의 增加에 따른 적정투자 수준을 결정하였는데 이런 문제는 類型 II에 해당된다고 볼 수 있겠다.

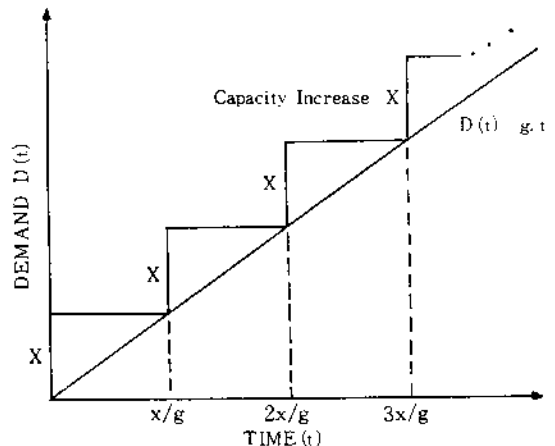


그림 2. Capacity Expansions to Meet Linear Demand Projection.

類型Ⅲ(S, T, D₀)은 單一 서어비스 또는 單一生産物으로써 단일 需要를 充足시키고자 함에 있어 多數의 設備種類들 中에서 總投資의 現在價를 最少化하기 위한 설비의 종류간 投資順序 및 크기를 찾는 문제로서 類型 I, II, IV, V와는 달리 프로젝트의 開發順序를 함께 考慮해야 하는 문제이다. 이는 확충하고자 하는 설비 또는 프로젝트의 크기가 이미 定해져 있는 경우(- capacitated problem-)와 그렇지 않은 경우(- uncapacitated problem-)로 분류할 수 있다. 이런 문제는 시설확충문제 中에서도 개발순서가 또 하나의 決定변수 역할을 하는 組合問題(combinatorial problem)이다. 類型 III, VI, VII, VIII이 그런 문제에 屬한다.

代表的인 類型Ⅲ의 적용사례로서는 Butcher 등(1969), Morin과 Esogbue(1971), Erlenkotter(1973), Tsou 등(1973), Neebe & Rao(1983) 등이 프로젝트의 크기가 이미 定해져 있는 경우의 문제(capacitated problem)를 다루었고 Becker와 Yeh(1974a), Erlenkotter(1976), Kim(1982) 등은 프로젝트의 투자수준이 미리 定해져 있지 않은 문제(uncapacitated problem)을 다루었다.

類型Ⅳ(S, T, D₀)의 문제는 單一 目的의 單一 시설으로써 다수의 分散된 需要를 充足시키는 施設확충의 문제로서, 分散된 수요를 總體的으로 처리하면 시설투자의 觀點에서 문제 類型Ⅰ으로 歸着된다. 그러나 類型Ⅰ과 다른점은 目的함수에 類型Ⅰ에서 고려된 投資費用 외에 運搬 및 運用비용이 추가로 고려되어야 한다는 점이 다르다. 특히 未來 需要의 變動에 따른 未來 時點에서의 運搬 및 運用비용을 일률적으로 처리 하기 힘든 경우는 類型Ⅰ의 문제로 轉換이 어렵다. 現在까지 이 類型의 적용사례는 찾을 수 없었다.

類型Ⅴ(S, T, D₀)는 分散되어 獨立된 需要의 增加를 만족시키기 위한 最適 資源 配分の 문제를 포함하지만 施設 擴充의 고려는 어떤 特定한 設備에만 局限시켜 分析하고자 하는 문제로서 Mulvihill과 Dracup(1973)은 用水 및 廢水처리

시설확충문제를 現存하는 用水供給 시설과 地下水 및 外部 地域으로 부터의 送水を 고려한 水資源 配分문제와 결부시키므로써 최적 투자규모 및 시기를 선택하였다. 이 문제와 類型Ⅷ과의 差異는 投資順序의 고려를 하지 않으므로, 다시 말하면, 경쟁적인 서로다른 代案들間에 投資戰略은 이미 주어졌다고 가정하고 주어진 投資計劃內에서 最適資源配分을 할 수 있는 투자 규모를 定하는 문제라 할 수 있겠다.

類型Ⅵ(S, T, D₀)의 경우는 單一 目的을 위한 多數의 設備를 多數의 分散된 需要를 만족시키는 施設擴充의 문제로서 動的 施設 立地 選定問題(Dynamic Plant Location Problem)으로 代表된다. 이런 종류의 문제는 여러 사람들이 연구하고 있는 문제로서 類型Ⅲ에서 고려된 最適 開發順序, 開發時期, 開發水準 외에도 設備의 施設 位置까지 決定해야 하는 문제이다. 目的함수는 現在價로 환산된 總投資 및 運用 또는 運搬費用의 最少化이다. 代表的인 적용사례는 Manne(1967), Erlenkotter and Manne(1968), Erlenkotter(1981), Jacobsen(1977) 등에서 찾아 볼 수 있으며 특히 이런 類型의 문제들의 문헌은 Erlenkotter(1976)와 Luss(1977)에 소개되어 있다. 이런 類型의 問題는 대개 混合整數 計劃法(Mixed Integer Programming)의 문제가 되며, Armstrong과 Willis(1977)는 Geoffrion(1982)의 Generalized Benders Decomposition을 이용하여 水資源의 최적 投資계획을 分析한 바 있다.

類型Ⅷ(S, T, D₀)은 窮極的으로 單一 需要增加의 充足을 위하여 多種 設備의 開發順序와 投資水準을 決定하는 문제로서, 代表的인 적용사례는 Becker와 Yeh(1974b)의 用水 및 水力 發展을 위한 多댐(multi-dam)의 開發計劃을 다룬 문제가 있다. 地域間 送電을 고려하지 않는 長期 電源開發 計劃을 위한 施設擴充 모델들이 이 범주에 속한다고 할 수 있다. 이런 문제를 다룬 專門의인 모델은 수없이 많지만, 代表的인 것들로서는 WASP(Wien Automatic System

Planning Package, 1974), EGEAS (Electric Generation Expansion Analysis System, 1982) CERES (Capacity Expansion and Reliability Evaluation System, 1982), OGP (Optimal Generation Planning, GE, 1983) 등이 있다.

마지막으로 類型Ⅳ(S, T, D)은 여러가지 目標을 同時に 만족시키고자 類型Ⅵ에서 고려할 모든 사항을 多種의 施設擴充문제에 擴大 適用하는 가장 復雜한 문제이다. Mastumoto와 Mays (1983)의 水資源 및 에너지시스템에 적용한 施設擴充 모델이 그 代表的인 예라고 할 수 있다. 다만 실제문제를 풀어나감에 있어 混合整數 計劃法 대신 단순히 分割線型 計劃法을 이용하여 처리하므로써 진정한 의미에서, 固定投資비용을 投資順序를 고려하므로써 풀었다고는 볼 수 없다. 대체로 이 類型의 문제는 混合整數 計劃法 으로 풀기에는 문제의 규모가 방대 해지므로 문제의 단순화 또는 새로운 解法의 개발이 요청된다.

이상 施設擴充문제가 무엇인가를 抱括的인 分類를 시도함으로써 살펴보았다. 各 類型의 문제들은 문제를 分析하는 方法에 따라 有限計劃 期間과 無限計劃期間의 문제로 區分될 수 있고, 또 Stochastic한 상황下에서 (Bogle et, al, 1979) 各 類型을 個別的으로 고려할 수도 있다. 또한 투자代案의 幅을 넓혀서 外部로부터의 輸入을 허용하는 供給遲延을 (backstop supply) 고려 하던가 (Erlenkotter, 1976), 施設 廢棄 및 代替를 고려하던가 需要의 價格彈力性을 고려하므로써 (Riordan, 1971, Dandy et. al, 1984) 施設 擴充 및 價格政策을 동시에 고려하는 등의 여러가지 多樣한 시설 확충문제가 있을 수 있다.

3. 代表的인 數學的 模型

3-1 Manne의 基本模型(類型Ⅰ)

單一 設備의 投資規模를 決定함에 있어 그림 2와 같이 需要가 일정한 증가율 g 를 갖는 線型이라고 가정할때, 設備容量이 x 인 施設을 반복적으로 無限定 늘려갈 수 있다면 얼마만한 크

기의 施設規模가 最適인가?

만약 投資額이 고정비용 f 와 單位 unit當 C 라는 變動費로 構成되어 x 라는 施設 增加에 따른 投資費用의 증가가 $f+cx$ 라고 하면, 施設運用費를 無視했을 경우 總投資의 現在價는 다음과 같다.

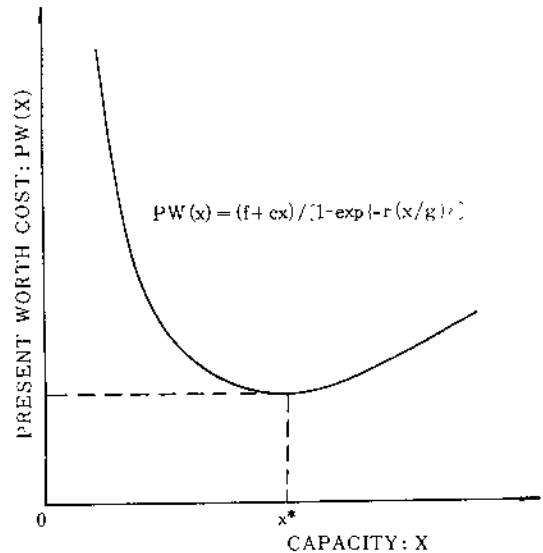


그림 3. Present worth Cost vs. Capacity

$$PW(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (f+cx) \cdot \exp\{-r(x/g) \cdot n\} = (f+cx) + pw(x) \cdot \exp\{-r(x/g)\} \quad (1)$$

여기는 r 은 陰이 아닌 割引率이다. 總投資의 現在價는

$$PW(X) = (f+cx) / [1 - \exp\{-r(x/g)\}] \quad (2)$$

式(2)로 표시될 수 있으며 주어진 割引率 r 과 需增加率 g 에 대하여 대략 그림3과 같은오목함수로 나타나며, 第1次 最適化 必要條件을 적용하면 최적 施設投資규모 x^* 와 投資時期 $t^* = x^*/g$ 를 알 수 있다.

3-2 動的 施設立地 選定問題(Dynamic plant Location Problem)(類型Ⅶ)

施設 擴充의 궁극적인 決定要素들은 投資規模

와 時期 및 方法인데 生産物의 運搬費에 해당 하는 運用費가 상당히 큰 영향을 미치는 문제의 경우는 施設의 最適위치選定이, 最適 투자의 요체가 된다.

總體的인 施設 投資費 및 資源 配分費를 최소화하면서 예측된 需要를 만족 시키는 문제는 대체로 다음과 같이 規格화된 混合整數計劃 문제로 說明될 수 있다.

$$\text{Min } \sum_{i,j} \sum_t f_i^t y_i^t + \sum_i \sum_j \sum_t C_{ij}^t \times X_{ij}^t \quad (3)$$

Subject to

$$\sum_i X_{ij}^t = 1, \text{ all } j, t \quad (4)$$

$$X_{ij}^t \leq y_i^t, \text{ all } i, j, t \quad (5)$$

$$y_i^t \leq y_i^{t+1} \text{ all } i \in I_o, 1 \leq t \leq T-1 \quad (6)$$

$$y_i^t \geq y_i^{t+1} \text{ all } i \in I_c, 1 \leq t \leq T-1 \quad (7)$$

$$y_i^t \in \{0, 1\}, X_{ij}^t \geq 0 \text{ all } i, j, t \quad (8)$$

$$\sum_i d_i^t X_{ij}^t \leq a_j^t y_i^t \text{ all } i, t \quad (9)$$

...Capacitated Problem에 限하여 적용되는 제한식

Where,

i : 供給 設備의 索引(index)

j : 消費地의 索引

t : 期 間

I : 考慮된 設備들의 總集合($I_o \cup I_c$)

I_o : 運用될 設備들의 集合

I_c : 閉鎖된 設備들의 集合

T : 總計劃 期間(time horizon)

X_{ij}^t : 期間t中, 設備i로부터 消費地 j로의 供給 量의 需要量에 對한 比($0 \leq X_{ij}^t \leq 1$)

y_i^t : 1 : 期間t中, 設備i가 運用될 경우

0 : 期間t中, 設備i가 運用되지 않을 경우

C_{ij}^t : 期間t中 設備i로부터 消費地 j로의 運送에 드는 비용.

f_i^t : 期間t中 設備i를 運用時 드는 固定費.

d_j^t : 期間t中 消費地j의 需要

a_j^t : 期間t中 消費地j의 供給 上限量

위의 數學的 모델에서 마지막 制約式, (9)는 設備容量의 可能 最大量이 주어져 있는 경우에 (capacitated problem) 적용되는 式이다.

대체로 混合整數計劃 문제는 求하고자 하는 整數의 갯수가 증가함에 따라 解를 求하는데 많은 時間이 소요되어 문제에 따라 特別히 적용 시킬 수 있는 效率的인 解法의 開發이 요청된다. 최근에 Erlenkotter와 Van Roy(1980)는 Dual Ascent法을 이용한 Branch and Bound 技法을 개발한 바 있다.

시스템 運用費가 資源 配分문제같이 線型으로 決定되지 않고 非線型的 다른 제약조건(예를 들면 電源開發計劃의 信賴度문제 같은)이 대두되는 施設擴充문제는 simulation submodel이 必須의이므로 非線型 문제를 쉽게 수용할 수 있는 動的 計劃法의 응용이 적절하다.

3.3 動的 計劃法을 利用한 投資規模 및 投資 順序를 定하는 問題(類型Ⅲ)

投資規模와 投資順序를 決定하는 문제는, 고려대상 프로젝트들의 적정 투자 規模가 주어지고 예측된 수요의 增加를 만족시키며 總투자비용을 최소화하는 最少限의 프로젝트를 선택하여 投資 順序를 결정하는 已知 施設容量문제(capacitated problem)와, 投資規模와 順序를 동시에 고려하는 未知 施設容量문제(uncapacitated problem)로 나눌 수 있다.

已知 施設容量문제의 動的 計劃法을 응용한 數學的 모델은 state와 stage를 定義하는 方法에 따라 여러가지 形態를 취할 수 있다. 文献에 나타나는 몇가지의 모델은 動的 計劃法의 構成要件들 中的 하나인 separability 條件을 만족시키지 못하므로(Butcher et. al 1969), Becker and Yeh(1974a)) 恒時 最適解를 保證하지 못하는 短點이 있다. Erlenkotter(1973b)나 Morin and Esogbue(1971) 등이 提案한 動的 計劃法 모델은 separability 條件을 만족시키므로 올바른 구성이라 할 수 있다. 已知 施設容量의 施設擴充 문제에 對한 이해를 돕기 위해 Erlenkotter

(1973b)가 제시한 動的 計劃法 모델을 紹介하면 다음과 같다.

$$Z(R) = \text{Min}_{i \in R} \{C_i(y_i) \cdot (1+r)^{-t(R)} + Z(R \cup i)\} \quad (10)$$

for all $R \subset I$

$$Z(I) = 0$$

단

$Z(R)$: Stage R에서 總施設 擴充費用을 割引率 r 로 割引한 現在價

I : 施設 擴充時 考慮할 設備들의 總集合.

R : 이미 考慮된 設備들을 除外하고 남은 設備들의 總集合.

y_i : 設備i의 施設容量

$C_i(y_i)$: 施設容量 y_i 에 對한 投資費用.

$t(R)$: 考慮해야될 設備들의 集合이 R일 時點의 投資時間

上記한 循環方程式(recursive equation)의 state를 나타내는 R 은 0과 1로 나타내는 二進法의 狀態벡터(binary state vector)로 表示하여 解를 求할 수 있다. 이의 例로써 다음의 간략화된 例題를 생각해보자.

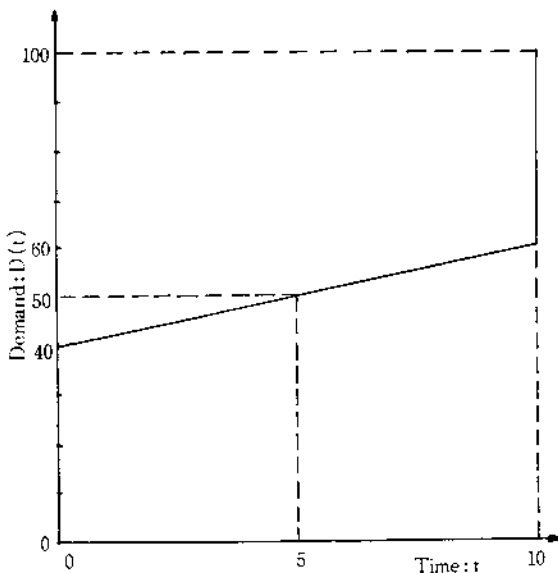


그림 4. Demand Projection over Time Horizon

豫測된 需要曲線이 그림 4와 같고 考慮 대상의 投資設備들이 Table 1과 같을때 위의 循環方程式을 이용한 계산은 Table 2와 같다.

Table 1. Project Capacity and Investment Cost

Project	1	2	3	4
Q (i)	10	20	30	40
C (i)	20	35	40	50

$Q(i)$: capacity of project i

$C(i)$: investment cost of project i

그림 4에 豫測된 需要量에 따른 投資 時期는 다음과 같은 함수로 表示된다.

$$t(x) = D^{-1}(X) \quad (11)$$

$$D^{-1}(X) = \begin{cases} 0 & 0 \leq X \leq 40 \\ 0.5(X-40) & 40 \leq X \leq 60 \\ 10 & 60 \leq X \leq 100 \end{cases}$$

단, X 는 豫측된 需要量임.

만약에 施設容量이 例題에서와 같이 주어지지 않고 어떤 범위, 即 最大可能량과 最少 가능량이 주어지고 投資順序와 함께 결정되어야 한다면, 이는 未知 施設容量의 문제가 된다. 未知 施設容量의 문제는 근본적으로 組合문제(combinatorial problem)와 容量 결정은 위한 非線型문제(Nonlinear Programming Problem)가 서로 連繫되어 解法이 그렇게 간단하지가 않다. Morin과 Esogbue(1973)가 제시한 Imbedded State Space 방법은 已知 施設容量 문제의 解法으로서는 타당하지만 未知 施設容量문제에는 擴大適用이 不可하다.

왜냐하면 Imbedded State Space는 已知 施設容量의 組合으로 state space를 규정하기 때문이다. Erlenkotter의 순환방정식은 未知 施設容量문제에 다음과 같이 擴大適用 시킬 수 있다 (Erlenkotter 1975).

$$\begin{aligned}
 Z(R, Y-y_i) = & \text{Min}_{i \in R} \{C_i(y_i) (1+r)^{-R R_i Y^{-y_i}} \\
 & + Z(R \cup i, Y)\} \quad (12) \\
 & 0 \leq y_i \leq Y
 \end{aligned}$$

式 10의 순환식과 차이점은 state를 정의 하는 次元(dimension)이다. state를 二進法의 狀態 벡터, R과 總容量, Y를 병행하여 고려하여 (R, Y)로 나타낸다. 여기서 總容量(total capacity) Y는 投資의 適正 수준을 의미하는 것으로 實際 문제를 푸는 경우에는 임의로 分割하여 定해야

한다. 다시말하면, 決定해야할 決定변수가 임의로 定하는 state vector에 따라 영향을 받게 되므로 문제의 解答을 주는 것은 아니다. 이를 다음의 例題를 통하여 살펴보자. 施設擴充을 위한 대상설비들이 다음의 세가지 施設로 요약된다고 가정하고 각 施設이 取할 수 있는 設備容量의 上限과 下限 및 容量의 크기에 따른 投資비용이 Table 3과 그림 5와 같이 주어졌다.

그림 4에 예측된 수요를 만족시키며 總投資 現在價를 最少化 할 수 있는 개발전략을 찾는 데 式

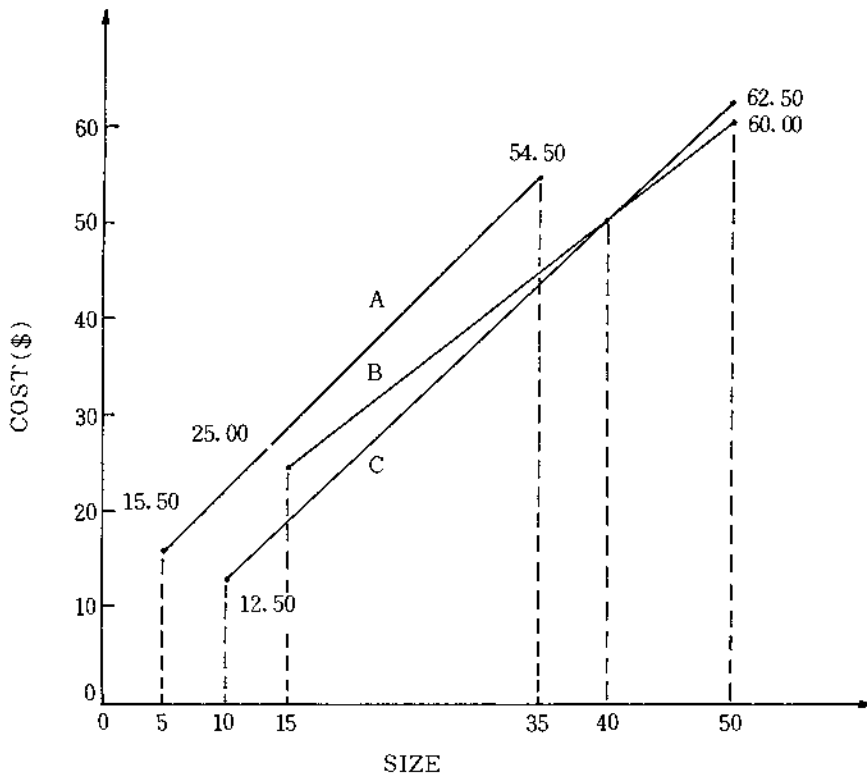


그림 5. Cost Functions Assumed in the Example

Table 2. Binary State Space Approach

Status Vector	Next Project	Construction time t(.)	Discounted Cost for Next Project	Total Cost
(1111)	0	n/a	0	0
(0111)	1	10	12.278	12.278
(1011)	2	10	21.478	21.478
(1101)	3	10	24.557	24.557
(1110)	* 4 **	10	30.696	30.696
(0011)	1	10	12.278	33.765
	2	10	21.487	
(0101)	1	10	12.178	36.835
	3	10	24.557	
(0110)	* 1 **	5	15.671	46.367
	4	5	39.176	51.454
(1001)	2	5	27.423	51.980
	3	5	31.341	52.828
(1010)	2	0	35	65.696
	4	0	50	71.487
(1100)	3	0	40	70.696
	4	0	50	74.557
(0001)	1	0	20	71.980
	2	0	35	71.835
	3	0	40	73.765
(0010)	1	0	20	85.696
	2 **	0	35	81.367
	4	0	50	83.765
(0100)	1	0	20	90.696
	* 3	0	40	86.367
	4	0	50	86.835
(1000)	2	0	35	105.696
	3	0	40	105.696
	4	0	50	101.98
(0000)	1	0	20	121.98
	* 2	0	35	121.367
	3 **	0	40	121.367
	4	0	50	121.835

Optimum Sequence: 2-3-1-4 or 3-2-1-4 at \$121.37

** * indicate the selected projects

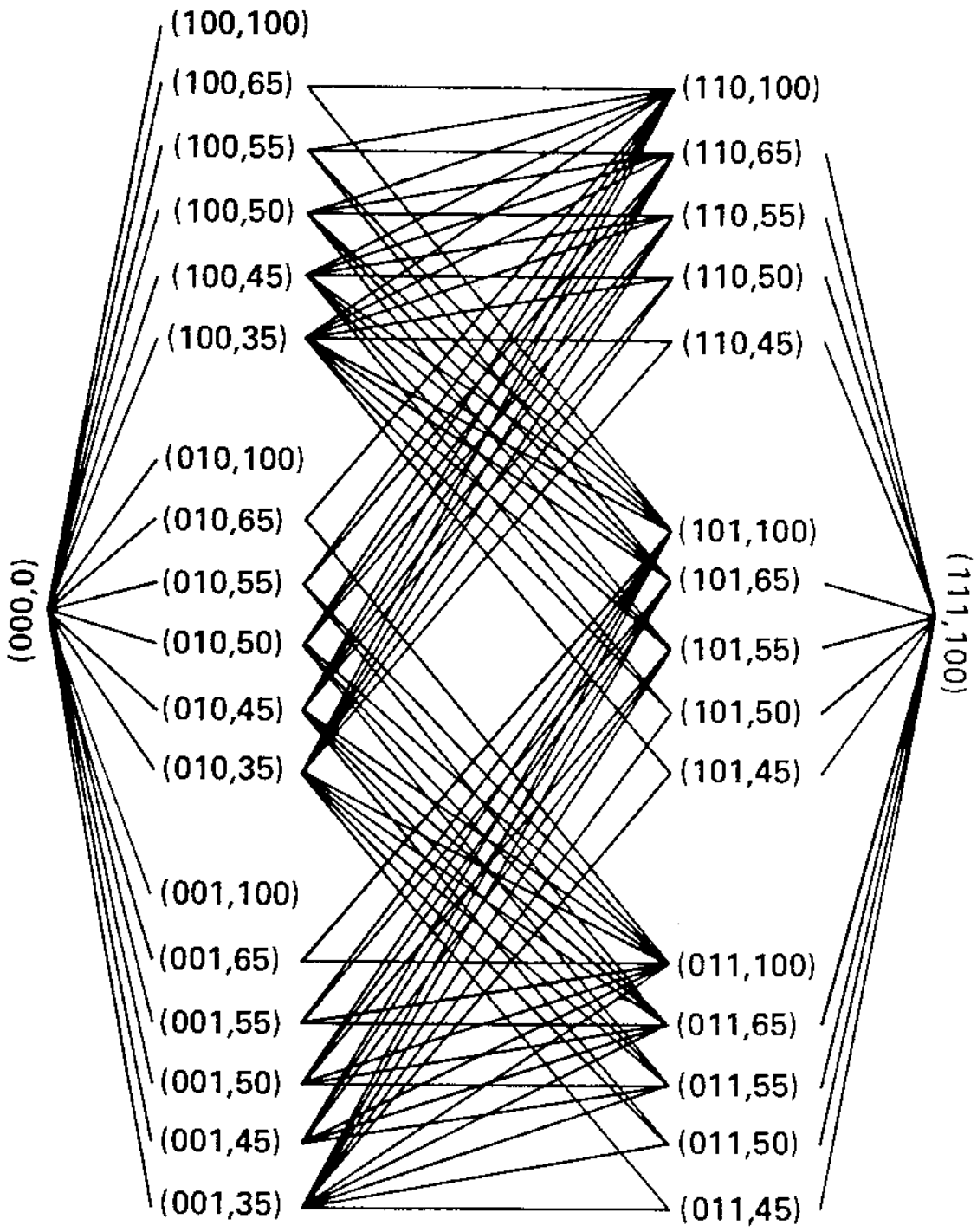


그림 6. Network Diagram for the EBSS-DP with Total Capacity

Table 3. Cost Functions of Potential Projects

Project	1 (A)	2 (B)	3 (C)
Upper Bound	35	50	50
Lower Bound	5	15	10
Cost Function	$1.3Q+9$	$Q+10$	$1.25Q$

*Q represents the capacity of each project

(12)를 적용하여 풀면 그림 6 과 같은 state-stage network에 動的計劃法을 적용하게 되는데 state 를 표시하는 괄호 왼쪽은 binary state vector 이고 R을 표시하며, 괄호안의 오른쪽은 總容量Y 를 임의로 (100, 65, 55, 50, 45, 35)와 같이 分割(discretize)한 것이다. Y를(100, 80, 60, 50, 40, 20)으로 分割(discretize)할 경우 前번 것과 전혀다른 結果를 얻을 수 있는데, 이는Table 4의

에 비교하여 나타냈다. 결론적으로 투자전략이 總容量 Y를 分割(discretize)하는 方法에 따라 변화하는 것을 보았는데 이는 투자순서와 투자규모의 決定이 서로 依存관계(dependent)에 있다는 것을 보여주는 예이다.

實際로는 未知容量의 시설확충문제의 경우 아직도 効果적인 解法이 없는 실정이므로 이 분야의 研究가 기대된다.

Table 4. Solutions for the Uncapacitated Example by EBSS-DP*

Item	Solution Obtained For a Set of Capacity Levels (100, 65, 55, 50, 45, 35)	Alternate Solution For a Set of Capacity Levels (100, 80, 60, 50, 40, 20)
Project Sequence	2 -- 3 -- 1	2 -- 1 -- 3
Timing	0 5 10	0 5 10
Sizing	50 15 35	50 10 40
Discounted Total Cost	108.15	107.93

*Extended Binary State Space Dynamic Programming

4. 結 論

이상 우리는 施設擴充問題가 무엇인가를 包括的인 문제 類型의 分類 및 간략화된 例題를 通하여 살펴보았다. 整理해보면, 施設擴充問題란 곧 發生될 需要의 增加에 効率的으로 대처하기 위하여 未來에 發生될 여러가지 投資狀況을 現時點에서 分析, 豫測하여 適正 投資時期를 결정하

고자 하는 문제이다. 이때 예기치 못한 技術革新 이라던가, 政治, 經濟의 여건의 變化로 因한 利子率 및 割引率의 變動같은 여러가지 未來의 不確實한 要因들이 存在하지만 不正確한 分析方法이 正當化될 수 없음은 周知의 사실이다. 不確實한 要素나 變動要因이 많은 수록 各 要因의 變化가 전체 投資計劃에 미치는 影響이 同一한 假定위에서 어떻게 되나를 評價할 科學的 分析

모델이 必要하다.

本文에서 規定하고 살펴본 施設 擴充 문제를 實際문제에 應用하여 健全한 投資計劃을 수립하려면 分析하고자 하는 시스템의 近似하게 表現하는 電算模擬 計劃모델(Computer Simulation)의 수립이 必須的이다. 施設擴充 문제의 分析모델은 투자계획의 수립을 主導하는 主모델과 主모델에 필요한 施設 運用 및 維持費를 산출해내는 電算模擬 副모델로 구성된다고 할 수 있다. 動的 施設 立地選定문제에뿐 아니라 다른 施設 擴充문제에 있어서 모든 制約條件式들은 결국

分析하고자 하는 시스템의 특성을 數式으로 나타낸 것이다. 따라서 副모델이 模擬計量모델로 代表되어 非線型으로 表示되면 主모델은 動的計劃法의 骨格을 유지하게 될 것이다. 일단 長期 投資分析을 위한 電算모델이 수립되면 不確實한 要因들이 變할때마다 또는 定期的으로 投資戰略을 分析한다. 이때 必要하면 투자전략의 수정을 가하고 전반적인 投資狀況 파악에 도움이되는 投資개발 시나리오를 작성하여 投資開發 政策 決定에 참고로 삼을 수도 있을것이다.

References

1. Armstrong, R.D. and C.E. Willis, "Simultaneous Investment and Allocation Decisions applied to Water Planning," *Management Science*, Vol. 23, No. 10, (June 1977), pp. 1080-1088.
2. Balu, N. and M. Caramanis, "Electric Generation Expansion Analysis System (EGEAS)," Conference Proceedins in Generation Planning: Modeling and Decision Making, Aug. 10-12, 1982, The University of Tennessee at Chattanooga, pp. 2-16.
3. Becker, L., and W.W.-G Yeh, "Optimal Timing, Sequencing, and Sizing of Multiple Reservoir Surface Water Suple Facilities," *Water Resources Research*, Vol. 10, No. 1 (February 1974a), pp. 57-62.
4. Becker, L., and W.W-G Yeh, "Timing and Sizing of Complex Water Resource Systems," *Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 100, No. HY10 (October 1974b), pp. 1457-1470.
5. Bogle, M.G.V. and M.J. O'Sullivan, "Stochastic Optimization of Water Supply Expansion," *Water Resources Research*, Vol. 15, No. 5, (October 1979), pp. 1229-1237.
6. Butcher, W.S., Y.Y. Haimes, and W.A. Hall, "Dynamic Programming for the Optimal Sequencing of Water Supply Projects," *Water Resources Research*, Vol. 5, No. 6 (December 1969), pp. 1196-1204.
7. Dandy, G.C., E.A. Mcbean, and B.G. Hutchinson, "A Model for Constrained Optimum Water Pricing and Capacity Expansion," *Water Resources Research*, Vol. 20, No. 5, pp. 511-520, May, 1984.
8. Erlenkotter, D., and A.S. Manne, "Capacity Expansion for India's Nitrogenous Fertilizer Industry," *Management Science*, Vol. 14, (1968), B553-B572.
9. Erlenkotter, D., "Sequencing Expansion Projects," *Operations Research*, Vol. 21, No. 2 (March-April 1973b), pp. 542-553.
10. Erlenkotter, D., "Comment on 'Optimal Timing, Sequencing, and Sizing of Multiple Reservoir Surface Water Supply Facilities' by L. Becker and W. W-G Yeh," *Water Resources Research*, Vol. 11, No. 2 (April 1975a), pp. 380-381.

11. Erlenkotter, D., "Coordinating Scale and Sequencing Decisions for Water Resources Projects," *Economic Modeling for Water Policy Evaluation*, North-Holland/TIMS Studies in the Management Sciences, Vol. 3, (1976a), pp. 97-112.
12. Erlenkotter, D., "A Comparative Study of Approaches to Dynamic Location Problems," *European Journal of Operations Research*, Vol. 6, No. 2, (February, 1981), pp. 133-143.
13. Erlenkotter, D., and T.J. VanRoy, "A Dual-Based Procedure for Dynamic Facility Location", Western Management Science Institute, University of California, Los Angeles, Working Paper No. 305 (August, 1980).
14. Geoffrion, A.M., "Generalized Benders Decomposition," *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 10, (1972), pp. 237-260.
15. Jacobsen, S., "Heuristic Procedures for Dynamic Plant Location," The Institute of Mathematical Statistics and Operations Research, The Technical University of Denmark DK-2800 Lyngby, Denmark, Working Paper (August 1977).
16. Jenkins, R.T. and D.S. Joy, "Wien Automatic System Planning Package – An Electric Utility Optimal Generation Expansion Planning Computer Code", ORNL-4945, U.S. Atomic Energy Commission, July 1974.
17. Kim, S.K., "Capacity Expansion of Surface Water Supply Facility Systems with Interdependency among Projects. Ph. D. dissertation, Univ. of California, Los Angeles, Feb. 1982.
18. Luss, H., "Operations Research and Capacity Expansion Problems: A Survey," Bell Laboratories, Holmdel, New Jersey 07733, January, 1981.
19. Manne, A.S., "Capacity Expansion and Probabilistic Growth," *Econometrica*, Vol. 29, No. 4, (October 1961), pp. 632-649.
20. Manne, A.S., "Investment for Capacity Expansion," Chapter II, George Allen & Unwin Ltd., London, GB, (1967).
21. Matsumoto, J. and L.W. Mays, "Capacity Expansion Models for Large-Scale Water-Energy Systems", *Water Resources Research*, Vol. 19, No. 3, June 1983, pp. 593-607.
22. Morin, T.L., and A.M.O. Esogbue, "Some Efficient Dynamic Programming Algorithms for the Optimal Sequencing and Scheduling of Water Supply Projects," *Water Resources Research*, Vol. 7, No. 3 (June 1971), pp. 479-484.
23. Mulvihill, M.E., and J.A. Dracup, "Optimal Timing and Sizing of a Conjunctive Urban Water Supply and Waste Water System with Nonlinear Programming," *Water Resources Research*, Vol. 10, No. 1, (April, 1974), pp. 170-175.
24. Neebe, A.W., M.R. Rao, "The Discrete-time Sequencing Expansion Problem," *Operations Research*, Vol. 31, No. 3, May-June 1983, pp. 546-558.
25. Rachford, T.M., R.F. Scarato, and G. Tchobanglous, "Time Capacity Expansion of Wastewater Treatment Systems," *Journal of the Sanitary Engineering Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 95, No. SA6 (December 1969), pp. 1063-1077.
26. Riordan C., "General Multistage Marginal Cost Dynamic Programming Model for the Optimization of a Class of Investment-Pricing Decisions," *Water Resources Research*, Vol. 7, No. 2, (April 1971), pp. 245-253.
27. Scarato, R.F., "Time-Capacity Expansion of Urban Water Systems", *Water Resources Research*, Vol. 5, No. 5, (October, 1969), pp. 929-936.
28. Tsou, C.A., L.G. Mitten, S.O. Russell, "Search Technique for Project Sequencing," *Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 99, No. HYS

(May 1973), pp. 833-839.

29. Williams, B.J., "Expansion of Effluent Constrained Treatment Plants", *Journal of the Environmental Engineering Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 106, No. EE3, June 1980.