〈研究論文〉

Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 11, No. 2, Dec. 1985

保證下에 販賣되는 製品의 品質檢査計劃

(Quality Inspection Plans for Products Sold under Warranty)

全 永 鎬*
李 祖 勳**

Abstract

Three types of warranty policies are considered. They are (1) free warranty policy for repairable products, (2) free warranty policy for nonrepairable products, and (3) rebate warranty policy.

Under each warranty policy, a single sampling attribute plan with non-destructive testing is considered. A sampling plan is characterized by the sample size and the acceptance number.

For each case, characteristics of an optimum sampling plan are discussed and determined, which *minimize the warranty cost and the corresponding quality control cost within the assigned producer's* risk and consumer's risk.

1. 序　　論

現代 産業社會에서 대량생산체제가 일반화되면서, 製品에 대한 品質保證 문제는 중요하게부각되고 있다. 生産者 입장에서는 판매한 製品이 자주 故障나면 保證期間 동안의 保證費用이 많이 들게되고, 消費者 입장에서는 不良品을 구입했을 경우 生産者에 대한 신뢰가 감소하게 된다. 따라서 生産者는 品質管理를 통해 우연적으로발생하는 不良品을 製品 판매전에 발견하도록 해

* 弘益大學校 産業工學科
** 서울大學校 産業工學科

야 하고, 製品 판매후에는 保證을 실시하여 消費者를 보호하도록 해야 한다.

品質管理時 검사방법은 전수검사와 샘플링검사로 나눌 수 있는데, 대량생산체제하에서는 샘플링검사가 더 유효하게 사용되므로 본 연구에서는 샘플링검사에 대해서 살펴 보겠다. Hald [4, 5]와 Guenther[3]는 製品의 工程不良率, 生産者危險, 消費者危險, 그리고 合格判定個數가 주어 졌을 때, 이를 만족하는 샘플 크기의 범위를 유도하였다. 샘플링검사시 발생되는 費用으로 검사비용만 고려하면 Hald와 Guenther가 구한 샘플범위의 하한에서 品質管理費用이 최소가 된다. 그러나 品質管理時 발생되는 비용으로 검사비용과, 검사시 발견된 不良品의 처리비용 등을 고려하고 여기에 保證費用까지 고려하면 샘플범위의 하한에서 전체비용이 최소가 된다고 할 수 없다. 따라서 본 연구에서는 品質管理 費用과 제품판매후의 保證費用을 모두 고려했을 때, Hald와 Guenther가 제시한 샘플범위중 전체비용이 최소가 되는 샘플의 크기를 찾고자 한다. 즉, 品質管理時 製品의 검사량이 증가하면 品質管理費用이 증가하게 되나, 平均出檢品質의 하락으로 인해서 保證費用은 감소하게 된다. 반대로 製品의 검사량이 감소하면 品質管理費用은 감소하나, 平均出檢品質의 상승으로 인해서 保證費用은 증가하게 된다.

그리고 여기서 고려하고자 하는 保證政策은 無料保證政策(Free Warranty Policy)과 리베이트 保證政策(Rebate Warranty Policy)이다. 전자는 保證期間동안 발생하는 故障修理에 소요되는 모든 費用을 生産者가 부담하는 것이고, 후자는 전체 保證期間에 대해 故障이 발생한 시점까지의 사용시간 비율에 따라 生産者와 消費者가 부담하는 費用을 결정하는 것과, 故障 발생시점과 관계없이 生産者가 일정액(Lump Sun)을 消費者에게 지불하는 것을 모두 포함한다.[1, 6, 7] 그런데 리베이트 保證政策은 주로 故障時 修理가 불가능하여 부품을 대체하여야 하는 경우에 적용된다. 無料保證政策은 故障時 修理가 가능한 경우와 불가능한 경우 모두 적용된다. 生産者입장에서 保證을 사용하는 목적은 消費者에게 製品의 品質을 확신시킴으로써 판매고를 증진시키고, 消費者를 보호하는데 있다.[8] 오늘날과 같이 회사간의 판매경쟁이 치열해짐에 따라 保證政策, 保證期間 등이 판매전략으로 사용되고 있다. 따라서 生産者 입장에서는 品質管理費用과 미래에 발생할 保證費用에 대한 고려가 반드시 필요하다. 그 이유는 品質管理費用과 保證費用은 製品生産에 직접 투입되는 費用은 아니지만 製品의 판매고에는 큰 영향을 미칠 수 있는 것이기 때문이다.

본 연구의 범위는 비파괴 계수형 샘플링 검사에서, 일정수준의 生産者危險과 消費者 危險을 만족하는 샘플의 범위중에서 品質管理費用과 保證費用의 합이 최소가 되는 샘플의 크기를 결정하는 것이다. 결과는 製品生産時 工程에는 이상이 없는, 안정된 상태에서 不良品은 우연적으로 발생되는 경우에 적용할 수 있다.

2. 假　定

1. 製品 검사시 不良品은 실수없이 전부 발견할 수 있다.

2. 不良品의 故障率은 良品의 故障率보다 높다.

3. 修理可能한 製品의 경우, 修理후의 故障率은 故障나기 직전의 故障率을 그대로 따르고 (as bad as old), 修理가 不可能한 製品의 경우, 부품대체후의 故障率은 신품과 같다.(as good as new)

3. 記　號

N　로트의 크기
n　샘플의 크기
c　로트의 合格判定個數
p　로트의 工程不良率
L(p) 로트의 工程不良率이 p일 때 로트가 合格

될 확률
p_o 합격품질 수준
p_1 로트의 허용불량률
α 生産者危險
β 消費者危險
B, G 不良品, 良品을 나타내는 첨수
$h(\cdot), f(\cdot), F(\cdot)$ 故障率, 故障時間 확률밀도 함수, 故障時間 누적밀도함수
p' 平均出檢品質
n' 平均檢査量
W 保證期間
IC 로트당 檢査費用
RC 로트당 不良品 처리비용
QC 단위제품당 品質管理費用
WC 단위제품당 保證費用
M(x) 기간 x동안의 재생(renewal) 횟수
t_o 保證期間동안 不良品의 평균수명,
$\int_o^W [1-F_B(x)]dx$
CW 保證期間동안 소요되는 保證費用
C_i 단위제품당 檢査費用
C_r 단위 불량제품당 처리비용
C_w 保證期間중 故障난 단위제품당 保證費用
R(x) 리베이트 함수, $kV(1-rx/W)$
k, r 상수
V 製品의 가격

4. 適正샘플의 크기 결정

샘플링검사를 설계하는데 고려하여야 할 것은 샘플의 크기와 合格判定個數이다. 로트의 크기가 N, 工程不良率이 p인 로트에서 n개의 샘플을 추출할 때 발견되는 不良品의 수가 x일 확률은

$$P(n,x) = \binom{pN}{x}\binom{N-pN}{n-x}/\binom{N}{n} \qquad (1)$$

과 같은 초기하분포를 따른다. 그러나 로트의 크기가 충분히 크고, $n/N \leq 0.1$ 이고, 工程不良率이 0.1미만이면 포아송분포로 접근시킬 수 있으므로 본 연구에서는 포아송분포를 이용하기로 한다. 그러면 로트가 合格될 확률은

$$L(p) = \sum_{x=0}^{c} \exp(-np)^x/x! \qquad (2)$$

가 된다. 이와 같이 로트가 合格될 확률을 不良率에 대해 나타낸 곡선을 검사특성곡선이라 하는데 이는 미리 정해진 일정수준의 生産者危險과 消費者危險을 동시에 만족시켜야 한다. 여기서는 不良率이 p_o로 좋은 로트가 기각될 확률은 α보다 작게 하고, 不良率이 p_1으로 나쁜 로트가 合格될 확률은 β보다 작게 하고자 한다. 즉,

$$L(p_o) = \sum_{x=0}^{c} \exp(-np_o)(np_o)^x/x! \leq 1-\alpha \qquad (3)$$

$$L(p_1) = \sum_{x=0}^{c} \exp(-np_1)(np_1)^x/x! \leq \beta \qquad (4)$$

가 된다. 合格判定個數가 c일 때 (3)과 (4)를 만족하는 n의 범위는

$$\chi^2_{1-\beta}/(2p_1) \leq n \leq \chi^2_{\alpha}/(2p_o) \qquad (5)$$

가 된다.[4] 단, 여기서 χ^2분포의 자유도는(2C+2)이다. 본 연구에서는 (5)를 만족하는 샘플의 범위중 品質管理費用과 保證費用의 합이 최소가 되는 샘플의 크기를 구하려고 한다.

샘플의 크기가 n이고, 合格判定個數가 c일 때 平均出檢品質은

$$p' = L(p)(N-n)p/N$$

이 된다. 品質管理費用은 檢査費用과 발견된 不良品을 修理 또는 代替하는데 소요되는 비용의 합이다. 檢査費用은

$$IC = C_i \cdot N(p-p')/(k_1 p), \qquad (7)$$

$$k_1 = \begin{cases} 1 : \text{수리가능한 경우} \\ 1-p : \text{수리불가능한 경우} \end{cases}$$

이 되고, 檢査時 발견된 不良品을 修理 또는 代替하는데 소요되는 費用은,

$$RC = Cr \cdot N(p-p')/k_1 \qquad (8)$$

과 같다. 따라서 단위제품당 品質管理費用은,

$$QC = (IC+RC)/N = (p-p')(C_i + C_r p)/(k, p) \quad (9)$$

가 된다.

제품판매후의 단위제품당 保證費用은

$$WC = p' \cdot CW_B + (1-p') \cdot CW_G \quad (10)$$

이 되는데, 이를 각 保證政策별로 살펴 보면 다음과 같다.

(1) 修理可能한 無料保證政策

$$CW_B = C_W \cdot \int_0^W h_B(x)dx \quad (11)$$

$$CW_G = CW \cdot \int_0^W h_G(x)dx \quad (12)$$

(2) 修理可能한 無料保證政策

$$CW_B = C_W \cdot (1+M_G(W-t_o)) \quad (13)$$

$$CW_G = C_W \cdot M_G(W) \quad (14)$$

(3) 修理不可能한 리베이트 保證政策

$$CW_B = \int_0^W f_B(x) R(x) dx \quad (15)$$

$$CW_G = \int_0^W f_G(x) R(x) dx \quad (16)$$

(13), (14)에서 이용한 재생함수 $M(x)$는

$$M(x) = F(x) + \int_0^x M(x-t)\,dF(t) \quad (17)$$

과 같다. 따라서 단위제품당 品質管理費用과 保證費用의 합이 최소가 되는 샘플의 크기는 다음 定理에 의해 구할 수 있다.

定理 : 일정수준의 生産者危險과 消費者危險을 만족하는 n의 상한과 하한중, $(C_i+C_r p)/k, p) \leq (CW_B - CW_G)$를 만족하면 n의 하한이 최적이 되고, $(C_i+C_r p)/(k, p) \leq (CW_B - CW_G)$를 만족하면 n의 상한이 최적이 된다.

證明 : 단위제품당 品質管理費用과 保證費用의 합은

$$TC = (p-p')(C_i + C_r p)/(k, p) + p' CW_B + (1-p') CW_G \quad (18)$$

이 된다. 여기서 n은 샘플의 크기이므로 실제사용하는 값은 整數값이나, 平均出檢品質 p'와 n의 관계식에서 p'에 대해 연속이라고 가정할 수 있으므로, 전체비용을 n에 대해 미분하면

$$\partial TC/\partial n = -(\partial p'/\partial n) \cdot [(C_i + C_r p)/(k, p) + (CW_B - CW_G)] \quad (19)$$

가 된다. 그런데

$$\partial p'/\partial n = (p/N) \cdot [(N-n)(-p)\exp(-np)(np)^c / c! - L(p)] < 0 \quad (20)$$

이므로, (19)의 [ ]안의 값이 양이면 단조증가가 되고, [ ]안의 값이 음이면 단조 감소가 된다. 따라서 $(C_i + C_r p)/k, p) \geq (CW_B - CW_G)$이면 n의 하한이 최적이 되고, $(C_i + C_r p)/(k, p) \leq (CW_G)$이면 n의 상한이 최적이 된다.

5. 例 題

앞서 설명한 세가지 保證政策에 대한 예로 Dhillon[2]이 제시한 고장모형을 사용하였다. 고장율 함수는

$$h(t) = (n\lambda t^{n-1})/(\lambda t^n + 1) \quad (21)$$

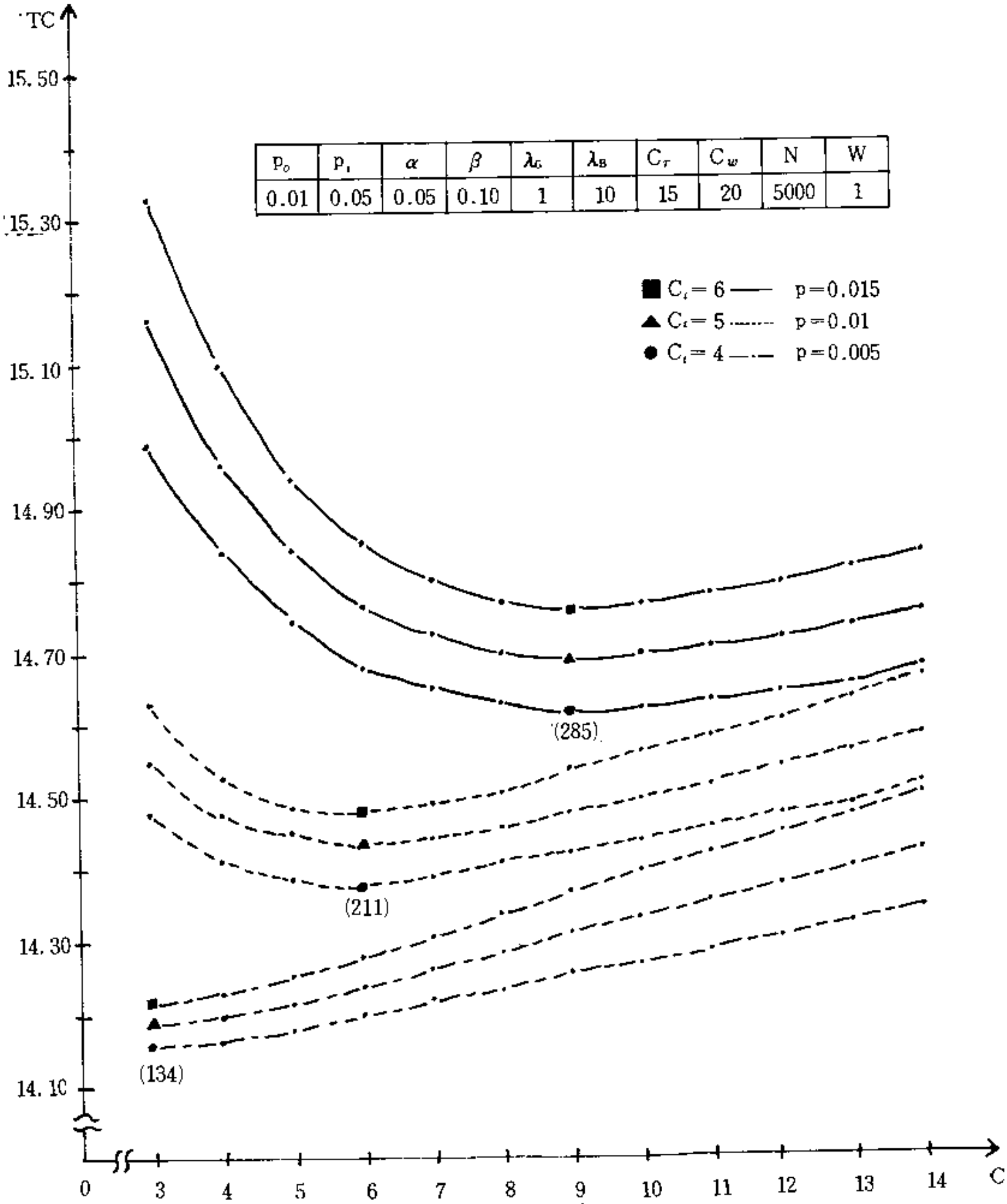
이고, 故障時間 확률밀도함수는

$$f(t) = (n\lambda^{n-1})\exp(-\log(\lambda t^n + 1))/(\lambda t^n + 1) \quad (22)$$

이고, 누적밀도함수는

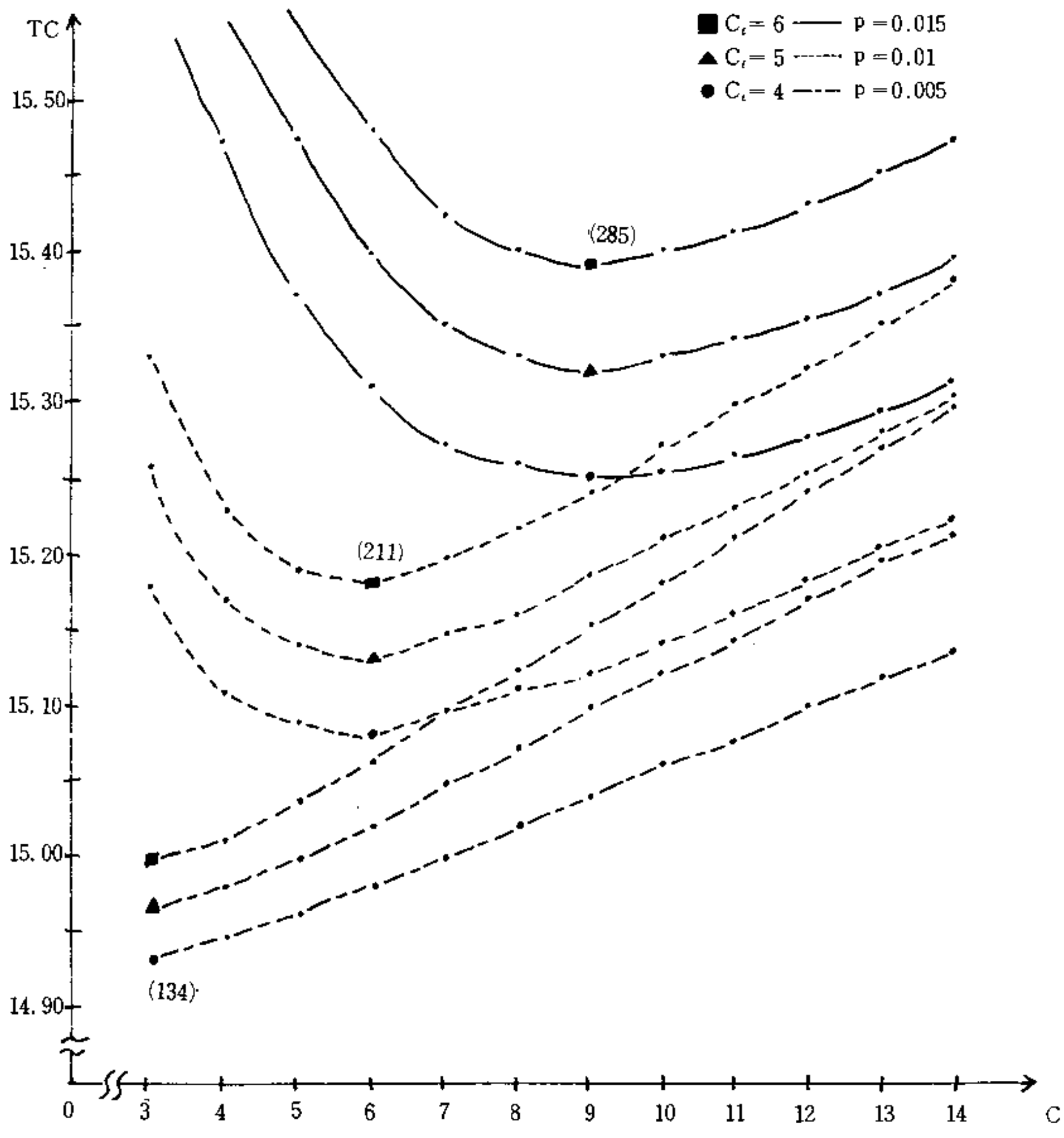
$$F(t) = 1 - \exp(-\log(\lambda t^n + 1)) \quad (23)$$

과 같이 된다. (21)에서 λ값이 Y축의 절편을 나타내므로 λ값이 크면 故障率이 높고, λ값이 작으면 故障率이 낮게 된다. 따라서 不良品의 λ값인 λ_B를 10으로 두고, 良品인 λ_G를 1로 두고 각 保證政策을 적용하였다. 工程不良率은 0.005, 0.01, 0.015로 변화시키고, 단위제 품당 檢査費用은 4, 5, 6으로 변화시키면서 전체비용의 변화를 보았다. 그리고 n값은 n=1일 때 욕조곡



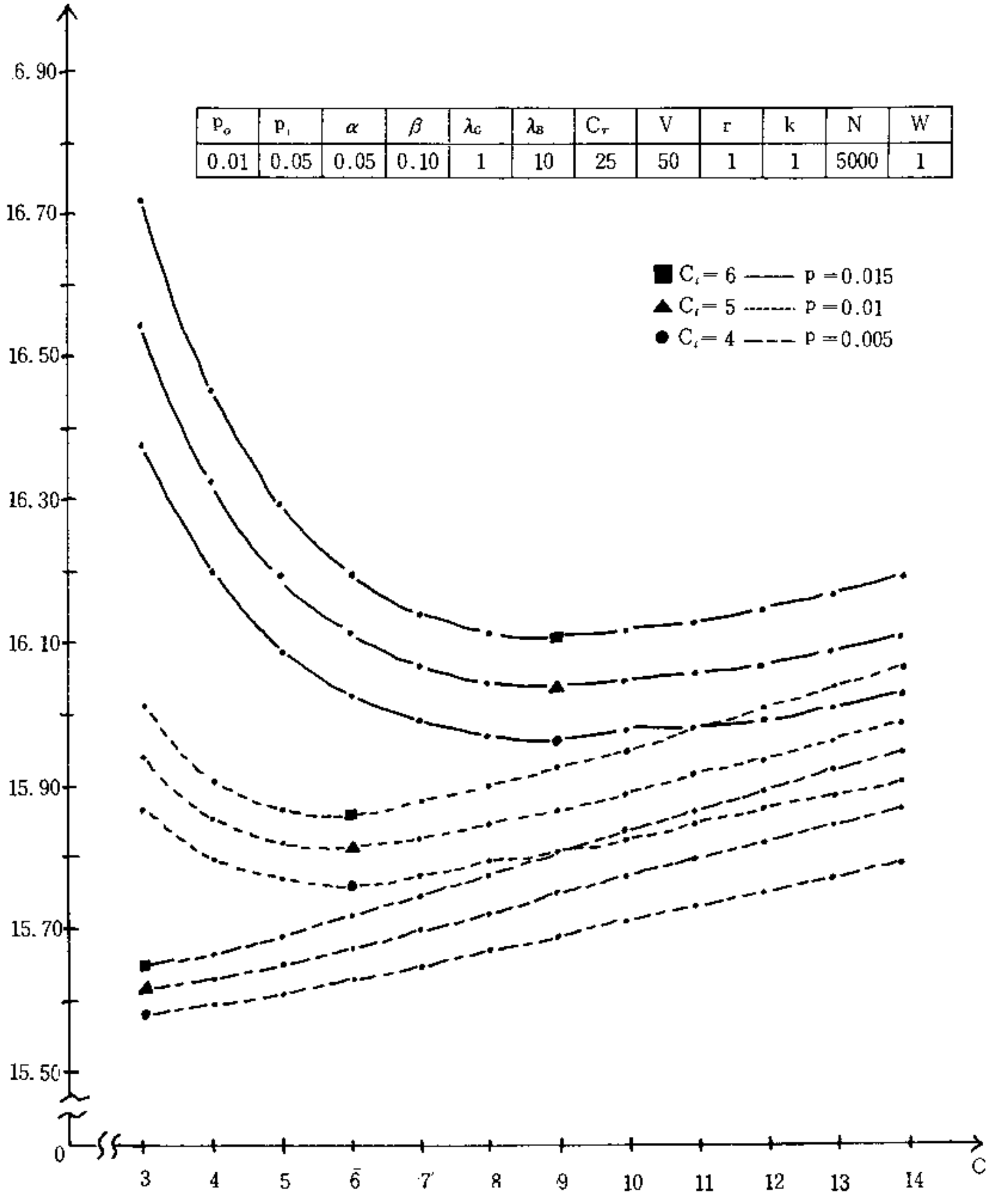
(그림 1) 修理可能한 無料保證政策下에서 合格判定個數 변화에 따른 전체비용의 변화

p_0	p_1	α	β	λ_G	λ_B	C_r	C_w	N	W
0.01	0.05	0.10	1	10	10	20	5000	1	1



(그림 2) 修理不可能한 無料保證政策下에서 合格判定個數 변화에 따른 전체비용의 변화

p_o	p_1	α	β	λ_C	λ_B	C_T	V	r	k	N	W
0.01	0.05	0.05	0.10	1	10	25	50	1	1	5000	1



(그림 3) 修理不可能한 리베이트 保證政策下에서 合格判定個數 변화에 따른 전체비용의 변화

선(Bathtub curve)의 초기 부분에 해당하므로, 여기서는 n=1을 사용하기로 했다.

修理可能한 無料保證政策에 대한 예는 그림 1과 같고, 修理不可能한 無料保證政策에 대한 예는 그림 2와 같고, 修理不可能한 리베이트 保證政策에 대한 예는 그림 3과 같다. 주어진 변수값들이 각 그림의 표와 같을 때, 工程不良率이 0.005인 경우는 (n,c)가 작을수록 전체비용이 작아진다. 工程不量率이 0.01, 0.015로 커지면 (n,c)의 증가에 따라 전체비용이 감소하다가 다시 증가하게 되며, 工程不良率이 커짐에 따라 전체비용이 최소가 되는 合格判定個數는 커진다. 결론적으로 適正샘플링 계획에 檢査費用은 큰 영향을 미치지 못하고, 工程不良率은 큰 영향을 미침을 알 수 있다. 즉 工程不良率이 같으면 檢査費用에 관계없이 같은 合格判定個數에서 최소비용을 갖는다.

References

1. Biedenweg, F., *Warranty Policies: Consumer Value vs. Manufacturer Costs,* Technical Report No. 198, Dept. of Operations Research, Stanford Univ., 1981.
2. Dhillon, B.S., *Reliability Engineering in Systems Design and Operation,* Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1983.
3. Guenther, W.C., "Use of the Binomial, Hypergeometric and Poisson Tables to Obtain Sampling Plans," *J. of Quality Technology,* Vol. 1, pp.105-109, 1969.
4. Hald, A., "The Determination of Single Sampling Attribute Plans with Given Producer's and Consumer's Risk," *Technometrics,* Vol. 9, pp.401-415, 1967.
5. Hald, A., "A Note on the Determination of Attribute Sampling Plans of Given Strength," *Technometrics,* Vol. 19, pp.211-212, 1977.
6. Heschel, M.S., "How Much is a Guarantee Worth?," *Industrial Engineering,* Vol. 3, pp.14-15, 1971.
7. Mamer, J.W., "Cost Analysis of Pro Rata and Free-Replacement Warranties," *Naval Research Logistics Quarterly,* Vol. 29, pp.345-356, 1982.
8. Udell, J.G. and E.E. Anderson, "The Product Warranty as an Element of Competitive Strategy," *J. of Marketing,* Vol. 32, pp.1-8, 1968.