

變動水深의 水域에서 水中浮力젯의 舉動

—發達過程흐름領域—

Submerged Buoyant Jets in Stagnant Receiving Water with Depth Fluctuation

(Zone of Flow Establishment)

尹 泰 勳*
Yoon, Tae Hoon

Abstract

The behavior of a plane buoyant jet within the zone of flow establishment (ZFE) which is discharged vertically upward into a stagnant uniform environment, is analyzed by the integral equations of mass, momentum and tracer conservation. The analysis includes the spreading ratio with Froude number and geometry of the potential core of ZFE and the length of ZFE. The central velocity at the end of ZFE is found to be influenced significantly by buoyancy, especially at low discharge Froude number. The results provide the necessary initial conditions for the investigation of the zone of established flow.

要 旨

정지상태의 수역에서 연직상향으로 放流되는 平面浮力젯의 發達過程흐름領域의 거동이 質量, 運動量 및 追跡物保存의 積分方程式에 의하여 해석된다. 이 해석은 密度후르드數와 核에 대한 퍼짐비 및 發達過程흐름領域의 길이를 포함한다. 發達過程흐름領域의 끝에서 中心線速度는 특히 낮은 密度후르드數에서 浮力の 영향을 크게 받는다. 이 결과는 發達된 흐름領域의 解析에 필요한 初期條件을 제공한다.

序 論

火力 및 原子力發電所로부터 海岸水域으로 放流되는 冷却水の 浮力젯은 環境汚染과 관련된 중요한 유체역학문제의 하나이다. 환경오염과 관련된 문제는 浮力젯의 특성 즉 젯擴散, 중심선의 속도와 온도의 감쇠, 周邊水域의 溫度上昇, 온도상승의 水域範圍, 誘導흐름 등의 지식을 필

요로 한다.

浮力젯은 近域과 遠域의 두 영역으로 구분된다. 遠域(far field)은 放流口로부터 상당한 거리의 下流領域으로 젯運動量이 消散되고 유체는 주위흐름과 亂流에 의하여 移送擴散된다. 近域(near field)은 放流口로부터 遠域이 시작되는 점까지의 영역으로 이는 다시 발단된 흐름과 發達過程흐름으로 구분된다.

發達過程흐름領域(zone of flow establishment,

*正會員·漢陽大學校 工科大學 教授, 土木工學科

ZFE)은 그 흐름이 管流상태에서 自由亂流로 변화하는 과정으로 주위와 혼합이 시작되며 흐름은 방류조건에 크게 영향을 받고 주변조건에는 크게 영향을 받지 않는다. 이는 周邊水域인 外部層, 混合剪斷層, 내부의 核(core)의 3개層을 갖는다. 混合層영역에서 흐름방향속도는 核경계의 放流速度에서 外部層 경계에서 零의 속도로 변한다. 이와 같은 변화는 核에서 外部層으로 運動量의 전달에 의한다. 발달과정흐름영역에서 젤 유체는 주변유체와 혼합을 시작하므로서 젤의 주변에서 剪斷層이 발달되기 시작하여 젤이 진행함에 따라 이 전단층은 젤의 중심선쪽으로 확산된다. 剪斷層이 중심선에 도달하면 흐름은 발달된 흐름이 된다. 放流口로부터 중심선속도가 감소하기 시작하는 점까지의 영역을 발달과정흐름영역이라 한다. 이 점에서 亂流混合은 중심선에 도달하여 중심선속도는 감소하기 시작한다. 이 점에서부터 下流의 흐름은 相似法則이 적용가능한 自由放流흐름형태를 갖고 젤흐름은 주로 젤의 運動量, 浮力, 그리고 주변흐름조건에 지배된다. 발달된 흐름영역은 실험과 이론적으로 광범위하게 연구되어 왔으나 발달과정흐름은 별로 취급되지 않았고 발달된 흐름영역에 관한 일부 연구는 발달과정흐름의 길이 등을 취급하였다. Albertson⁽¹⁾은 단순運動量젤에서 ZFE의 길이가 $10.4 B_0$ 임을 보였고 Gaussian 속도분포로 나타낼 수 있음을 또한 보였다. Sami⁽¹³⁾는 단순運動量젤의 속도변화와 亂流特性을 측정하였다. Forstall & Shapiro⁽³⁾, Landis & Shapiro⁽⁸⁾는 同方向흐름에서 운동량젤의 ZFE의 길이를 유도하였다. Islam & Tucker⁽⁶⁾는 圓形運動젤의 수치해를 통하여 속도분포, 폭, 그리고 亂流剪斷應力을 해석하였다.

浮力젤의 ZFE에 관해서는 Hirst⁽⁶⁾가 圓形浮力젤의 적분식들을 ZFE의 길이와 폭에 관하여 수치적으로 풀었으며 Chen & Nikitopoulos⁽²⁾는 圓形浮力젤의 미분방정식을 수치적으로 풀어 속도, 온도分布, ZFE의 길이 등을 구하였다.

發達過程흐름領域에 관한 연구의 필요성은 다음과 같이 기술될 수 있다. 첫째 발달된 흐름영역의 방정식들을 풀기 위해서는 발달흐름영역의 시작점에서 初期條件이 명시되어야 한다.

이에는 두가지 있다. (1) 浮力를 무시하여 ZFE의 길이 x_c 가 放流후르드數에 관계없이 $10.4 B_0$ 에 같고 중심선의 속도는 放流速度와 같고 x_c 에서 후르드數는 放流후르드數와 같다. (2) 浮力를 고려한 경우로 이에는 Rodidue⁽⁹⁾와 Chen⁽²⁾의 연구가 있는데 특히 전자는 x_c 의 값과 x_c 에서 젤의 폭을 다루었고 F_L/F_0 (F_L 은 局部후르드數, F_0 는 放流후르드數)는 F_0 에 영향을 크게 받음을 보였다. 둘째는 放流口를 해안으로부터 멀리 설치하는 것은 그 비용이 방대하므로 海岸近域에 설치가 모색되게 된다. 水深이 얇은 海岸에서는 浮力젤이 발달된 흐름에 달하기 전에 수면에 달하여 이 경우 발달과정흐름영역의 지식이 요구된다.

본 연구에서는 우리 나라 西海岸과 같이 水深이 變動하는 水域에서 浮力젤의 解析의 첫단계로 밀도가 일정한 수역에서 上向으로 放流되는 平面浮力젤의 舉動을 運動量, 溫度, 에너지保存의 積分方程式을 이용하여 제시한다.

基本方程式

發達過程흐름領域의 흐름은 시간평균에서 非收縮亂流定流이다. 시간평균한 속도영역은 鉛直 x 軸의 속도를 u , 水平 y 軸의 속도 v 를 갖는 2次元이다. 시간평균한 溫度 $T(x, y)$ 와 周邊溫度 T_a 와의 차이 $\theta(x, y) = T(x, y) - T_a$ 는 保存的追跡物濃度로 고려된다. 密度變化 $\rho(x, y) - \rho_a$ 와 追跡物濃度를 연결하는 상태방정식은

$$\frac{\rho_a - \rho(x, y)}{\rho_a} = \beta\theta(x, y) \quad (1)$$

여기서 β 는 팽창계수로 $\theta(x, y)$ 의 함수일 가능성이 있으나 여기서는 상수로 가정된다. 運動量 및 追跡物의 分子輸送은 亂流輸送에 비하여 무시한다. 위와 같은 조건에서 基本方程式은 다음과 같다.

連續方程式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

運動量保存

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial x} - g \frac{\rho - \rho_a}{\rho_a}$$

$$-\frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \quad (3)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial y} \quad (4)$$

追跡物保存

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = -\frac{\partial \overline{u'\theta'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{v'\theta'}}{\partial y} \quad (5)$$

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = -\frac{\partial \overline{v'\theta'}}{\partial y} \quad (8)$$

에너지식은 식(7)의 양변에 u 를 곱하여 얻어진다.

$$\frac{u}{z} \frac{\partial u^2}{\partial x} + uv \frac{\partial u}{\partial y} = -ug' \frac{\rho - \rho_a}{\rho_a} - u \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \quad (9)$$

亂流젯이나 plume의 발달된 흐름영역에서는 속도와 온도분포를 相似分布인 Gaussian 分布로 나타낼 수 있음이 밝혀진 바 있으며 발달과정 흐름영역에서도 Sami⁽¹³⁾에 의하여 밝혀진 바와 같이 Gaussian 分布를 적용하면 속도분포는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u &= 1 & y < b' \\ u_c &= 1 & y < b' \\ \frac{u}{u_c} &= e^{-\left(\frac{y-b'}{b}\right)^2} & y > b' \end{aligned} \quad (10)$$

여기서 u_c 는 중심선속도, b' 는 核의 폭, b 는 剪斷層의 두께로 b 의 정의는 相似函數의 선택에 따라 다르게 되나 Gaussian 分布의 경우에는 $\frac{u}{u_c}$ 가 $\frac{1}{e} = 0.37$ 인 점까지의 폭인 y 값으로 정의한다. 온도 또는 밀도차이에 관한 실험자료는 없으나 온도차이를 단순히 追跡物濃度로 간주할 경우에는 相似分布를 적용가능한 것으로 가정한다.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \rho}{\Delta \rho_0} \quad (\text{또는 } \frac{\theta}{\theta_c}) &= 1 & y < b' \\ \frac{\Delta \rho}{\Delta \rho_0} \quad (\text{또는 } \frac{\theta}{\theta_c}) &= e^{-\frac{(y-b')^2}{\lambda^2 b^2}} & y > b' \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 λ 는 密度差異分布曲線의 폭과 속도분포곡선의 폭의 비로 정의되고 擴散比(dispersion ratio)라 한다. 따라서 λ 는 運動量에 대하여 밀도를 확산시키는 浮力젯의 확산능력의 척도로 고려된다. 원형과 平面젯의 실험결과에 의하면 운동량에 비하여 온도와 같은 스칼라량이 보다 더 확산하는 것으로 나타났다. 이 사실은 λ 가 1보다 큼을 시사한다⁽⁴⁾. 그러나 Rouse⁽¹²⁾에 의한 plume의 실험자료에 의하면 원형 plume에서는 λ 가 1보다 크고 平面 plume에서는 1보다 작은 것으로 나타났으나 이를 수정 또는 확인할 수 있는 자료는 아직 없다.

Reynolds 應力 τ_{xy} 는 $-\rho \overline{u'v'}$ 로 정의되고 相似

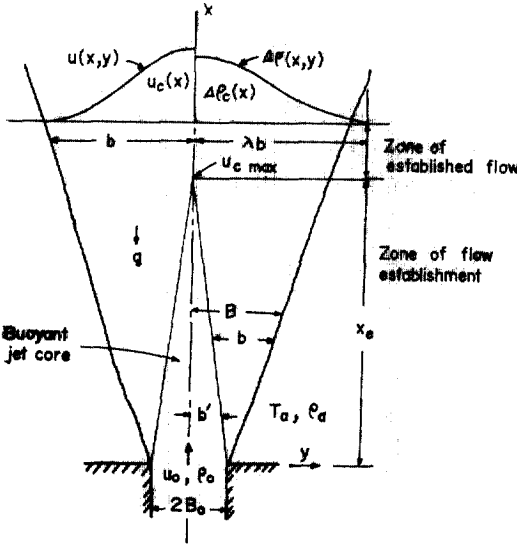


그림 1. Definition sketch of plane nonbuoyant jet in zone of flow establishment

여기서 p 는 靜水壓條件으로부터 偏倚되는 平均動水壓 $(p_a - \rho)u'^2$ 을, ρ 는 流體의 밀도, ρ_a 는 주변유체의 밀도, u', v', θ' 는 平均흐름변수로부터 亂流變動成分을 각각 나타낸다. 境界層近似⁽¹⁴⁾에 의하여 기본방정식을 다음과 같이 간단히 할 수 있다. 즉 (1) 연직속도성분이 수평속도성분에 비하여 대단히 크고, $u/v \gg 1$ (2) 亂流領域에서 動水壓의 영향을 무시하고 $p \approx 0$ (3) 運動量 및 質量的 鉛直亂流擴散은 平均이동에 의한 移送的 輸送에 비하여 무시한다. 또한 Boussinesq 近似 즉 밀도변화는 중력가속도항에서만 고려됨이 가정된다. 기본식에 관한 상술은 Rajaratnav⁽¹⁰⁾에 의하여 주어진다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\rho - \rho_a}{\rho_a} - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} \quad (7)$$

分布로 나타내면 식(12)와 같고 식(12)의 相似函數 h 를 정의할 수 있는 자료가 현재로서는 없다.

$$\tau_{xy} = -\rho_c u_c^2(x) h(y/b) \quad (12)$$

젤斷面의 積分流出率(integrated flux)은 다음과 같이 정의된다.

$$\text{體積 } q = u_c(2b' + I_1 b) \quad (13)$$

$$\text{運動量 } m = u_c^2(2b' + I_2 b) \quad (14)$$

$$\text{浮力 } q_f = u_c g \beta \theta_c (2b' + I_3 b) \quad (15)$$

$$\text{에너지 } e = u_c^3(2b' + I_5 b) \quad (16)$$

여기서 $I_1, I_2, I_3,$ 및 I_5 는 分布型에 따른 상수로 Gaussian 分布의 경우 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= 2 \int_{b'}^{\infty} e^{-\left(\frac{y-b'}{b}\right)^2} dy \\ I_2 &= 2 \int_{b'}^{\infty} \left[e^{-\left(\frac{y-b'}{b}\right)^2} \right]^2 dy \\ I_3 &= 2 \int_{b'}^{\infty} e^{-\left(\frac{y-b'}{b}\right)^2} e^{-\left(\frac{y-b'}{2b}\right)^2} dy \\ I_5 &= 2 \int_{b'}^{\infty} \left[e^{-\left(\frac{y-b'}{b}\right)^2} \right]^3 dy \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

相似函數 (10), (11) 및 (12)를 식(6)~(9)에 대입하여 y 에 관하여 적분하면 일련의 常微分方程式을 얻는다. 에너지식의 경우 核내에서의 흐름은 理想流體이므로 剪斷應力은 영이 된다.

$$\frac{dq}{dx} = 2(-v_c) \quad (18)$$

$$\frac{dm}{dx} = 2g\beta\theta_c b' + I_4 g\beta\theta_c b \quad (19)$$

$$\frac{dq_f}{dx} = 0 \quad (20)$$

$$\frac{de}{dx} = 2u_c g\beta\theta_c (2b' + I_5(B-b')) + 2I_6 u_c^3 \quad (21)$$

여기서 v_c 는 流入速度로 浮力젤의 境界 b 에서 境界條件이 된다. B 는 그림 1에 보인 바와 같으며 I_4 및 I_6 는 分布曲線에 따라 결정되는 상수로 Gaussian의 경우 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} I_4 &= 2 \int_{b'}^{\infty} e^{-\left(\frac{y-b'}{b}\right)^2} dy \\ I_6 &= 2 \int_{b'}^{\infty} e^{-\left(\frac{y-b'}{b}\right)^2} \frac{d}{dy} \left[h\left(\frac{y}{b}\right) \right] dy \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

퍼짐율

젤의 퍼짐은 相似와 一定水壓으로부터 기술될

수 있다⁽¹⁴⁾.

$$\frac{db}{dx} = k \quad (23)$$

젤의 퍼짐은 周邊流體의 流入으로 이루어지므로 $-v_c = \alpha u_c$ 로 정의되는 流入係數(entainment coefficient) α 와 퍼짐율(spreading rate) λ 사이에는 일정한 관계가 성립될 것이다.

Jirka⁽⁷⁾는 이들의 관계를 다음과 같이 제안했다.

$$\alpha_j = \frac{\sqrt{\pi}}{4} k_j, \quad \alpha_p = \frac{\sqrt{\pi}}{2} k_p \quad (24)$$

여기서 첨자 j 는 젤을, p 는 plume을 나타낸다. 퍼짐율 k 는 실험자료를 플랫폼하여 결정되고 流入係數 α 는 Ricou와 Spalding⁽¹¹⁾에 의한 流入速度 v_c 를 직접 측정된 경우를 제외하고는 식(24)로부터 계산된다. 따라서 젤解析에서 α 보다는 k 를 사용함이 타당하게 판단된다. 젤과 plume에 따라 퍼짐율은 달라지는데 이는 다음 사실을 시사한다. 첫째 浮力문제를 기술할 때에는 $\frac{db}{dx} = k$ 를 의미하는 相似分布가 일차적인 近似로 가정되고 둘째 浮力젤의 양단 境界상태인 k_j 와 k_p 를 연결하는 局部후르드數의 함수로 하는 關係式의 유도가 필요하다. 여기서 局部후르드數는 다음과 같이 정의 된다.

$$F_L = \frac{u_c}{\sqrt{g\beta\theta_c b}} \quad (25)$$

Jirka⁽⁷⁾는 Gaussian 分布를 적용하여 平面젤과 plume의 계수들을 다음과 같이 제시하였다.

表 1.

	k	α	λ	F_L
젤	0.154	0.069	1.41	∞
plume	0.147	0.130	1.24	3.48

발달과정 흐름영역의 浮力젤에서 퍼짐율 k 는 운동량과 에너지流出率의 표현으로부터 유도된다.

$$\begin{aligned} k &= \frac{1}{F_L^2} \left(\frac{3I_4}{I_2} - \frac{4I_3}{I_5} \right) + \frac{1}{F_B^2} \left(\frac{6}{I_2} - \frac{8}{I_5} \right) + \frac{4I_6}{I_5} \\ &+ \left[\frac{2(2-I_5)}{I_5 u_c^3} \frac{d}{dx} (u_c^3 b') \right. \\ &\left. - \frac{3(2-I_2)}{I_2 u_c^2} \frac{d}{dx} (u_c^2 b') \right] \quad (26) \end{aligned}$$

여기서 F_b 는 $F_b^2 = \frac{u_c^2}{g\beta\theta_0 b'}$ 로 정의되고 그외는 앞에서 정의된 바와 같다. 만약 핵내에서 중심선속도의 변화가 크지 않다고 가정하면 식(26)은 다음과 같이 간단히 된다.

$$k = \frac{1}{F_L^2} \left(\frac{3I_4}{I_2} - \frac{4I_3}{I_5} \right) + \frac{1}{F_b^2} \left(\frac{6}{I_2} - \frac{8}{I_5} \right) + \frac{4I_6}{I_5} + \left[\frac{2(2-I_6)}{I_5} - \frac{3(2-I_2)}{I_2} \right] \frac{db'}{dx} \quad (27)$$

식(27)에서 둘째항과 네째항은 핵영역의 존재로 인하여 발생한 항이다. Albertson⁽¹⁾의 자료에 의하면 핵의 하류측 대부분의 영역에서 $\frac{1}{F_b^2}$ 는 $\frac{1}{F_L^2}$ 보다 훨씬 작으므로 $\frac{1}{F_b^2}$ 을 포함하는 항은 무시할 수 있다. 또한 핵영역의 폭이 단순한 운동량계에서와 같이 선형적으로 감소한다고 가정하면 핵영역의 폭 b' 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$b' = B_0 \left(1 - \frac{x}{X_*} \right) \quad (28)$$

따라서 식(27)의 $\frac{db'}{dx}$ 는 $-\frac{B_0}{X_*}$ 로 대체된다. 또한 식(27)의 { }의 값을 Gaussian 분포를 적용하면 0.12로 계산된다. 즉

$$k = \frac{1}{F_L^2} \left(\frac{3I_4}{I_2} - \frac{4I_3}{I_5} \right) + \frac{4I_6}{I_5} - 0.12 \frac{B_0}{X_*} \quad (29)$$

발달과정 흐름영역에서 퍼짐율 k 는 식(29)로부터 $0.12 \frac{B_0}{X_*}$ 만큼 감소함을 알 수 있으며 浮力의 존재로 인해서 괄호안의 값이 $\lambda > 1.0$ 일때 陰數이므로 첫째항으로 주어지는 값만큼 감소한다. 즉 발달과정 흐름에서 k 는 발달된 흐름에서의 k 보다 $0.12 \frac{B_0}{X_*}$ 만큼 작고 k 는 국부후르드數의 감소에 따라 감소한다. 식(29)의 퍼짐율을 계산가능하게 하는 식(12)의 相似型 h 의 함수형을 구할 수 있는 자료가 발표된 바 없다.

中心線速度

발달과정 흐름영역에서 운동량유출율은 식(19)를 x 에 관하여 적분하므로써 얻을 수 있다.

$$M = M_0 + \int_0^x (2g\beta\theta_0 b' + I_4 g\beta\theta_0 b) dx \quad (30)$$

여기서 M_0 은 放流運動量이다. 식(30)을 적분하여 정리하면

$$\frac{M}{M_0} = 1 + \frac{1}{F_0^2} \left\{ X + \frac{X}{2X_*} \left(\frac{\sqrt{\pi}\lambda}{2} - 1 \right) + \frac{\sqrt{\pi}\lambda k}{4} X^2 \right\} \quad (31)$$

여기서 X 는 x/B_0 로 정의되는 無次元길이이고 $X_* = \frac{x_c}{B_0}$ 는 발달과정 흐름의 無次元길이이다. 식(14)와 $M_0 = 2U_0^2 B_0$ 의 표현을 사용하면 중심선속도는 다음과 같다.

$$\frac{u_c^2}{u_0^2} = \frac{1 + \frac{1}{F_0^2} \left\{ X + \frac{X}{2X_*} \left(\frac{\sqrt{\pi}\lambda}{2} - 1 \right) + \frac{\sqrt{\pi}\lambda k}{4} X^2 \right\}}{1 + \left(\frac{I_2}{2X_*} + \frac{I_2 k}{2} - \frac{1}{X_*} \right) X} \quad (32)$$

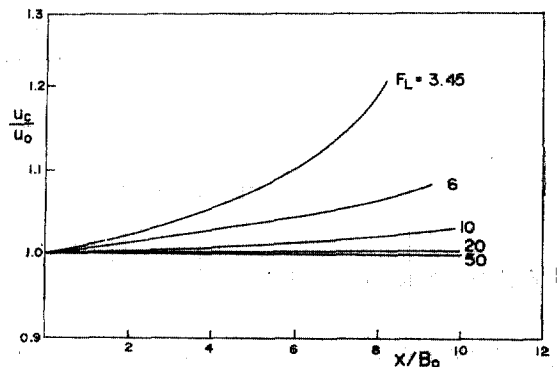


그림 2. Centerline velocity and longitudinal distance

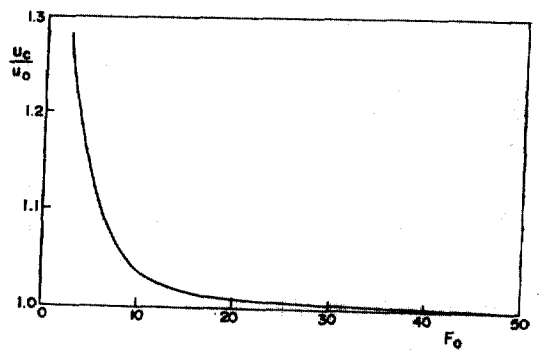


그림 3. Centerline velocity and discharge Froude No.

그림 2는 식(32)를 상이한 밀도후르드數에 대하여 중심선 속도를 거리에 따라 플랏한 것이다. 그림 2로부터 밀도후르드數가 감소함에 따라 中心線速度가 浮力에 의하여 증가함을 알 수 있다. $F_0 = 3.45$ 일 때 발달과정 흐름끝에서 중심

선속도의 증가는 20%에 달하며 이는 그림 3에 플랏트되었다.

이 사실은 발달과정흐름에서 浮力の 영향을 무시할 수 없음을 시사한다. 따라서 작은 밀도후르드數의 범위에 있는 발달된 흐름을 해석할 경우 初期條件은 放流口에서의 값이 아니라 발달

과정흐름영역의 해석에서 주어지는 x_c 에서의 값을 사용해야 한다. 유사한 결과가 Chen⁽²⁾에 의하여 주어진 바 있으며 이들은 x_c 에서의 밀도후르드數와 放流후르드數의 비를 이용하여 나타냈다(그림 4).

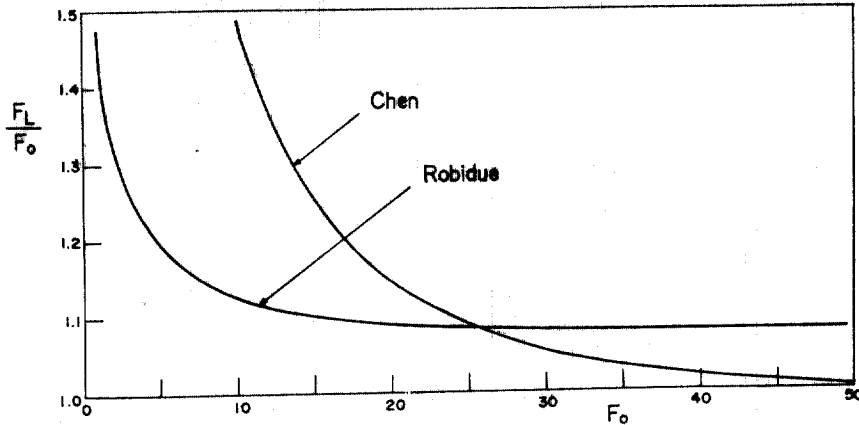


그림 4. Local Froude No. and discharge Froude No.

發達過程흐름領域의 길이

浮力에서 발달과정흐름영역의 길이 x_c 는 放流口로부터 최대중심선속도가 감소하기 시작하는 점까지의 길이로 정의된다. 여기서 최대중심선속도는 浮力에 의하여 증가된 중심선속도이다. 실험자료에 의하면 중심선속도와 중심선온도는 거의같은 지점에서 감소하기 시작한다. 따라서 x_c 는 $\frac{\theta_c}{\theta_0}=1$ 이 되는 거리로서 정의될 수 있으며 이 관계로부터 x_c 를 유도할 수 있다. x_c 는 x_c 에서의 운동량의 표현과 발달된 흐름영역의 중심선의 密度減小(density deficient)의 관계식으로부터 구할 수 있다. 즉 발달된 흐름의 운동량유출율은 다음과 같이 표현되고

$$M = M_c + \int_{x_c}^x I_3 g \beta \theta_c b dx \quad (33)$$

발달된 흐름에서 식(20)에 해당하는 식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{dx} (I_3 u_c g \beta \theta_c b) = 0$$

$$\text{또는 } I_3 u_c g \beta \theta_c b = u_0 g \beta \theta_0 2B_0 \quad (34)$$

식(33)과 (34)로부터 中心線追跡物濃度の 표현

은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\theta_c}{\theta_0} = \frac{1}{k} \left(\frac{x}{B_0} \right)^{-2} \left[\left(\frac{\sqrt{\pi} \lambda^2}{\sqrt{2} (1+\lambda^2)} \frac{M_c}{M_0} \right)^{3/2} + \frac{\sqrt{2} \pi \lambda^3 k^{1/2}}{4(1+\lambda^2) F_0^2} \left(\left(\frac{x}{B_0} \right)^{3/2} - \left(\frac{x_c}{B_0} \right)^{3/2} \right) \right]^{-1/3} \quad (35)$$

x_c 에서 運動量流出率 M_c 는 식(31)에서 x 를 x_c 로 놓음으로서 얻어진다. 식(31)로부터 M_c/M_0 에 대한 표현을 식(35)에 대입하고 x_c 에서 θ_c 는 θ_0 와 같으므로 $\theta_c/\theta_0=1$ 로 놓으면 x_c 에 대한 음성적 표현을 얻는다.

$$X_c^2 \left[\frac{\sqrt{\pi} \lambda k}{4 F_0^2} X_c^2 + \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{\pi} \lambda / 4}{F_0^2} X_c + 1 \right] = \frac{\sqrt{2} (1+\lambda^2)}{\sqrt{\pi} k^2 \lambda^2} \quad (36)$$

식(36)의 k 와 λ 를 구할 자료는 존재하지 않으나 발달된 흐름영역의 경계상태인 運動量絨과 plume의 값은 표 1에 주어진 바와 같다. 한편 平面運動量絨의 Albertson의 자료를 이용하여 계산한 k 값과 $x_c/2B_0=5.2$ 가 되도록 구한 값은 다같이 0.12가 된다. 그림 5에서는 $k=0.12$, λ_1 와 λ_2 의 평균치로 $\lambda=1.5$ 를 사용하였다. 그림 5로부터 알 수 있는 사실은 浮力の 존재는 퍼짐

과 혼합을 가속시켜 x_0 의 길이를 감소시킨다.

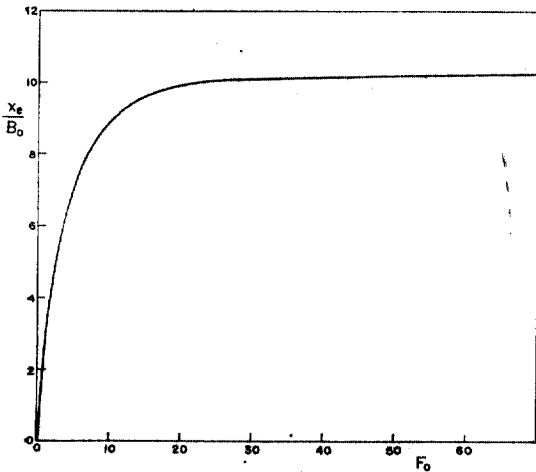


그림 5. Length of zone of flow establishment.

結 論

積分方程式으로부터 平面浮力계의 發達過程 흐름領域의 舉動이 기술되었다. 퍼짐율은 核의 존재로 감소하며 發達된 흐름에서와 같이 密度후르드數가 감소함에 따라 감소한다. 작은 放流후르드數의 범위에서는 x_0 에서의 중심선속도는 증가하여 $F_0=3.45$ 에서는 속도증가가 약 20%에 이른다. 이 사실을 작은 放流후르드數범위의 發達된 흐름領域을 해석할 경우 浮力の 영향을 무시할 수 없으며 발달된 흐름영역의 初期條件은 발달과정 흐름영역의 解析으로부터 주어져야 한다.

謝 辭

“本 研究는 필자가 文教部 IBRD 프로그램에 의하여 State University of New York에 체재시 수행되었는 바 文教部 當局에 謝意를 표한다.”

參 考 文 獻

1. Albertson, M.I., Y.M. Dai, R.A. Jensen, and H. Rouse, Diffusion of Sudmerged Jets, *Trans., ASCE*, vol. 115, 1950, pp. 639~664.

2. Chen, C.J. and C. Nikitopoulos, On the Near Field Characteristics of Axisymmetric Turbulent Buoyant Jets in a Uniform Environment, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 22, 1979, pp. 245~255.

3. Forstall, W. and A.H. Shapiro, Momentum and Mass Transfer in Co-axial Gas Jet, *J. Appl. Mech.*, 17, 1950, pp. 399~408.

4. Hinze, J.O., *Turbulence*, McGraw Hill, New York, 1959.

5. Hirst, E., Zone of Flow Establishment for Round Buoyant Jets, *Water Resources Res.*, vol. 8, No. 5, 1972, pp. 1234~1246.

6. Islam, S.M.O., and H.J. Tucker, Flow in the Initial Region of Axisymmetric Turbulent Jets, *J. of Fluid Eng.*, vol. 102, 1980, pp. 85~91.

7. Jirka, G.H.G., Adraham, and D.R.F. Harleman, An Assessment of Techniques for Hydrothermal Prediction, *Report 203, Parsons Lab. for Water Resources and Hydrodynamics*, MIT, Cambridge, 1975.

8. Landis, F. and H. Shapiro, The Turbulent Mixing of Co-axial Gas Jets, *Proc. Heat Transfer Fluid Mech. Inst.*, 1951, pp. 133~146.

9. Rodidue, R.F., The Discharge of Sudmerged Buoyant Jets into Water of Finite Depth, *General Dynamics Report No. V440-72-121*, Nov., 1972.

10. Rajanatnan, N., *Turbulent Jets*, Elsevier Scientific pub, Austerdam, 1976.

11. Ricou, F.B. and D.B. Spalding, Measurements of Entrainment dy Axisymmetrical Turbulent Jets. *J. of of Fluid Mech.*, vol. 11, 1961.

12. Rouse, H., C-S, Yih and H.W. Humphreys, *Gravitational Convection from a Boundary Source*, *Tellus*, 4, 1952, pp. 201~210.

13. Sami, S., T. Carmody and H. Rouse, Jet Diffusion in the Region of Flow Establishment, *J of Fluid Mech.*, vol. 27, 1967, pp. 231~252.

14. Shlichting, H., *Boundary Layer Theory*, McGraw Hill, New York, 1968.

(授受 : 1984. 11. 30)