

直接設計法에 의한 鐵筋콘크리트 2方向 슬래브型 構造體의 最適設計

A Study on the Optimal Design of Reinforced Concrete Slab-Beam-Column Structures by Direct Method

金	勇	熙*
Kim,	Yong	Hee
柳	泓	烈**
Lyu,	Hong	Leal
朴	文	浩***
Park,	Moon	Ho

Abstract

This study is concerned for the optimum design of reinforced concrete slab-beam-column structures with multi-storys and multi-bays by Direct Method.

Flexural and shear strength, sectional size, and steel ratio etc., were considered as the design constraints and the cost function was taken as to objective function. They became high degree nonlinear problems.

Using SLP as an analytical method of nonlinear optimal problems, an optimal algorithm was developed in this study and the algorithm was applied to the optimization of reinforced concrete structure system of 5 storys.

The result converged to a optimal solution with 3 to 5 iterations, and proved that economical design could be possible when compared with conventional designs.

要 旨

本 研究은 直接設計法에 의한 多層, 多徑間을 갖는 鐵筋콘크리트 슬래브型 構造體의 最適化에 관한 것이다. 設計制約條件으로는 슬래브, 보, 기둥의 휨強度, 剪斷強度, 단면치수, 鐵筋比 등을 고려했고 目的函數로는 工費函數를 취했는데 이들은 高次의 非線型計劃問題가 된다. 本 研究에서는 逐次線型計劃技法을 사용하여 全體 構造를 綜合的으로 最適化 할 수 있는 最適設計 프로그램을 개발하였다. 개발된 알고리즘의 妥當性, 經濟性, 收斂性 등을 확인하기 위해 5層의 構造物로서 各層, 각 경우에 대해 직접 適用하였다.

그 결과 3~5 회 反復試行으로 最適解에 收斂했고 在來의 設計에 比해 經濟的임이 立證되었다.

*正會員·慶南大學校 工科大學 助教授

**正會員·慶南工業專門大學 助教授

***正會員·慶北大學校 工科大學 副教授

1. 序 論

鐵筋콘크리트 構造物의 最適化問題는 鋼構造物보다 늦게 1970年代에 들어와서 발표되기 시작했다^(1~4). 1970年代까지의 鐵筋콘크리트 構造物의 最適化에 관한 문헌은 (5)에 상세히 언급되어 있으므로 중복하여 언급하는 것은 피하지만, 國內에서 발표된 代表的인 것으로는 문헌 (6) (7), (8), (9)를 들 수 있는데 이들 대부분은 最適斷面力 決定에 관한 것이었다.

文獻調査結果 슬래브에 대한 最適化問題는 1970年代 初期에 Morley⁽¹⁰⁾, Dutta⁽¹¹⁾ 등이 最適鐵筋量을 구하는 문제로부터 70年代 중반에 Naman⁽¹²⁾은 최소경비 설계와 최소중량 설계를 圖解法(hand design procedue)으로써 비교 검토했고, Gunaratnam과 Sivakumaran⁽⁴⁾은 BSI CP 110을 이용하여 최소경비 설계를 라그랑즈 乘係數法으로 시도했고 Ramamurthy⁽¹³⁾가 GGP(generalized geometric programming)法에 의해 最小경비 설계를 했다.

1980年代에 들어와 Salinas⁽¹⁴⁾, Loov⁽¹⁵⁾ 등이 多制約變數를 갖는 最小경비 설계를 했다.

한편 國內에서는 趙孝男·梁昌鉉⁽¹⁶⁾이 플레이트 플레이트 構造시스템을 라그랑즈乘係數法, 漸增의 線型計劃法(incremental linear programming), Heuristic optimization 技法 등으로 설계했고, 朴文浩^(17,18)의 限界狀態 設計法에 의한 Two-way 슬래브와 Flat 슬래브 構造體에서 내부패늘에 대한 것 등, 몇 편을 제외하고는 아직 발표되지 않고 있다.

이상의 文獻에서 보는 바와 같이 國內나 國外를 막론하고 슬래브에 대한 最適設計는 單純한 슬래브에 대한 것 뿐이고, 보나 거더, 기둥, 슬래브가 一體로 된 하나의 構造體로서 취급한 연구는 찾아 볼 수 없다. 그 主된 이유는 構造體로서의 슬래브는 다른 鐵筋콘크리트 구조물 최적화에 比해 設計變數가 아주 많고 設計條件이 복잡하고 다양하며 computer의 過多한 容量의 制約 때문이라고 생각된다⁽¹⁹⁾.

本 研究에서는 슬래브를 보가 支持하며 보를 기둥이 支持하는 總體的인 슬래브型 構造體를 대상

으로한 多層, 多徑間 構造物을 設計함에 있어 構造解析은 極限強度設計法에서 直接設計法이나 等價라아멘法 중 任意로 하도록 권장하고 있으나, 3徑間 이상인 多徑間에는 直接設計法이 보다 構造解析이 용이하므로 이 方法을 택하였다.

뼈대구조해석은 뼈대구조 전체를 하나로 하는 完全解析法(complete frame analysis)과 뼈대구조 자체를 개개의 層의 뼈대의 組合으로 구성된 구조로 보아 분할하여 해석하는 同層副뼈대構造解析法(one floor level subframe analysis)이 있는데, 後者가 電算의 記憶容量과 解析時間이 절약되므로 後者를 택하였다⁽¹⁹⁾.

最適化 解析技法으로는 多設計變數, 多制約條件을 갖는 非線型最適化問題 解決에 效果的인 逐次線型計劃技法(successive linear programming)을 이용하였으며^(8,20), 최적화 알고리즘을 이용하여 最適化의 可能性, 實用性, 收斂性 및 經濟性을 檢討하였다. 그러므로, 本 研究는 總體的인 슬래브型 構造體의 完全最適設計를 위한 先行的 研究이다.

2. 最適化 問題形成

鐵筋콘크리트 슬래브型 構造體에서 슬래브는 長邊이 短邊의 2倍 이하인 直사각형 슬래브를 2方向슬래브로 규정하며 直接設計法으로 設計되는 슬래브는 各 方向으로 3개 이상의 連續支間을 가져야 하며 장변지지방향(L_x)과 단변지지방향(L_y)으로 區分하는데 多層, 多徑間의 모형은 그림 1과 같다.

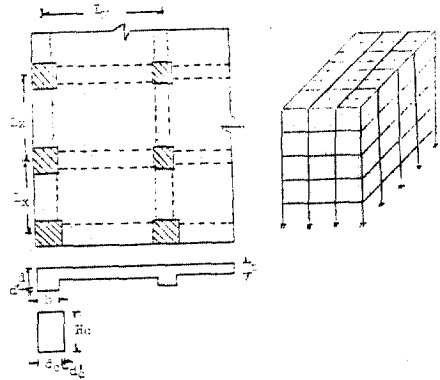


그림 1. 슬래브 構造體

장변 및 단변의 連續條件에 따른 構造形狀은

$N=1$; 4 변연속

$N=2$; 1 단변 불연속

$N=3$; 1 장변 불연속

$N=4$; 인접한 2 변연속

와 같이 4 경우가 존재한다.

2.1 目的函數

鐵筋콘크리트 構造物은 일반적으로 經費函數를 目的函數로 취하는데 任意層, 任意區間의 全建設經費를 推定하여 最小經費設計를 위한 目的函數로 표시하면 다음과 같다.

$$C = C_c V_c + C_s V_s + C_f A_f + C_m \quad (1)$$

式(1)에서

$$C = F \{ (d_s)_N, (d_B)_{N,i}, (d_c)_{N,i}, (b_B)_{N,i}, (A_{SS})_{N,J}, (A_{SB})_{N,K}, (A_{SB})'_{N,K}, (A_{SV})_{N,i}, (A_{SC})_{N,i} \} \quad (2)$$

$N=1, 2, 3, 4$

$i=1, 2, 3, 4$

$J=1, 2, \dots, 18$

$K=1, 2, \dots, 12$

$$V_c = F \{ (d_s)_N, (d_B)_{N,i}, (d_c)_{N,i}, (b_B)_{N,i} \} \quad (3)$$

$$V_s = F \{ (A_{SS})_{N,J}, (A_{SB})_{N,K}, (A_{SB})'_{N,K}, (A_{SV})_{N,i}, (A_{SC})_{N,i} \} \quad (4)$$

$$A_f = F \{ (d_B)_{N,i}, (d_c)_{N,i}, (b_B)_{N,i} \} \quad (5)$$

여기서

C : 슬래브의 임의경간의 전건설경비

C_c, C_s : 單位體積當의 콘크리트 및 鐵筋經費

C_f : 單位面積當의 거푸집經費

V_c, V_s : 콘크리트 및 鐵筋의 全體積

A_f : 거푸집의 全面積

C_m : 기타 經費

$(d_s)_N$: 슬래브의 N 연속 때의 有效깊이

$(d_B)_{N,i}, (d_c)_{N,i}$: 보 및 기둥의 N 연속 때의 i 번째의 有效깊이

$(b_B)_{N,i}$: 보의 N 연속 때의 i 번째의 유효깊이

$(A_{SS})_{N,J}$: 슬래브의 N 연속 때의 J 번째 설계 단면의 引張鐵筋面積

$(A_{SB})_{N,K}, (A_{SB})'_{N,K}$: 보의 N 연속 때의 K 번째 설계 단면의 인장 및 압축철근면적

$(A_{SV})_{N,i}, (A_{SC})_{N,i}$: N 연속 때의 i 번째 설계 단면에서의 보의 전단철근 및 기둥의 주철근면적

2.2 制約條件式

2.2.1 슬래브의 制約條件式

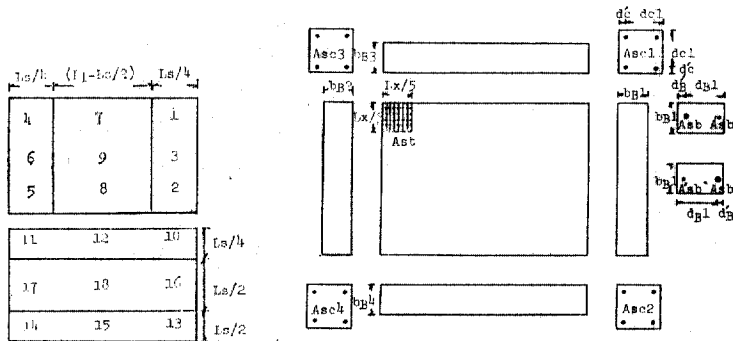
슬래브의 制約條件에는 휨應力, 剪斷應力, 變位, 斷面比, 鐵筋比, 처짐 등의 制約이 있으나 슬래브와 같은 두께가 얇은 鑄部材에서는 휨應力과 두께, 鐵筋比 등이 斷面決定에 主된 역할을 하게 된다.

(1) 휨모멘트 制約條件式

直接設計法에서는 슬래브의 總靜設計모멘트 (total static design moment)가 各支持方向의 正, 負모멘트로 分配되는데 그 分配率은 슬래브와 보의 휨剛性의 比, 보와 슬래브의 휨剛性의 合에 대한 等價기둥의 휨剛性의 比, 비틀림剛性의 比, 短邊과 長邊의 比 등 여러가지 복잡한 조건에 기인한다⁽²¹⁾. 그림 2(a)는 $N=1$ 일 때의 中間帶 및 柱列帶를 區分한 區域을 나타내며 各支配區域의 分配모멘트 및 모멘트에 의한 所要引張鐵筋의 固有番號를 나타내고 있다.

$$(G_A)_{N,J} = (M_{US})_{N,J} - (M_S)_{N,J} \geq 0 \quad (6)$$

式(6)에서



(a) 슬래브 (b) 보·기둥

그림 2. 構造體設計帶

$$(M_{Us})_{N,J} = \phi (A_{Ss})_{N,J} \sigma_y \left\{ (d_s)_N - \frac{(A_{Ss})_{N,J} \sigma_y}{1.7 \sigma_{ck} b_s} \right\} \quad (7)$$

여기서

$(M_{Us})_{N,J}, (M_s)_{N,J}$: N 연속 J 번째 설계단면의
극한抵抗모멘트 및 作用모멘트

σ_y : 鐵筋의 降伏應力

σ_{ck} : 콘크리트 設計基準強度

b_s : 슬래브帶의 幅

ϕ : 鑄部材 감소율

d_s : 슬래브의 有效깊이

$$(M_s)_{N,J} = \gamma_{N,J} (M_{Os})_{N,J} \quad (8)$$

여기서

$(M_{Os})_{N,J}, \gamma_{N,J}$: J 번째 설계단면의 總靜設計모
멘트 및 分配率

式(8)에서 $N=2$, 즉 1短邊 불연속지지일 때
의 分配率을 구하면 다음과 같이 된다⁽²²⁾.

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_4 = \gamma_5 = 0.65 \eta_K \theta_K \quad (9)$$

$$\gamma_3 = \gamma_6 = 0.35 \eta_K \theta_K \quad (10)$$

$$\gamma_7 = \gamma_8 = 0.65(1 - \eta_K) \quad (11)$$

$$\gamma_9 = 0.35(1 - \eta_K) \quad (12)$$

$$\gamma_{10} = \gamma_{13} = \left\{ 0.75 - \frac{0.1}{1 + \frac{1}{(\alpha_{ec})_m}} \right\} \eta_m \theta_m \quad (13)$$

$$\gamma_{11} = \gamma_{14} = \left\{ \frac{0.65}{1 + \frac{1}{(\alpha_{ec})_m}} \right\} \eta_m \theta_m \quad (14)$$

$$\gamma_{12} = \gamma_{15} = \left\{ 0.63 - \frac{0.28}{1 + \frac{1}{(\alpha_{ec})_m}} \right\} \eta_m \theta_m \quad (15)$$

$$\gamma_{16} = \left\{ 0.75 - \frac{0.1}{1 + \frac{1}{(\alpha_{ec})_m}} \right\} (1 - \eta_m) \quad (16)$$

$$\gamma_{17} = \left\{ \frac{0.65}{1 + \frac{1}{(\alpha_{ec})_m}} \right\} (1 - \eta_m) \quad (17)$$

$$\gamma_{18} = \left\{ 0.63 - \frac{0.28}{1 + \frac{1}{(\alpha_{ec})_m}} \right\} (1 - \eta_m) \quad (18)$$

여기서

$$\eta_K = 0.01 \left\{ 75 + 30 \frac{\alpha_K l_y}{l_x} \left(1 - \frac{l_y}{l_x} \right) \right\} \quad (19)$$

$$\eta_m = 0.01 \left\{ 75 + 30 \frac{\alpha_m l_x}{l_y} \left(1 - \frac{l_y}{l_x} \right) \right\} \quad (20)$$

$$\eta_m = 0.01 \left\{ 100 - 10\beta_t + 12\beta_t \left(\frac{\alpha_m l_x}{l_y} \right) \left(1 - \frac{l_y}{l_x} \right) \right\} \quad (21)$$

θ_K, θ_m : 슬래브로 分配되는 모멘트係數

α_K, α_m : 슬래브와 보의 轉剛性의 比

$(\alpha_{ec})_m$: 보와 슬래브의 轉剛性의 合에 대한 等
價기둥의 轉剛性의 比

β_t : 받침부 중심간의 보支間길이와 같은 슬래
브 幅의 轉剛性에 대한 예측보 단면의 비틀림剛
性의 比

다른 支持條件에 대해서도 위와 같은 方法으
로 各 부분의 모멘트를 구한다.

(2) 剪斷應力 制約條件式

일반적으로 슬래브는 剪斷應力에 대해서는 安
全한 편이지만 主制約事項 如否를 판단키 위해
고려했다.

$$(G_B)_N = (\tau_{CS})_N - (\tau_{US})_N \geq 0 \quad (22)$$

여기서

$(\tau_{CS})_N, (\tau_{US})_N$: 공칭허용 및 극한전단응력

(3) 두께에 대한 制約條件式

$$(G_C)_N = (d_s)_N + d_s' - 9 \geq 0 \quad (23)$$

$$(G_D)_N = (d_s)_N + d_s' - (t_1)_N \geq 0 \quad (24)$$

$$(G_E)_N = (d_s)_N + d_s' - (t_2)_N \geq 0 \quad (25)$$

$$(G_F)_N = (t_3)_N - \{(d_s)_N + d_s'\} \geq 0 \quad (26)$$

式(2-24), (2-25), (2-26)에서

d_s' : 철근의 덮개깊이

t_1, t_2, t_3 : 철근콘크리트 표준시방서⁽²⁵⁾

(3-10)式, (3-11)式, (3-12)式 참조

(4) 鐵筋比 制約條件式

$$(G_G)_{N,J} = (A_{Ss})_{N,J} - P_{s1} b_s \{(d_s)_N + d_s'\} \geq 0 \quad (27)$$

$$(G_H)_{N,J} = P_{s2} b_s \{(d_s)_N + d_s'\} - (A_{Ss})_{N,J} \geq 0 \quad (28)$$

여기서

P_{s1}, P_{s2} : 二方向슬래브의 最小 및 최대철근비

(5) 모서리 補強鐵筋에 대한 制約條件式

$$(G_I)_N = (M_{Ts})_N - (M_T)_N \geq 0 \quad (29)$$

式(29)에서

$$(M_{Ts})_N = \phi (A_{ST})_N \sigma_y \left\{ (d_s)_N - \frac{(A_{ST})_N \sigma_y}{170 \sigma_{ck}} \right\} \quad (30)$$

$(M_T)_N$: 단위폭당 最大 正모멘트

2.2.2 보의 制約條件式

(1) 轉모멘트 制約條件式

보나 거더가 슬래브를 支持하고 있는 슬래브構造體에서는 柱列帶의 모멘트를 보와 슬래브가 분담하는데 슬래브가 부담하고난 나머지는 보가 부담하게 된다. 그러므로, 보의 휨모멘트는 슬래브에서 傳達된 모멘트와 보의 自重에 의해 前述한 同層副뼈대구조해석법으로 구한 모멘트를 합한 것이 된다.

$N=1$ 즉 内部의 副뼈대解析法에 의한 보의 모우먼트는 그림 3과 같은 載荷狀態에서 다음과 같이 구한다.

$$(M_{BC})_{end,max} = -F_{BC} + \frac{D_{BC}}{4-D_{BC}D_{CB}} \left\{ -2D_{CB} \left(\frac{1}{D_{BC}} - 1 \right) F_{CB} + (4-D_{CB})(F_{BC}-F_{BA}) \right\} \quad (31)$$

$$F_{BC} = \frac{W(L_{BC})^2}{12} = F_{BA} = F_{CB} \quad (32)$$

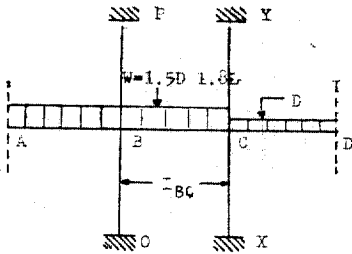


그림 3. 副뼈대 構造解析

$$D_{BC} = \frac{K_{BC}}{\xi K_{AB} + K_{BC} + K_{BO} + K_{BP}} \left(\xi = \frac{1}{2} \right) \quad (33)$$

여기서

$(M_{BC})_{end,max}$: BC 간의 B 점의 최대휨모멘트

K_{BC}, K_{AB} : 剛性比

$$(G_J)_{N,K} = (M_{UB})_{N,K} - (M_B)_{N,K} \geq 0 \quad (34)$$

式(34)에서

$$(M_{UB})_{N,K} = \phi [\sigma_y \{ (A_{SB})_{N,K} - (A_{SB}')_{N,K} \} \{ (d_B)_{N,i} - \frac{a}{2} \} + \sigma_y (A_{SB}')_{N,i} \{ (d_B)_{N,i} - (d_B)' \}] \quad (35)$$

$$(M_B)_{N,K} = (M_{com})_{N,K} + (M_{act})_{N,K} \quad (36)$$

여기서

$(M_{UB})_{N,K}, (M_B)_{N,K}$: N 연속 때의 보의 K 번째 단면의 극한저항모멘트 및 작용모멘트

$(M_{com})_{N,K}, (M_{act})_{N,K}$: 슬래브 주열대에서 전달된 모멘트 및 보의 자중에 의한 모멘트

$(A_{SB})_{N,K}, (A_{SB}')_{N,K}$: 보의 인장철근 및 압축철근

$(d_B)_{N,i}, (d_B)'$: N 연속 때의 i 번째 보의 유효 길이 및 철근덮개깊이

a : 등가깊이

$(b_B)_{N,i}$: 보의 폭

(2) 鐵筋比 制約條件式

$$(G_K)_{N,K} = (A_{SB})_{N,K} + (A_{SB}')_{N,K} - P_{bm1}(b_B)_{N,i} (d_B)_{N,i} \geq 0 \quad (37)$$

$$(G_L)_{N,K} = P_{bm2}(b_B)_{N,i}(d_B)_{N,i} - \{ (A_{SB})_{N,K} + (A_{SB}')_{N,K} \} \geq 0 \quad (38)$$

여기서

P_{bm1}, P_{bm2} : 보의 최소 및 최대철근비

(3) 剪斷에 대한 制約條件式

$$(G_M)_{N,i} = \phi_1 (S_{NB})_{N,i} - (S_{UB})_{N,i} \geq 0 \quad (39)$$

$(S_{NB})_{N,i}, (S_{UB})_{N,i}$: 공칭전단강도 및 극한전단력

ϕ_1 : 전단감소율

(4) 斷面形狀에 대한 制約條件式

$$(G_N)_{N,i} = 2.5(b_B)_{N,i} - (d_B)_{N,i} \geq 0 \quad (10)$$

2.2.3 기둥의 制約條件式

기둥에 대한 制約條件은 보에 비해 더욱 복잡한 과정을 거쳐야 하고 또한 高次的 非線型計劃問題로 된다. 制約條件에는 主로 軸應力, 長柱效果, 鐵筋比 등을 고려하며 長柱와 短柱로 區分하며 braced 기둥은 $kl_u/\gamma < 34 - 12M_1/M_2$ 면 短柱, $kl_u/\gamma > 34 - 12M_1/M_2$ 면 長柱이며 unbraced 기둥에서는 $kl_u/\gamma < 22$ 면 短柱, $kl_u/\gamma > 22$ 면 長柱로 設計한다.

여기서

k : 유효길이 계수

l_u : 壓縮部材를 횡적으로 支持하는 부재 사이의 순길이

γ : 回轉半徑

M_1, M_2 : 압축부재의 端모멘트 중 작은 값 및 큰 값

(1) 短柱의 制約條件式

① 壓縮支配 設計($e < e_b$)

$$e = \frac{M}{N} \quad (41)$$

$$e_b = (0.67P_g \cdot m + 0.17)d \quad (42)$$

$$m = \frac{\sigma_y}{0.85\sigma_{ck}} \quad (43)$$

式(41)에서

$$M = M_{col} + M_{sub} \quad (44)$$

여기서

M_{col} : 기둥저항모멘트이며 Notes on ACI 318-77의 13·6·9의 式(6~10)으로 구해진다.

M_{sub} : 副배대 解析法에서 구한 기둥모멘트
 $(G_o)_{N,i} = (N_u)_{N,i} - N_{N,i} \geq 0$ (45)

여기서

$$(N_u)_{N,i} = \phi_2 \left[\frac{(A_{SC})_{N,i} \sigma_y}{e_{N,i}} + 0.5 + \frac{(d_c + d_c')^2 N_{N,i} \sigma_{ck}}{3(d_c + d_c')_{N,i} e_{N,i} + 1.18} \right] \quad (46)$$

$N_{N,i}$: 기둥에 작용하는 軸力

② 引張支配 設計($e > e_b$)

$$(G_P)_{N,i} = (N_u)_{N,i} - N_{N,i} \geq 0 \quad (47)$$

여기서

$$N_u = \phi_2 \cdot 0.85 \sigma_{ck} (d_c + d_c')_{N,i} (d_c)_{N,i} \left[-P + 1 - \frac{(e')_{N,i}}{(d_c)_{N,i}} + \sqrt{\left(1 - \frac{(e')_{N,i}}{(d_c)_{N,i}}\right)^2 + 2P} \right] \left(\frac{1 - \frac{d_c'}{(d_c)_{N,i}} + \frac{(e')_{N,i}}{(d_c)_{N,i}}}{(d_c)_{N,i}} \right) \quad (48)$$

여기서

$$e' = \frac{d - d'}{2} + e$$

$$P = \frac{A_s}{d^2}$$

(2) 長柱의 制約條件式

長柱效果에 의한 확대모멘트(magnified moment)를 사용하여 制約條件式을 유도한다.

$$\delta_c = \frac{C_m}{1 - \frac{N_u}{\phi_2 N_c}} \geq 1.0 \quad (49)$$

$$N_c = \frac{\pi^2 EI}{(kl_u)^2} \quad (50)$$

여기서 k 는 braced 기둥일 때는 1이고 unbraced 때는 文獻 (23)의 Furlong 式(15.8.4~5)을 참조했다. 또한 C_m 과 EI 는 ACI 式 (10.9), (10.11)에 의해 계산한다.

① 壓縮支配($\delta_c \cdot e < e_b$)

$$(G_a)_{N,i} = (N_u)_{N,i} - N_{N,i} \geq 0 \quad (51)$$

式(51)의 $(N_u)_{N,i}$ 는 式(46)의 e 대신 $\delta_c \cdot e$ 를 대입한 값이다.

② 引張支配($\delta_c \cdot e > e_b$)

$$(G_R)_{N,i} = (N_u)_{N,i} - N_{N,i} \geq 0 \quad (52)$$

式(52)의 $(N_u)_{N,i}$ 는 式(48)의 e 대신 $\delta_c \cdot e$ 를 대입한 값이다.

(3) 鐵筋比 및 기타 制約條件式

$$(G_S)_{N,i} = (A_{SC})_{N,i} - P_{em} (d_c + d_c')^2_{N,i} \geq 0 \quad (53)$$

$$(G_T)_{N,i} = (d_c)_{N,i} - (d_{cmin})_{N,i} \geq 0 \quad (54)$$

$$(G_U)_{N,i} = (d_{cmax})_{N,i} - (d_c)_{N,i} \geq 0 \quad (55)$$

여기서

P_{em} : 기둥의 最小철근비

2.3 最適化問題의 形成

앞에서 유도한 目的函數와 制約條件式들을 要約하여 철근콘크리트 2方向 슬래브 構造體의 最適化問題를 形成하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{l} \text{Minimize } C \\ \text{Subject to} \\ \left\{ \begin{array}{l} (G_A)_{N,j} \\ (G_B)_{N,j} \\ \vdots \\ (G_U)_{N,i} \end{array} \right\} \geq 0 \end{array} \quad (56)$$

式(56)의 目的函數와 制約條件式들이 設計變數 $X = \{(d_s)_{N,i}, (d_b)_{N,i}, (d_c)_{N,i}, (b_B)_{N,i}, (A_{SS})_{N,j}, (A_{SB})_{N,k}, (A_{SB}')_{N,k}, ((A_{SV})_{N,i}, (A_{SC})_{N,i})\}$ 에 대하여 非線型計劃問題가 되므로 이를 逐次線型計劃問題로 變換시켜 最適化를 시도하고자 한다.

3. 鐵筋콘크리트 슬래브 構造體의 最適化

3.1 逐次的 線型化

非線型的 多制約, 多設計變數의 最適化에 보통 사용되는 技法으로는 Feasible Direction Method, Lagrange 乘係數法, 無制約最小化反復法(SUMT), 逐次線型計劃法(SLP)이 있으나 文獻 調查結果 SLP法이 效率的이라는 사실을 알았으므로 本 研究에서는 이 方法을 사용했다. SLP法에 대해서는 文獻 (5)와 (8)에 자세히 기술되어 있으므로 간단히 要約한다.

$$\begin{array}{l} \text{Minimize } C(\bar{X}) \\ \text{Subject to } G(\bar{X}) \bar{X} \geq 0 \end{array} \quad (57)$$

여기서,

$C(X)$: 目的函數

$G(X)$: 制約條件式

X : 設計變數

各 設計點에서 非線型的 目的函數와 制約條件式을 Taylor 級數展開에 의하여 線型化하고 이

變形된 線型問題에 線型計劃 알고리즘을 적용함으로써 近似解를 구하고 다시 初期設計點을 修正하는 過程을 되풀이 한다.

3.2 目的函數의 線型化

多制約, 多設計變數를 갖는 鐵筋콘크리트 2 方向 슬래브 構造體의 目的函數는 設計變數에 대하여 非線型이 되므로 이를 Taylor 級數展開理論

에 따라 設計點 X^k 주위에서 線型化하면 다음과 같다.

$$C(\vec{X}) = \left[\frac{\partial C(\vec{X})}{\partial \vec{X}} \right]_{1 \times \delta} \cdot [\vec{X}^k]_{\delta \times 1} - C(X^k) \quad (58)$$

여기서 行 또는 列의 要素의 數를 나타내는 値자 δ 는 計設變數의 總數를 나타내며 $\delta=64$ 이다.

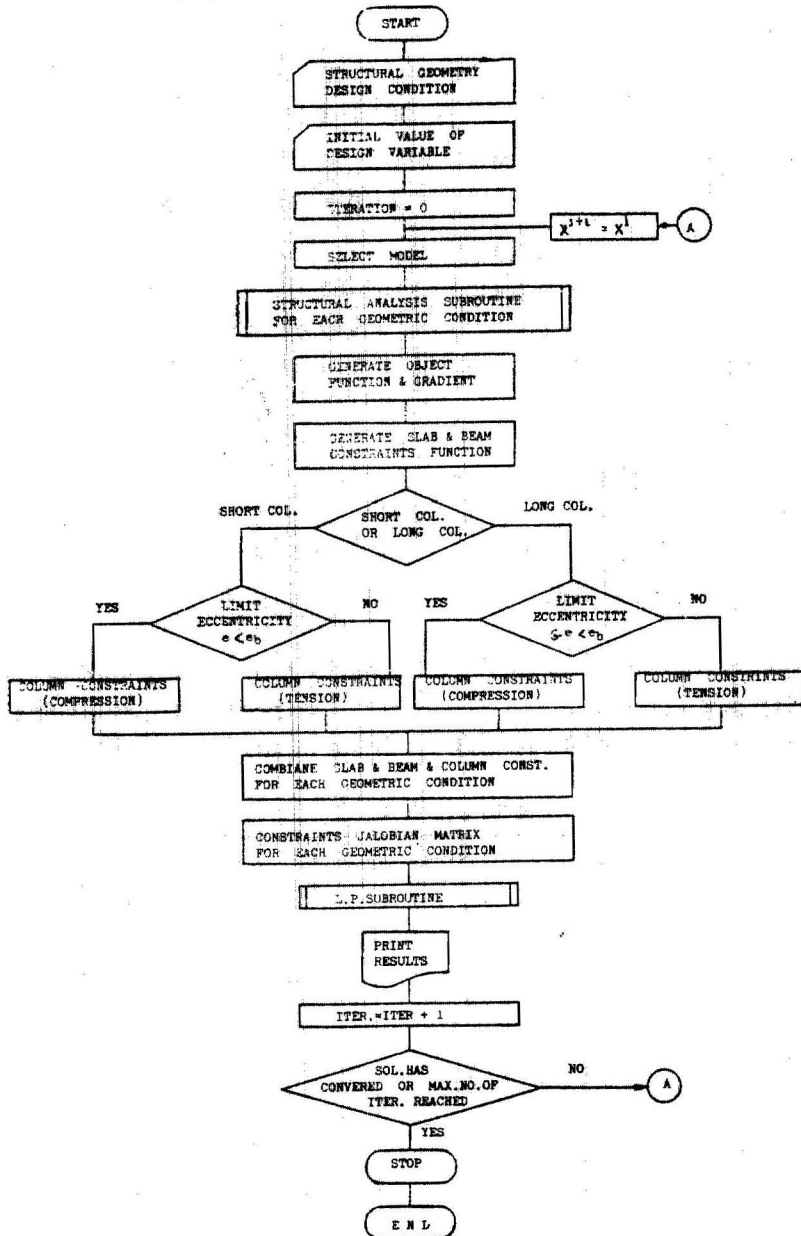


그림 4. 最適化 Flow Diagram

이후에 記述되는 δ 도 마찬가지로 의미를 갖는다.

3.3 制約條件式의 線型化

直接設計法으로 유도된 鐵筋콘크리트 2方向 슬래브 構造體의 制約條件式들을 計設點 X^k 주위에서 線型化한 一般式을 Matrix 로 표시하면 다음과 같다.

$$[J(\bar{X}^k)]_{m \times \delta} \cdot [\bar{X}]_{\delta \times 1} \geq [J(\bar{X}^k)]_{m \times \delta} \cdot [\bar{X}^k]_{\delta \times 1} - [G(\bar{X}^k)]_{m \times 1} = [B(\bar{X}^k)]_{m \times 1} \quad (59)$$

式(59)에서 $[J(\bar{X}^k)]$ 는 X^k 에 관한 制約條件式 $G(X)$ 의 Jacobian Matrix 이며 行과 列의 數를 의미하는 첨자 m, δ 는 각각 制約條件式과 設計變數의 數를 나타낸다.

$$[J(\bar{X}^k)]_{m \times \delta} = \left[\left[\frac{\partial G(\bar{X}^k)}{\partial \bar{X}} \right]_{m \times \delta} \right] \quad (60)$$

式(59)와 (60)에서

$$G(X^k) = \text{set to } \{(G_A)_{N,j}, (G_B)_N, \dots, (G_U)_{N,i}\} \quad (61)$$

이며 式(61)에서 $(G_A)_{N,j}, (G_B)_N, \dots, (G_U)_{N,i}$ 는 앞에서와 같은 設計變數 X^k 의 函數로 표시되어 있는 制約條件式들이다.

3.4 最適化 알고리즘

鐵筋콘크리트 2方向 슬래브 構造體의 最適化問題는 式(58), (59)에서 보는 바와 같이 매우 複雜한 非線型問題로 되므로, 本 研究에서는 SLP 技法을 사용하였고 이 알고리즘을 要約하면 다음과 같다.

- ① 斷面의 初期假定値와 構造物의 layout 부여
- ② 構造物解析(設計斷面力 決定)
- ③ 슬래브의 支持條件에 따른 目的函數 및 制約

條件式 組合

- ④ 보의 設計方法 부여
- ⑤ 기둥의 長, 短柱 判別 및 支配斷面力에 適合한 設計方法 부여
- ⑥ 슬래브 構造體의 組合 및 SLP를 利用한 最適斷面力 決定
- ⑦ ⑥에서 계산된 斷面치수를 ①의 假定치로 하여 되풀이 과정을 거친다.
- ⑧ ①~⑦ 사이를 왕래해 최적斷面치수를 決定한다.

이상의 最適化 알고리즘의 綜合的인 Flow Chart는 그림 4와 같다.

4. 最適設計例 및 考察

直接設計法에 의한 鐵筋콘크리트 2方向 슬래브 構造體의 最適化 可能性과 活用性을 검토하기 위해 3章에서의 最適化 알고리즘을 이용하여 最適解를 구했다. 대상 構造物은 5層으로서 各層과 各 경우($N=1\sim 4$)에 대하여 슬래브 長邊 및 短邊의 比를 1.2(7.2/6.0), 1.4(7.0/5.0)로 달리하고 기둥에서는 braced와 unbraced로 나누는 등 많은 數値의 最適化를 試行하였으나 紙面 制約으로 代表的인 것만을 수록하면 표 2~3, 그림 5~8과 같다.

표에서 슬래브의 모서리보강철근(A_{st})은 1번 연속 1번불연속 때의 所要鐵筋量이며 슬래브鐵筋(A_{ss})은 실제로 그림 4(b)에서 처럼 18곳이나

表 1. 設計 條件

구 조 형 상			강도 및 하중(kg/cm ²)	설 계 상 수
N=1	L _y /L _x = 1.2	L _x =600 (cm)	σ _{st} =210	C _c =0.0391 원/cm ³
		L _y =720	σ _y =2800	C _s =2.2313 원/cm ³
N=2	L _y /L _x = 1.4	H _c =400	τ _u =7.68	C _f =0.55 원/cm ²
N=3		L _x =500	w ₁ =0.07	P _{cm1} =0.0025
		L _y =700	w _d =0.0024 t	P _{bm1} =14/σ _y
N=4		H _c =360		P _{cm1} =0.005
φ=0.9, φ ₁ =0.85, φ ₂ =0.7				
d _s '=3 cm				
d _b '=d _c '=5 cm				
D _m =D _c =1.3 cm				
d _b ''=6 cm				

紙面관계로 그 平均所要量을 표시했다. 또, 기둥 斷面은 正 4 角形이고 鐵筋은 對稱으로 配筋했으므로 所要鐵筋量의 半을 표시했다.

4.1 最適設計例

그림 1, 2 와 같은 슬래브型 構造體를 最適化하기 위하여 式(1)의 目的函數를 一般化하면 다음과 같다.

$$C(X)_N = C_C V_C + C_S (V_{SB} + V_{SC} + V_{SS}) + C_f A_f \quad (62)$$

式(62)에서

$$V_C = (L_X - L_Y \cdot t) + \{L_X - (d_{C1} + d_{C'} + d_{C2} + d_{C'}) / 2\} \{b_{B1}(d_{B1} + d_{B'} - t)\} + \{L_X - (d_{C3} + d_{C'} + d_{C4} + d_{C'}) / 2\} \{b_{B2}(d_{B2} + d_{B'} - t)\} + \{L_Y - (d_{C1} + d_{C'} + d_{C3} + d_{C'}) / 2\} \{b_{B3}(d_{B3} + d_{B'} - t)\} + \{L_Y - (d_{C2} + d_{C'} + d_{C3} + d_{C'}) / 2\} \{b_{B4}(d_{B4} + d_{B'} - t)\} + \{(d_{C1} + d_{C'})^2 + (d_{C2} + d_{C'})^2 + (d_{C3} + d_{C'})^2 + (d_{C4} + d_{C'})^2\} (H_C - t) \quad (63)$$

$$V_{SB} = (A_{sb1} + A_{sb1'})x_1 + (A_{sb2} + A_{sb2'})y_1 + (A_{sb3} + A_{sb3'})z_1 + (A_{sb4} + A_{sb4'})x_2 + (A_{sb5} + A_{sb5'})y_2 + (A_{sb6} + A_{sb6'})z_2 + (A_{sb7} + A_{sb7'})x_3 + (A_{sb8} + A_{sb8'})y_3 + (A_{sb9} + A_{sb9'})z_3 + (A_{sb10} + A_{sb10'})x_4 + (A_{sb11} + A_{sb11'})y_4 + (A_{sb12} + A_{sb12'})z_4 + \{A_{SV1}(b_{B1} + d_{B1} + d_{B'} - d_{B''})\} (L_X / 0.67d_{B1}) + \{A_{SV2}(b_{B2} + d_{B2} + d_{B'} - d_{B''})\} (L_X / 0.67d_{B2}) + \{A_{SV3}(b_{B3} + d_{B3} + d_{B'} - d_{B''})\} (L_Y / 0.67d_{B3}) + \{A_{SV4}(b_{B4} + d_{B4} + d_{B'} - d_{B''})\} (L_Y / 0.67d_{B4}) \quad (64)$$

$$V_{SC} = 2(A_{SC1} + A_{SC2} + A_{SC3} + A_{SC4})H_C \quad (65)$$

$$V_{SS} = (A_{S1} + A_{S2} + A_{S3})l_1 + (A_{S4} + A_{S5} + A_{S6})l_2 + (A_{S7} + A_{S8} + A_{S9})l_3 + (A_{S10} + A_{S11} + A_{S12})l_4 + (A_{S13} + A_{S14} + A_{S15})l_5 + (A_{S16} + A_{S17} + A_{S18})l_6 \quad (66)$$

$$A_f = \{L_X - (b_{B3} + b_{B4}) / 2\} \{L_Y - (b_{B1} + b_{B2}) / 2\} + \{L_X - (b_{B3} + b_{B4}) / 2\} \{2(d_{B1} + d_{B'} - t) + b_{B1}\} + \{L_X - (b_{B3} + b_{B4}) / 2\} \{2(d_{B2} + d_{B'} - t) + b_{B2}\} + \{L_Y - (b_{B1} + b_{B2}) / 2\} \{2(d_{B3} + d_{B'} - t) + b_{B3}\} + \{L_Y - (b_{B1} + b_{B2}) / 2\} \{2(d_{B4} + d_{B'} - t) + b_{B4}\} + 4H_C \cdot d_{C1} - 2\{b_{B1}(d_{B1} + d_{B'}) + b_{B3}(d_{B3} + d_{B'})\} + 4H_C \cdot d_{C2} - 2\{b_{B1}(d_{B1} + d_{B'}) + b_{B4}(d_{B4} + d_{B'})\} + 4H_C \cdot d_{C3} - 2\{b_{B3}(d_{B3} + d_{B'}) + b_{B2}(d_{B2} + d_{B'})\}$$

表 2. 最適設計 結果 (4 층 $L_x = 6.0m$ $L_y = 7.2m$)

슬래브 형	초기치	d_s (cm)	$(d_B)_1$ (cm)	$(d_B)_2$ (cm)	$(d_B)_3$ (cm)	$(d_B)_4$ (cm)	$(d_C)_1$ (cm)	$(d_C)_2$ (cm)	$(d_C)_3$ (cm)	$(d_C)_4$ (cm)	$(b_B)_1$ (cm)	$(b_B)_2$ (cm)	$(b_B)_3$ (cm)	$(b_B)_4$ (cm)	$(A_{SS})_{N_x/18, N_y/12}$ (cm ²)	$(A_{SP})_{N_x/12, N_y/12}$ (cm ²)	$(A_{SP})_{N_x/4, N_y/4}$ (cm ²)	$(A_{SV})_{N_x/4, N_y/4}$ (cm ²)	$(A_{SC})_{N_x/4, N_y/4}$ (cm ²)	A_{ST} (cm ²)	수령	COST (원)
N=1	초기치	12.70	40	40	40	40	40	40	40	40	23	23	28	28	14.22	26.67	3	10	15	0	4	1,474,792
	최적치	11.47	42	42	45	45	31.27	31.27	31.27	31.27	23	23	25	25	15.51	24.20	6.05	3.93	6.58	0	4	1,214,164
N=2	초기치	12.70	35	35	38	38	30	30	30	30	25	25	28	28	14.22	26.67	3	10	15	10	3	1,441,556
	최적치	13.09	40	40	45	45	31.55	31.55	29.54	29.54	22	18	25	25	14.00	22.41	5.60	4.09	6.33	5.17	3	1,294,607
N=3	초기치	12.70	35	35	38	38	40	40	40	40	25	25	28	28	14.22	26.67	3	10	30	10	3	1,694,369
	최적치	12.35	40	40	45	45	31.40	28.24	31.40	28.24	22	22	25	20	14.46	22.26	5.57	3.79	6.07	3.38	3	1,313,147
N=4	초기치	12.70	35	35	38	38	40	40	40	40	25	25	28	28	14.22	26.67	3	10	12	10	3	1,575,004
	최적치	12.52	38	30	43	33	31.53	28.10	29.28	21.33	22	17	25	20	14.36	20.85	5.85	3.65	5.37	5.55	3	1,323,146

$$+4H_c \cdot d_{c4} - 2\{b_{B2}(d_{B2} + d_{B'}) + b_{B4}(d_{B4} + d_{B'})\} \quad (67)$$

이다. 여기서

x_1, x_2, x_3, x_4 : 보의 좌단부에서 모멘트가 0이 되는 점까지의 거리

y_1, y_2, y_3, y_4 : 보의 우단부에서 모멘트가 0이 되는 점까지의 거리

z_1, z_2, z_3, z_4 : 보의 길이에서 $x_i + y_i$ 의 값을 뺀 값

l_1, l_2, \dots, l_6 : 슬래브 鐵筋들의 길이로서 참고문헌 (25), p. 297 참조

V_{SB} : 보의 鐵筋體積

V_{SC} : 기둥의 鐵筋體積

V_{SS} : 슬래브의 鐵筋體積이며 연속조건에 따라 $(A_{ST} \cdot L_x / 5) \times k$ 를 추가해 주어야 한다. 또한 위의 k 는 $N=1$ 일 때는 0, $N=2, 3$ 일 때는 2, $N=4$ 일 때는 4이다.

表 3. 기둥最適設計 結果 ($N=4, L_x=6.0\text{ m}, L_y=7.2\text{ m}$)

층수	구분	(dc) ₁ (cm)	(dc) ₂ (cm)	(dc) ₃ (cm)	(dc) ₄ (cm)	(Asc) ₁ (cm ²)	(Asc) ₂ (cm ²)	(Asc) ₃ (cm ²)	(Asc) ₄ (cm ²)	수렴 횟수	COST (원)	기둥 지배
1	braced	50	39.18	40.33	30	18.55	9.76	10.27	6.12	4	351,326	압축 " " "
	unbraced	50	38.53	39.79	27.27	18.02	9.48	10.03	5.2	4	340,166	압축 " " "
2	braced	45.16	36	30.01	26.21	12.58	8.41	8.83	4.87	4	300,794	압축 " " "
	unbraced	24.97	35.18	36.23	24.83	12.48	8.07	8.54	4.45	4	292,751	압축 " " "
3	braced	38.84	32.54	23.49	22.1	9.61	7.05	7.41	3.94	3	255,005	압축 " " 인장
	unbraced	38.52	31.52	32.04	22.07	9.40	6.67	7.18	3.16	4	248,409	압축 " " "
4	braced	31.53	28.1	21.28	21.33	6.67	5.48	5.87	3.45	3	208,904	압축 인장 " "
	unbraced	26.47	27.26	20.07	20.0	8.6	5.2	3.14	3.12	5	196,770	압축 " " 인장
5	braced	22.25	26.35	28.71	21.32	3.71	4.91	5.68	3.46	3	181,523	압축 인장 " "
	unbraced	23.85	37.94	37.36	30.34	4.16	9.22	8.97	6.25	5	259,371	압축 인장 " "

4.2 結果考察

本研究의最適化 알고리즘을 利用하여 設計한 各種 鐵筋콘크리트 2方向 슬래브型 構造體의最適設計例들을 中心으로 結果를 考察하면 다음과 같다.

① 主된 制約條件을 보면 슬래브에서는 휨모멘트, 有效깊이, 最小鐵筋比 등이고 보部에는 휨모멘트, 기둥部에는 軸應力, 最小鐵筋比 등이 되는데 그중 슬래브에서의 有效깊이에 관한 것이 先行的 臨界制約條件으로 나타났다. 또, 그림 8에서와 같이 有效깊이는 대부분 $N=4$ 일 때가 가장 크고 $N=1$ 일 때 가장 작았다. 슬래브 構造體의最適設計에서는 最小두께에 관한 制約事項을 반드시 고려해야 한다고 생각된다.

② 그림 5에서와 같이 上限, 下限, 初期值의 값에 관계없이 대개의 경우 3~5회의 反復試行으로最適解에 收斂했는데, 文獻(18), (24)와 比較하면 本研究에서의 收斂回數가 設計變數와 制

約條件式이 월등히 많음에도 불구하고 우수하다는 것이 立證되었다.

③ 本研究에 使用된 設計例에서 影響을 주지 않은 制約事項을 찾은 결과 슬래브에서의 最大鐵筋比와 剪斷應力 보에서의 最大鐵筋比 등이었는데 이들은 대개의 경우 주제약사항이 아니라고 사료된다.

④ 同一한 條件下에서最適設計理論에서 얻어진 슬래브의 有效깊이 d 를 利用하여 在來的인 設計法으로 나머지 變數를 利用하여 設計한 結果와 本研究의 알고리즘으로 計算한 結果를 經費面에서 比較하면 약 5.2~6.5%가 經濟的임을 보여 주었다.

⑤ 層高를 달리한 경우의 변화는 그림 6에서와 같이 아래層일수록 經費가 증가하는데 이는 슬래브와 보 部分은 거의 變化가 없고 기둥斷面이 軸力의 증가로 인해 커지기 때문이다. 또한 같은 層에서의 經費는 $N=4, 3, 2, 1$ 順으로 작아

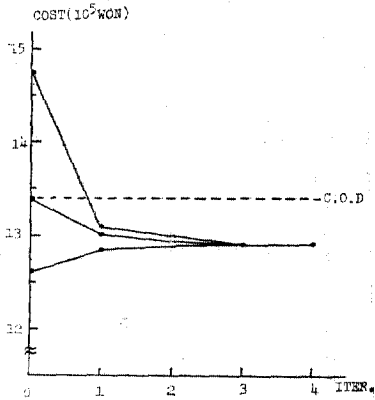


그림 5. 초기치변화에 따른 최적화경향
($N=1$, $L_x=6.0$ m, $L_y=7.2$ m, braced)

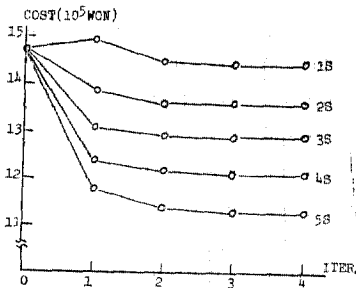


그림 6. 층고변화에 따른 최적화경향
($N=1$, $L_x=6.0$ m, $L_y=7.2$ m, braced)

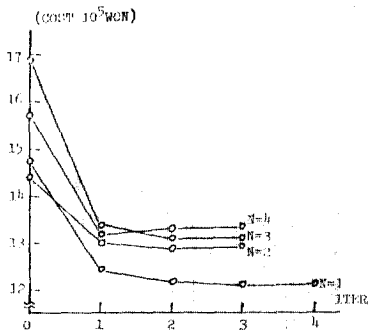


그림 7 연속조건에 따른 최적화경향
(4층, $L_x=6.0$ m, $L_y=7.2$ m, braced)

지는데 $N=4$, 즉 外側部에서의 슬래브設計帶 길이가 증가와 端部보까지의 引張鐵筋의 延長에 대한 示方規定 때문이라고 생각된다.

⑥ 보에 있어서는 대부분의 경우에 $N=4$ 일 때 斷面 및 所要鐵筋量이 가장 작고 $N=1$ 일 때가 가장 크게 나타나는데, 이는 휨모멘트의 영향으

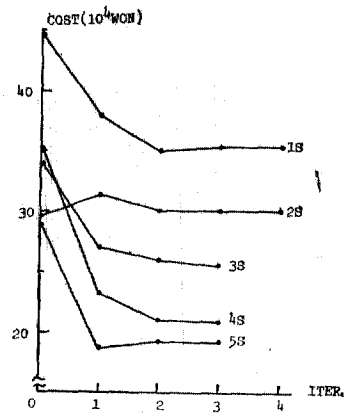


그림 8. 기둥최적화경향
($N=4$, $L_x=6$ m, $L_y=7.2$ m, braced)

로 보여진다.

⑦ 기둥部는 대부분이 長柱로 設計되고 braced 기둥인 경우 아래 2層은 모든 경우 壓縮支配이고 위 2層은 $N=4$ 일때의 4번째 기둥만이 壓縮支配이고 나머지는 引張支配이며 가운데 層도 壓縮支配가 많은 편이다. 또한 unbraced 기둥에서는 위 2層이 引張支配이고 나머지는 거의가 壓縮支配로 設計됨을 보여주었다.

⑧ 層高變化에 대한 기둥部의 最小經費 問題는 軸力의 증가로 인해 아래層으로 갈수록 증가하며 대부분이 braced 에 비해 unbraced 기둥이 優가임을 보여 주었다. 또한 $N=4$ 경우의 unbraced 기둥일 때는 맨 위層의 經費가 증가했는데 이는 Furlong 式에 의한 擴大모멘트係數(δ)의 算出에 기인한다고 생각된다.

5. 結 論

本 研究에서는 直接設計法으로 四邊의 各種 支持條件을 갖는 鐵筋콘크리트 2方向 슬래브型 構造體를 最適設計하는 프로그램을 開發하였고 各層, 各 경우를 數種의 設計例에 適用해 알고리즘의 收斂性, 經濟性 및 最適化傾向 등을 考察했는데 다음과 같은 結論을 얻었다.

i) 슬래브, 보, 기둥이 一體로 된 構造體 最適化를 위해 개발한 本 研究의 알고리즘은 初期值에 관계없이 3~5回 反復試行으로 最適解에 收斂하므로 매우 效率的이라고 생각된다.

ii) 슬래브型 構造體를 最適設計할 때에는 슬

래브의 有効깊이가 先行制約條件이므로 最小두께를 반드시 고려해야 된다고 생각된다.

iii) 本 研究에서 開發한 最適設計 프로그램을 사용할 경우 슬래브 長, 短邊길이와 기둥높이에 따라 다소의 차이가 있겠지만, 대개의 경우 5~7%의 經濟的인 設計가 될 것으로 생각된다.

iv) 直接設計法으로 슬래브 構造體의 最適設計가 可能함을 알게 되었다.

參 考 文 獻

1. Sandhu, Balbir S., "Economical Design of Reinforced Concrete Slabs and Walls," *Engineering Note Book*, Civil Engineering, ASCE, July, 1971, pp. 68~69.
2. Hang, Ti, "Minimum Steel Design of Doubly Reinforced Section," *ACI Journal, Proc. Vol. 69*, August, 1972, pp. 510~513.
3. Friel, Leroy L., "Optimum Singly Reinforced Concrete Section," *ACI J. Proc. Vol. 71, No. 37*, November, 1974, pp. 556~641.
4. D.J. Gunaratnam, N.S., Sivakumaran, "Optimum Design of Reinforced Concrete Slabs," *The St. Engineer, Vol. 563, No. 3*, September, 1978, pp. 61~67.
5. 邊根周, 黃鶴周 "鐵筋콘크리트 뼈대構造物의 最適化를 위한 最適斷面의 決定에 관한 研究" 大韓土木學會誌, 24(3), 1976, pp. 105~116.
6. 邊根周, 趙孝男, 黃鶴周, "鐵筋콘크리트斷面의 最小經費設計를 위한 最適鐵筋比에 관한 研究", 大韓土木學會誌, 23(3), 1975. 9, pp. 131~137.
7. 鄭永植, "Optimality Criteria 方法에 의한 보 및 트러스 構造物의 最適設計에 관한 研究", 大韓土木學會誌, 28(2), 1980. 4, pp. 97~105.
8. 朴文浩, "限界狀態設計法에 의한 鐵筋콘크리트 뼈대構造物의 最適化에 관한 研究", 博士學位論文, 연세대학교, 1981.
9. 鄭榮采, 李奎遠, "SUMT 法을 利用한 鐵筋콘크리트 뼈대構造物의 最適設計에 관한 研究", 大韓土木學會誌, 4(1), 1984. 3, pp. 27~48.
10. C.T. Morley, "Optimum Reinforcement of Concrete Slab Elements against Combinations of Moments and Membrane Forces," *Magazine of Concrete Research, Vol. 22, No. 72*, September, 1970, pp. 155~162.
11. T.K. Dutta, "Optimal Design of Reinforced Concrete Slabs," *IE(I), Journal-CI, Vol. 54*, November 1973, pp. 47~52.
12. A.E. Naaman, "Minimum Cost Versus Minimum Weight of Prestressed Slabs," *J. of St. Division, ASCE, Vol. No. ST7*, July, 1976, pp. 1493~1505.
13. S. Ramamurthy, "Optimum Design of Prestressed Concrete Slabs Using Primal Geometric Programming," *Inter. J. for numerical method in engineering, Vol. 13*, December 1977, pp. 229~246.
14. J.J. Salinas, "Some Economic Implications in Reinforced Concrete Slab Design," *Adv. Conc. Slab Technol.*, 1980, pp. 323~331.
15. R.E. Leev, "Optimum Design of Reinforced Concrete and Prestressed Concrete Slabs," *Adv. Conc. Slab Technol.*, 1980, pp. 313~322.
16. 趙孝男, 梁昌鉉, "플래트-플레이트 鐵筋콘크리트 構造시스템의 電算化 最適設計法", 大韓土木學會誌, 28(1), 1980. 2, pp. 115~127.
17. 朴文浩, "限界狀態設計法에 의한 鐵筋콘크리트 2方向 슬래브의 最適設計", 慶北大學校 論文集 第35輯, 1983, pp. 509~521.
18. 朴文浩, "限界狀態設計法에 의한 鐵筋콘크리트 플래트 슬래브型 構造體의 最適化에 관한 研究", 大韓土木學會誌, 4(1), 1984. 3, pp. 11~26.
19. 金勇熙, 柳泓烈, 朴文浩, "Direct Method에 의한 鐵筋콘크리트 2方向 슬래브의 最適設計에 관한 研究", 韓國農工學會誌, 26(2), 1984. 6, pp. 301~309.
20. 金勇熙, 柳泓烈, "鐵筋콘크리트 暗渠의 最適設計에 관한 研究", 東亞大學校 大學院 論文集 第VIII輯 1983. 7, pp. 423~439.
21. ACI Standard 318-77, ACI, 1977.
22. Notes on ACI 318-77 with Design Applications, PCA, 1978, pp. 20-1~20-40.
23. Chu-Kia Wang, Charles G. Salmon, "Reinforced Concrete Design," 3rd, 1979, pp. 528~585.
24. H.R. Thomas, "Optimum Least-Cost Design of Reinforced Concrete Portal Frames," *M.S. Thesis, Department of Civil Engineering, Univ. of Raleigh*, 1970, pp. 1~62.
25. 大韓土木學會, 콘크리트 標準示方書解説, 1978. 12. (接受: 1984. 8. 7)