

# 콘크리트의 피로강도 및 피로신뢰성해석에 관한 이론 및 실험연구

A Theoretical and Experimental Investigation on the Fatigue Strength  
and Fatigue Reliability Analysis of Concrete

吳 炳 煥\*  
Oh, Byung Hwan

## Abstract

The fatigue strength and reliability of concrete subjected to flexural loading is investigated. The concrete beam specimens are prepared and tested in four-point flexural loading in which the bottom fiber stress varies from zero to a predetermined maximum stress. The S-N curves are generated from these test results and an equation is obtained by regression analysis to predict the flexural fatigue strength of concrete. A method is presented to perform the probabilistic analysis on the flexural fatigue of concrete. It is shown that the Weibull distribution has physically more convincing features and may be appropriate to describe the fatigue behavior of concrete.

## 要 旨

本論文에서는 휨하중을 받는 콘크리트의 피로특성 및 피로신뢰성이 연구되었다. 콘크리트보에 대한 피로실험이 수행되었으며, 피로하중은 4점하중 상태로 작용되었다. 본 실험결과로부터 S-N 관계가 얻어졌으며, 콘크리트의 휨피로 강도를 예측하기 위한 공식이 도출되었다. 또한 본論文에서는 콘크리트의 휨피로에 대한 확률론적 해석방법이 제안되었다. 본 연구결과 콘크리트의 피로거동을 서술하는 데는 Weibull 분포가 적절한 것으로 나타났다.

## 1. 序 論

콘크리트교량이나 콘크리트도로 및 콘크리트 해양구조물등은 반복적인 하중을 받는 대표적인 土木構造物들이다. 最近에 이러한 構造物의 건

설이 증가되고 있어, 콘크리트의 피로거동은 보다 큰 관심을 불러 일으키고 있다. 그동안 콘크리트의 피로에 대한 연구는 여러 나라에서 어느 정도 많이 수행되어져 왔으나, 지금까지는 大部分의 연구가 피로하중과 피로수명과의 관계를 규명하는데 중점을 두어 왔다<sup>(1,16~21,23~27)</sup>. 이 피

\* 正會員·서울대학교 工科大学 助敎授, 土木工學科

로하중과 피로수명과의 관계는 보통 S-N Curve (혹은 Wöhler Curve)로 表示되는데, 이 관계로부터 주어진 하중하에서의 콘크리트의 평균피로수명을 예측할 수 있게 된다. 일반적으로, 콘크리트의 피로실험자료는 상당한 변화성과 불규칙성을 보이기 때문에 콘크리트구조물의 정확한 피로저항성을 확보하기 위해서는 확률론적 개념을 도입하는 것이 바람직하다. 設計에 確率論的 概念을 도입함으로써 얻어지는 利點은 設計의 不確實性을 해석하고, 部材의 불안정확율을 평가하는 論理的인 裨대에 있다. 지금까지 대부분의 콘크리트 피로연구가 단순히 S-N 관계에 중점을 두어 왔기 때문에 콘크리트피로의 확률론적 신뢰성 해석에는 그다지 많은 연구가 행해지지 않았다. 따라서, 본 연구의 목적은 먼저 휨하중을 받는 콘크리트의 피로특성을 규명하고, 콘크리트 휨피로파괴에 대한 정확한 신뢰성확보를 위하여 확률해석 방법을 제시하는데 있다.

## 2. 콘크리트의 韌疲勞實驗

콘크리트의 휨피로특성을 연구하기 위하여 表 1에 기술된 바와 같이 強度가 각각 다른 2種類의 콘크리트에 대하여 피로실험을 수행하였다. 실험시편의 형태는 10×10×50cm 크기의 보(beam)이며 各 20개씩의 시편을 만들었다. 보시편 이외에 압축강도 측정용 실린더 시편을 各 20개씩 제작하였다. 모든 시편은 제작후 양생수조에서 약 50일간 양생되었다. 이렇게 장기양생을 한 이유는 피로 실험도중에 일어날 수 있는 압축강도의 증가현상을 피하기 위한 고려였다. 그림 1은 본실험에서 사용된 실험장치들에 대한 배열도이다. 시편에 가해진 하중은 4점하중(four-point loading)이며, 시편에 가해진 반복하중은 정적파괴계수(static modulus of rupture)  $f_r'$ 에 대한 상대비율로 작용되었다. 이 작용하중의 상대비율 즉,  $f_{r,max}/f_r'$ 을 여러값으로 변화시켜 가면서 실험이 수행되었으며, 피로파괴까지의 하중반복진동수를 측정하였다. 피로하중의 하중률은 250 cycles/min으로 정하여 수행하였고, 압축강도는 표준압축시험기에 의하여 측정되었다.

表 1. 콘크리트의 配合成分과 強度

배합번호	물 (kg/m <sup>3</sup> )	시멘트 (kg/m <sup>3</sup> )	잔골재 (kg/m <sup>3</sup> )	굵은골재 (kg/m <sup>3</sup> )	평균압축도 (kg/cm <sup>2</sup> )
Series 1	156	317	775	1,094	261
Series 2	154	450	690	1,077	401

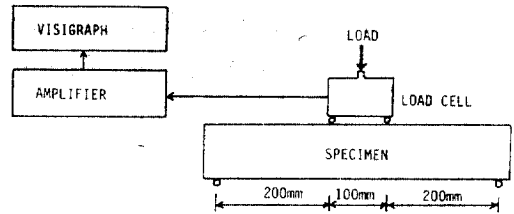


그림 1. 피로실험의 개략도

## 3. 實驗結果 및 S-N 關係

上記 2節에서 서술된 요령으로 휨피로 실험이 수행되었으며, 이로부터 S-N 관계를 도출하였다. S-N 관계는 작용된 최대피로하중과 피로파괴까지의 하중반복수  $N$ 과의 관계를 나타내는 것으로서 보통 다음과 같은 일반적인 형태로 표시할 수 있다.

$$\frac{f_{r,max}}{f_r'} = a + b \log_{10} N \dots \dots \dots (1)$$

여기서  $f_r'$  = 靜的 破壞係數,  $f_{r,max}$  = 작용되는 最大疲勞韌應력,  $N$  = 피로파괴까지의 하중진동수 또는 피로수명, 그리고  $a, b$ 는 實驗常數이다.

그림 2는 본 피로실험으로부터 얻어진 실험결과를 보여주고 있다. 그림 2(a)는 보통강도의 콘크리트인 series 1에 대한 실험결과이고, 그림 2(b)는 고강도콘크리트인 series 2에 대한 실험결과를 보여주고 있다. 그림 2(c)는 series 1과 2에 대한 종합 결과를 나타내고 있다. 이 그림에서 실선은 회귀분석에 의한 직선을 표시하며, 점선은 이에 대한 95% 신뢰구간을 표시한다. Tepfers<sup>(27)</sup>는 콘크리트의 인장피로 강도를 결정하기 위하여 다음과 같은 식을 제안하였다.

$$\frac{f_{r,max}}{f_r'} = 1 - c_0 \log_{10} N \dots \dots \dots (2)$$

여기서,  $c_0 = c_1(1-R)$ ,  $R = f_{r,min}/f_{r,max}$  = 疲勞應力 比이다. 式(2)의 基本形態는 Aas-Jakobsen<sup>(1)</sup>

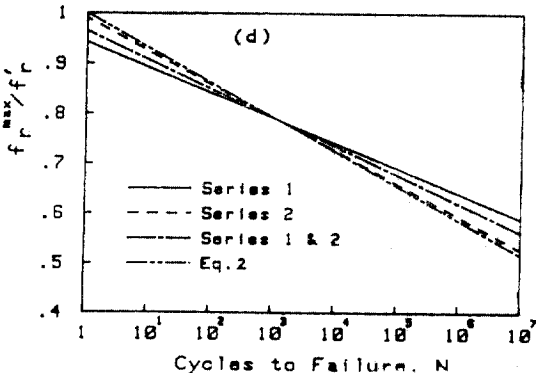
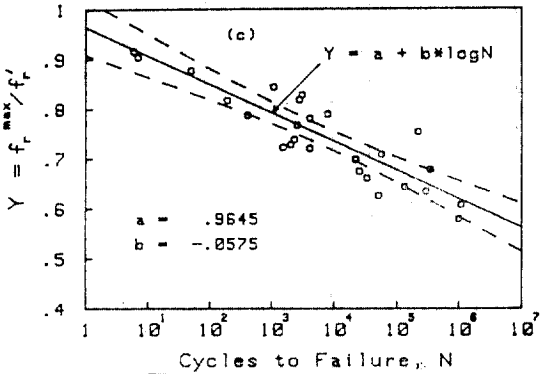
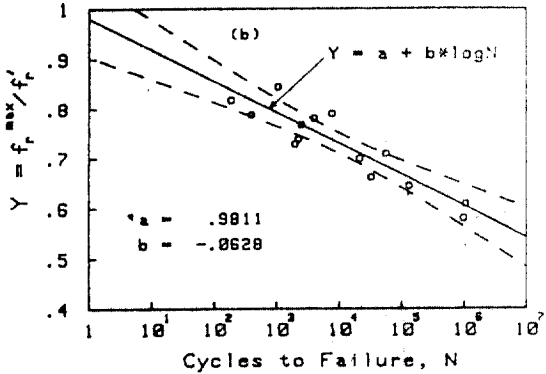
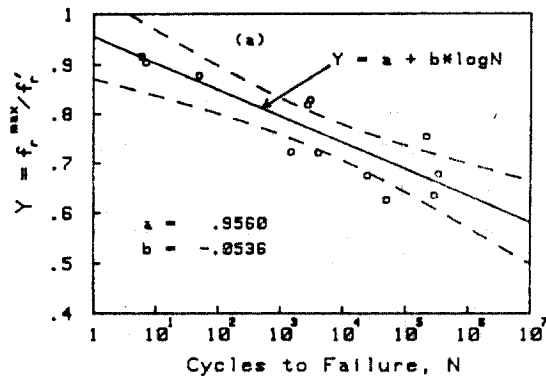


그림 2. 本研究中에서 얻어진 S-N 線圖; (a) Series 1; (b) Series 2; (c) Series 1 & 2; (d) 各 경우의 비교

에 의해 제안되었고, Tefpers<sup>(25~27)</sup>에 의해 인장 및 압축 피로에 대해 유효한 것으로 입증되었다. 그러나, 휨피로 하중의 경우에는 이러한 식이 아직 적용된 바가 없다. 본 연구로부터 휨피로 하중에 대하여  $c_1=0.0690$ 을 얻었고, Tefpers는 할열인장하중(splitting tensile loading)에 대하여  $c_1=0.0685$ 를 얻었다. 이러한 사실은, 식(2)가 할열인장과 휨인장피로에 다같이 적용가능하다는 사실을 말해주고 있다. 그림 2(d)는 여러 경우에 대한 S-N 회귀선을 보여주고 있으며, 本研究에 의한 식(2)가 二重點實線(dash-double dot line)으로 나타나 있다.

#### 4. 確率論的 解析 및 疲勞의 信賴性

構造材料의 強度나 作用荷重 等の 設計要素들은 보통 統計的 分散性을 가지고 있는 것으로 나타나 있다.<sup>(2,3,10,28~30)</sup>

그러므로, 設計者들은 이러한 不確實性을 반영할 수 있는 設計應力을 채택하여 精確한 피로 저항성을 확보하여야 한다. 이러한 불확실성들을 고려할 수 있는 유효적절한 방법은, 일반적으로 확률론적 신뢰이론으로 접근하는 방법이다.

構造部材가 차량하중이나 海洋波力 또는 地震荷重과 같은 반복적인 不規則力을 받을 때, 파괴시까지의 하중진동수  $N$ 이나 파괴시까지의 시간  $T$ 는 무작위 변수(random variables)가 된다. 部材가 주어진 시간  $(0, t)$  동안에 생존할 확률은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$L_r(t) = P(T > t) = 1 - F_r(t) \dots \dots \dots (3)$$

여기서,  $L_r(t)$  = 信賴函數(reliability function),  $F_r(t)$  = 확률 분포함수(probability distribution function)이다.

반복하중을 받는 系統의 성능에 대한 일반적인 특성은 소위 위험함수(hazard function)에 의해 특성지워질 수 있다.<sup>(4,7)</sup> 일반적으로 위험함수  $h(t)$ 는 피로 하중으로 인한 회복불능의 손상이 누적됨에 따라 單調增加한다. 여기서,  $h(t)dt$ 는 部材가 시간간격  $(0, t)$  사이에서 생존했다고 생각했을 때 시간  $(t, t+dt)$  사이에서 파괴될 확률을 의미한다. 이 관계를 식으로 表示하면,

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{L(t) - L(t + \Delta t)}{\Delta t L(t)} = \frac{1}{L(t)} \left[ -\frac{d}{dt} L(t) \right] = \frac{f(t)}{L(t)} \dots\dots\dots(4)$$

여기서,  $f(t)$  = 확률밀도함수(probability density function; PDF)이다. 式(4)는 함수  $L(t)$ 를求하는 데도 사용될 수 있다. 즉,

$$L(t) = \exp\left(-\int_0^t h(\tau) d\tau\right) \dots\dots\dots(5)$$

금속의 피로거동을 서술하기 위하여 몇 개의 수학적 확률모델이 사용되어 왔다. (8, 13, 14, 29, 30) “疲勞實驗과 疲勞實驗資料의 統計解析을 위한 ASTM Guide”(31)는 피로수명을 정상분포로 가정하고 있다. 따라서, 대수정상분포함수(lognormal distribution function)가 금속피로에 널리 사용되어 왔다. 이와같이 대수정상분포가 사용된 이유는 주로 수학적 편의성때문이라고 볼 수 있다. (10, 31) 그러나, 대수정상분포를 사용할 경우, 위험함수가 피로수명이 증가함에 따라 감소되어 피로하중으로 인한 재료의 점진적 손상누적이라는 물리적 현상에 위배되는 결과를 갖게 된다. 이러한 사실은 Freudenthal(12, 13)과 Gumbel(14)에 의해서도 지적되었으며, 이들은 Weibull 分布函數가 피로거동에 더욱 적합하다는 결론을 발견하였다. (12, 30) Weibull 分布는 피로거동에 대한 物理的 현상을 잘 설명할 수 있으며, 실험적으로도 입증되어 금속의 피로해석에 널리 사용되고 있다. 그러나, 콘크리트의 경우에는 아직 피로의 확률분포에 대한 연구가 별로없는 실정이다. 따라서, 콘크리트 피로에 대한 Weibull 分布의 적용성 문제를 아래에서 토의하고자 한다.

Weibull 分布의 확률 밀도함수(PDF)  $f_N(n)$ 과 누적분포 함수(CDF)  $F_N(n)$ 은 다음과 같이 表示될 수 있다. (5)

$$f_N(n) = \frac{\alpha}{u - n_0} \left( \frac{n - n_0}{u - n_0} \right)^{\alpha - 1} \exp\left[-\left(\frac{n - n_0}{u - n_0}\right)^\alpha\right]; n \geq n_0 \dots\dots\dots(6)$$

$$F_N(n) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{n - n_0}{u - n_0}\right)^\alpha\right]; n \geq n_0 \dots\dots(7)$$

여기서,  $u$  = 極植(characteristic extreme value),  $\alpha$  = 형상매개변수,  $n_0$  = 위치매개변수이다.

Weibull 分布의 위험함수는 式(4)~(7)로부터

터 다음과 같이 求할 수 있다.

$$h_N(n) = \alpha \left( \frac{n - n_0}{u - n_0} \right)^{\alpha - 1}; n \geq n_0 \dots\dots\dots(8)$$

式(8)의 위험함수는 피로수명이 증가함에 따라 증가하며, 따라서 피로거동에 부합되는 결과를 준다. 式(6)의 Weibull 分布함수는  $\alpha, u, n_0$ 의 3개의 매개변수를 사용하고 있는데, 일반적으로  $n_0 = 0$ 인 두개의 매개변수를 가진 Weibull 分布함수가 피로거동에 더 적합하다고 알려져 있다. (12, 13)

이제 前節에서 기술된 콘크리트의 S-N 실험결과를 이용하여 분포함수의 매개변수를 구하는 방법을 고안하고자 한다. 이를 위하여 本 論文에서는 다음과 같은 형태의 S-N 관계식을 고안하였다.

$$N \left( \frac{f_r, \max}{f_r'} \right)^m = C \dots\dots\dots(9)$$

여기서,  $m$ 과  $C$ 는 실험상수이다. 上記式(9)가 금속피로의 경우와 다른점은 응력항의 表現에 있다. 즉, 本 論文에서 고안된 式(9)는 應力을 無次元으로 表示하고 있어, 적용성이 넓으며 合理的이라고 볼 수 있다. 前節에서 기술된 式(1)과(2)는 이 목적을 위해 직접 사용될 수 없으며, 式(9)와 같은 형태로 변환되어야 한다. 式(9)의 양변에 대수를 취하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$\ln N = \ln C - m \ln \left( \frac{f_r, \max}{f_r'} \right) \dots\dots\dots(10)$$

$$\text{또는 } Y = a + bX \dots\dots\dots(11)$$

여기서,  $Y = \ln N$ ,  $X = \ln(f_r, \max / f_r')$ ,  $a = \ln C$ ,  $b = -m$ 이다. 이제 피로수명  $N$ 이 Weibull 分布를 따를 때, 이 分布의 매개변수들은 다음과 같이 求할 수 있다(6, 7).

$$\alpha^2 = \frac{\pi^2}{6s^2} \dots\dots\dots(12)$$

$$\ln u = \frac{0.5772}{\alpha} + \ln \left[ C \left( \frac{f_r, \max}{f_r'} \right)^{-m} \right] \dots\dots(13)$$

여기서,  $s = Y$ 의 추정에 대한 標準誤差(standard error)이다. 이제 주어진 응력수준에 대한 平均疲勞壽命은 式(13)으로부터 다음과 같이 求해진다.

$$E[N] = \mu_N = u \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right) = C \left( \frac{f_r, \max}{f_r'} \right)^{-m}$$

$$\exp \left[ \frac{0.5772}{\alpha} \right] \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right) \dots\dots\dots(14)$$

設計壽命  $N_D$ 는 피로파괴가 일어날 확률을 최소화시킬 수 있도록 정해져야 한다. 일단 分布 함수가 결정되면 許用設計信賴度에 대응하는 設計壽命이 결정될 수 있다. 허용신뢰도는 보통  $P[N > N_D] = (1 - p_f)$ 로 表示되며, 여기서  $p_f$ 는 파괴될 확률이다. 파괴확률  $p_f = P[N < N_D] = F_N(n)$ 이므로 이  $p_f$ 에 대응하는 설계수명  $N_D$ 는 式(7)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$N_D = u \left[ \ln \left( \frac{1}{1 - p_f} \right) \right]^{1/\alpha} \dots\dots\dots(15)$$

따라서, 要求되는 평균피로수명은 式(14)와 (15)로부터 근사적으로 다음과 같이 구해진다.

$$E[N] \approx N_D \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right) (p_f)^{-1/\alpha} \dots\dots\dots(16)$$

式(16)을 다시쓰면

$$N_D = \frac{E[N]}{\phi} \dots\dots\dots(17)$$

이 되며, 여기서  $\phi = \Gamma \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right) (p_f)^{-1/\alpha}$ 로써 설계 피로수명에 대한 안전계수로서 해석될 수 있다.

前節에서 기술된 휨피로실험자료를 式(9)~(11)에 따라 해석하여 다음과 같은 結果式을 얻었다.

$$N \left( \frac{f_{r,max}}{f_r} \right)^{23.49} = 5.4C7 \dots\dots\dots(18)$$

이에 대해 계산된  $s$  값은 0.602였고, 따라서 Weibull 분포의 매개변수  $\alpha$ 는 式(12)로부터  $\alpha = 2.13$ 을 얻게 된다. 매개변수  $u$ 는 각 응력수준에 따라 式(13)으로부터 얻을 수 있다. 本理論과 實驗으로부터 얻어진 平均疲勞壽命  $E[N]$ 이 각 應力수준에 대하여 表2에 요약되어 있으며, 또한 여러가지 파괴확률  $p_f$ 에 따른 설계수명이 계산되어 나타나 있다. 이 表2에서 볼 수

表 2. 각 응력수준에 대한 분포매개변수와 신뢰도에 따른 피로수명

$f_{r,max}/f_r'$	0.8	0.7	0.6	
$E(N)$	1,197	27,573	1,030,097	
$u$	1,352	31,135	1,163,139	
$p_f$	0.10	460	10,603	396,107
	0.05	333	7,666	286,408
	0.01	156	3,610	134,894

있듯이 파괴확률이 작을 수록(즉, 신뢰도가 크게 要求될수록) 設計疲勞 수명이 작아지는 것을 알 수 있다.

本 研究에서 얻어진 分布매개변수를 이용하여 확률분포함수를 그릴 수가 있는데, 그림 3(a)는  $f_{r,max}/f_r' = 0.7$ 인 경우에 대하여 각 Weibull 분포와 Lognormal 분포의 확률밀도함수(PDF)를 보여주고 있다. 그림 3(b)는 上記경우에 대한 각각의 위험함수를 보여주고 있다. 그림 3(b)에서 보듯이 피로수명이 Lognormal 분포일 경우 피로 수명이 증가함에 따라 위험함수가 감소하고 있음을 알 수 있다. 이것은 피로의 物理的 현상에 부합되지 않는 현상이며 Gumbel 等<sup>13,14</sup>, 여러 연구자들에 의해 논의되고 있다. 그림 4는 上記경우에 대한 누적분포함수(CDF)를 보여 주고 있다. 이 그림에서 보듯이 두 분포의 전체적인 모양은 서로 비슷한 것 같으나, 초기시작 부분에서 중대한 차이가 있음을 알 수 있다. 즉, Weibull 분포가 안전측의 설계피로수명을 예측 해주고 있으며, 이것은 信賴性에 근거를 둔 構造設計에 있어 매우 중요한 의미를 지니고 있다

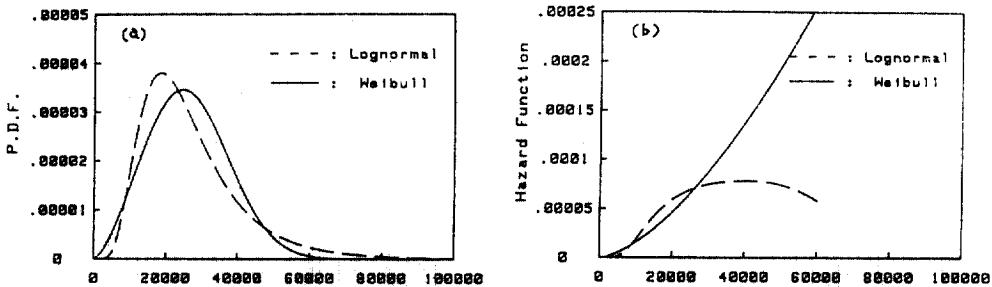


그림 3. (a) 피로수명의 확률밀도함수( $f_{r,max}/f_r' = 0.7$ 인 경우)와 (b) 위험함수의 비교

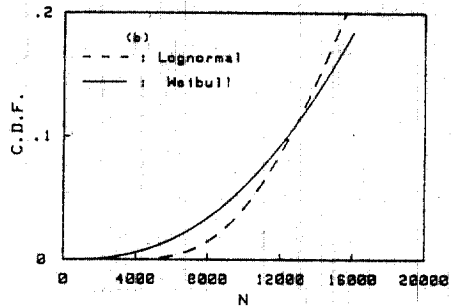
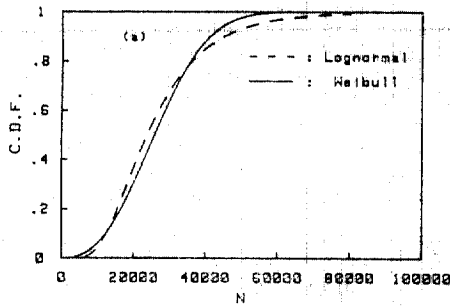


그림 4. (a) 피로수명에 대한 누적분포함수와 (b) 누적분포함수에 대한 초기부분의 비교

Weibull 分布의 이러한 특성은 위험할수의 성질과 함께 피로거동에 좀더 확신적인 면을 가져다 주고 있다.

## 5. 結 論

本 論文에서는 휨하중을 받는 콘크리트의 피로특성 및 피로신뢰성에 대하여 연구하였다. 이를 위하여 본 연구에서는 콘크리트보에 대한 피로실험과 이에 대한 이론적 연구가 병행되었다. 本 研究에서 얻어진 결론은 다음과 같다.

(1) 휨하중을 받는 콘크리트의 피로강도를 예측하기 위한 공식이 제안되었으며, 이 式은 활열인장피로강도에 대한 Tepfers의 公式과 아주 근접한 결과를 보여주고 있다.

(2) 피로수명  $N=10^7$ 에 대한 콘크리트의 휨피로 강도는 靜的 휨강도의 약 54~58%인 것으로 나타났다.

(3) 콘크리트의 휨피로 신뢰성해석을 위하여 S-N 관계로부터 확률분포의 매개변수를 求하는 方法이 제안되었다.

(4) 콘크리트의 피로거동을 서술하는데 있어, Weibull 分布가 대수정상분포보다 더 合理的이며 적합한 것으로 나타났다.

## 謝 辭

本 研究는 한국과학재단의 1985년도 전반기 연구과제지원에 의해 수행되었으며, 이에 깊은 감사를 드린다.

## 參 考 文 獻

1. Aas-Jakobsen, K., "Fatigue of Concrete Beams

and Columns," Trondheim, NTH Institute for Betongkonstruksjoner, September, 1970, *Bulletin No. 70-1*, pp.148.

2. Ang, A.H.-S., and Cornell, C.A. "Reliability Bases of Structural Safety and Design," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 100, No. ST9, Sept. 1974, pp.1755~1769.

3. Ang, A.H.-S., and Munse, W.H., "Practical Reliability Bases for Structural Fatigue," *ASCE, National Structural Engineering Conference*, Preprint 2494, New Orleans, La., Apr., 1975.

4. Balaguru, P., and Shah, S.P., "A Method of Predicting Crack Widths and Deflections for Fatigue Loading," *Publication SP-75, ACI*, 1982, pp.153~176.

5. Benjamin, J.R., and Cornell, C.A., *Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers*, McGraw Hill Book Co., Inc., New York, N.Y., 1970.

6. Bennett, E.W., and Muir, S.E., "Some Fatigue Tests of High Strength Concrete in Axial Compression," *Magazine of Concrete Research*, Vol. 19, No. 59, June 1967, pp.113~117.

7. Collins, J.A., *Failure of Materials in Mechanical Design*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1981.

8. Corten, H.T., Sinclair, G., and Dolan, T.J., "On Fatigue Life of Aluminum," *Proceedings, American Society for Testing and Materials*, Vol. 54, 1954, pp.753.

9. Cudney, G.R., "Stress Histories of Highway Bridges," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 94, No. ST12, Dec., 1968, pp.2725~2738.

10. "Fatigue Reliability: Introduction," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 108, No. ST1, Jan., 1982, pp. 3~23.
11. "Fatigue Reliability: Variable Amplitude Loading," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 108, No. ST1, Jan., 1982, pp. 47~69.
12. Freudenthal, A.M., "Prediction of Fatigue Failure", *Journal of Applied Physics*, Vol. 31, No. 12, Dec., 1968, pp. 2196~2198.
13. Freudenthal, A.M., and Gumbel, E.J., "On the Statistical interpretation of Fatigue Test," *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, Vol. 216, London, England, 1953, pp. 309~322.
14. Gumbel, E.J., "Parameters in Distribution of Fatigue Life," *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 89, No. EM5, Oct., 1963, pp. 45~63.
15. Hasofer, A.M., and Lind, N.C., "Exact and Invariant Second-Moment Code Format," *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 100, No. EM1, Feb., 1978, pp. 111~121.
16. Hanson, J.M., "Design for Fatigue." Handbook of Structural Concrete, edited by F.K. Kong et al., Pitman Advanced Publishing Program, 1983, pp. 16-1~16-35.
17. Holmen, J.O., "Fatigue of Concrete of Constant Variable Amplitude Loading," *Publication SP-75, ACI*, 1982, pp. 71~110.
18. Hsu, T.T.C., "Fatigue of Plain Concrete," *Journal of ACI*, Vol. 78, July-Aug, 1981, pp. 292~305.
19. Klaiber, W., and Lee, D.Y., "The Effects of Air Content, Water-Cement Ratio, and Aggregate Type on the Flexural Fatigue Strength of Plain Concrete," *Publication SP-75, ACI*, 1982, pp. 111~132.
20. Miner, M.A., "Cumulative Damage in Fatigue," *Journal of the Applied Mechanics, Transactions of the ASME*, Vol. 67, Sept., 1945, pp. 159~164.
21. Nolte, K.G., and Hansford, J.E., "Closed Form Expressions for Determining the Fatigue Damage of Structures Due to Ocean Waves," *Proceedings, Offshore Technology Conference, OTC* Paper 2606, May 1976.
22. Rolfe, S.T., and Barsom, J.M., "Fracture and Fatigue Control in Structures," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1977.
23. Shah, S.P., and Chandra, S., "Fracture of Concrete Subjected to Cyclic and Sustained Loading," *Journal of the ACI*, Vol. 67, No. 10, Oct., 1970, pp. 816~824.
24. Sparks, P.R., "The Influence of Rate of Loading and Material Variability on the Fatigue Characteristics of Concrete," *Publication SP-75, ACI*, 1982, pp. 331~342.
25. Tepfers, R., "Fatigue of Plain Concrete Subjected to Stress Reversals," *Publication SP-75, ACI*, 1982, pp. 195~216.
26. Tepfers, R., and Kutti, T., "Fatigue Strength of Plain, Ordinary, and Lightweight Concrete," *Journal of the ACI*, May 1978, Vol. 76, pp. 635~652.
27. Tepfers, R., "Tensile Fatigue Strength of Plain Concrete," *Journal of the ACI*, Aug., 1979, Vol. 76, pp. 919~933.
28. Weibull, W., *Fatigue-Testing and Analysis of Results*, Pergamon Press, Oxford, England, 1961.
29. Wirsching, P.H., and Yao, J.T.P., "Statistical Methods in Structural Fatigue," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 96, No. ST6, June, 1970, pp. 1201~1219.
30. Yao, J.T.P., "Fatigue Reliability and Design," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 100, ST9, Sept., 1974.
31. "A Guide for Fatigue Testing and the Statistical Analysis of Fatigue Data," *ASTM Special Technical Publication 91-A*, American Society for Testing and Materials, 1963.

(接受: 1985. 10. 18)