

鐵筋콘크리트 휨부재의 균열폭 및 균열간격의 결정

Determination of Crack Width and Crack Spacing in Reinforced Concrete Flexural Members

姜 榮 振*
Kang, Young Jin
吳 炳 煥**
Oh, Byung Hwan

Abstract

Presented is a study on the determination of crack width and crack spacing in the reinforced concrete flexural members. The derivation of crack width and crack spacing is based on the recently developed cracking theory. The new prediction formulas for the crack widths and crack spacings are proposed. An experiment for the reinforced concrete beams was conducted to compare with the proposed formulas. The comparisons of the present prediction formulas with our tests and other test data show good agreement. The present crack width formula has been also compared with the well-known ACI formula originally proposed by Gergely & Lutz. It was found that the present crack width formula shows better correlation with test data than that of Gergely & Lutz.

要 旨

本論文에서는 철근콘크리트 휨부재의 균열폭과 균열간격 결정에 관한 연구가 이루어 졌다. 철근콘크리트 휨부재의 균열폭 및 균열간격의 유도는 최근에 진전된 균열이론에 의거하였으며, 設計 및 解析時에 실제로 사용할 수 있는 균열폭 및 균열간격 예측 공식을 제안하였다. 제안된 공식과의 비교를 위하여 철근콘크리트보에 대한 균열거동 실험이 수행되었다. 본 예측 공식을 본 연구의 실험결과 및 他研究者의 실험자료와 비교한 결과 만족스런 결과를 얻었다. 본 연구에서 제안된 공식을 현재 ACI 示方書에서 채택하고 있는 Gergely & Lutz 公式과도 비교한 결과, 본 公式이 거의 모든 경우, 더 정확한 예측을 하고 있음을 알 수 있었으며, 실제 설계 및 해석시에 지침이 될 수 있을 것으로 사료된다.

* 正會員 · 서울大學校 工科大學 副教授, 土木工學科

** 正會員 · 서울大學校 工科大學 助教授, 土木工學科

表 1. 철근콘크리트 보의 단면설계내용.

실험부재 번호	유효높이 (d) cm	철근의 직경 (D) cm	철근의 개수	철근비 (ρ)
1	26	1.6	2	0.0086
2	24	1.3	4	0.0123
3	24	1.0	6	0.0109
4	20	1.6	3	0.0168
5	26	1.6	3	0.0129

1. 序 論

鐵筋콘크리트部材의 균열은 部材의 力學的 舉動에 아주 중요한 영향을 미친다. 특히, 철근콘크리트부재의 균열간격과 균열폭은 引張이나 韌剛性, 剪斷剛性, 에너지흡수능력, 延性, 그리고 철근의 부식저항성 등 部材의 構造의 機能에 심대한 영향을 미치게 된다. 따라서, 콘크리트 構造物의 設計時 均열에 대한 제어가 필요하게 되며, 이를 위해 철근콘크리트 示方書에서는 허용 균열폭을 規定해 놓고 있다. 構造物設計時 許用 龜裂幅을 만족시키기 위해서는 균열폭을 예측할 수 있어야 한다. 本 論文의 두번째 著者는 참고 문헌 2에서 균열간격과 균열폭을 해석할 수 있는 이론모델을 제시한 바 있다. 本 研究에서는 이러한 基本理論을 바탕으로 실제 構造設計時에 좀더 간편하고 정확하게 사용할 수 있는 균열폭 예측공식을 제안하고자 한다. 이러한 예측공식은 철근콘크리트 부재의 실제설계시에 아주 중요한 지침이 된다. 이를 위해 本 研究에서는 철근콘크리트보의 力學的 舉動實驗을 수행하였으며, 本 실험결과 및 他 研究者들의 實驗資料^(8,9)를 제안된 균열폭공식과 비교하였다. 本 論文에서 제안된 균열폭예측공식을 현재 ACI 示方書에서 채택하고 있는 Gergely & Lutz 公式⁽¹⁰⁾과도 비교하였으며 本 公式이 실험결과에 부합되는 보다 진보된 公式임을 보여주고 있다.

2. 鐵筋콘크리트보의 力學的 舉動實驗

2.1 實驗部材의 設計

철근콘크리트 보의 균열간격과 균열폭의 특성을 규명하기 위하여 이들에 영향을 미치는 因子들을 고려하여 部材斷面을 설계하였다. 지금까지의 연구들^(2,6-17)에서 어느 정도 알려진 주요 영향 인자들로는, 철근주위의 유효인장 콘크리트 면적, 콘크리트덮개, 철근의 직경, 철근비, 철근의 응력, 또는 변형 등이며 本 연구에서는 이들과 함께 철근의 배치간격 등을 고려하여 설계하였으며, 그 設計內容이 表 1에 要約되어 있다. 實驗部材의 크기는 폭 $b=18\text{cm}$, 높이 $h=32\text{cm}$

의 矩形보로서 길이는 440cm로 하였다. 사인장 파괴를 방지하기 위하여, 전단력을 받는 구간에는 직경 10mm의 수직 stirrup을 20cm 간격으로 배치하였다.

2.2 實驗部材의 材料, 製作 및 養生

실험부재에 사용된 인장철근과 전단철근은 현재 사용도가 가장 넓은 SD 40을 사용하였고, 콘크리트는 필요한 용량과 품질을 위하여 레미콘을 사용하였다. 콘크리트의 韌強度를 측정하기 위하여 $10 \times 10 \times 50\text{cm}$ 의 보 6개와, 압축강도를 측정하기 위하여 $\phi 15 \times 30\text{cm}$ 의 실린더 6개를 제작하였다.

콘크리트를 타설하기 전에 인장철근과 스트립에 스트레인게지(strain gage)를 부착하였으며, 부착후 방수를 위하여 파라핀을 입힌후 방수테이프로 감아서 보호하였다. 스트레인게지는 각 인장철근마다 순수휨구간에 2개씩 설치하였으며, 스트립에는 전단에 대한 위험단면 부위에 부착하였다. 거푸집의 表面에는 기름을 칠하여 수분의 흡수를 방지하였으며, 콘크리트를 거푸집안에 타설할 때, 인장철근과 스트립에 부착되어 있는 스트레인게지가 손상되지 않도록 세심한 주의를 기울였다. 타설시 다짐봉과 전기봉다짐기로 다짐을 하였으며, 제작후 젖은 마포로 덮어 부재의 습윤상태를 유지하였다.

타설된 콘크리트의 28일 평균압축강도는 $\sigma_{ck} = 201.4\text{kg/cm}^2$ 이었고, 파괴계수(modulus of rupture)는 $f_r' = 24.8\text{kg/cm}^2$ 이었다.

2.3 實驗方法 및 測定

實驗部材의 하중재하는 그림 1에 보인 바와같이, 4점하중(four-point loading)으로 재하하였다. 실험부재의 양측면에는 흰 페인트칠을 하고

2cm 간격으로 가로 줄을 그어 균열의 전파를 측정하기 쉽게하였다. 콘크리트의 변형률을 측정하기 위하여 실험부재의 중앙부 압축연단, 부재의 중앙부 옆면, 그리고 지지부 주위의 전단 위험단면부위에 각각 콘크리트 스트레인게지를 부착하였다. 또한 부재의 처짐을 측정하기 위하여 다이얼게지를 설치하였다(그림 1 참조).

荷重은 部材의 예상파괴하중을 약 15 단계로 구분하여 단계적으로 재하하였으며, 각 단계마다 철근 및 콘크리트의 변형율이 컴퓨터에 자동 입력되어 기록되었다. 또한, 각 단계마다 순수 휨 구간에서의 균열의 갯수와 균열폭이 측정되었다. 균열폭은 광학균열측정기(optical crack gage)에 의해 측정되었다.

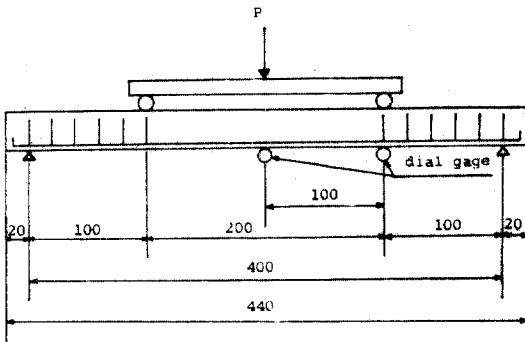


그림 1. 철근콘크리트 보의 실험개략도

3. 龜裂理論 및 實驗資料와의 比較

3.1 균열폭 예측공식의 도출

콘크리트 부재의 균열현상은 매우 복잡한 機構(mechanism)에 의해 이루어지며, 이에 대한 理論的 규명도 매우 어렵다. 本研究의 필자는 참고문헌 2에서 철근콘크리트部材의 균열간격문

제에 대하여 研究記述하고 있으며, 그 內容은 주로 콘크리트의 균열이 인장강도뿐만 아니라, 에너지기준에 의해서도 지배된다는 것을 설명하고 있다(그림 2). 즉, 콘크리트의 균열은 콘크리트에 발생하는 인장응력이 인장강도에 도달하면 발생하기 시작하나 실제의 균열형성과 진전은 에너지 개념에 근거하고 있음을 시사하고 있다.

지금까지 여러 연구자들이 철근콘크리트 부재에 발생하는 균열의 폭과 균열간격에 대하여 연구하여 왔다.^(1,2,5~14,16,17) 특히, Gergely and Lutz⁽¹⁰⁾는 이들 주요실험적 研究結果를 利用하여 광범위한 統計解析을 수행함으로써 휨부재에 발생하는 最大균열폭 공식을 도출하였다. 이 統計解析에 사용된 主要變數들로는 철근비, 철근직경, 콘크리트덮개(concrete cover), 철근주위의 유효인장면적 그리고 철근의 응력 등으로써 다음과 같은 공식이 최대균열폭을 가장 잘 서술하는 것으로 제안되었다.⁽¹⁰⁾

$$w_{max} = 0.091 \sqrt{t_b A R} (f_s - 5) \times 10^{-3} \dots \dots (1)$$

여기서, w_{max} = 部材下端에 발생하는 최대균열폭(in.; 1in. = 25.4mm), t_b = 부재하단의 콘크리트덮개(in.), A = 철근주위의 유효인장 콘크리트면적(in²), R = 단면의 중립축에서 인장하단부까지의 거리(h_2)를 중립축에서 인장철근 중심까지의 거리(h_3)로 나눈값, 즉, $R = h_2/h_3$, f_s = 인장철근의 응력(ksi; 1 ksi = 1000 psi = 70 kg/cm²)이다.

실제적 사용을 위하여 式(1)을 조금 단순화시킨 것이 式(2)이며, 이 式(2)가 現在 ACI 示方書⁽¹⁸⁾에서 채택하고 있는 최대 균열폭 공식이다.

$$w_{max} = 0.076 \sqrt{t_b A R} f_s \times 10^{-3} \dots \dots (2)$$

그후, Nawy^(14,15)는 式(2)를 自身의 실험결과 및 기타자료와^(14,15) 비교하였으며, 그결과 式(2)

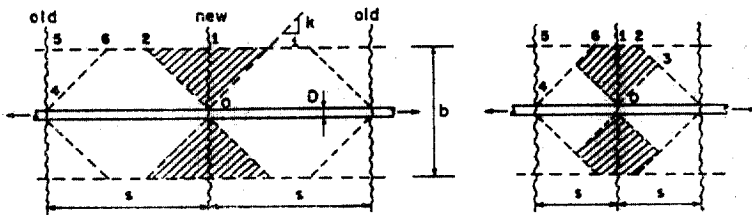


그림 2. 철근콘크리트의 균열 발생機構

의 최대균열폭 공식이 많은 경우 상당한 분산을 가져옴을 지적하였다. 式 (2)와 式 (1)의 특징은 力學的 解析에 의한 公式가 아니라, 단순히 統計的 解析에 의하여 도출된 예측공식이라는 점이다.

本 研究에서는 좀더 정확하고 합리적인 균열폭 예측공식을 도출하기 위해서 필자가 유도한 龜裂理論(2)를 근거로 하여, 균열폭 및 균열간격에 가장 영향을 미치는 因子들을 研究 分析하였다. 이들 분석으로부터 얻어진 균열폭의 주요변수들로는 A_1/A_{s1} , t_b/h_2 , A_1/bd , $1/p_s$, f'_c/E_c , g_{fr}/b_1E_c , D/b_1 로서, 실제 측정된 균열폭 실험자료를 가장 잘 서술하는 公式은 다음式(3)으로 나타났다. 이 公式의 도출은 Levenberg-Marquardt의 有限差分 Algorithm을 사용하는 IMSL⁽¹⁰⁾ Subroutine ZXSSQ를 사용하여 이루어졌으며, 이 Algorithm은 실험자료와의 편차를 최소화할 수 있는 방정식을 찾는 理論이다.

$$\frac{w_{max}}{D} = \left\{ 19.20 \left(\frac{t_b}{h_2} \right) + \left(\frac{A_1}{A_{s1}} \right)^{0.5} \right\} \left[\epsilon_s - 0.33 \left(\frac{1}{p_s} \right)^{0.5} \frac{f'_c}{E_c} \right] \left(\frac{h_2}{h_3} \right) \dots\dots\dots (3)$$

여기서, w_{max} =인장연단부의 최대균열 폭,
 t_b =인장연단부로부터 바로 근접한 인장철근 중심까지의 거리(그림 3 참조),
 $h_2=h-kd$ =중립축에서 인장연단까지의 거리,
 $A_1=A_s/m$ =인장철근 한 개당 유효인장 콘크리트면적,

- $A_s=bh_1$,
- b =철근콘크리트의 폭
- $h_1=h_2^3/(3h_3^2)$
- $h_3=d-kd$,
- m =인장철근의 개수,
- A_{s1} =인장철근 하나의 평균면적,
- ϵ_s =철근의 變形率,
- $p_s=A_s/A_s$ =유효철근비,
- A_s =全 鐵筋面積,
- f'_c =콘크리트 인장강도,
- E_c =콘크리트 탄성계수,
- D =철근의 직경이다.

上記 式(3)에서 유효인장높이 h_1 (그림 3 참조)은 “중립축이하의 콘크리트인장면적에 대한 변

형에너지가 인장철근주위의 等價유효 인장면적에 대한 변형에너지와 같다”는 조건으로부터 구해졌으며, 이것은 필자의 연구理論⁽²⁾에 근거한 것이다. 本 公式 [式 (3)]의 특징은 모든 變數들이 無次元으로 처리되어, 어느 單位에나 적용할 수 있어 간편하고 합리적이라는 점이다. 式 (3)에서 맨 끝의 項(h_2/h_3)은 인장연단부에서의 변형을 얻기 위한 변형경사의 수정항이다. 式 (3)에서 보는 바와같이, 균열폭에 가장 영향을 미치는 變數는 철근의 변형률 ϵ_s ($\epsilon_s=f'_c/E_c$)이며, 이것은 하중이 증가함에 따라 변형율이 증가하고, 이에 따라 균열폭이 증가하기 때문이다.

Gergely & Lutz⁽¹⁰⁾ 公式에서는 철근응력, f_s , 를 변수로 취하고 있어 항복이후, 적용에 한계가 있으나, 本 公式은 변형율을 변수로 사용하고 있어 적용범위가 넓은 것이 특징이다. 철근의 變形率 이외의 主要變數로는 철근주위의 유효인장 콘크리트면적, 철근직경, 덮개, 콘크리트인장강도 등으로 나타났다. 콘크리트의 파괴에너지 g_{fr} 은 실제적으로 콘크리트 인장강도의 함수로 표시되므로⁽⁴⁾ 이에 포함되는 것으로 나타났다.

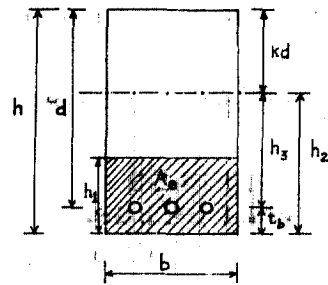


그림 3. 철근콘크리트 휨부재의 단면정질

철근콘크리트 휨부재 해석에 필요한 또 한가지 사항은 콘크리트의 균열간격이며 이 균열간격의 영향인자도 균열폭의 경우와 아주 유사한 것으로 나타났다. 上記 균열폭의 경우와 같은 요령으로 IMSL⁽¹⁰⁾ Subroutine ZXSSQ를 사용하여 철근콘크리트 휨부재의 균열간격을 가장 잘 서술할 수 있는 예측공식을 도출하였으며 그 式은 다음과 같다.

$$\frac{S}{D} = \left[11.2 \left(\frac{t_b}{h_2} \right) + 0.46 \left(\frac{A_1}{A_{11}} \right)^{0.5} \right] + 2.0 \times 10^{-7} \left(\frac{1}{p_e} \right)^{0.5} \epsilon_s^{-2} \dots \dots \dots (4)$$

여기서, s = 철근콘크리트 휨부재의 평균균열 간격이며 그외의 변수는 상기에서 정의한 바와 같다. 철근콘크리트 휨부재는 하중을 받음에 따라 균열이 발생하기 시작하며, 하중이 증가하면 균열과 균열사이에 새로운 균열이 발생한다(그림 2 참조). 이러한 균열은 균열발생에 필요하고도 충분한 변형에너지가 공급되는 동안 계속 발생하며, 종국적으로 어느 일정한 균열간격에 이르게 된다. 이러한 균열현상은 실험자료에서도 아주 잘 나타나고 있다. (8,9,13) 식 (4)에서 첫번째 대괄호 { }項은 이와같이 종국적으로 생기는 일정한 균열간격을 나타내고 있으며, 두번째項은 하중의 크기에 따라 처음부터 균열간격이 감소하는 특징을 서술하고 있다. 식 (4)의 특징은 역시 無次元의 變數로 되어있어 어느 경우에도 사용이 간편하다는 점이다.

上記에서 유도된 균열공식과 균열간격 공식은

다음 3.2節에서 보여진 바와같이, 기존의 공식들 보다 實驗資料를 더 잘 서술하고 있음을 알 수 있다.

3.2 實驗資料와의 比較檢討

위에서 유도된 균열폭공식과 균열간격 공식을 본 研究의 實驗結果 및 他實驗資料와 比較하였다.

먼저 그림 4는 本 研究의 균열폭 실험결과를 本 論文에서 제안된 公式 (式 (3))과 비교한 것으로서 실선으로 나타나 있다. 또한, 그림 4는 현재 ACI 示方書⁽¹⁸⁾에서 채택하고 있는 Gergely & Lutz 公式⁽¹⁰⁾과도 점선으로 비교하고 있는데, 이 그림에서 보듯이 대부분의 경우 本 論文의 公式가 Gergely & Lutz 公式보다 실험자료를 더 잘 서술하고 있음을 알 수 있다. 여기서 Gergely & Lutz 1은 式 (1)에 의한 결과이고, Gergely & Lutz 2는 式 (2)에 의한 결과이다.

本 균열폭 공식의 정확성을 관찰하기 위하여 他 研究者들의 實驗資料와도 비교하였는데, 그림 5는 Clark⁽⁹⁾의 균열폭 실험자료와 비교하고 있다. 이 그림 5에서 보듯이 본 연구의 公式가 실험자

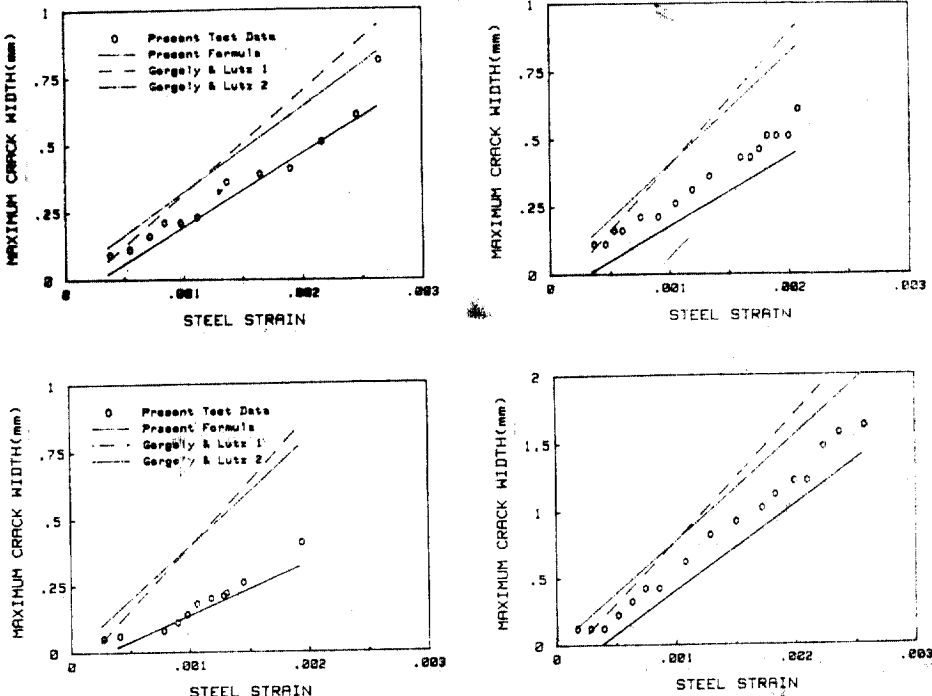


그림 4. 本 研究의 實驗資料와의 比較

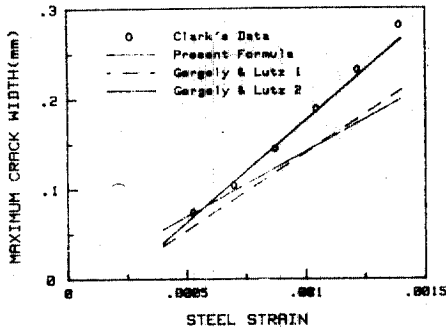


그림 5. Clark의 균열폭 실험자료와의 비교

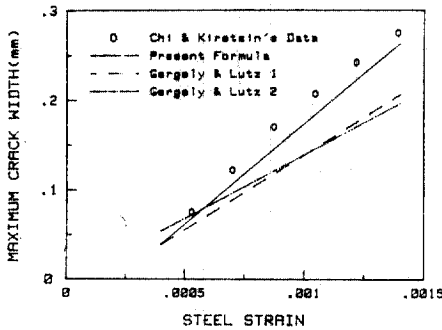
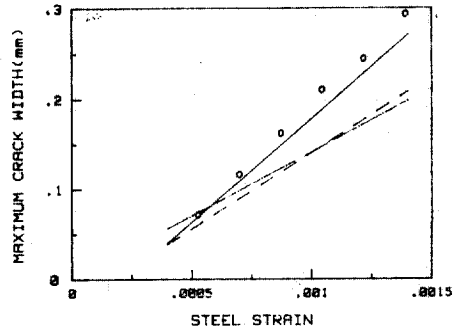
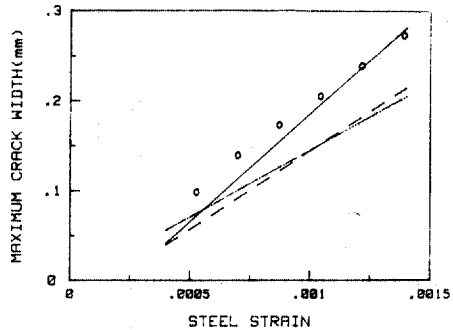


그림 6. Chi & Kirstein의 균열폭실험자료와의 비교



료와 아주 근접하고 있음을 볼 수 있으며, Gergely & Lutz 公式보다 우수함을 알 수 있다. 그림 6은 Chi & Kirstein⁽⁶⁾의 균열폭 실험자료와 비교하고 있으며, 이 그림에서도 본 研究에서 제안된 공식이 실험자료를 잘 서술하며 우수함을 보여주고 있다.

그림 7은 본 研究에서 수행된 균열간격 실험 자료를 본 論文에서 제안된 균열간격 公式(式 (4))과 비교하고 있다. 이 그림에서 보듯이 본 公式이 균열간격 실험 자료를 비교적 잘 서술하고 있음을 알 수 있다. 지금까지 균열간격 공식을 이와 같은 형태로 연속적으로 예측하고 있는 공식은 제안되어 있지 않고, 다만 최소 간격만을 예측해 왔다.

이와 같은 연속적인 공식은 특히 콘크리트 구조물의 비선형해석에 유효하게 이용될 수 있다.⁽³⁾ 그림 8은 Clark⁽⁹⁾의 균열간격 실험자료와 비교하고 있으며, 그림 9는 Chi & Kirstein⁽⁶⁾의

균열간격 실험자료와 비교하고 있다. 이들 실험 자료와의 비교에서 볼 수 있듯이, 본 公式이 실험자료를 잘 예측하고 있음을 발견할 수 있다.

4. 結 論

本 論文에서는 하중으로 인하여 鐵筋콘크리트 휨부재에 發生하는 균열의 폭과 간격을 결정하기 위한 研究를 수행하였다. 鐵筋콘크리트 부재의 균열은 부재의 剛性低下뿐만아니라, 철근의 부식을 유발시켜 安全性을 감소시키게 된다. 이러한 균열을 제한하기 위해서는 균열폭을 예측할 수 있어야 하는 바, 본 研究에서는 철근콘크리트 휨부재의 設計時에 실제로 사용할 수 있는 균열폭 및 균열간격 예측공식을 제안하였다.

이 공식의 도출은 필자가 연구한 力學的 均열 이론에 의거했으며, 이 공식과의 비교를 위해서

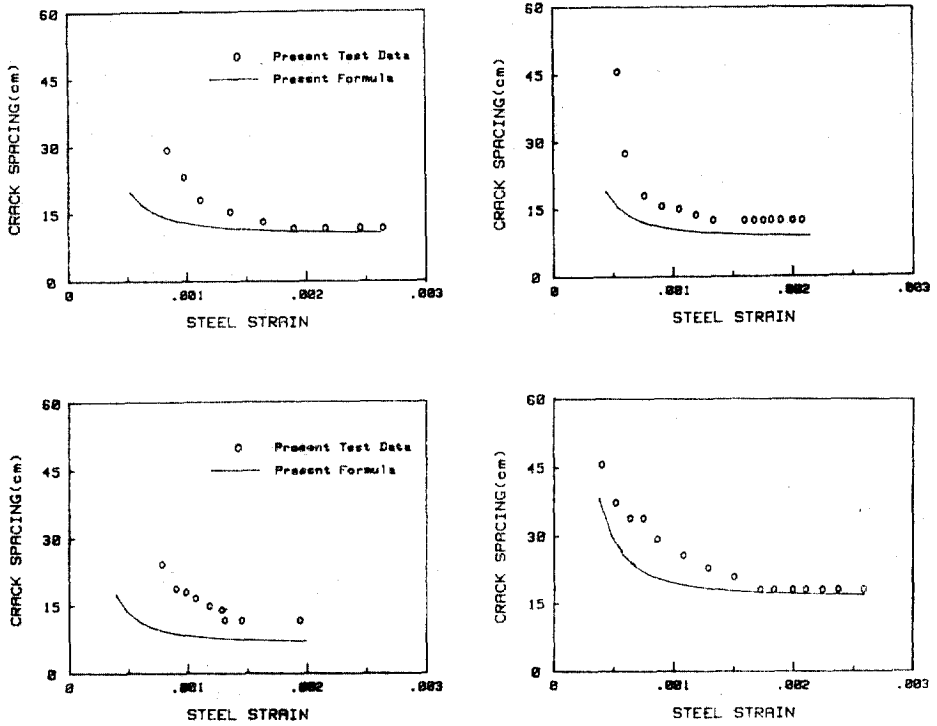


그림 7. 本研究의 實驗結果와의 比較

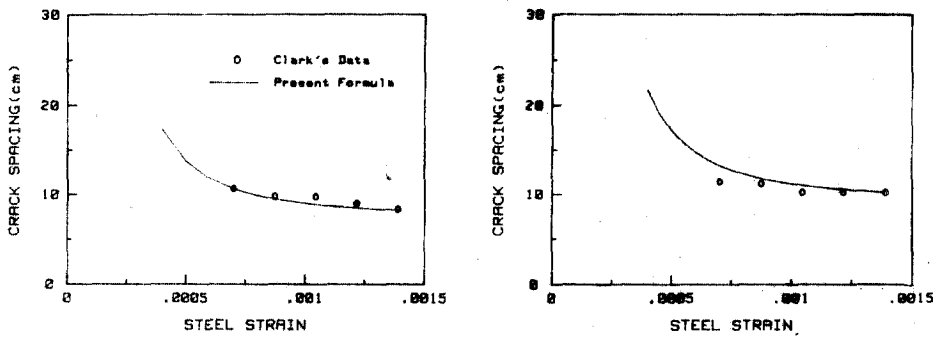


그림 8. Clark의 균열간격 실험자료와의 비교

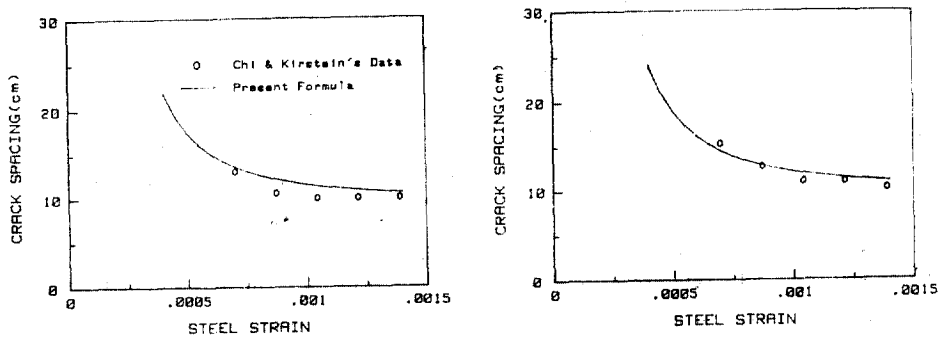


그림 9. Chi & Kirstein의 균열간격 실험자료와의 비교

철근콘크리트 보의 균열거동 실험을 수행하였다. 본 연구에서 제안된 公式를 본 實驗資料 및 他研究者의 실험자료와 비교한 결과, 本 公式이 各 實驗結果를 잘 서술하는 것으로 나타났다. 또한, 本 균열폭 예측공식을 현재 ACI 示方書에서 채택하고 있는 Gergely & Lutz 의 균열폭 공식과도 비교한 결과, 本 公式이 실험자료에 더 근접하는 정확하고 進步된 公式인 것으로 나타났다. 本 論文에서 제안된 균열폭 예측공식과 균열간격 예측공식을 철근콘크리트 휨부재설계시 균열예측에 사용할 수 있을 것으로 사료된다.

謝 辭

本 研究는 한국과학재단의 1984 년도 후반기 연구과제지원에 의하여 수행되었으며, 이에 깊은 감사를 드린다.

參 考 文 獻

1. Base, G.D., Read, J.B., Beeby, A.W., and Taylor, H.P.J., "An Investigation of the Crack Control Characteristics of Various Types of Bar in Reinforced Concrete Beams," Research Report No. 18, Parts 1, 2, Cement and Concrete Association, London, December 1966.
2. Bazant, Z.P., and Oh, Byung, H., "Spacing of Cracks in Reinforced Concrete," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 109, No. 9, Sept. 1983, pp. 2066~2085.
3. Bazant, Z.P., and Oh, Byung, H., "Deformation of Cracked Net-Reinforced Concrete Walls," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 109, No. 1, Jan. 1983, pp. 93~108.
4. Bazant, Z.P., and Oh, Byung, H., "Microplane Model for Cracking Analysis of Concrete Structures," Symposium on the Interaction of Non-Nuclear Munition with Structures, U.S. Air Force Academy, Colorado Springs, Colorado, May 10~13, 1983.
5. Bazant, Z.P., and Wahab, A.B., "Stability of Parallel Cracks in Solids Reinforced by Bars," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 16, 1980, pp. 97~105.

6. Brooms, B.B., "Crack Width and Crack Spacing in Reinforced Concrete Members," *Journal, American Concrete Institute, Proc.*, Vol. 62, No. 10, Oct. 1965, pp. 1237~1256.
7. Brooms, B.B., and Lutz, L.A., "Effects of Arrangement of Reinforcement on Crack Width and Spacing of Reinforced Concrete Members," *Journal, American Concrete Institute, Proc.*, Vol. 62, No. 11, Nov. 1965.
8. Chi, M., and Kirstein, A.F., "Flexural Cracks in Reinforced Concrete Beams," *Journal, American Concrete Institute, Proc.*, Vol. 54, No. 10, Apr. 1958, pp. 865~878.
9. Clark, A.P., "Cracking in Reinforced Concrete Flexural Member," *Journal, American Concrete Institute, Proc.*, Vol. 52, No. 8, Apr. 1956, pp. 851~862.
10. Gergely, P., and Lutz, L.A., "Maximum Crack Width in Reinforced Concrete Flexural Members," Causes, Mechanism, and Control of Cracking in Concrete, SP-20, American Concrete Institute, Detroit, 1968, pp. 87~117.
11. Hognestad, E., "High Strength Bars as Concrete Reinforcement, Part 2. Control of Flexural Cracking," *Journal, Portland Cement Association Research and Development Laboratories*, Vol. 4, No. 1, Jan. 1962, pp. 46~63.
12. Mathey, R.G., and Watstein, D., "Effect of Tensile Properties of Reinforcement on the Flexural Characteristics of Beam," *Journal, American Concrete Institute, Proc.*, Vol. 56, No. 12, June 1960, pp. 1253~1273.
13. Meier, S.W., and Gergely, P., "Flexural Crack Width in Prestressed Concrete Beams," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 107, No. ST2, Proc. Paper 16010, Feb. 1981, pp. 429~433.
14. Nawy, E.G., "Crack Control in Reinforced Concrete Structures," *Journal American Concrete Institute, Proc.*, Vol. 65, No. 10, Oct. 1968, pp. 825~836.
15. Park, R., and Paulay, T., "Reinforced Concrete Structures," John Wiley and Sons, New York, 1975(Section 10. 4).
16. Watstein, D., and Mathey, R.G., "Width of Cr-

- acks in Concrete at the Surface of Reinforcing Steel Evaluated by Means of Tensile Bond Specimens," *Journal, American Concrete, Institute, Proc.* Vol. 56, No. 1, July 1959, pp. 47~56.
17. Watstein, D., and Parsons, D.E., "Width and Spacing of Tensile Cracks in Axially Reinforced Concrete Cylinders," *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, Vol. 31, July 1943, No. RP545, pp. 1~24.
18. ACI 318-83, *Building Code Requirements for Reinforced Concrete*, American Concrete Institute, 1983.
19. IMSL Library, Edition 8, IMSL, Inc.
(接受: 1985. 10. 18)