

말뚝 지지력 산정을 위한 동역학적 공식의 정확도 분석 및 수정

Evaluation and Adjustment of Dynamic Pile-Driving Formulas

정 충 기*

Chung, Choong Ki

김 명 모**

Kim, Myoung Mo

Abstract

Dynamic pile-driving formulas are widely used in predicting the load capacity of piles in cohesionless soils. However, the accuracy of the formulas has been questioned for a long time due to their oversimplified assumptions and empirical parameters involved in the formulas.

The allowable pile capacities calculated by 6 different dynamic pile-driving formulas are compared statistically with the capacities measured in the field, in this paper, to find out the correlations between the calculated capacities and the measured values. The statistical data are then used to evaluate and to adjust the formulas to improve their accuracy. For the greatest accuracy and simplicity of use, it is recommended that the adjusted form of Gates formula be used. When the result of this recommended formula is compared with that of the existing Olson's modified formula, the former is found to be conservative by more than 10 percents.

요지

비점성토 지반에서 말뚝 기초의 지지력을 산정하는 방법으로 동역학적 공식이 있다. 이 공식은 사용이 간편한 반면에 공식에 사용되는 경험적인 계수값들의 타당성과 항타기록의 정확성 등이 문제가 된다. 본 논문에서는 현재 널리 사용되는 6 종류의 공식을 선정하여 각 공식이 산출한 계산 허용 지지력을 말뚝 재하 시험으로부터 구한 실측 허용 지지력과 비교 분석하고, 말뚝 재하시험 결과와 동일한 허용 지지력을 산출할 수 있도록 선형 회귀곡선을 이용하여 각 공식을 수정하였다. 수정된 공식 중에서 Gates의 공식이 가장 신뢰도가 높은 것으로 나타났으며, 기존의 Olson 수정공식과 비교한 결과 본 논문 제안 공식이 10% 이상 보수적인 결과를 산출하였다.

1. 서론

구조물의 상재 하중을 얹은 기초로써 충분히 지

지 할 수 없는 경우에 말뚝 기초가 사용된다. 말뚝 기초의 지지력을 산정하는 방법으로는 동역학적 공식이나 정역학적 공식 등에 의한 계산 방법과 현장에서의 말뚝재 하시험을 통한 실측방법 등이 있다. 이 중에서 동역학적 공식은 비점성토 지반에서 자주 이용되며, 공식에 필요한 계

*정회원 · 서울대학교 대학원 박사과정

**정회원 · 서울대학교 공과대학 부교수, 토목공학과

또는,

$$Q_u = \frac{(S+4S_{sp})AE}{L} \times \left[\sqrt{1 + \frac{2CLe_k WH}{(S+4S_{sp})AE}} \times \frac{W+n^2W_p}{W+W_p} - 1 \right] \quad (9)$$

표 1. 본 논문에서 사용된 동역학적 풍식

* Hiley(안전율=3.0)

$$Q_s = \frac{e_h E_h}{S + \frac{1}{2}(C_1 + C_2 + C_3)} \times \frac{W + n^2 W_p}{W + W_p}$$

* Engineering News(약정율=6.0)

$$Q_v = \frac{e_h E_h}{S + e}$$

* PCUBC(안정율=4.0)

$$Q_u = \frac{e_h E_h C_1}{S + C_2}, \quad \text{여기서 } C_1 = \frac{W + k W_p}{W + W_p}, \quad C_2 = \frac{Q_u L}{AE}$$

$k = 0.25$: 감재 말뚝
 $= 0.10$: 기타 말뚝

* Danish(안전율=3.0)

$$Q_u = \frac{e_h E_h}{S + \sqrt{\frac{e_h E_h L}{2 A F}}}$$

* Gates(안전율 = 3.0)

$$Q_u = 4.0 \sqrt{e_b E_b} \log \frac{25}{\zeta} \quad (\text{단위는 cm 와 톤})$$

* Janbu(안전율=3.0)

$$Q_s = \frac{e_h E_h}{k_h S}, \text{ 여기서 } C_d = 0.75 + 0.15 W_s/W$$

$$k_u = C_d (1 + \sqrt{1 + \lambda/C_d})$$

$$\lambda = e_h E_h L / A E S^2$$

현재 사용되는 여러 동역학적 공식들은 앞에서 소개한 이론과 식(8) 그리고 식(9) 등을 근거로 하여 유도되었다. 본 논문에서 검토하고자하는 6 가지의 공식들^(2,3)을 표 1에 수록하였다. 표 1에 나타난 식에 의해 구해지는 값은 지반의 극한지지력이다. 따라서, 허용지지력은 각 공식들이 가정하고 있는 압적율로 나누어서 결정한다.

3. 협장 재한시험 자료

본 논문에서 사용한 협작 채학시험 자료는

Flaate(1964)⁽⁴⁾가 수집한 자료와, 국내 두 지역의 자료, 그리고 Arkansas의 자료⁽⁵⁾등 4 가지이다. Flaate의 자료는 1964년 이전에 발표된 여러 재하시험 자료들을 모아 놓은 것으로서 나무 말뚝, 콘크리트 말뚝, 그리고 강재 말뚝등을 고루 포함한 114개의 재하시험 자료이다. 국내 두 지역의 자료들은 각각 14개와 6개의 테이터를 포함하고 있으며, 상부 구조물 계획하중의 2배까지만 재하시험을 한 관계로 하중-침하량곡선으로부터 극한지지력을 구할 때, 몇몇 자료들은 보간법(extrapolation)으로 구하였다. 국내 자료들은 모두 강관 말뚝에 대한 것이다. Arkansas의 논문은 9개의 자료를 제시하고 있는데 각 종류의 말뚝을 모두 포함하고 있다. 이렇게 해서 총 자료의 수는 143개이며 그중 일부 테이터를 표 2에 나타내었다.

각 자료별 극한지지력 결정방법은 다음과 같다.

- (1) Flaate 의 자료⁽⁴⁾ : 하중—침하량 곡선에서 초기 접선과 최종 접선의 교차점에서의 하중.
 - (2) 국내 자료 : 말뚝 직경의 10%의 침하를 유발시키는 하중(필자가 하중—침하량 곡선으로부터 직접구함).
 - (3) Arkansas 자료⁽⁵⁾ : 하중—침하량 곡선에서 기울기가 0.01 inch/tons 에 이르는 하중과 침하량이 0.25 inch 가 될때의 하중, 초기 접선과 최종 접선의 교차점에서의 하중, 그리고 비례한계에서의 하중등, 4 가지 하중의 평균 값.

4. 기존 공식의 정확도 분석

표 2에 보인 바와 같이 현장 재하시험 결과로서 얻어진 극한 지지력을 통상적으로 사용되는 안전율, 2.0으로 나누어서 허용지지력(Q_{sa})을 구하면, 이때 얻어진 허용지지력은 주어진 지반의 실질 허용지지력으로 볼 수 있다. 전 절의 표 1에 열거한 기존 동역학적 공식들의 정확도를 분석하기 위하여, 실질 허용지지력(Q_{sa})을 세로축 그리고 각 기존 공식들에 의해 산출되는 계산허용지지력(Q_{cs})을 가로축으로 한 각각의 평면에 143 개의 재하시험 자료를 나타내었다(그림 1~6).

표 2. 일부 현장시험자료

자료 일련 번호	말 뚜				해 머				최종활성화용 실질허용		계산 허용 지지력 Q_{ult} (tons)						출처
	재료	길이 mm	단면적 mm ²	무게 톤	.	나하고 mm	무게 톤	판입깊이 (mm)	Q_{ult} (톤)	Ja	Da	PC	Ga	Hi	EN		
1	나무	13,614	111,613	1.10	Gravity Hammer	1,016	1.21	16.3	19	11	17	9	15	10	5		
2	"	24,003	232,258	4.95	"	1,524	4.40	8.1	94	64	86	39	45	61	33		
3	"	5,690	58,064	0.83	"	1,118	2.97	19.8	34	24	35	24	23	35	12		
4	강재	23,368	14,045	3.19	"	1,524	4.40	13.2	78	58	79	45	39	71	29	Flaate 의 논문	
5	"	17,653	13,419	1.98	"	813	4.40	2.6	149	152	94	50	60	102	21		
6	"	13,487	6,710	1.98	"	1,016	1.21	22.4	12	9	14	7	14	6	4		
7	콘크리트	9,296	67,097	1.54	"	940	1.99	10.16	38	25	34	19	22	24	9		
8	"	10,871	96,129	2.20	"	610	1.99	4.32	50	31	42	20	23	21	7		
9	"	13,818	83,871	2.86	"	1,016	1.21	17.27	17	11	17	6	15	6	5		
10	나무	12,192	58,064	0.90	65C	914	2.95	13.21	40	27	27	20	21	28	23	Arkans- as지방	
11	강재	16,764	11,045	1.51	140C	784	6.35	19.05	70	40	42	33	26	46	33		
12	콘크리트	13,716	165,161	5.67	140C	784	6.35	14.00	85	55	66	39	30	56	40		
13	강재	36,150	21,790	6.18	K35	2,300	3.5	1.90	299	03	142	58	80	109	50	국내	
14	"	41,300	14,880	4.82	K25	2,000	2.5	0.40	309	166	94	36	84	70	33	A지구	
15	"	16,770	11,850	1.60	K25	2,200	2.5	2.00	125	60	78	35	39	65	26	국내 B지구	

이 그림들에서 알 수 있는 사실은, 허용지지력이 대략 100톤 보다 작은 쪽에 현장재하시험 데이터가 많고, 분산도가 비교적 작으며, 100톤 이상에서는 허용지지력이 커지면 커질수록 분산도가 크고, 허용지지력 산정에 사용된 공식의 종류에 따라 분산도의 차이가 상당히 크다는 것이다. 그림 1~6에 나타난 두 지지력 사이의 관계를 수치적으로 나타내기 위하여 선형 회귀분석

을 하였다. 그 결과식은 실질 허용지지력에 대한 1차 방정식.

로 나타나며, 이 식에서 a 는 절편, b 는 기울기이다. 만일에 동역학적 공식에 의해 산출된 허용지지력이 실질 허용지지력과 완전히 일치한다면 즉, 동역학적 공식에 의한 지지력 산정이 100% 정확하다면 식(10)에서 a 값은 0, 그리고

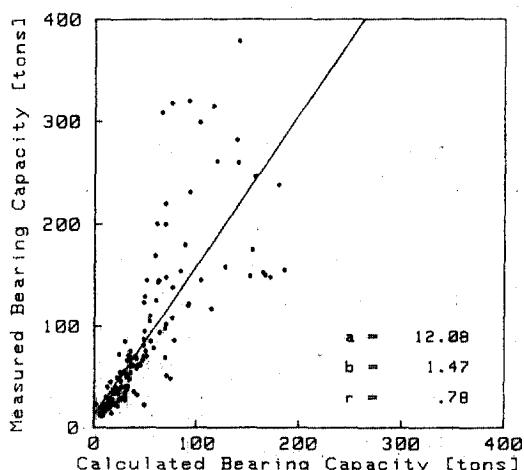


그림 1. Janbu 공식에 의한 허용지지력에 대한 실질허용지지력(데이터수=143)

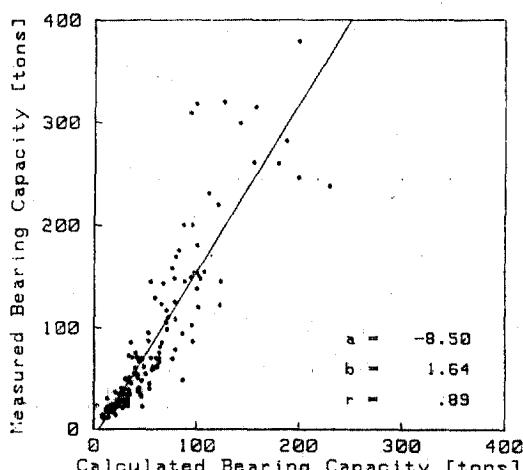


그림 2. Danish 공식에 의한 허용지지력에 대한 실질허용지지력(데이터수=143)

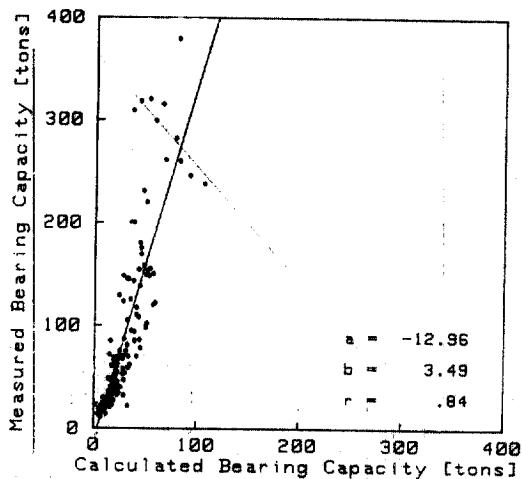


그림 3. PCUBC 공식에 의한 허용지지력에 대한 실질허용지지력(데이터수=143)

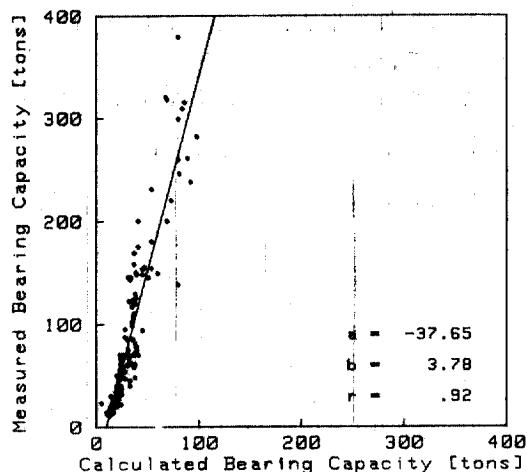


그림 4. Gates 공식에 의한 허용지지력에 대한 실질허용지지력(데이터수=143)

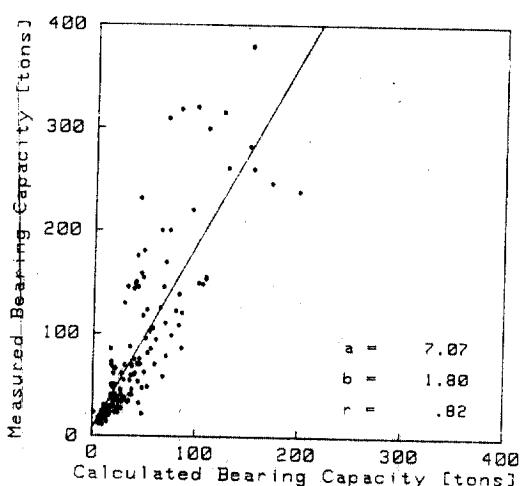


그림 5. Hiley 공식에 의한 허용지지력에 대한 실질허용지지력(데이터수=143)

b 값은 1이 되고, 회귀곡선에 대한 데이터의 상관도를 나타내는 결정계수(Coefficient of Determination) r 값 또한 1이 될 것이다. 그림 1~6에 보인 데이터에 대한 회귀분석 결과를 표 3에 수록하였다. 표 3에서 보면, Gates 공식의 결정계수 값이 0.92로 가장 크고, 그 다음이 Danish 공식의 0.89이다. Engineering News 공식을 제외한 나머지 공식들은 모두 결정계수 값이 0.78보다 커서 회귀곡선에 대한 데이터의 상관성을 인정할 수 있으나, Engineering News 공식의 경우에는 결정계수 값이 0.39에 불과하여 실질 허용지지력과 이 공식에 의한 계산 허용지지력 간에 일정한 관계가 있다고 보기 어렵다.

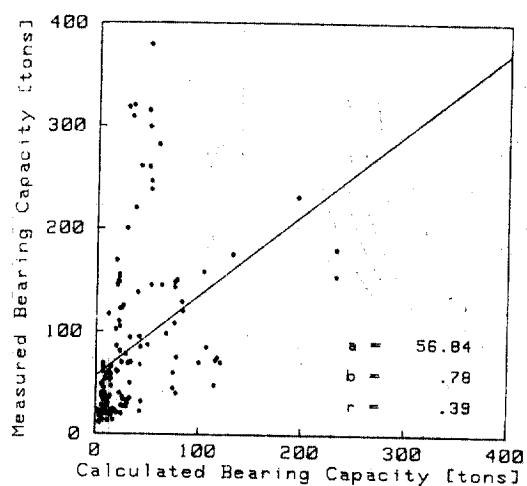


그림 6. Eng. News 공식에 의한 허용지지력에 대한 실질허용지지력(데이터수=143)

그림 1~6과 표 3을 종합하여 판단할 때, Janbu, Danish, 그리고 Hiley¹¹의 공식이 약간 보수적이긴 하지만, 비교적 실제 값에 가까운 지지력을 산출하고, Gates와 PCUBC 공식은 결과 자체의 일관성은 있으나, 회귀곡선의 기울기 b 값

이 너무 커서 지나치게 보수적임을 알 수 있다. 전반적으로 계산지지력이 실질지지력보다 보수적인 값을 가지는 경향은 그림 7에 보인 누적곡선에서 분명히 나타난다. 동 그림에서 보면 계

표 3. 전체 자료에 대한 선형회귀분석 결과

동역학적공식	데이터수 <i>N</i>	절편 <i>a</i>	기울기 <i>b</i>	결정계수 <i>r</i>
Janbu	143	12	1.47	0.78
Danish	143	-9	1.64	0.89
PCUBC	143	-13	3.49	0.84
Gates	143	-38	3.78	0.92
Hiley	143	7	1.80	0.82
En. News	143	57	0.78	0.39

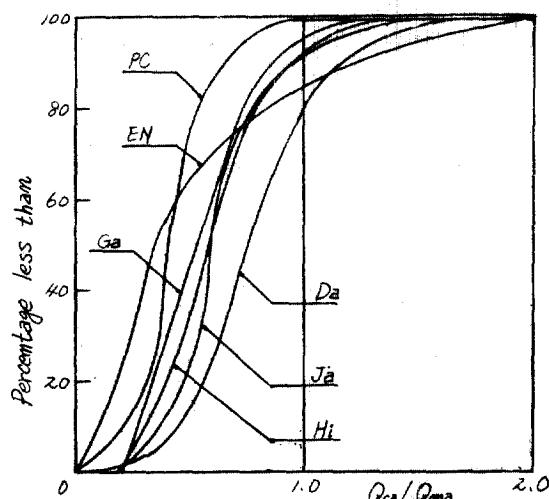


그림 7. 각 동역학적 공식 결과에 대한 누적 누적 곡선 산지지력은 데이터의 80% 이상이 실질지지력보다 작은 값을 갖는다.

앞에서 기술한 바와 같이, 실질 허용지지력 (Q_{ma})을 기준으로 하여 100 톤 미만의 부분과 그 이상의 부분에서 데이터 분포 형태가 다르게 나타남은 알 수 있는데, 그 대표적인 예로 Janbu 공식에 의해 산출된 데이터를 나타낸 그림 8, 9는 그 차이를 확연하게 보여준다. 각 공식에 대하여 100 톨 미만과 그 이상의 데이터로 나누어서 분석한 회귀분석 결과를 각각 표 4와 표 5에 나타내었다. 이 표에서 보면, 100 톨 미만인 경우에는 결정계수 값이 대체로 평준화되었으나, 100 톨 이상인 경우에는, Gates 공식을 제외하고는 모두 극히 저조한 결정계수 값을 갖는다. 따

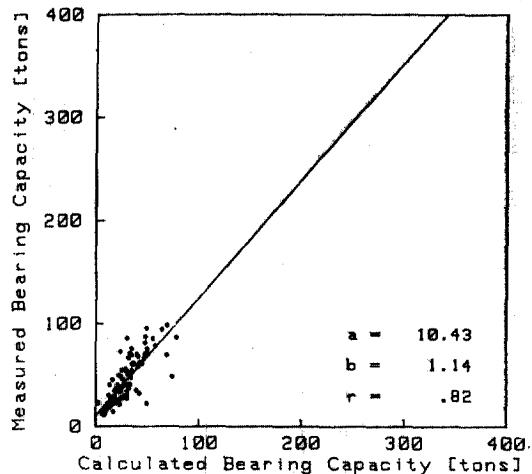


그림 8. $Q_{ma} < 100$ 톤 일 때의 Janbu 공식에 의한 허용지지력에 대한 실질 허용지지력 (데이터 수 = 102)

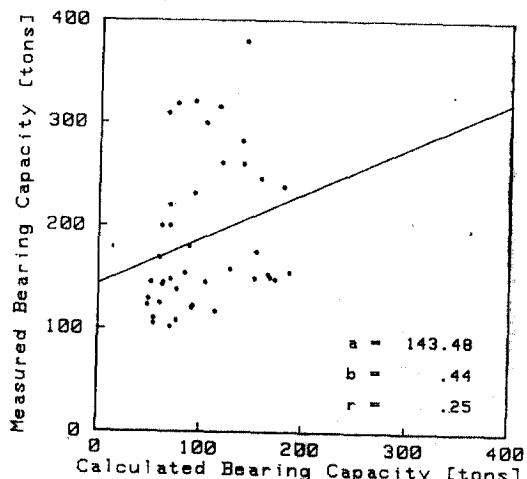


그림 9. $Q_{ma} \geq 100$ 톤 일 때의 Janbu 공식에 의한 허용지지력에 대한 실질 허용지지력 (데이터 수 = 41)

표 4. $Q_{ma} < 100$ 톤인 자료에 대한 선형회귀분석

동역학적공식	데이터수 <i>N</i>	절편 <i>a</i>	기울기 <i>b</i>	결정계수 <i>r</i>
Janbu	102	10	1.14	0.82
Danish	102	8	0.96	0.83
PCUBC	102	7	1.89	0.82
Gates	102	-12	2.35	0.84
Hiley	102	14	1.04	0.75
En. News	102	31	0.42	0.52

라서, 동역학적 공식은 대체로 허용지지력이 100 톤 이상인 경우에는 신뢰도가 급격히 떨어진다 고 할 수 있다.

표 5. $Q_{ma} \geq 100$ 톤인 자료에 대한 선형회귀분석

동역 학적 공식	데이터수 <i>N</i>	절편 <i>a</i>	기울기 <i>b</i>	결정계수 <i>r</i>
Janbu	41	143	0.24	0.25
Danish	41	58	1.20	0.68
PCUBC	41	79	2.18	0.53
Gates	41	31	2.87	0.81
Hiley	41	103	1.03	0.58
En. News	41	188	-0.005	0.004

가 된다. 그러므로, 동역학적 지지력 공식을 식 (11)에 의해 변형시키면, 실질 지지력과 수정 계산지지력 사이에 $Q_{so} = Q_{ca}^*$ 의 관계를 얻을 수 있다. 이와 같은 방법으로 수정된 동역학적 공식을 표 6에 나타내었다. 수정된 공식들의 정확도는 오직 결정계수 r^2 값에 의해 결정되는데, 표 6에서 보면, Gates 공식의 결정계수 값이 0.92로 가장 커서 수정된 Gates 공식에 의한 계산지지력 산정이 가장 정확하다고 할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 동역학적 공식에 의한 말뚝 협용 지지력의 산정을 위해서 수정된 Gates 공식

5. 제안 수정 공식

앞 절에서 논의한 바와 같이 동역학적 공식에 의해 산출된 계산 허용지지력이 실질 허용지지력과 일치하려면, 식(10)의 절편값(a)은 0, 기울기(b)는 1이 되어야 한다. 그러나 실제의 절편값과 기울기는 표 3에서 보는 바와 같이 다양하다. 절편값과 기울기를 각각 0과 1로 만들기 위해서는 지지력 공식을 수정할 필요가 있으며, 그 방법은 다음과 같다.

먼저, 수정된 계산지지력 (Q_{ca}^*)이 실질 지지력과 같다고 하면,

$$Q_{ca}^* = Q_{ma} \dots$$

가 되고 식(10)을 윗식에 대입하면,

표 6. 수정된 동역학적 공식

$$\text{Janbu : } Q_{ca}^* = 0.49 \frac{WH}{k_u + s} + 12 \quad (r=0.78)$$

$$\text{Danish : } Q_{ca}^* = 0.55 \frac{\frac{e_h WH}{s + \sqrt{\frac{e_h W_{HL}}{2 AE}}}}{} - 9 \quad (r=0.89)$$

$$\text{PCUBC : } Q_{ca}^* = 1.12 \frac{e_h WHC_1}{s + c_2} - 13 \quad (r=0.84)$$

$$\text{Gates : } Q_{ca}^* = 5.04 \sqrt{e_h W H} \lg \left(\frac{25}{S} \right) - 38 \quad (r=0.92)$$

(단위는 cm 와 톤)

$$\text{Hiley : } Q_{ca}^* = 0.60 \frac{e_b WH}{S + \frac{1}{2}(C_1 + C_2 + C_3)} \times \frac{W + n^2 W_r}{W + W_s} + 7 \quad (r=0.82)$$

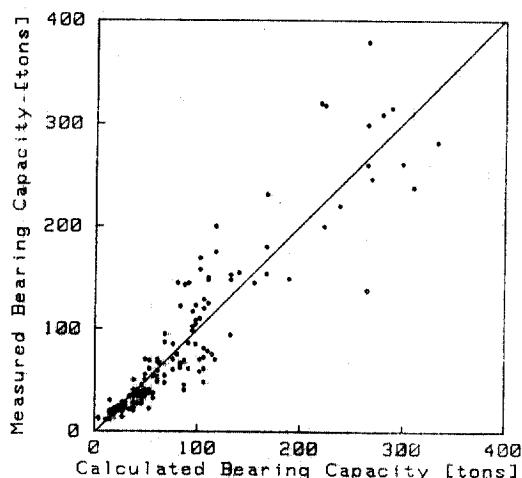


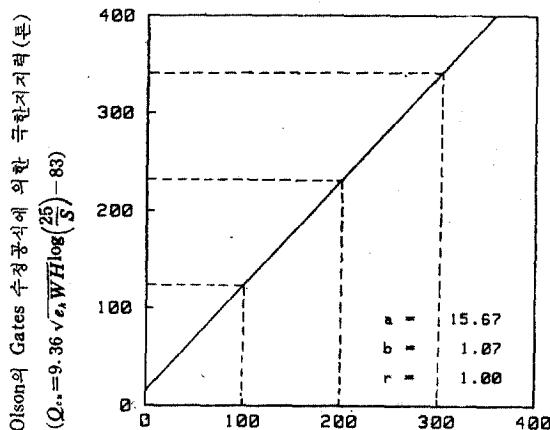
그림 10. 수정된 Gates 공식에 의한 허용자지역에 대한 실질허용자지역

의 사용을 제안한다. 이 수정 공식을 이용하여 산출한 계산 허용지지력과 실질허용지지력의 비교가 그림 10에 나타나 있다.

Olson(1967)⁽⁶⁾은 Flaate(1964)⁽⁴⁾의 논문에서 발표한 114 개의 재하시험 자료에 대하여 상기한 방법과 동일한 수법으로 수정 공식을 제안한 바 있는데, 그는 논문에서 계산 극한지지력을 실질극한지지력과 비교 분석하였으며 제한한 수정 공식 또한 극한지지력을 산출하는 공식이다. Olson 제안 공식은 그림 11에 나타나 있다. 반면에, 본 논문에서는 허용지지력을 기준으로 비교 분석하였는데, 그 이유는, 각 동역학적 극한지지력공식들이 가정하고 있는 안전율은 3.0에서부터 6.0으로 다양하고 각 공식들이 궁극적으

로 구입하고자 하는 수치가 허용지지력이므로 극한지지력을 비교하여 공식을 평가 분석하는 것이 타당하지 않다고 판단하기 때문이다.

Olson의 제안 공식과 비교할 목적으로 수정된 Gates 공식에 의해 산출된 허용지지력을 2.0 배하여 극한지지력을 구하였다. 이때, 사용한 안전율 2.0은 실질 허용지지력 산출시 재하시험 결과에 의한 극한지지력을 나누어 준 안전율 2.0과 동일하다. Olson에 의한 극한지지력을 세로축, 본 논문에 의한 극한 지지력을 가로축으로 하여 둘 사이의 관계를 나타내면, 그림 11과 같다. 이 그림에서 보면, 본 논문에서 제안한 공식



본 논문에서 제안한 Gates 수정공식의 극한지지력(톤)

$$[Q_{ss} = 2 \times \left\{ 5.04 \sqrt{e_s W H} \log \left(\frac{25}{S} \right) - 38 \right\}]$$

그림 11. 본 논문의 수정공식과 Olson 수정공식의 비교

의 결과가 Olson 공식에 비하여 10% 이상 보수적임을 알 수 있다.

6. 결론

본 연구를 통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

(1) 기존 동역학적 공식에 의해 산출된 계산 허용지지력은 실질 허용지지력과 비교하여 보수적인 값으로 나타난다.

(2) Engineering News 공식은 그 신뢰성에 있어서 수준이 하이다($r=0.39$).

(3) 실질 허용지지력이 100 톤 이상으로 산정되는 말뚝에 대한, 동역학적 공식의 신뢰성은

급격히 떨어진다.

(4) 본 논문에서 사용한 데이터에 대하여 가장 신뢰성이 높은 동역학적 공식은 Gates 공식을 수정한 식,

$$Q_{ss}^* = 5.04 \sqrt{e_s W H} \log \left(\frac{25}{S} \right) - 38$$

이다.

(5) 본 논문에서 제안한 수정 공식의 결과는 Olson 공식의 결과보다 극한 지지력을 기준으로 하여 10% 이상 보수적이다.

감사의 말씀

국내 현장 재하시험 자료의 수집에 도움을 주신 포항 종합제철 주식회사 정명식 부사장께 감사를 드립니다.

참고 문헌

1. Taylor, D.W., "Soil Mechanics", John Wiley and Sons, pp. 656~660.
2. Bowles, J.E., "Foundation analysis and Design", McGraw-Hill, 3rd ed., pp. 638~665.
3. Sorenson, T. and Hansen, B., "Pile Driving Formulas-An investigation based on Dimensional Considerations and a Statistical Analysis", Proceedings of 4th international conf. on soil Mechanics and Foundations, held in London in 1956, Vol. 2, 1957, pp. 61~65.
4. Flaate, K.S., "An Investigation of the Validity of Three Pile Driving Formulae in Cohesionless Material", Publication No. 56, Norwegian Geotechnical Inst, Oslo, Norway, 1964, pp. 11~12.
5. Mansur, C.I. and Hunter, A.H., "Pile Tests-Arkansas river Project", JSMFD, Proceedings of the ASCE, 1970, Sep., pp. 1545~1583.
6. Olson, R.E. and Flaate, K.S., "Pile Driving Formulas for Friction Piles in Sand", JSMFD, Proceedings of the ASCE, 1967, Nov., pp. 279~295.

(授受 : 1985. 8. 17)