

# 構造物の 信頼性に 관한 小考

—원형단면의 인장재를 중심으로—

## A Study on the Structural Reliability

孫 承 堯\*  
Son, Seung Yo

### Abstract

In the design of civil engineering structures, the designers are invariably faced to the uncertainties and the randomness of the design parameters such as material properties and loads. Even when the structures are built, the actual geometries of the structures are also subject to their random variations from their nominal design values. Thus, the reliability of a structure in terms of these uncertainties and variations becomes a matter of great concern to the structural designers. This study employs the First Order Second Moment Method to evaluate numerically the reliability of a simple tension member and discusses the influence on the final failure probability of that structure due to: 1) use of equivalent normal distribution in place of non-normal distribution, 2) linearization of non linear limit state equation. A discussion is also made on the necessity of fundamental studies on the distribution characteristics of the strength of locally produced construction materials and those of the loads frequently encountered in the structural design.

### 要 旨

構造物の設計는 實際로 不確實性和 無作爲의 可變性을 갖는 量들(強度, 치수, 荷重)에 대하여 施行하므로 이들 不確實性和 無作爲의 可變性을 包含한 構造物の 信頼性 判斷이 重要한 意味를 지니게 된다. 本 研究는 이러한 信頼性 判斷을 新—階 2次모멘트法으로 計算할 때 可變量들의 分布狀態가 달라지거나 構造物の 崩壞條件이 非線型일 때 위 方法에 依한 信頼性 判斷基準인 安全指數나 崩壞確率에 이들이 미치는 誤差의 程度와 計算結果의 安全/不安全側에 對한 論議를 單純引張部材에 대하여 數值的 解析을 통해 제시하고, 특히 生産공정이나 시공관리와 관련된 材料의 치수, 強度 그리고 構造物 設計에 頻度높게 사용되는 荷重들의 分布特性에 대한 기초조사가 구조물을 보다 신뢰성있게 설계할 수 있는 바탕이 됨을 指摘하였다.

\* 正會員·亞洲大學校 工科大學 教授

## 1. 序 論

一般的으로 工學構造物은 積載荷重, 風荷重, 地震荷重, 熱荷重 및 機械運轉으로 인한 振動이나 衝擊荷重等 無作爲的으로 作用하는 荷重을 받으며 材料의 成分이나 幾何學的 寸수에 있어서도 力學的 假定과 같은 完全한 均質性이나 確定寸수로 생각하기 보다는 不確實한 可變性을 內包하고 있다고 할 것이다. 이와 같은 無作爲的 不確實性和 可變性을 構造物이나 그 要素의 解析과 設計에 反映하기 위하여는 統計確率의 接近方法이 널리 이용되고 있다.

構造物이나 그 要素가 破壞(Fracture)되거나 使用目的에 不適合할 정도로 變形 또는 振動을 일으킬 때를 그 구조물 또는 요소의 極限狀態로 보면 構造物의 崩壞(Failure)는 이러한 극한상태의 실현으로 볼 수 있다. 이 極限狀態는 材料의 強度, 斷面의 寸수, 作用荷重(또는 應力)의 크기와 作用位置等 이들에 내포된 無作爲可變·不確實性을 前提로 한 個別 또는 組合關係式으로 다음과 같이 표시된다.

$$g(X) = g(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = 0 \quad (1)$$

여기서  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ 는 斷面의 寸수(또는 係數), 재료의 強度, 作用荷重等 無作爲的 變數 또는 프로세스(Process)이며, 式(1)이 滿足되는 面을 崩壞가 始作되는 崩壞面(Failure surface)으로 보면  $g(X) > 0$ 을 滿足하는  $X$ 의 範圍는 構造物의 安全領域이고  $g(X) < 0$ 은 崩壞領域이다.

式(1)이 無作爲的 變數들의 組合이므로 이 式의 計算은 統計·確率의 處理를 必要로 한다. 變數들의 共同密度函數(Joint Distribution Function)를  $f_X(x)$ 라 하면  $g(X) < 0$ 일 崩壞狀態일 確率  $P_f$ 는 다음과 같은 卷积(convolution) 적분으로 표시할 수 있다.

$$P_f = \int_F f_X(x) dx \quad (2)$$

여기서  $F$ 는  $n$ 개의 무작위 변수들로 이루어지는  $n$ 차원공간에서  $g(X) < 0$ 을 만족하는 영역을 표시한다. 實際에 있어서 無作爲 變數들의 分布特性인  $f_X(x)$ 가 安全히 알려져 있는 경우는 극히 드물고 또 알려진 경우라 하더라도 式(2)의 積分은 解析函數로서 處理보다는 數值方法에 依

存하거나 아예 不可能할 程度로 複雜하여 近似的方法에 依存하게 된다.

C.A. Cornell<sup>(1)</sup>, E.B. Haugen<sup>(2)</sup>, N.C. Lind<sup>(3)</sup>, A.M. Hasofer와 N.C. Lind<sup>(4)</sup>等 수많은 研究者들이 式(1)의 1, 2차 모멘트만으로 式(2)의 近似解를 求하는 努力을 기우렸고 M. Shinozuka<sup>(5)</sup>는 이를 新1階2次모멘트法(Advanced First Order Second Moment Method: AFOSM法)으로 그 概念을 定着化시켰다.

## 2. 新1階2次모멘트法

이 方法에 依하면<sup>(5,6)</sup> 崩壞面을 表示하는 式(1)을 線型化한 接平面中 接點으로부터 座標原點까지의 距離가 最小인 接點의 座標를  $x^*$ 라 할 때 이 點은 崩壞確率이가 가장 큰 點, 即 最近崩壞確率點(Most Probable Failure Point)이 되며, 이 點에서 計算한 式(1)의 期待值(Mathematical Expectation)와 標準偏差로 다음과 같이 定義되는 값  $\beta$ 는 崩率確率  $P_f$ 를 左右하는 基本指數 役割을 하므로 安全指數(Safety Index)라 하며 따라서 構造物 또는 그 要素의 崩壞여부는 바로 이 安全指數의 計算으로 集約된다고 할 수 있다.

$$\beta = \frac{\bar{g}_*}{\sigma_{g_*}} \quad (3)$$

여기서  $\bar{g}_* = E[g(x^*)]$ 이고  $\sigma_{g_*} = \{\text{Var}[g(x^*)]\}^{1/2}$  = 표준편차임.

無作爲變數  $X$ 를 正常分布로 생각하면<sup>(6)</sup> 崩壞確率  $P_f$ 는

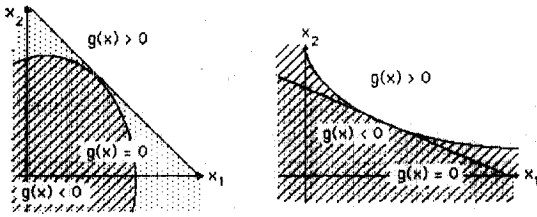
$$1 - \chi_n^2(\beta) \geq P_f \geq 1 - \Phi(\beta) \quad (4)$$

로 表示되는데, 여기서  $\chi_n^2(\beta)$ 는  $\beta^2 = X^{*T} X^*$ 로 계산된  $n$ 자유도 차이제곱분포함수(Chi-Squared Distribution Function)이고  $\Phi(\beta)$ 는 표준정상분포함수를 나타낸다. 新1階2次모멘트法은  $P_f$ 를 式(4)의 右邊表現인 下限值를 近似值로 採擇하고 있는데 이 때,  $\Phi(\beta)$ 는 안전영역에 대한 근사확률  $P_s$ 를 표시한다.

$$P_f \simeq 1 - \Phi(\beta) = 1 - P_s \quad (5)$$

단,  $P_s = \Phi(\beta)$

따라서, AFOSM法에 의해 붕괴확률을 구할 때  $\beta$ 의 계산에 쓰이는 式(3)의 기본변수들이 正常分布를 이루고 있지 않을 경우 이들을 等價正



(a) 원점에 대하여 오목한 붕괴표면 (b) 원점에 대하여 볼록한 붕괴표면

그림 1. 극한상태의 적분영역 ( $n=2$ )

常分布로 變換하여 AFOSM 法을 適用할 수 있다. 그러나, AFOSM 에 의해 崩壞確率을 計算할 때 그림 1에서 보는 바와 같이 崩壞面  $g(X) = 0$  이 原點에 대하여 오목한 경우와 볼록한 두 가지 경우에 대하여, 線型化(平面化)는 安全指數  $\beta$  를 計算할 때 安全側(a의 경우)의 결과 또는 불안전측(b의 경우)의 결과를 주게 되며,  $g(X) = 0$  이 여러개의 요철을 갖는 曲面일때에는 安全側/不安全側의 判斷이 매우 어려워지게 된다. 특히 工學構造物에서 要求되는 높은 信賴性으로 因하여 崩壞確率은  $10^{-3} \sim 10^{-7}$  範圍에 드는 매우 작은 값을 갖게 되므로 이 때, 不安全側의 包含 여부에 대한 判斷이 매우 重要해진다 할 수 있다. 따라서, AFOSM 法의 正確성은 式 (1)의 非線型性和 式 (2)를 構成하는 基本變數들의 分布狀態(正常分布로부터의 離脫程度)가 가장 크게 左右하는 要素로서 接觸되고 있다.

### 3. 非正常分布

構造物의 崩壞確率은 式 (5)의 正常分布函數로 近似化되며 無作爲 變數들이 正常分布를 가질 때 이 식이 變數들의 1,2 차 모멘트만으로 成立하므로 非正常分布를 갖는 變數들에 대하여는 安全指數를 計算하기에 앞서서 附錄 A에 보인 바와 같이 最近崩壞確率點(또는 設計點)에서 이들을 等價正常分布로 換算(主로 數值的方法에 依함)한 후에 AFOSM 法을 適用한다. 이러한 一點等價變換에서 오는 誤差는 基本變數들의 分布가 正常分布로부터 얼마나 離脫되었는가에 左右되는데, 특히 崩壞確率과 關聯하여 分布曲線의 꼬리부분에서의 舉動에 큰 關係가 있다.

### 4. 非線型 極限狀態

極限狀態가 線型式으로 表示되고 基本變數들이 正常分布를 갖는 경우 AFOSM 에 의한  $\beta$  나  $P_f$  는 正確한 값을 주지만 非線型式의 경우에는 이를 線型化하기 위하여  $g(X)$ 를 最近確率點  $x^*$ 에서 Taylor 급수로 展開했을 때 2次 以上의 項에 該當하는 誤差를 誘發하게 되므로 線型化에 따른 誤差를 줄이기 위하여는 高次項을  $\bar{g}_{x^*}$  나  $\sigma_{x^*}$  計算에 包含할 수 있지만 相對的으로 計算의 어려움이 急激히 增加한다. B. Fiessler, H.-J. Neumann 및 R. Rackwicz<sup>(7)</sup>는 위 展開式의 2次項까지를 包含한 崩壞確率의 計算例를 提示하고 있으나 AFOSM 에 의한 計算結果에 比하여, 正確性向上이 計算의 어려운 增加에 견디지 못하고 있다.

新 1階 2次 모멘트 方法은 單一極限狀態로부터 定義된 安全指數를 基準으로 構造物安全을 判斷한다. 따라서, 不靜定 構造物이나 挫屈, 振動問題에서와 같이 多重極限狀態로 表示되는 경우에는 直接適用이 困難하다. 그러나, 無作爲 變數들이 獨立의이고 正常分布를 이루고 있는 경우에는 AFOSM 方法에 依해 個別極限狀態式  $g_i(X)$ 로부터 얻어진 安全指數  $\beta_i$ 를 計算할 수 있고 崩壞確率은 다음 式으로 表示된다<sup>(5)</sup>.

$$P_f \leq \sum_{i=1}^m \Phi(-\beta_i) \quad (6)$$

여기서  $m$ 은 多重極限狀態式의 數이다. 式(6)이 安全側으로 成立하기 위한 必要充分條件은  $\beta_i > 0$  이고 모든 極限狀態式이 原點에 대하여(붕괴영역) 直線 또는 오목한 表面이면 된다. 多重極限狀態의 경우 崩壞確率은 個別狀態式에 따른 결과의 合集合, 交集 또는 이들의 組合으로 이루어지며, 이의 결정에는 독립성 여부나 破壞機構(Mechanism) 등을 考慮하여야 한다<sup>(8)</sup>.

### 5. 數值解析

式 (3)의 數值計算은 R. Rackwicz<sup>(9)</sup>의 알고리즘에 依하였으며 표준정상분포함수  $\Phi(\cdot)$ 나 그 역함수  $\Phi^{-1}(\cdot)$ 는 Hasting의 근사식<sup>(10)</sup>을 이

表 1.

	변수상태	극한상태식	비 고	각 변수의 평균 및 표준편차
I	$X_1 = \text{확정치}$	$g(\underline{X}) = AX_2 - X_3$	선 형	$\bar{X}_1 = 29 \text{ mm}, \sigma_{X_1} = 4 \text{ mm}$
II	$X_3 = \text{확정치}$	$g(\underline{X}) = aX_1^2 X_2 - B$	비 선 형	$\bar{X}_2 = 170 \text{ N/mm}^2, \sigma_{X_2} = 25 \text{ N/mm}^2$
III	모두 무작위 변수	$g(\underline{X}) = aX_1^2 X_2 - X_3$	비 선 형	$\bar{X}_3 = 50 \text{ kN}, \sigma_{X_3} = 10 \text{ kN}$

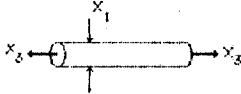


그림 2. 단순인장재

용하였다. 計算結果의 比較편의를 위하여 실제 구조물은 그림 2와 같은 원형단면의 단순인장부재에 대하여 시행하였다. 그림과 같이 부재의 지름, 항복강도 및 인장하중을 각각 무작위 변수로 보고  $X_1, X_2, X_3$ 라 하면 이 부재가 降服을 일으키는 상태를 極限狀態로 볼 때 식 (1)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$g(\underline{X}) = aX_1^2 X_2 - X_3 \quad (7)$$

여기서  $a = \pi/4$ 이다.

表 1에 이들 無作爲 變數들의 狀態(假定)에 따라 극한상태식을 정리하였다.

5.1 崩壞面(Failure Surface)

表 1의 極限狀態式 I, II, III에 대하여 基本變數를 다음 식 (8)로 變換하여 崩壞面을 그려 보면 그림 3, 4, 5와 같다.

$$x_i = \frac{X_i - \bar{X}_i}{\sigma_{X_i}} \quad (8)$$

式 I은 線型式이므로 그림 (3)에서 보는 바와 같이 直線으로 安全/不安全領域이 區分되며 AFOSM法은 正確한 崩壞確率을 나타내 줄 것이다. 式 II는 2次曲線이므로 AFOSM을 使

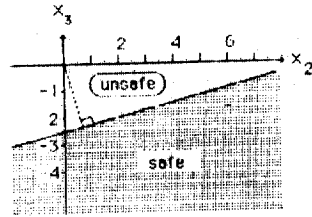


그림 3. 식 I의 붕괴면

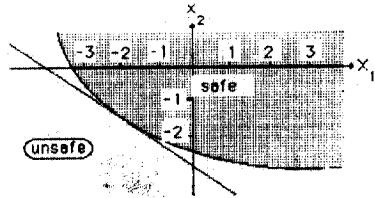


그림 4. 식 II의 붕괴면

用할 경우 不安全領域中 接線左下部의 部分만이 式 (3)의 計算에 包否되어 崩壞確率은 下限値를 제시하게 되므로 不安全側(unconservative)인 結果를 준다고 할 것이다(원점에 대하여 오목한 쪽이 안전측임). 한편, 그림 5는 붕괴면이 3차원 곡면이므로 이의 원점에 대한 요철 여부를 세 평면으로 절단한 곡선으로 그렸는데, 세 변수가 전부 정상분포라 하더라도 안전지수는 AFOSM法으로 산출할 때 안전/불안전측 여부를 간단히 판단할 수 없다.

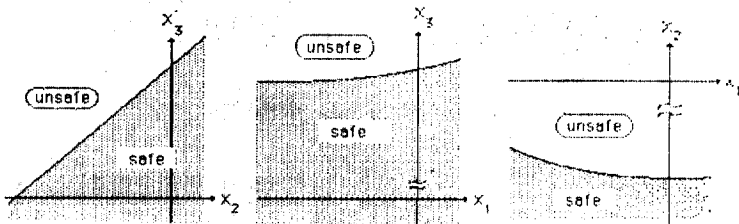


그림 5. 식 III의 붕괴면

5.2 安全指數 및 崩壞確率

다음의 表 2, 3, 4 에는 극한상태식 I, II, III에 대하여 正常分布를 이루는 變數로 보았을 때의 安全指數와 崩壞確率을 정리하여 표시하였다.

表 2 를 검토해 보면 荷重의 不確實性( $\sigma_{x_3}/\bar{X}_3$ )이 崩壞確率에 주는 영향은 이 경우 항복강도의 불확실성(또는 가변성  $\sigma_{x_2}/\bar{X}_2$ )에 의한 것보다 훨씬 작음을 알 수 있다. 또, 不確實성에 대한 安全指數  $\beta$ 의 變化는 崩壞確率에 비하여 매우 완만하다. 荷重可變性の 境遇  $\beta$ 는 약 50% 감소하였음에 비하여  $P_f$ 는 21,800 배가 증가하였다. 한편, 降服強度 可變性的의 경우  $\beta$ 는 약 63% 감소하였는데 崩壞確率  $P_f$ 는 79,000 배나 증가한 것으로 나타났다. 이로 미루어 보건대 構造物의 信賴性에 미치는 影響은 設計強度의 信賴度가 荷重의 信賴度에 비하여 훨씬 크며, 構造材料 특히 콘크리트와 같은 材料에서의 施工時 設計強度管理가 얼마나 重要的 가를 알 수 있다.

表 3 에서 단면치수의 무작위 가변성을 항복용력보다 작게 취한 수치 적용례는 실제로 구조물 제작시 비교적 지정공칭치수에 부합되도록 시공이 이루어진다고 본 때문이다. 치수의 可變性(또는 不確實性)에서 주는  $\beta$ 나  $P_f$ 에의 영향은 항복강도의 경우에 비하여 매우 적으며 이 경우

(하중을 확정치로 볼 경우) 항복강도의 가변성은 붕괴확률에 절대적으로 영향을 미친다고 볼 수 있다.

表 4 를 고찰해 보면 다음과 같은 고찰을 할 수 있다.

① 어느 변수에서나 안전지수  $\beta$ 의 변수가변성에 대한 變化幅은 붕괴확률  $P_f$ 의 變化幅에 비하여 매우 적다.

② 단면치수의 가변성이 항복강도나 작용하중의 가변성에 비하여 붕괴확률에 미치는 영향은 매우 적다.

③ 항복강도나 작용하중의 가변성이 붕괴확률에 미치는 영향은 그 크기의 차수(order)를 크게 바꿀만큼 크다.

한편, 그림 6 에는 非線型的의 극한상태를 표시하는 式 III에서 각 변수의 분포가 正常分布 또는 非正常分布(대수정상분포: Lognormal Distribution)를 이루는 경우 항복강도와 작용하중의 가변성에 대한 안전지수  $\beta$ 의 變化를 표시하였다. 이 그림에서 보는 바와 같이 어느 기본변수의 가변성이 그리 크지 않은 경우에도 변수들의 분포가 정상분포로부터 멀어지면 안전지수에 미치는 영향은 크게 나타나며 이를 붕괴확률로 계산해 보면 더욱 더 큰 差를 보일 것은 앞의 表

表 2. 式 (I)에 의한 안전지수와 붕괴확률

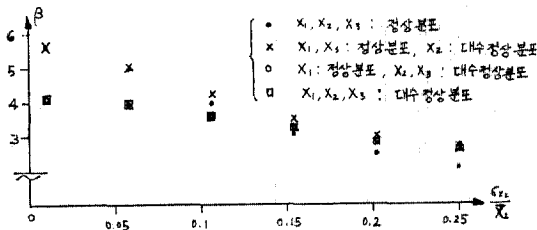
$\sigma_{x_2}/\bar{X}_2$	0.01	0.058	0.106	0.154	0.202	0.25
$\beta$	4.975	4.325	3.431	2.723	2.218	1.857
$P_f$	$4 \times 10^{-7}$	$7.6 \times 10^{-6}$	$3.01 \times 10^{-4}$	$3.23 \times 10^{-3}$	$1.33 \times 10^{-2}$	$3.166 \times 10^{-2}$
$\sigma_{x_3}/\bar{X}_3$	0.01	0.078	0.146	0.214	0.282	0.035
$\beta$	4.994	4.658	4.038	3.414	2.892	2.481
$P_f$	$3 \times 10^{-7}$	$1.6 \times 10^{-6}$	$2.69 \times 10^{-5}$	$3.20 \times 10^{-4}$	$1.91 \times 10^{-3}$	$6.55 \times 10^{-3}$

表 3. 式 (II)에 의한 안전지수와 붕괴확률

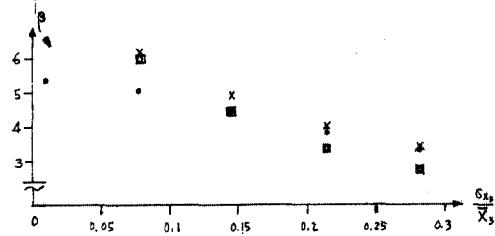
$\sigma_{x_1}/\bar{X}_1$	0.05	0.014	0.023	0.032	0.041	0.05
$\beta$	5.542	5.503	5.425	5.300	5.117	4.865
$P_f$	$1.5 \times 10^{-8}$	$1.8 \times 10^{-8}$	$2.9 \times 10^{-8}$	$5.8 \times 10^{-8}$	$1.55 \times 10^{-7}$	$5.71 \times 10^{-7}$
$\sigma_{x_2}/\bar{X}_2$	0.01	0.058	0.106	0.154	0.202	0.25
$\beta$	16.4	9.06	5.157	3.578	2.735	2.043
$P_f$	0	0	$1.26 \times 10^{-7}$	$1.734 \times 10^{-4}$	$3.116 \times 10^{-3}$	$2.05 \times 10^{-2}$

表 4. 式 (III)에 의한 안전지수와 붕괴확률

$\sigma_{X_1}/\bar{X}_1$	0.05	0.014	0.023	0.032	0.041	0.05
$\beta$	4.137	4.099	4.027	3.921	3.785	3.626
$P_f$	$1.76 \times 10^{-5}$	$2.07 \times 10^{-5}$	$2.83 \times 10^{-5}$	$4.41 \times 10^{-5}$	$7.68 \times 10^{-5}$	$1.440 \times 10^{-4}$
$\sigma_{X_2}/\bar{X}_2$	0.01	0.058	0.106	0.154	0.202	0.25
$\beta$	5.678	4.976	3.931	3.091	2.501	2.084
$P_f$	$6.81 \times 10^{-8}$	$3.24 \times 10^{-7}$	$4.23 \times 10^{-5}$	$9.97 \times 10^{-4}$	$6.190 \times 10^{-3}$	$1.858 \times 10^{-2}$
$\sigma_{X_3}/\bar{X}_3$	0.01	0.078	0.146	0.214	0.282	0.35
$\beta$	5.450	5.142	4.552	3.932	3.391	2.947
$P_f$	$2.52 \times 10^{-8}$	$1.36 \times 10^{-7}$	$2.65 \times 10^{-6}$	$4.22 \times 10^{-5}$	$3.48 \times 10^{-4}$	$1.602 \times 10^{-4}$



(a)  $X_2$ 의 가변성에 대한 안전지수의 변화



(b)  $X_3$ 의 가변성에 대한 안전지수의 변화

그림 6. 비정상분포에 따른 안전지수

2, 3, 4로 미루어 쉽게 짐작할 수 있다.

## 6. 結 論

以上の數值解에서 살펴 본 바와 같이 新 1階 2次모멘트方法은 單一極限狀態로 表示되는 構造物의 信賴性 判斷에 最近崩壞確率點에서 簡潔한 安全指數와 붕괴확률을 계산하는데 매우 有效하지만, 이 때 崩壞面의 요철상태와 기본변수들의 分布特性에 따라 近似的 方法으로 使用될 수는 있으나 計算結果의 安全側 與否(Conservativeness)는 別途로 판단하여야 하고, 近似的 等價正常分布에 로의 換算은 비선형성과 상당한 誤差의 誘發要因될 수 있어 경우에 따라서는 近

似值 自體의 신뢰성에 문제가 될 수 있음을 알 수 있다. 특히, 構造物의 崩壞確率이 매우 작은 값으로 要求되는 工學構造物에서는 이 方法에 의 한  $\beta$ 나  $P_f$ 의 계산이 많은 반복계산을 필요로 하게 되어 計算過程에서 切上 또는 切下로 인한 수치계산의 誤差도 영향을 줄 수 있다고 하겠 다. 수치예로 든 단순인장재에서 강도나 하중의 가변성(불확실성)으로부터 構造物의 신뢰성이 크게 좌우되는 것으로 보아 실제 構造물 설계시 설계강도나 하중을 公稱(또는 名目上) 數 値로 하여 설계하더라도 施工管理에 따라 단면 치수나 설계강도의 可變範圍나 分布特性이 달라진다면 完成된 構造物에서의 信賴性에도 큰 變化를 줄 것이다. 대개의 設計規準이 이러한 可變性을 土臺로 安全率을 定하고 있다 하겠으나 재료의 生産공정이나 조립 및 現場관리에 따라 수반될 수 있는 偏向(Bias)的 不確實性은 地域 또는 取扱集團에 따라 規準上의 可變幅을 上廻 할 수도 있으므로 構造材料의 強度와 作用荷重들이 그 使用頻도가 높고 量이 많은 것들은 그 分布特性을 究明해 두어야 할 것으로 생각된다.

## 謝 辭

本 研究는 文敎部 IBRD 借款 資金에 依據, 1983. 10 ~1984. 10 까지 美 Univ. of Illinois에 研修中의 中間 結果를 整理한 것으로 이러한 기회를 주신 관계 당국에 甚深한 謝意를 表한다.

## 參 考 文 獻

1. Cornell C. A., "Bounds on the Reliability of

Structural Systems," *J. of Struct. Div., ASCE*, Vol. 93, No. ST1, 1967, pp.171~200.

2. Haugen E.B., *Probabilistic Approaches to Design*, John Wiley & Sons, Inc., 1968.
3. Lind N. C., "Optimal Reliability Analysis by Fast Convolution", *J. of Eng. Mechanics Div., ASCE*, Vol. 105, No. EM 3, 1979, pp. 447~583.
4. Hasofer A.M. and Lind N. C., "An Exact and Invariant First Order Reliability Format," *J. of Eng. Mechanics Div., ASCE*, Vol. 100, No. EM 1, 1974, pp. 111~121.
5. Shinozuka M., "Basic Analysis of Structural Safety", *J. of Eng. Mechanics Div., ASCE*, Vol. 109, No. 3, 1983, pp. 721~740.
6. Ang A. H-S. and Tang W.H., *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*, (Vol. II), John Wiley & Sons, 1984.
7. Fiessler B., Neumann H.J. and Rackwicz R., "Quadratic Limit States in Structural Reliability," *J. of Eng. Mechanics Div., ASCE*, Vol. 105, No. EM 4, 1979, pp. 661~676.
8. Bennet R.M. and Ang, A. H-S., "Investigation of Methods for Structural System Reliability", Ph. D. Thesis, Univ. of Illinois at Urbana-Champaign, Sept. 1983.
9. Rackwicz R., "Practical Probabilistic Approach to Design," Bulletin 112, Comité Européan du Béton, Paris, France, 1976.
10. Abramowitz and Stegun, "Handbook of Mathematical Functions," Dover Publications, 1976.

**附錄：等價正常分布**

非正常分布를 이루는 無作爲變數  $x_i$ 가 統計的으로 獨立이던 이의 特定値에 對應하는 等價正常分布變數值  $u_i$ 는 원래함수의 누적분포함수치와 등가누적정상분포함수치가 이 特定値에서 같도록 等置시켜 이로부터  $u_i$ 를 구한다. 즉,

$$u_i = \Phi_i[F_i(x_i)] \quad (A1)$$

여기서  $F_i(x_i)$ 는 비정상분포함수이고  $\Phi^{-1}[\cdot]$ 는 표준정상분포함수의 역함수이며  $x_i$ 는 式(8)로 정규화시킨 것이다. 安全指數의 計算과 關聯하여 非正常分布變數의 特定値  $x_i$ 는 最近確率點  $x_i^*$ 를 취하며, 이 때 등가정상분포변수  $u_i$ 는 等價平均과 等價標準偏差로부터 正規化된 것으로 생각하면

$$u_i = \frac{x_i^* - \mu_{x_i^N}}{\sigma_{x_i^N}} \quad (A2)$$

로 쓸 수 있다. 여기서  $\mu_{x_i^N}$ 와  $\sigma_{x_i^N}$ 은  $x_i^*$ 를 등가정상분포로 치환하였을 때의 평균과 표준편차를 표시한다. 이 등가평균과 등가표준편차는  $x_i^*$ 에서 누적분포함수치와 밀도함수치가 같다는 조건으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{x_i^N}}{\sigma_{x_i^N}}\right) &= F_{x_i}(x_i^*), \\ \frac{1}{\sigma_{x_i^N}} \phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{x_i^N}}{\sigma_{x_i^N}}\right) &= f_{x_i}(x_i^*) \end{aligned} \quad (A3)$$

여기서  $\phi(\cdot)$ 는 표준정상분포의 밀도함수이고  $f_{x_i}(\cdot)$ 는 원래분포함수의 밀도함수이다. 式(A3)를 연립시켜 풀면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mu_{x_i^N} &= x_i^* - \sigma_{x_i^N} \Phi^{-1}[F_{x_i}(x_i^*)] \\ \sigma_{x_i^N} &= \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_{x_i}(x_i^*)]\}}{f_{x_i}(x_i^*)} \end{aligned}$$

(接受：1985. 3. 19)