

# 揚力面理論에 의한 헬리콥터 로터의 設計

柳 能 秀\*

## Design of the helicopter rotors by the lifting surface theory

Neung-Soo Yoo\*

### Abstract

The object of this study is in the development of the computer program to predict the performance of rotor in hovering by getting the aerodynamic load acting on blade. For this work the vortex theory was chosen among the aerodynamic theories, blade was replaced by planar vortex panels, and prescribed wake for the wake geometry was selected and then represented by vortex lattices. To get the aerodynamic load on blade, flow was assumed to be incompressible, irrotational and steady, and the surface boundary condition of inviscid flow was used as boundary condition. Then the relationships between this load and flight condition and blade geometry were examined.

### 1. 序 論

헬리콥터 로터(helicopter rotor)設計의 根幹이 되는 空氣力學的 設計를 爲해서는 헬기(helicopter)의 停止飛行(hovering)狀態에서 브레이드(blade)에 作用하는 空氣力學的 荷重을 求하여 로터의 性能을 豫測하여야 한다.

로터를 空氣力學的으로 解析하는 理論으로는 運動量理論(momentum theory), 깃 要素理論(blade element theory), 渦流理論(vortex theory) 그리고 포텐셜理論(potential theory)等 여러가지가 있으나<sup>1,2,3,4,5</sup> 本 研究에서는 Biot-Savart 法則을 使用하여 Helmholtz 定理에 依해서 速度場과 後流形狀(wake geometry)을 同時에 決定할 수 있으며 後流形狀을 渦流板(vortex sheet) 또는 渦流 필라멘트(vortex filament)로서 物理的으로 보다 實際形狀에 가깝게 描寫할 수

있는 渦流理論<sup>6,7</sup>을 擇하였다. 그리고 브레이드는 揚力線(lifting line) 또는 揚力面(lifting surface)으로 表現될 수 있는데 停止飛行 狀態에서는 브레이드와 後流間의 相互作用이 매우 重要視되므로<sup>1</sup> (그림 1) 揚力面으로 代置하였다. 이 揚力面은 두가지 性分の 渦度(vorticity)를 갖는 渦流페널(vortex panel)들로 構成

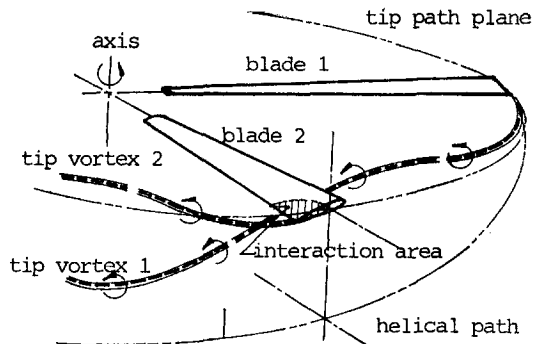


Fig.1. Blade-Tip Vortex Interaction

\*江原大學校 工科大学 機械工學科 助教授

\*Assistant Professor, Dep't of Mechanical Engineering, Kangweon National University

되며 각 페널에서의渦度벡터의 크기는 일정하며 그作用點은 각 페널의中心에位置한다고하였다. 그리고 페널의形狀은本研究의目的이브레이드周圍의流動에關한解析이아니고브레이드상에作用하는荷重을求하는것이므로平板渦流페널로하여서計算量을크게줄이고져하였다.<sup>8)</sup> 後流形狀으로는自由後流(free wake)와經驗式後流(prescribed wake)가가장널리使用되고있는데自由後流의選擇은理論的으로는當然한것이나經濟的面과效率的面을考慮하여보면經驗式後流의選擇이有利하다고證明되고있으므로<sup>8,9)</sup> 本研究에서는Kocurek와Tangler의經驗式後流形狀을<sup>9)</sup> 擇하여이를渦流格子(vortex lattice)<sup>1)</sup>로 나타내었다.

上記한바와같이브레이드와後流를 나타내고 흐름은포텐셜흐름(potential flow)로假定하고境界條件으로는非粘性흐름에서의鋼體에對한表面境界條件을使用하여서全渦流係에依해서브레이드상에誘導되는速度를Biot-Savart法則으로나타낸後渦流兩立法則(vortex compatibility law)<sup>7)</sup>을使用하여하나의渦도가未知數인聯立方程式을完全히數值的으로풀이하여求하였다. 이같은方法으로渦度, 誘導速度(induced velocity)를求하고이어서NACA 0012의二次元特性曲線(2-dimensional airfoil characteristics)을入力資料로하여서브레이드상에作用하는空氣力學的荷重을計算하고아울러飛行條件그리고로터의形狀과이荷重間의關係를豫測할수있는보다效果的이고經濟的인컴퓨터프로그램을開發하고져하였다.

## 2. 回轉날개에 對한 揚力面渦流 理論

問題의解析을爲하여座標係는그림2와같이回轉軸을固定軸으로하는慣性座標係(x, y, z)(fixed inertial reference coordinate)와브레이드軸에固定된브레이드座標係( $\xi, \eta, \zeta$ )(blade-fixed reference coordinate)의2係로하였다. 停

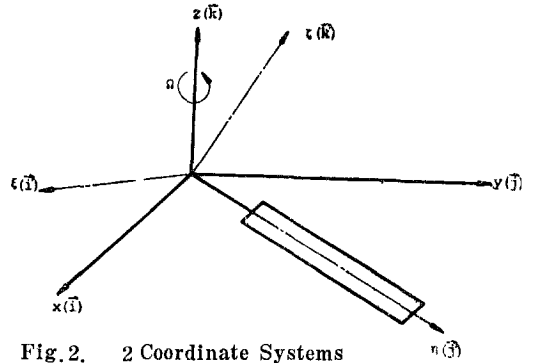


Fig. 2. 2 Coordinate Systems

止飛行狀態에서의흐름은브레이드에固定된座標係에對하여定常흐름으로取扱된다. 브레이드상에作用하는空氣力學的荷重을求하는것은結局브레이드상에서의誘導速度를求하는것으로이는브레이드自體에依한誘導速度和後流에依한誘度速度로分離하여求할수있다.

### 2. 1 브레이드 渦流페널에 依한 誘導速度

브레이드를그림3과같이平板渦流페널로代置시키고各페널에서의渦度벡터는스팬方向의性分 $\gamma$ (spanwise vortex strength)와코드方向의性分 $\delta$ (chordwise vortex strength)로나누고그벡터의크기는一定하다하고作用點은

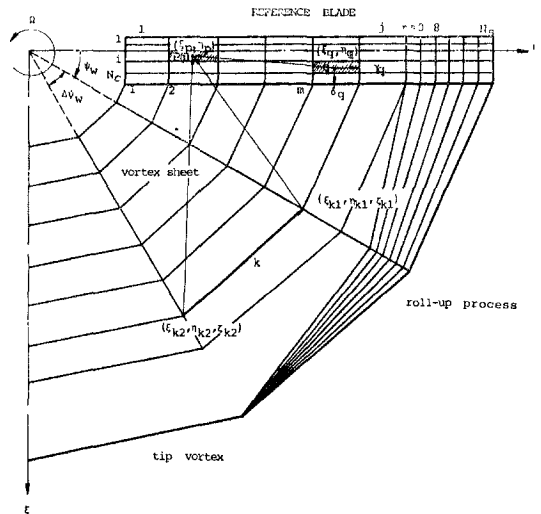


Fig. 3. Rotor Wake Vortex System & Its Geometry

페널을 代表하는 調停點으로서 페널의 中點으로 한다. 그러면 中心이 q이고 크기가  $d\xi_q \times d\eta_q$ 인 渦流페널(페널q)에 의해 브레이드上的 一點 P에 誘導되는 速度  $V_{pq}$ 는 Biot-Savart 法則에 의하여 다음과 같다.<sup>10)</sup>

$$V_{pq} = -\frac{1}{4\pi} \frac{\gamma_q(\xi_p - \xi_q) + \delta_q(\eta_p - \eta_q)}{r_{pq}^3} d\xi_q d\eta_q \quad (1)$$

여기서  $r_{pq} = \sqrt{(\xi_p - \xi_q)^2 + (\eta_p - \eta_q)^2}$

이로부터 브레이드를 構成하고 있는 全페널에 의하여 P點에 誘導되는 速度  $V_p$ 는  $V_{pq}$ 를 브레이드의 全面積에 對하여 積分을 行하여 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$V_p = -\frac{1}{4\pi} \iint_{q=N_c \times N_s} \frac{\gamma_q(\xi_p - \xi_q) + \delta_q((\eta_p - \eta_q))}{r_{pq}^3} d\xi_q d\eta_q \quad (2)$$

여기서  $N_c = \text{코드方向의 페널의 數}$   
 $N_s = \text{스팬方向의 페널의 數}$

式 2는 表面境界條件과 함께 未知數인 渦度を 求하는데 쓰여져야 하는데 이를 爲해서는 誘導速度  $V_p$ 를 하나의 渦度性分으로 나타내야만 하는데 이는  $\gamma$ 渦도와  $\delta$ 渦도의 關係를 設定하여 주는 아래의 渦流兩立法則에 의해 可能하다.<sup>11)</sup>

$$\frac{\partial \delta_q}{\partial \xi_q} + \frac{\partial \gamma_q}{\partial \eta_q} = -2 \quad (3)$$

式 3은 그림 3의 表示에 따라서  $\delta_q$ 에 對해서 有限差分法에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta_{ij} = -\sum_{i=1}^j \left( \frac{\gamma_{ij+1} - \gamma_{ij-1}}{\eta_{j+1} - \eta_{j-1}} + 2 \right) \Delta \xi_i \quad (4)$$

式 4를 式 2에 代入하고 境界條件을 適用하여  $\gamma$ 渦도의 分布를 求하면 다음과 같이 스패น上의 一點 j에서의 總拘束渦度(total bound vorticity)를 求할 수 있다.

$$\Gamma_j = \int_{\xi_1}^{\xi_{N_c}} \gamma_{ij} d\xi_i = \sum_{i=1}^{i=N_c} \gamma_{ij} \Delta \xi_i \quad (5)$$

그리고 그림 3과 4에서와 같이 後流는 內側 螺線型渦流板(inner helical vortex sheet)과 翼端過流(tip vortex)로 되는 外側 螺線型渦流板 그리고 捲입過程(roll-up process)으로 이루어지

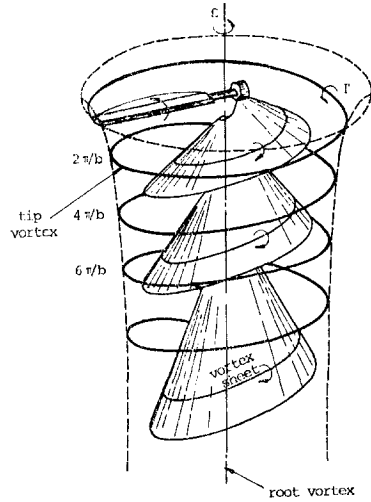


Fig. 4. Hovering Rotor Vortex System

며 이는 모두 直線渦流필라멘트로 나타낼 수 있으며, 브레이드의 後緣(trailing edge)에서 각 페널의 境界點에서 流出된다 할 수 있다. 이 같은 後續渦流필라멘트의 強度  $\Delta \Gamma_m$  (trailing vortex filament strength)은 Helmholtz의 定理에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta \Gamma_m = \Gamma_j - \Gamma_{j+1} \quad (6)$$

## 2. 2 後續渦流係에 의한 誘導速度

길이가  $dl$ 인 任意의 後續渦流필라멘트의 要素  $K$ 로 因하여 브레이드上的 一點 P(i로 表示)에 誘導되는 速度  $V_{ik}$ 는 다음과 같다 (그림 3, 5)

$$\vec{V}_{ik} = -\frac{\Delta \Gamma_m}{4\pi} \frac{\vec{r}_{ik} \times d\vec{l}_{ik}}{|\vec{r}_{ik}|^3} \quad (7)$$

後續渦流필라멘트의 座標는 Kocurek와 Tangler의 經驗式<sup>9)</sup>에 의해 求해졌다.

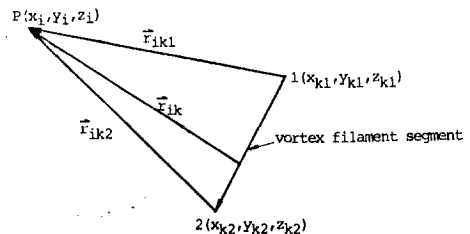


Fig. 5. Induced Velocity by Vortex Filament Segment

### 2. 3 支配方程式

브레이드면에서의 表面境界條件은 브레이드上的 一點 P(i)에 對해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{V}_i \cdot \vec{n} + \vec{V}_{\infty i} \cdot \vec{n} = 0 \quad (8)$$

여기서

$\vec{V}_i$  : P點에서의 誘導速度的 合

$\vec{n}$  : 페널 P面에 垂直인 單位벡터

$\vec{V}_{\infty i}$  : P點에서의 브레이드에 對한 相對的인 自由流動 速度벡터

$$\vec{V}_{\infty i} = -(\vec{\Omega} \times \vec{r}_i) \quad (9)$$

여기서

$\vec{\Omega} = \Omega \vec{k}$ , (로터의 回轉 角速度)

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

式 8은 式 2, 4, 6, 7들과 座標變換에 依하여 結局 다음과 같은 行列式으로 나타낼 수 있다.

$$[A_{ij}] [B_j] = [B_i] \quad (10)$$

여기서

$A_{ij}$  ; 影響係數 行列 (influence coefficient matrix)

$B_i$  ; 自由流動速度成分 行列

### 2. 4 空氣力學的 힘의 計算

헬기의 停止飛行의 境遇에 브레이드의 한 斷面에서의 迎角(attack angle)  $\alpha_e$ 는 그림 6으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

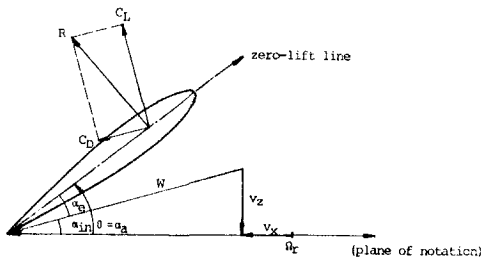


Fig. 6. Velocity and Force Diagram

$$\alpha_e = \alpha_a - \alpha_{in} = \theta - \tan^{-1} \left| \frac{V_z}{\Omega r + V_x} \right| \quad (11)$$

여기서

$\theta$  : 브레이드의 피치角 (blade pitch angle)

$\alpha_a$  : 無揚力線 (zero-lift line)에 對한 迎角

$\alpha_{in}$  : 誘導迎角 (induced angle of attack)

$v_x$  : 誘導速度的 x方向 性分

$v_z$  : 誘導速度的 z方向 性分

$\Omega r$  : 브레이드의 한 斷面에서의 回轉速度

이같이 計算된 迎角에 對한 揚力係數  $C_L$ 과 抗力係數  $C_D$ 는 入力資料인 NACA 0012의 二次元特性曲線으로부터 얻을 수 있다. 이어서 軸方向 힘係數  $C_z$  (axial force ( $F_z$ ) coefficient)와 接線方向 힘係數  $C_x$  (tangential force ( $F_x$ ) coefficient)를 그림 6에서 얻은 後 推力係數 (thrust ( $T$ ) coefficient)  $C_T$ 와 토크係數 (torque ( $Q$ ) coefficient)  $C_Q$ 를 다음과 같이 求할 수 있다.

$$C_T = \frac{T}{\rho A (\Omega R)^2} = \sum_{b=1}^b \sum_{i=1}^{i=N_c \times N_s} C_z(N_b, i) \Delta A_i \cos \theta$$

$$C_Q = \frac{Q}{\rho A (\Omega R)^2 R} = \sum_{b=1}^b \sum_{i=1}^{i=N_c \times N_s} C_x(N_b, i) r_i \Delta A_i \cos \theta$$

여기서

$N_b$  : 브레이드의 番號,  $b$  : 브레이드의 數

$\Delta A_i = \Delta \xi_i \times \Delta \eta_i$

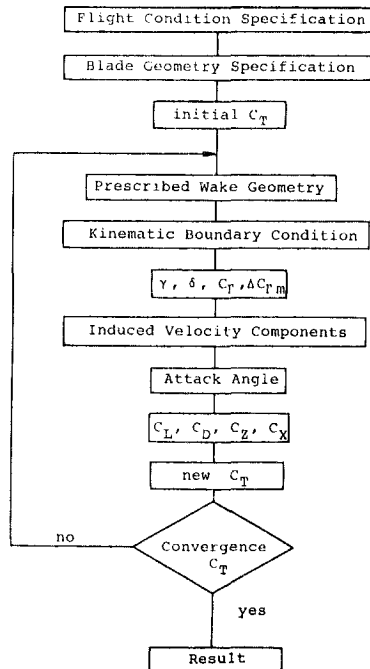


Fig. 7. Flow Chart

上記한 理論에 依해 브레이드상에 作用하는 空氣力學的 荷重을 計算하는 過程은 그림 7에 나타나 있다.

### 3. 計算結果 및 考察

各 브레이드는 그림 3과 같이 스펠方向으로  $\eta=0.8$ 을 基準으로 하여 허브(hub)쪽으로 6等分, 翼端쪽으로 6等分하였고 코드方向으로는 1/4코드線을 基準으로 하여 前緣(leading edge)으로 2等分, 後緣(trailing edge)으로 3等分하여서 總 60個의 페널로 나누었다. 따라서 後流渦流係는 12個의 필라멘트로 構成된다. 이 필라멘트들은 1/4코드線을 基準線으로 하여 後流方位角(wake azimuth angle)의 増分  $\Delta\psi_w$ 를  $30^\circ$ 로 하여 나누었다. 그리고 內側後續渦流 필라멘트들의 影響은  $2\pi$ 까지 考慮하고 롤업過程을 包含한 翼端渦流의 影響은  $20\pi$ 까지 考慮하여 計算하였다.

브레이드상에 作用하는 荷重을 求하기 爲하여 飛行條件과 브레이드의 形狀은 다음과 같이 考慮하였다.

- 브레이드數  $b=1, 2, 3, 4$
- 翼端에서의 피치角  $\theta_{tip}=3^\circ \sim 11^\circ$
- 線型비틀률(linear twist rate)  $\theta_1=-10^\circ, 0^\circ$
- 허브半徑  $r_h=0.1, 0.2, 0.3$
- 縱橫比(aspect ratio)  $AR=10, 13.7, 18.2$
- 面積比(rotor solidity)  $\sigma=0.0318, 0.0232, 0.0175$  :  $b=2$ 일 때
- 基準레이놀즈數(Reynolds number)  $Re_r=5.56 \times 10^5$

먼저 本 計算方法의 正確度를 알아보기 爲하여 既存의 實驗條件과 計算條件을 같게하여 얻어진 計算結果를 그 實驗結果<sup>11)</sup>와 比較하여 보았다. (그림 8) 이로부터 本 計算結果는 매우 滿足스러운 것임을 立證할 수 있다. 그러므로 이어서 브레이드의 形狀과 飛行條件이 空氣力學的 荷重에 미치는 影響을 計算하여 보았다. 循環量(circulation)  $C_r$ 에 對한 피치角  $\theta$ 의 影響은 그림 9와 같았다. 이로부터  $\theta$ 가 增加함에 따라 循環量  $C_r$ 의 값은 增加하나 그 增加幅은

減少되므로  $C_r$ 를 最大로 되게하는  $\theta$ 의 臨界값을 주어진 計算條件에 對해 求할 必要가 있음

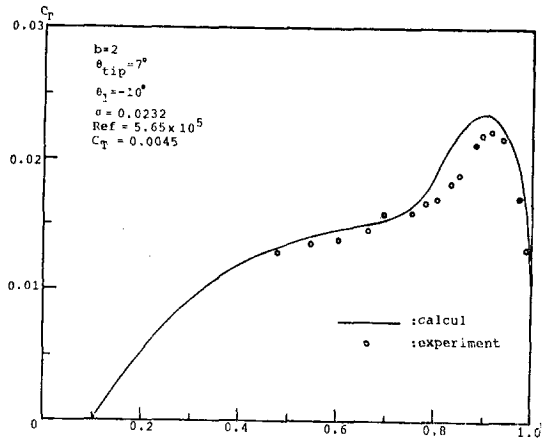


Fig. 8. Comparison between Calculated and Experimental

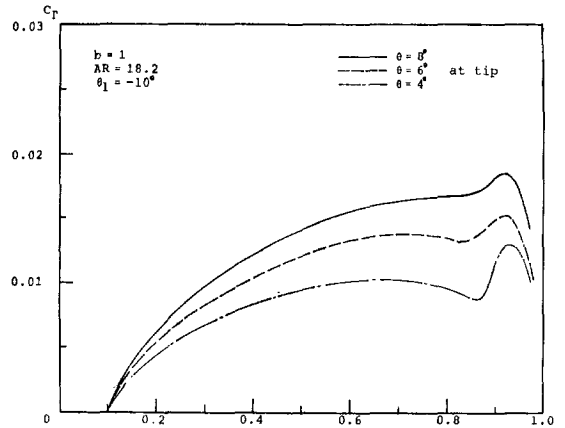


Fig. 9. Relationship  $C_r-\theta-\eta$

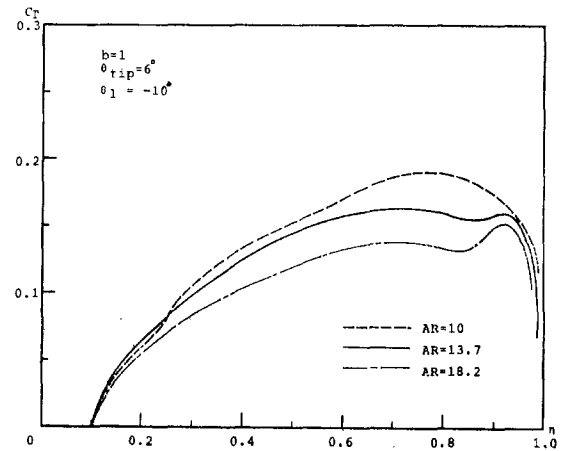


Fig. 10. Relationship  $C_r-AR-\eta$

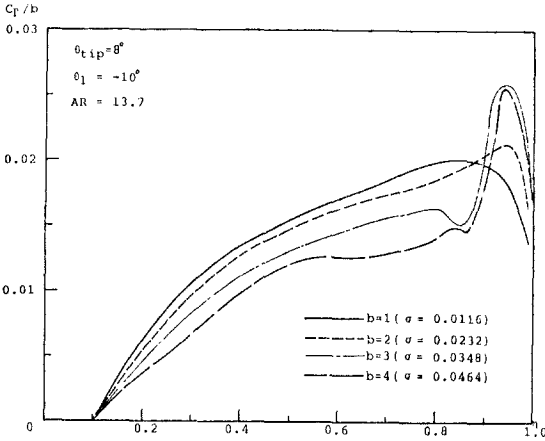


Fig. 11. Relationship  $C_r/b - b - \eta$

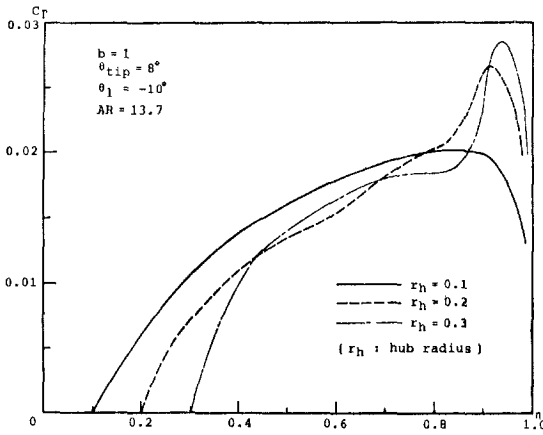


Fig. 12. Relationship  $C_r - r_h - \eta$

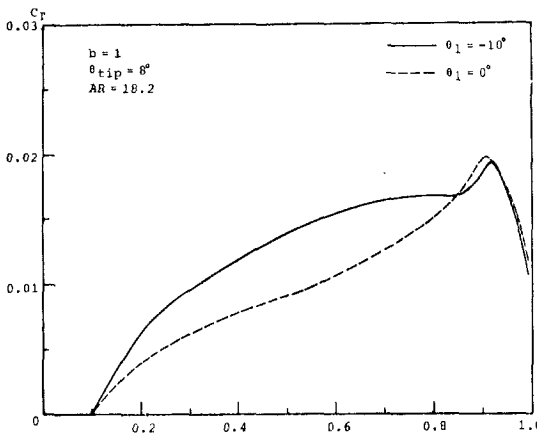


Fig. 13. Relationship  $C_r - \theta_1 - \eta$

을 알 수 있다. 이어서 면적비와  $C_r$ 의 관계를  
 구해 보았다. (그림 10) 이로부터 면적비가 증

가하면 荷重도 增加하나 그 增加率は 面積比가  
 커질수록 鈍化됨을 알 수 있다. 또한 브레이드  
 數와 單位브레이드當의 循環量은 直比例하지  
 아니하며 브레이드數가 많을수록 翼端附近에서  
 荷重의 急變化가 發生함을 알 수 있었다. (그림  
 11) 이는 브레이드의 翼端附近에서의 翼端渦流  
 와의 相互作用이 그 原因이라 할 수 있다. 그  
 리고 허브半徑  $r_h$ 와 循環量  $C_r$ 의 關係(그림  
 12)부터 허브半徑이 空氣力學의 荷重에 미치는  
 影響은 크지 않음을 알 수 있다. 故로 허브半  
 徑의 決定은 로터의 構造的 問題라 할 수 있  
 다. 線型비틀率  $\theta_1$ 이  $C_r$ 에 미치는 影響은 배  
 우 크다는 것을 알 수 있다. (그림 13) 이는 勿  
 論 허브쪽으로 갈수록 誘導迎角이 커진다는 事  
 實을 보여주고 있는 것이다. 故로 空氣力學의  
 側面에서 볼때  $\theta_1$ 의 存在는 매우 重要的 것이  
 다.

#### 4. 結 論

앞서 提示한 結果들로부터 本 研究에서 使用  
 한 揚力面 渦流理論은 로터의 性能을 豫測하는  
 데 매우 效果的으로 使用될 수 있음을 알 수  
 있다. 이는 本 計算結果는 實驗值에 매우 近接  
 하였으며 그 結果들을 理論적으로 뒷받침되고  
 있으며 또한 計算에 所要되는 時間이 他 計算  
 方法들<sup>7,12,13</sup>에 比해 越等히 적다는 事實들로  
 부터 알 수 있는 것이다.

本 研究에서 얻은 보다 具體的인 結果는 다  
 음과 같다. 브레이드는 스펠의 한 基準點에서  
 피치角을 調停하여서 少스펠에서 可能的 限 最  
 大의 揚力을 얻을 수 있도록 비틀角을 주어야  
 하며 아울러 最大의 循環量을 얻을 수 있는 臨  
 界피치角의 값을 計算하여 設計되어야만 한다.  
 그리고 로터의 面積이 同一한 境遇, 面積比를  
 크게하는 것 即 로터의 半徑은 一定하게 하고  
 브레이드의 數를 늘리거나 縱橫比를 적게하는  
 것보다 로터의 半徑을 크게하는 境遇가 보다  
 많은 揚力을 얻을 수 있다는 것이다. 또한 面  
 積비가 큰 境遇에는 브레이드의 翼端에서 後流  
 와의 干涉으로 因해 荷重의 急激한 變化가 惹

起되는데 이는 空氣力學上뿐 아니라 로터의 構造上에도 問題가 되는데 空氣力學的으로는 로터의 半徑을 크게하여 이 問題를 解決할 수 있다 하겠으나 構造力學上 半徑을 크게하는 데는 限界가 있는 것이므로 結局 브레이드와 後流와의 干涉效果를 줄이는 方法에 對한 보다 깊은 研究가 必要하다. 그리고 허브半徑이 空氣力學的 荷重에 미치는 影響은 결코 크지 않다는 것이다. 마지막으로 페널의 數는 計算에 所要되는 時間을 左右하므로 計算의 正確도가 保障되는 페널數에 對한 臨界값을 알아내야 한다는 것이다.

### 後 記

本 研究는 韓國科學財團의 新進研究費에 依해서 遂行된 것입니다.

### 參 考 文 獻

1. Johnson, W., "Helicopter Theory", Princeton Univ. Press, 1979
2. Glauert, H., "Airplane Propellers (Aerodynamic Theory Vol IV edited by Durand W.F.)", Dover Publication, 1963
3. Stepniewski, W.Z., "Rotary Wing Aerodynamics Theory Vol I; Basic Theories of Rotor Aerodynamics with Application to Helicopter", NACA CR 3082, Jan, 1979
4. Baskin, V. E., etc, "Theory of the Lifting Airscrew", NASA TT F-823, Feb, 1976
5. Mil, M.L. and Nekrasov, A.V., "Helicopters Calculation and Design Vol I; Aerodynamics", NASA TT F-494, 1960
6. Shenoy, K.R. and Gray, R.B., "A Method of Computing the Pressure Distribution on a Single Blade Hovering Helicopter Rotor", Georgia Tech., 1979
7. Shenoy, K.R. and Gray, R.B., "Iterative Lifting Surface Method for Thick Blade Hovering Helicopter Rotors", J. of Aircraft Vol 18, No. 6, June, 1981
8. Summa, J. M. and Clark, D.R., "A Lifting-Surface Method for Hover/Climb", AHS Forum Proceedings May, 1979
9. Kocurek, J.D. and Tangler, J.L., "A Prescribed Wake Lifting Surface Hover Performance Analysis", J. of American Helicopter Society(JAHS), June, 1981
10. Anderson, J.D., "Fundamentals of Aerodynamics", McGraw-Hill Book Co., 1984
11. Miller, R.H., "Simplified Free Wake Analyses for Rotors", ASRL TR 194-3, MIT, Aug, 1981
12. Csencsitz, T. A., Fanucci, J.B. and Chou, H.F., "Nonlinear Helicopter Rotor Lifting Surface Theory (Part I)", West Virginia Univ., 1973
13. Chou, H. F. and Fanucci, J. B., "Helicopter Lifting Surface Theory with Force Free Wakes (Part II)", West Virginia Univ., 1975