一般逆行例을 利用한 自由網調整

Free Network Adjustment by Application of Generalized Inverse

鄭 永 同* 姜 泰 奭**
Jeong Yong-Dong Kang Tae-Seok
朴 常 進*** 金 旭 南****
Park Sang-Jin Kim Uk-Nam

要 旨

本 論文은 g-inverse를 이용한 自由網 調整으로서, 未知Parameter를 이용한 解法에 있어서는 모든點의 座標가 同一輕重率에 의한 Parameter로 처리되기 때문에 正規方程式의 行列이 特異行列이 된다.

이 論文은 網調整에 있어서의 特異行列과 三邊測量에 있어서 旣存方法의 正確度 分析 및 三邊自由網 調整의 문제를 검토하였다. 本 三邊自由網 調整의 경우에 있어서는 調整座標의 최소제곱근 오차가 心多邊網에서 35.6%, 四邊網에서 50.5%로 正確度가 向上되었고, 誤差構円의 要素에 있어서도 최소제곱근오차가 有心多邊網에서 $a=24.5\%$, $b=5.0\%$, 四邊網에서는 $a=42.6\%$, $b=49.2\%$로 감소하였다.

따라서 自由網調整 방법의 적용은 기준점의 水平位置決定에 있어서 相対誤差의 改善을 위하여 필요한 것으로 사료된다.

ABSTRACT

A method for the free network adjustment is proposed, based on the application of generalized inverse matrix (g-inverse). If the network adjustment is executed according to the solution with parameters, especially when all coordinates are considered as parameters to keep unity strength, the matrix of normal equation will be singular.

This paper discusses the problem of singular matrix and the analysis of accuracy between conventional method and the free network adjustment of trilateration. In case of the adjustment, the RMS errors of adjusted X, Y coordinates are increased to 35.6% in a polygon, central-point figure, and 50.5% in a quadrilateral.

In the elements of error ellipse, the RMS errors are decreased by ±24.5%(a) and ±5.0%(b) in the polygon, ±42.6%(a) and ±49.2%(b) in the quadrilateral.

Introduction of free network adjustment, therefore, could be applied to improvement of relative accuracy in the horizontal positioning.

---

* 朝鮮大學校 工科大學 副敎授
** 淸州大學校 專任講師
*** 地籍公社
**** 延世大學校 産業大學院

Ⅰ. 序　　論

地表上의 水平位置決定에 있어서 종래의 基準點網調整方法은 2點의 既知點이나 1點의 既知點과 1方向을 既知로 하여 調整하여 왔으나 3 ~ 4等의 低等級網을 사용할 경우 既知點 自體에 상당한 誤差가 내포되어 있어 既知點을 誤差가 없는것으로 간주하여 조정하는 理論에는 무리가 따르게 된다. 이러한 사실은 誤差楕圓이 과대하게 크게 나는 것으로도 알 수 있다.

따라서 이러한 편향적 오차분포를 제거하여 비교적 균일한 網의 强度를 유지하기 위하여 既知點을 所求點과 함께 未知點으로 간주하여 網을 조정하는 自由網調整(Free Network Adjustment) 方法이 지난 10여년 전부터 歐美地域에서 연구되어 오고 있다.[1)2)]

그러나 自由網調整의 경우 觀測方程式의 係數行列(matrix of coefficient)이 特異行列(singular matrix)이 되어 未知 parameter의 行列式 det. A = 0 이 되어 逆行列을 구할 수 없으므로 이때에는 g-inverse(generalized inverse matrix)을 사용하여 풀 수 있다.

g-inverse는 1971年 이후 Rao와 Mitra가 종래의 최소제곱법의 理論에 의한 추정으로 부터 시작하여 1974年 Grafarend와 Schaffrin과 Bjerhammar, Mitermayer등에 의하여 自由網調整에 응용되었다.[3)]

본 硏究에서는 基準點網調整에 있어서 종래방법과 自由網調整을 比較考察하기 위하여 matrix에 의한 觀測方程式의 解法을 利用하였으며, g-inverse의 基本槪念과 이에 의한 自由網調整을 考察하고 未知의 正確度를 評價하기 위하여 誤差楕圓의 方法을 검토하였다.[4)5)]

또한 실험적 분석을 위하여 同一觀測 model에 의하여 三邊網, 三角 및 三邊結合調整과 自由網調整의 成果를 比較하였으며, 誤差楕圓은 三邊網과 三邊自由網에 대한 要素를 算出 比較함으로써 g-inverse를 利用한 自由網調整의 信頼性과 實用可能性을 立證하였다.

Ⅱ. 從來 方法에 의한 網調整

三角, 三邊 및 三角·三邊結合調整등에 있어서 일반적으로 觀測方程式(observation equation)에 의한 조정을 matrix에 의하여 수행할 경우 n개의 觀測값과 u개의 未知parameter가 있을 때의 觀測方程式은 다음과 같다.[4)]

$$V = BX + L \qquad (2-1)$$

여기서

V : $(n\times 1)$ 차원의 column vector

B : $(n\times u)$ 차원의 coefficient matrix

L : $(n\times 1)$ 차원의 常數項 column vector

식(2-1)에서 殘差의 係數는 모두 unity한 것으로 가정한다.

또한, 최소제곱법의 조건에 따라 $\sum V^2 \rightarrow \min.$ 이려면

$$V^T V \rightarrow \min. \qquad (2-2)$$

이며 輕重率(weight)이 다른 觀測方程式의 경우에는

$$V^T PV \rightarrow \min. \qquad (2-3)$$

이다. 여기서 P는 觀測數 n의 對稱行列이며 다음과 같다.

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & P_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & P_n \end{bmatrix}$$

식(2-1)을 식(2-3)에 대입하면

$$V^T PV = (BX+L)^T P(BX+L) \rightarrow \min.$$

또는

$$V^T PV = (X^T B^T + L^T)\ P(BX+L)$$

이다. 이 식을 전개하면

$$V^T PV = X^T B^T PBX + X^T B^T PL + L^T PBX + L^T PL$$ 또는

$$L^T PBX = X^T B^T P^T L \text{ 및 } P^T = P$$

이기때문에

$$L^T PBX = X^T B^T PL$$

이 되고, 최종적으로 다음과 같은 식이 된다.

$$V^TPV = X^TB^TPBX + 2X^TB^TBL + L^TPL \cdots\cdots \quad (2-4)$$

輕重率에 의한 잔차의 제곱의 합이 최소가 되기 위해서는 V^TPV를 未知 parameter의 vector로 편미분하면 零이 된다.

따라서 식 (2-4)로 부터

$$\frac{\partial V^TPV}{\partial X} = 2B^TPBX + 2B^TPL = 0$$

의 nomal equation을 matrix 형태로 표시하면 다음과 같다.

$$B^TPBX + B^TPL = 0 \cdots\cdots \quad (2-5)$$

여기서

X : $(u \times 1)$ 차원의 未知 parameter의 column vector

B^TPB : $(u \times u)$ 차원의 coefficient matrix

B^TPL : $(u \times 1)$ 차원의 常數項 column vector 이다.

식 (2-5)의 normal equation을 X에 대하여 풀면 다음과 같다.

$$X = -(B^TPB)^{-1}B^TPL \cdots\cdots (2-6)$$

따라서 殘差vector V는 식 (2-6)의 X값을 식 (2-1)에 대입하여 구할 수 있다.

또한 單位輕重率의 標準誤差는 다음식으로 구할 수 있다.

$$Q_0 = \sqrt{\frac{V^TPV}{n-u}} \cdots\cdots \quad (2-7)$$

Ⅲ. g-inverse에 의한 網調整

일반적으로 연립 1차 방정식을 matrix로 표시하면 다음과 같다.

$$_nB_m \cdot {}_mX_1 = {}_nY_1 \cdots\cdots \quad (3-1)$$

식(3-1)에서 $(m \times n)$ 次元의 matrix에 있어서 B^g가 있으면 하나의 解가 存在하게 된다.

$$_mX_1 = {}_mB^g{}_n \cdot {}_nY_1 \cdots\cdots \quad (3-2)$$

이때 B^g를 B의 g-inverse라고 한다. B^g는 特異行列(singular matrix)에서의 逆行列로써

$$BB^gB = B \cdots\cdots \quad (3-3)$$

의 성질을 가지며 正方行列에서의 표준 역행열

$$BB^{-1} = B^{-1}B = \mathrm{I} \cdots\cdots \quad (3-4)$$

와는 다르다.[5]

식(3-1) 과 같이

$$NX = U \cdots\cdots \quad (3-5)$$

이면

$$X = N^gU \cdots\cdots \quad (3-6)$$

이다.

여기서

N^g : N의 g-inverse

이 解는 일반적으로 무수히 存在한다.

그러나 이들중 X의 Norm

$$\| X \| = (X^TX)^{\frac{1}{2}} = (x_1^2 + x_2^2 + \cdots\cdots + x_n^2)^{1/2}$$

을 최소로 하는 解는 다음과 같다.

$$X = N_{10}^gU \cdots\cdots \quad (3-7)$$

N_{10}^g가 갖는 필요충분조건은 다음과 같다.

$$NN_{10}^gN = N,$$

$$(N_{10}^gN)^T = N_{10}^gN \cdots\cdots \quad (3-8)$$

$\left| NN^T \right| \neq 0$ 이면 $(NN^T)^{-1}$가 존재한다. 따라서

$$N_{10}^g = N^T(NN^T)^{-1} \cdots\cdots \quad (3-9)$$

이고, $\| NN^T \| = 0$일 때에는

$$N_{10}^g = N^T(NN^T)^g \cdots\cdots \quad (3-10)$$

이다.

왜냐하면 (NN^T)와 $(NN^T)^g$는 대칭이기 때문에

$$\begin{aligned}(N_{10}^gN)^T &= \{N^T(NN^T)^gN\}^g \\ &= N^T\{(NN^T)^g\}^TN \\ &= N^T(NN^T)^gN \\ &= N_{10}^g\end{aligned}$$

이다.

特異行列(singular matrix)을 갖는 自由網調整에 있어서 觀測方程式

$$V = BX + L$$

로 부터 최소제곱근의 원리를 적용하여 작성한 標準方程式

$$B^TPBX + B^TPL = 0$$

에서

$B^TPB=N$, $B^TPL=U$로 하면

이 標準方程式은 다음과 같이 된다.

$$NX+U=0 \quad \cdots\cdots (3-11)$$

따라서 식(3-11)의 一般解는

$$X=-N^gU \quad \cdots\cdots (3-12)$$

이고 X의 Norm을 最小로 하는 解는 식(3-10)에 따라

$$\begin{aligned} X &= -N^g_{10}U \\ &= -N^T(NN^T)^gU \\ &= -N(NN)^gU \quad \cdots\cdots (3-13) \end{aligned}$$

에 의하여 구해진다. (N은 대칭행렬이므로 $N=N^T$임) 이 방법은 Mittermayer의 自由網調整 解法이라 한다.

식(3-13)에서 $(NN)^g$를 구하기 위하여

$$NN=\begin{bmatrix} C & D \\ & \\ E & F \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (3-14)$$

이라고 하면 部分行列 C와 F는 正方行列이다. C는 正則이므로 C^{-1}가 존재하고 C이외의 모든 元素는 0으로 한다.

$$(NN)^g=\begin{bmatrix} C^{-1}_{uu} & 0 \\ & \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (3-15)$$

여기서 $U=2m-4$이다. (m : 측점수)[6] 식(3-15)는 (NN)의 g-inverse이다.

Ⅳ. 誤差楕圓에 의한 檢定

點의 水平位置의 正確度를 檢定하기 위하여 가장 일반적으로 사용되는 것은 誤差楕圓(error ellipse)으로써 그림(4-1)과 같이 각 요소 θ, σmax^2, σmin^2을 구하여 나타낸다.

點의 座標값에 대한 分散(variance)σ^2는 平均제곱誤差이며 X 또는 Y 座標값의 信頼性에 대한 통계적 測定이다.

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E[(x-\mu)^2] \\ &= \frac{V^TPV}{n-u} \quad \cdots\cdots (4-1) \end{aligned}$$

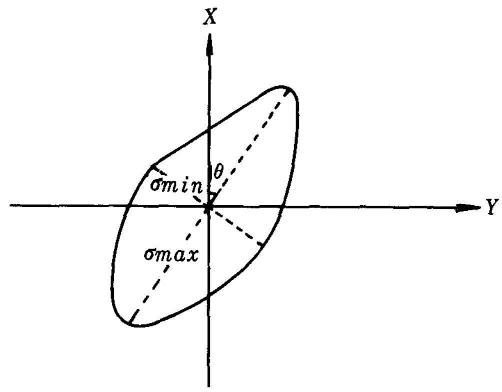


그림 4-1. 誤差楕圓의 要素

X 및 Y로 구성되는 한쌍의 座標값에 대한 것은 共分散((corvariance) σxy로 표시)[7]

$$\sigma xy=E[(X-\mu_x)\ (Y-\mu_y)] \quad \cdots\cdots (4-2)$$

座標값의 標準偏差(standard deviation) σ는 分散σ^2의 陽(+)의 제곱근값으로 平均 제곱근誤差라고도 한다. 標準偏差의 確率은 68%로서 信頼값을 나타내나 신뢰정도를 95% 높이기 위하여 標準偏差(σ)에 19.6을 곱한다.

또한 일반적으로 點의 圖解的 誤差楕圓으로 검정하기 위하여 座標값의 最大標準誤差와 最小標準誤差를 다음과 같이 구한다.[7]

$$\sigma max^2=\frac{1}{2}(\sigma^2_X+\sigma^2_Y+\sqrt{(\sigma^2_X-\sigma^2_Y)^2+4\sigma_{XY}{}^2}) \quad (4.3)$$

$$\sigma min^2=\frac{1}{2}(\sigma^2_X+\sigma^2_Y\sqrt{(\sigma^2_X-\sigma^2_Y)^2+4\sigma_{XY}{}^2}) \quad (4.4)$$

$$\tan 2\theta=\frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta}=\frac{2\sigma_{XY}}{\sigma^2_Y-\sigma^2_X} \quad (4-5)$$

여기서

$\theta(\leq 180°)$: σ_{max} 방향선의 방위각, σ_{min}의 방향선은 $\theta+90°$이다.

標準誤差橢圓은 長軸 $a=\sigma_{max}$으로 短軸을 $b=\sigma_{min}$으로 하는 楕圓이다. 誤差楕圓의 信頼性을 95%까지 높이기 위하여는 軸 a, b에 2.45배 하면信頼楕圓(confidence ellipse)이 된다.

誤差楕圓을 두점 i 및 j의 座標差를 利用하여

구할 때 誤差傳播法則을 적용하여 variance-covariance matrix Σ_X를 다음과 같이 구한다.[8]

$$\Sigma_X = \sigma_0^2\ Q_X \qquad (4-6)$$

여기서 Q_X : 경중율에 의한 coefficient matrix 로서

$$Q_X = N^{-1} = (B^T PB)^{-1} \qquad (4-7)$$

이다. $(|N| \neq 0)$

그러나 g-inverse를 利用한 自由網調整에 있어서의 Q_X의 산출은 식 (3-12)에서 $B^T PL = U$, $N = N^T$임과 觀測量 L의 輕重率 $Q_L = P^{-1}$임을 고려하여 다시 쓰면

$$X = -N(NN)^g B^T PL = -N(NN)^g U$$

이다. 따라서,

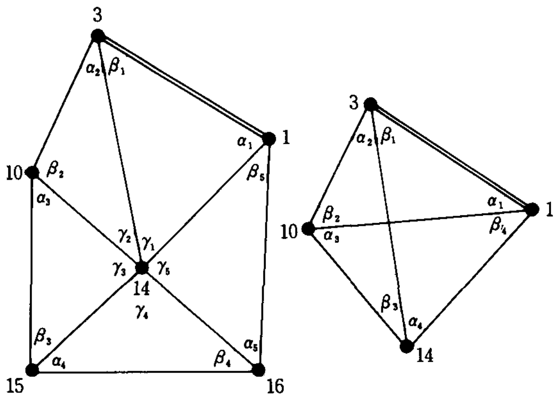
$$\begin{aligned} Q_X &= N(NN)^g B^T PQ_L [N(NN)^g B^T P]^T \\ &= N(NN)^g B^T PP^{-1} PB(NN)^g N \\ &= N(NN)^g N(NN)^g N \qquad (4-8) \end{aligned}$$

이다.

V. Model 觀測 및 分析

Model은 有心多角網과 四角網을 그림 (5-1)과 같이 구성하고 三角調整, 三邊調整 및 三角·三邊 結合調整과 三邊自由網調整의 결과를 비교 분석하였다.

角觀測은 WILD T_2를 사용하여 3對回觀測하였고 距離測定은 Autoranger Ⅱ를 사용하였다.[9]



(有心多邊網) (四邊網)

그림 5-1. Model 網의 구성

表 5-1. 既知點座標

點 名	X	Y
1	7700.8160	−1307.6000
3	8110.7240	−2015.1870

表 5-2. 距離 및 角觀測값

망	측 선	EDM관측거리(m)	각 명	각 관측 값	각 명	각 관측 값
유심다변망	1 − 14	802.405	α_1	77° 52′ 21.0″	α_4	45° 12′ 37.5″
	1 − 16	984.558	β_1	50° 23′ 32.9″	β_4	35° 29′ 29.4″
	3 − 10	653.954	γ_1	51° 43′ 50.6″	γ_4	99° 18′ 08.7″
	3 − 14	1018.288	α_2	28° 31′ 53.5″	α_5	53° 58′ 57.7″
	10 − 14	542.725	β_2	116° 19′ 50.5″	β_5	43° 05′ 06.7″
	10 − 15	781.848	γ_2	35° 08′ 24.3″	γ_5	82° 56′ 03.2″
	14 − 15	554.443	α_3	45° 09′ 13.5″		
	14 − 16	677.741	β_3	43° 56′ 55.1″		
	15 − 16	942.445	γ_3	90° 53′ 33.7″		
	1 − 3	817.743				
사변망	1 − 10	943.872				
	1 − 14	802.405	α_1	42° 50′ 19.5″	β_1	50° 23′ 32.9″
	3 − 10	653.954	α_2	28° 31′ 53.5″	β_2	58° 14′ 24.2″
	3 − 14	1018.288	α_3	58° 05′ 26.3″	β_3	35° 08′ 24.3″
	10 − 14	542.725	α_4	51° 43′ 50.6″	β_4	34° 59′ 01.5″
	1 − 3	817.743				

EDM에 의한 觀測距離를 利用하여 식(2−1에 따라 三邊測量方法으로 有心多邊網의 調整을 위하여 觀測方程式을 構成하면 다음과 같다.

$$V=\begin{bmatrix} V_1\\ V_2\\ V_3\\ V_4\\ V_5\\ V_6\\ V_7\\ V_8\\ V_9 \end{bmatrix}_{9\times 1}\quad B=\begin{bmatrix} 0 & 0 & -0.74070 & 0.67183 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.99998 & -0.01536\\ -0.94544 & -0.32577 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0.98621 & 0\ 0.16547 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0.71117 & -0.70301 & -0.71117 & 0.70301 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0.99996 & 0.00853 & 0 & 0 & -0.99996 & -0.00853 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0.71395 & 0.70018 & -0.71395 & -0.70018 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0.57558 & -0.81773 & 0 & 0 & -0.57558 & 0.81773\\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.00610 & -0.99998 & 0.00610 & 0.99998 \end{bmatrix}_{9\times 8}$$

$$X=\begin{bmatrix} DX_{10}\\ DY_{10}\\ DX_{14}\\ DY_{14}\\ DX_{15}\\ DY_{15}\\ DX_{16}\\ DY_{16} \end{bmatrix}_{8\times 1}\quad L=\begin{bmatrix} 1.44\\ 33.67\\ -37.01\\ 34.57\\ 12.14\\ -15.69\\ -36.86\\ -20.79\\ 26.87 \end{bmatrix}_{9\times 1}\quad P=\begin{bmatrix} 4.7049 & 0 & \cdots & & & & & & 0\\ 0 & 4.7049 & & & & & & & \vdots\\ \vdots & & 4.7049 & & & & & & \\ & & & 4.7049 & & & & & \\ & & & & 4.7049 & & & & \\ & & & & & 5.7049 & & & \\ & & & & & & 4.7049 & & \vdots\\ \vdots & & & & & & & 4.7049 & 0\\ 0 & \cdots & & & & & & 0 & 4.7049 \end{bmatrix}_{9\times 9}$$

식(2−6)에 의하여 X값을 구하고 가정좌표로부터 調整座標를 구하면 다음과 같다.

$$X=\begin{bmatrix} DX_{10}\\ DY_{10}\\ DX_{14}\\ DY_{14}\\ DX_{15}\\ DY_{15}\\ DX_{16}\\ DY_{16} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -0.0002\\ 0.0007\\ -0.0004\\ 0.0003\\ 0.0006\\ 0.0004\\ -0.0067\\ 0.0009 \end{bmatrix},\quad \begin{array}{l} X_{10}=7492.445-0.0002=7492.4452\\ Y_{10}=2228.229+0.0007=-2228.2297\\ X_{14}=7106.474-0.0004=7106.4744\\ Y_{14}=-1846.684+0.0003=-1846.6843\\ X_{15}=6710.625+0.0006=6710.6256\\ Y_{15}=-2234.899+0.0004=-2234.899\ 4\\ X_{16}=6716.370+0.0067+6716.3767\\ Y_{16}=-1292.471+0.0009=-1292.4719 \end{array}$$

誤差楕圓의 要素를 계산하기 위하여 식(4−7)에 의하여 coefficient matrix를 구하면 다음과 같다.

$$Q_X=\begin{bmatrix} 0.78440 & -0.10473 & 0.13312 & -0.29553 & 0.69210 & -0.67009 & -0.05795 & -0.57053\\ 0.10473 & 2.83509 & 0.21012 & 1.79380 & -0.01499 & 1.86122 & 0.02796 & 1.78215\\ 0.13312 & 0.21012 & 0.91378 & 1.12368 & 0.37047 & 1\ 1.18338 & 0.15426 & 0.94445\\ 0.29553 & 1.79380 & 1.12368 & 3.42385 & 0.07356 & 3\ 3.71886 & 0.21353 & 3.34056\\ 0.69210 & -0.01499 & 0.37047 & 0.07356 & 1.51931 & -0.73752 & -0.12067 & -0.54383\\ -0.67009 & 1.86122 & 1.18338 & 3.71886 & -0.73752 & 5.73444 & 0.61008 & 4.75379\\ -0.05795 & 0.02796 & 0.15426 & 0.21353 & -0.12067 & 0.61008 & 0.93970 & 0.66009\\ -0.57053 & 1.78215 & 0.94445 & 3.34056 & -0.54383 & 4.75379 & 0.66009 & 4.69554 \end{bmatrix}_{8\times 8}$$

따라서 산출된 오차타원의 요소는 다음과 같다.

(pt. 10) $Q_{XX}=0.7844$, $Q_{YY}=2.93509$,
$Q_{XY}=-0.10473$
$a=1.71467$
$b=0.88278$
$\theta=2°46'53''$

(pt. 14) $Q_{XX}=0.91378$, $Q_{YY}=3.42385$,
$Q_{XY}=1.12368$
$a=1.96300$
$b=0.69587$
$\theta=159°04'49''$

(pt. 15) $Q_{XX}=1.51931$, $Q_{YY}=5.73444$,
$Q_{XY}=-0.73752$
$a=2.42069$
$b=1.18067$
$\theta=9°38'37''$

(pt. 16) $Q_{XX}=0.93970$, $Q_{YY}=4.69554$,
$Q_{XY}=0.66009$
$a=2.19275$
$b=0.90943$
$\theta=170°19'00''$

四邊網의 調整을 위한 식 (2-1)의 觀測方程式을 構成하면 다음과 같다.

$$V=\underset{5\times1}{\begin{bmatrix} V_9 \\ V_{12} \\ V_{13} \\ V_{14} \\ V_{15} \end{bmatrix}} \quad B=\begin{bmatrix} -0.22077 & -0.97532 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.74070 & -0.67183 \\ -0.94715 & -0.32570 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.98621 & 0.16547 \\ 0.71120 & -0.71298 & -0.71120 & 0.71298 \end{bmatrix}$$

$$X=\underset{4\times1}{\begin{bmatrix} DX_{10} \\ DY_{10} \\ DX_{14} \\ DY_{14} \end{bmatrix}} \quad L=\underset{5\times1}{\begin{bmatrix} 0.66 \\ 62.23 \\ -78.81 \\ 11.88 \\ 14.99 \end{bmatrix}} \quad P=\begin{bmatrix} 4.7049 & 0 & \cdots & & 0 \\ 0 & 4.7049 & & & \vdots \\ \vdots & & 4.7049 & & \\ & & & 4.7049 & 0 \\ 0 & \cdots & & 0 & 4.7049 \end{bmatrix}$$

식 (2-6)에 의한 X값을 구하고 가정좌표로부터 조정좌표를 구하면 다음과 같다.

$$X=\begin{bmatrix} DX_{10} \\ DY_{10} \\ DY_{14} \\ DY_{14} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.0138 \\ -0.0113 \\ -0.0083 \\ 0.00192 \end{bmatrix}$$

$X_{10}=7492.4282+0.0138=7492.442$
$Y_{10}=-2228.1807-0.0133=-2228.193$
$X_{14}=7106.4743-0.0983=7106.466$
$Y_{14}=-1846.6842+0.0192=-1846.665$

四邊網의 coefficient matrix와 誤差楕圓의 要素를 구하면 다음과 같다.

$$Q_x=\underset{4\times4}{\begin{bmatrix} 1.00490 & -0.29900 & 0.27461 & -0.62370 \\ -0.29900 & 0.90966 & -0.25489 & 0.57890 \\ 0.27561 & -0.25489 & 0.61186 & -0.16832 \\ -0.62370 & 0.57890 & -0.16832 & 1.61791 \end{bmatrix}}$$

※ (pt. 10) $Q_{XX}=1.00490$, $Q_{YY}=0.90966$,
$Q_{XY}=-0.29900$
$a = 1.12251$
$b = 0.80901$
$\theta = 139°31'28''$
(pt. 14) $Q_{XX}=0.61186$, $Q_{YY}=1.61791$,
$Q_{XY}=0.16832$
$a = 1.28270$
$b = 0.76449$
$\theta = 9°15'02''$

三角·三邊結合調整에 의한 有心多邊網의 觀測方程式을 식(2-1)에 의하여 構成하면 다음과 같다.

$$V=\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \\ V_9 \\ V_{10} \\ V_{11} \\ V_{12} \\ V_{13} \\ V_{14} \\ V_{15} \\ V_{16} \end{bmatrix}_{16\times1} \quad B=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.87280 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.04200 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2.99140 & -2.99140 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{16\times8}$$

$$X=\begin{bmatrix} DX_{10} \\ DY_{10} \\ DX_{14} \\ DY_{14} \\ DX_{15} \\ DY_{15} \\ DX_{16} \\ DY_{16} \end{bmatrix}_{8\times1} \quad L=\begin{bmatrix} 16.0 \\ -8.3 \\ 17.7 \\ -15.6 \\ -7.6 \\ -0.1 \\ -14.99 \\ 1.44 \\ 33.66 \\ -37.01 \\ 34.57 \\ 12.14 \\ -15.69 \\ -36.36 \\ -20.79 \\ 26.87 \end{bmatrix}_{16\times1}$$

$$P=\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & & & & & & & & & & & & & 0 \\ 0 & | & & & & & & & & & & & & & & \vdots \\ \vdots & & | & & & & & & & & & & & & & \\ & & & | & & & & & & & & & & & & \\ & & & & | & & & & & & & & & & & \\ & & & & & | & & & & & & & & & & \\ & & & & & & | & & & & & & & & & \\ & & & & & & & | & & & & & & & & \\ & & & & & & & & | & & & & & & & \\ & & & & & & & & & | & & & & & & \\ & & & & & & & & & & 4.7049 & & & & & \\ & & & & & & & & & & & 4.7049 & & & & \\ & & & & & & & & & & & & 4.7049 & & & \\ & & & & & & & & & & & & & 4.7049 & & \vdots \\ & & & & & & & & & & & & & & 4.7049 & 0 \\ 0 & \cdots & & & & & & & & & & & & & 0 & 4.7049 \end{bmatrix}_{16\times16}$$

식 (2-6)에 의하여 구한 調整座標는 다음과 같다.

$$X=\begin{bmatrix} DX_{10} \\ DY_{10} \\ DX_{14} \\ DY_{14} \\ DX_{15} \\ DY_{15} \\ DX_{16} \\ DY_{16} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.0186 \\ 0.0297 \\ -0.0235 \\ -0.0327 \\ -0.0024 \\ -0.0399 \\ -0.0358 \\ -0.0594 \end{bmatrix} \qquad \begin{aligned} X_{10}&= 7492.4452+0.0186=7492.4638 \\ Y_{10}&=-2228.2297+0.0297=-2228.2007 \\ X_{14}&= 7016.4744-0.0235=7106.4509 \\ Y_{14}&=-1846.6843-0.0327=-1846.7170 \\ X_{15}&= 6710.6256-0.0024=6710.6232 \\ Y_{15}&=-2234.8994-0.0399=-2234.9393 \\ X_{16}&= 6716.3767-0.0358=6716.3409 \\ Y_{16}&=-1292.4719-0.0594=-1292.5313 \end{aligned}$$

三角·三邊結合調整에 의한 四邊網의 觀測方程式을 식 (2-1)에 의하여 구하면 다음과 같다

$$V=\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \\ V_9 \end{bmatrix} \quad B=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1.31 \\ 0 & 1 & 0 & 1.31 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 & 2.27 \\ -3 & 1 & 0 & -2.27 \end{bmatrix} \quad L=\underset{9\times 1}{\begin{bmatrix} 16.0 \\ -10.0 \\ 17.7 \\ 13.65 \\ 0.66 \\ 62.23 \\ -78.81 \\ 11.88 \\ 14.99 \end{bmatrix}} \quad X=\underset{4\times 1}{\begin{bmatrix} DX_{10} \\ DY_{10} \\ DX_{14} \\ DY_{14} \end{bmatrix}}$$

$$P=\underset{9\times 9}{\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 & & & & & & 0 \\ 0 & | & & & & & & & \vdots \\ \vdots & & | & & & & & & \\ & & & | & & & & & \\ & & & & | & & & & \\ & & & & & 4.7049 & & & \\ & & & & & & 4.7049 & & \vdots \\ \vdots & & & & & & & 4.7049 & 0 \\ 0 & \cdots & & & & & & 0 & 4.7049 \end{bmatrix}}$$

식 (2-6)에 의하여 구한 調整座標는 다음과 같다.

$$X=\begin{bmatrix} DX_{10} \\ DY_{10} \\ DX_{14} \\ DY_{14} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.0151 \\ 0.0042 \\ -0.9244 \\ -0.0082 \end{bmatrix} \qquad \begin{aligned} X_{10}&= 7492.4282+0.0151= 7492.4433 \\ Y_{10}&=-2228.1807+0.0042=-2228.1765 \\ X_{14}&= 7106.4743-0.0244= 7106.4499 \\ Y_{14}&=-1846.6842-0.0082=-1846.6924 \end{aligned}$$

有心多邊網의 自由網調整을 위한 觀測方程式을 식(2-1)에 의하여 構成하면 다음과 같다.

$$
B=\begin{bmatrix}
0.74070 & -0.67183 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.74070 & 0.67183 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0.99988 & 0.01536 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.99988 & -0.00536 \\
0 & 0 & 0.94544 & 0.32577 & -0.94544 & -0.32577 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0.98621 & -0.16547 & 0 & 0 & -0.98621 & 0.16547 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0.71117 & -0.70301 & -0.71117 & 0.70018 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0.99996 & 0.00853 & 0 & 0 & -0.99996 & -0.00853 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.71395 & 0.70018 & -0.71395 & -0.70018 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.57558 & -0.81773 & 0 & 0 & -0.57558 & 0.81773 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.00610 & -0.99998 & 0.00610 & 0.99998 \\
-0.50126 & 0.86529 & 0.50126 & -0.86529 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}_{10\times 12}
$$

$$
X=\begin{bmatrix} DX_1 \\ DY_1 \\ DX_3 \\ DY_3 \\ DX_{10} \\ DY_{10} \\ DX_{14} \\ DY_{14} \\ DX_{15} \\ DY_{15} \\ DX_{16} \\ DY_{16} \end{bmatrix}_{12\times 1}
\qquad
L=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.004 \\ 0 \\ 0.004 \end{bmatrix}_{10\times 1}
$$

식(3-13)에 의하여 구한 調整座標는 다음과 같다.

$$
X=\begin{bmatrix} DX_1 \\ DY_1 \\ DX_3 \\ DY_3 \\ DX_{10} \\ DY_{10} \\ DX_{14} \\ DY_{14} \\ DX_{15} \\ DY_{15} \\ DX_{16} \\ DY_{16} \end{bmatrix}
=\begin{bmatrix} 0.0006 \\ 0.0001 \\ -0.0004 \\ 0.0037 \\ 0.0000 \\ 0.0005 \\ -0.0003 \\ -0.0003 \\ -0.0007 \\ 0.0008 \\ 0.0009 \\ -0.0048 \end{bmatrix}
\qquad
\begin{aligned}
X_1 &= 7700.8184+0.0006 = 7700.8190 \\
Y_1 &= -1307.6031+0.0001 = -1307.6030 \\
X_3 &= 8110.7240-0.0004 = 8110.7236 \\
Y_3 &= -2015.1870+0.0037 = -2015.1833 \\
X_{10} &= 7492.4452+0.0000 = 7492.4452 \\
Y_{10} &= -2228.2297+0.0005 = -2228.2292 \\
X_{14} &= 7601.4744-0.0003 = 7106,4741 \\
Y_{14} &= -1846.6842-0.0003 = -1846.6846 \\
X_{15} &= 6710.6256-0.0007 = 6710.6249 \\
Y_{15} &= -2234.8994+0.0008 = -2234.8986 \\
X_{16} &= 6716.3767+0.0099 = 6816.3776 \\
Y_{16} &= -1292.4719-0.0048 = -1292.4767
\end{aligned}
$$

誤差楕圓의 要素를 계산하기 위하여 식(4-8)에 의하여 coefficient matrix를 구하면 다음과 같다.

$$Q_x=\begin{bmatrix} -1.79967 & -0.91600 & -0.25126 & 0.43374 & 0 & 0 & -0.54864 & 0.49762 & 0.023070 & 0.04725 & -1.02283 & -0.06261 \\ -0.91600 & 1.20032 & 0.43374 & -0.74873 & 0 & 0 & 0.49762 & -0.45135 & 0.00022 & 0.30968 & -0.01559 & -0.30992 \\ -0.25126 & 0.43374 & 2.11775 & -0.28893 & -0.89386 & -0.30800 & -0.97261 & 0.16319 & -0.00758 & -0.07663 & 0.00758 & 0.07663 \\ 0.43374 & -0.74873 & -0.28893 & 0.88224 & -0.30800 & -0.10613 & 0.16319 & -0.02738 & -0.02488 & 0.30399 & 0.02488 & -0.30399 \\ 0 & 0 & -0.89386 & -0.30800 & 2.39956 & -0.18343 & -0.50576 & 0.49996 & -1.01850 & 0.06792 & 0.01858 & -0.07645 \\ 0 & 0 & -0.30800 & -0.10613 & -0.18343 & 0.60043 & 0.49996 & -0.49423 & -0.03302 & 0.14262 & 0.02449 & -0.14270 \\ -0.54864 & 0.49762 & -0.97261 & 0.16319 & -0.50576 & 0.49996 & 2.86806 & -1.13193 & -0.50033 & -0.77199 & -0.340 & 0.74277 \\ 0.49762 & -0.45135 & 0.16319 & -0.02738 & 0.49996 & -0.49423 & -1.13156 & 2.13193 & -0.50274 & -0.64139 & 0.47341 & -0.51757 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.99992 & -0.00853 & 0.500973 & -0.49990 & 1.47748 & 0.71509 & 0.03217 & -0.20665 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.00853 & -0.00007 & -0.49990 & -0.49026 & 0.56628 & 0.74892 & -0.05785 & -0.25859 \\ -0.99976 & -0.01536 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.33130 & 0.47068 & 0.02587 & 0.01835 & 1.30519 & -0.47367 \\ -0.01536 & -0.00023 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.47068 & 0.66869 & -0.00596 & -0.86384 & -0.44935 & 1.53278 \end{bmatrix}_{12\times 12}$$

따라서 산출된 誤差楕圓의 要素는 다음과 같다.

(pt. 1) $Q_{XX}=1.79967$, $Q_{YY}=1.20032$,
$Q_{XY}=-0.91600$
$a = 1.56964$
$b = 0.73227$
$\theta = 144°\ 03'\ 28''$

(pt. 3) $Q_{XX}=2.11775$, $Q_{YY}=0.88224$,
$Q_{XY}=-0.28893$
$a = 1.47715$
$b = 0.90444$
$\theta = 167°\ 28'\ 01''$

(pt. 10) $Q_{XX}=2.39956$, $Q_{YY}=0.60043$,
$Q_{XY}=-0.18343$
$a = 1.55501$
$b = 0.76284$
$\theta = 174°\ 14'\ 14''$

(pt. 14) $Q_{XX}=2.86806$, $Q_{YY}=2.13193$,
$Q_{XY}=-1.13156$
$a = 1.92091$
$b = 1.14458$
$\theta = 144°\ 00'\ 32''$

(pt. 15) $Q_{XX}=1.47748$, $Q_{YY}=0.74892$,
$Q_{XY}=0.71509$
$a = 1.38410$
$b = 0.55738$
$\theta = 31°\ 30'\ 09'\ ''$

(pt. 16) $Q_{XX}=1.30519$, $Q_{YY}=1.53278$,
$Q_{XY}=-0.47369$
$a = 1.38063$
$b = 0.96531$
$\theta = 38°\ 14'\ 45''$

四邊網에 의한 自由網調整의 觀測方程式을식(2-1)에 의하여 구성하면 다음과 같다.

$$V=\begin{bmatrix} V_9 \\ V_{10} \\ V_{11} \\ V_{12} \\ V_{13} \\ V_{14} \end{bmatrix}_{6\times 1}$$

$$
B=\begin{bmatrix}
0.22077 & 0.97532 & 0 & 0 & -0.22077 & -0.97532 & 0 & 0 \\
0.74070 & 0.67183 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.74070 & -0.67183 \\
0 & 0 & 0.94647 & 0.32570 & -0.94547 & -0.32570 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0.98621 & -0.16547 & 0 & 0 & -0.98621 & 0.16547 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0.71120 & -0.71298 & -0.71120 & 0.70298 \\
-0.50126 & 0.86529 & 0.50126 & -0.86529 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
$$

$$6\times 8$$

$$
X=\begin{bmatrix} DX_1 \\ DY_1 \\ DX_3 \\ DY_3 \\ DY_{10} \\ DY_{10} \\ DY_{14} \\ DY_{14} \end{bmatrix} \quad DX_1 \qquad\qquad L=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.046 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

$$8\times 1 \qquad\qquad 6\times 1$$

$$
X=\begin{bmatrix} DX_1 \\ DY_1 \\ DX_3 \\ DY_3 \\ DX_{10} \\ DY_{10} \\ DX_{14} \\ DY_{14} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.0011 \\ 0.0031 \\ 0.0017 \\ -0.0024 \\ -0.0128 \\ 0.0150 \\ 0.0100 \\ -0.0156 \end{bmatrix}
\qquad
\begin{aligned}
X_1 &= 7700.816+0.0011= 7700.8171 \\
Y_1 &= -1307.600+0.0031=-1307.5969 \\
X_3 &= 8110.7239+0.0017= 8110.7256 \\
Y_3 &= -2015.1869-0.0024=-2015.1893 \\
X_{10} &= 7492.4282-0.0128= 7492.4154 \\
Y_{10} &= -2228.1807+0.0150=-2228.1657 \\
X_{14} &= 7106.4743+0.0100= 7106.4843 \\
Y_{14} &= -1846.6842-0.0156=-1846.6998
\end{aligned}
$$

誤差楕圓의 要素를 식(4-8)에 의하여 구하면 Q_X와 a, b, θ는 다음과 같다.

$$
Q_X=\begin{bmatrix}
0.24775 & -0.00284 & -0.08627 & 0.16823 & -0.03283 & -0.01699 & -0.12863 & -0.14819 \\
-0.00284 & 0.28014 & -0.05727 & -0.13861 & 0.00218 & -0.05059 & 0.05793 & -0.09014 \\
-0.08627 & -0.05727 & 0.26439 & -0.03440 & -0.11027 & 0.05101 & -0.06784 & 0.04090 \\
0.16823 & -0.13891 & -0.03440 & 0.28510 & -0.11860 & -0.16117 & -0.01522 & 0.01449 \\
-0.03283 & 0.00218 & -0.11027 & -0.11860 & 0.25988 & 0.04962 & -0.11677 & 0.06577 \\
0.01699 & -0.05793 & 0.015101 & -0.16117 & 0.04962 & 0.40393 & -0.08364 & -0.19045 \\
-0.12863 & 0.05793 & -0.06784 & -0.01522 & -0.11677 & -0.08364 & 0.31324 & 0.04152 \\
-0.14819 & -0.09014 & 0.04090 & 0.01449 & 0.06577 & -0.19045 & 0.04152 & 0.26441
\end{bmatrix}
$$

$$8\times 8$$

(pt. 1) $Q_{XX}=0.24775$, $Q_{YY}=0.28014$,
$a=0.52951$
$b=0.49749$
$\theta=4°\ 58'\ 24''$

(pt. 3) $Q_{XX}=0.26439$, $Q_{YY}=0.28510$,
$Q_{XY}=-0.3440$
$a=0.55737$
$b=0.48869$
$\theta=36°\ 37'\ 25''$

(pt. 10) $Q_{XX}=0.2588$, $Q_{YY}=0.40393$,
$Q_{XY}=0.04962$
$a=0.64758$
$b=0.49441$
$\theta=162°\ 43'\ 05''$

(pt. 14) $Q_{XX}=0.31324$, $Q_{YY}=0.26441$,
$Q_{XY}=0.04152$
$a=0.58050$
$b=0.48956$
$\theta=29°\ 46'\ 18''$

表 5-3. 조정좌표

A : 삼변조정, B : 삼각 · 삼변, C : 자유망

망별	측점 \ 조정방법 \ 좌표	X A	X B	X C	Y A	Y B	Y C
유심다변망	1	7700 · 8160	·8160	·8190	−1307 · 6000	·6000	·6030
	3	8110 · 7240	·7240	·7236	−2015 · 1870	·1870	·1833
	10	7492 · 4450	·4638	·4452	−2268 · 2290	·2007	·2292
	14	7160 · 4740	·4509	·4741	−1846 · 6840	·7170	·6846
	15	6710 · 6256	·6232	·6249	−2234 · 8990	·9393	·8986
	16	6716 · 3800	·3409	·3776	−1292 · 4710	·5313	·5969
사변망	1	7700 · 8160	·8160	·8171	−1307 · 6000	·6000	·1893
	3	8110 · 7240	·7240	·7256	−2015 · 1870	·1870	·1657
	10	7492 · 4420	·4433	·4154	−2228 · 1930	·1765	·1657
	14	7106 · 4460	·4499	·4843	−1846 · 6650	·6924	·6998

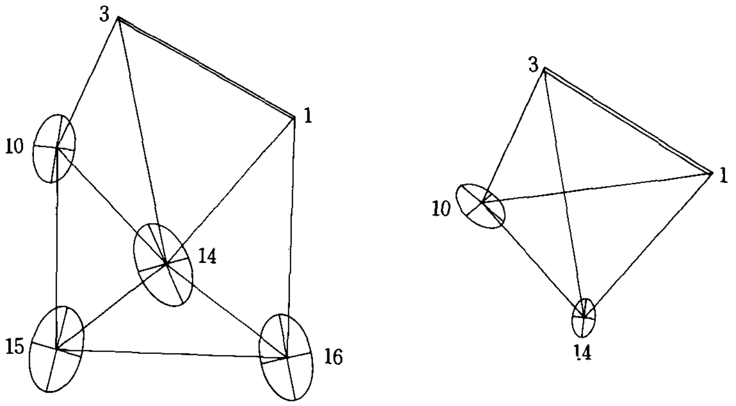
表 5-4. 삼각 · 삼변 결합 조정좌표를 기준한 비교

망 별	측 점 \ 조정방법	ΔX A	ΔX C	ΔY A	ΔY C
유심다변망	1	0.0000	+0.0030	0.0000	−0.0030
	3	0.0000	−0.0004	0.0000	+0.0037
	10	−0.001888	−0.0186	−0.0283	−0.0285
	14	+0.0231	+0,0232	+0.0330	+0.0324
	15	+0.0024	+0.0017	+0.0403	+0,0407
	16	+0.0291	+0.0367	+0.0603	+0.0546
	MSE	±0.0120	±0.0086	±0.0242	±0.0147
사변망	1	0.0000	+0.0011	0.0000	+0.0031
	3	0.0000	+0.0016	0.0000	−0.0023
	10	−0.0013	−0.00279	−0.0165	+0.0108
	14	+0.0161	+0.0344	+0.0274	−0.0074
	MSE	±0.0114	±0.0128	±0.0226	±0.0039

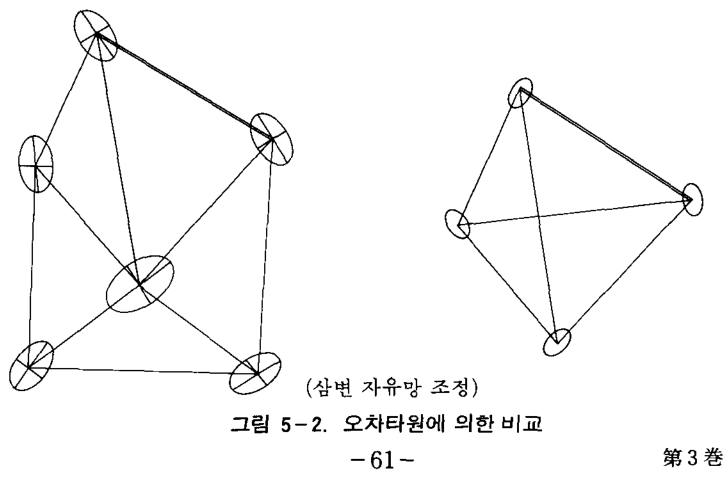
表 5-5. 오차타원요소 단위 : mm

망별	측점	σmax		σmin		Q	
		A	C	A	C	A	C
유심다변망	1		15. 7		7. 3		144° 03′ 28″
	3		14. 8		9. 0		167° 20′ 01″
	10	17. 1	15. 6	8. 8	7. 6	2° 46′ 53″	174° 14′ 14″
	14	19. 6	19. 2	7. 0	11. 4	1159° 04′ 49″	144° 00′ 32″
	15	24. 2	13. 8	11. 8	5. 6	9° 38′ 37″	31° 30′ 09″
	16	21. 9	13. 8	9. 1	9. 7	170° 19′ 00″	38° 14′ 45″
	MSE	24. 1	18. 2	10. 8	10. 2		
사변망	1		5. 3		5. 0		4° 58′ 24″
	3		5. 6		4. 9		36° 37′ 25″ ″
	10	12. 8	6. 5	11. 2	4. 9	139° 31′ 28″	162° 43′ 05″
	14	8. 1	5. 8	7. 6	4. 9	9° 15′ 02″	9° 46′ 18″
	MSE	15. 1	8. 7	13. 5	6. 9		

誤差楕圓의 要素를 利用하여 三邊調整에 있어서 自由網調整과 그點 固定方法을 図解的으로 비교하면 다음과 같다.



〈 2 점 교정에 의한 삼변망 조정〉



(삼변 자유망 조정)

그림 5-2. 오차타원에 의한 비교

Ⅵ. 結 論

本 硏究에서 從來의 網調整方法과 自由網調整方法을 比較分析한 結果 다음과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

1. 從來의 三邊調整에 比하여 自由網調整의 X, Y座標가 平均제곱근 誤差가 有心多邊網에서 35.6%, 四邊網에서 50.5%로 正確度가 向上되었다.

2. 自由網調整에 있어서 誤差楕圓의 要素 σmax과 σmin의 平均제곱근 誤差가 有心多邊網에서 σmax=24.5%, σmin=5.0% 四邊網에서 σmax=42.4%, σmin=49.0%가 2點固定網보다 各各 減少됨을 알 수 있었다.

3. 自由網 調整方法의 導入은 基準點의 水平位置決定에 있어서 相對的 誤差 消去에 기여될 것으로 사료된다.

參考文獻

1. W.Welsh,"Present State of Activities in the Field of control survey Networks," FIG XVI, International Congress, Montreux, Switzerland, 1981, pp. 501.3/6~9.
2. G. Zlatanov, "Adjustment of free Networks," FIG XVI, International Congress, Montreux, Switzerland, 1981, pp. 503. 1/1~9.
3. U. Rauhala, A Review of Array Algebra, ISP XIII, congress, Helsinki, 1976, pp. 36~40.
4. F. Moffitt, H. Bouchard, Surveying, 7th ed., 1982, pp. 75p~760. 759
5. 田島稔, 測量の自由網平均と 一般逆行列, 測量, 1981, 2月號, pp. 16~21. 3月號, pp. 27~37.
6. P. Richardus. Project Surveying, 2nd ed, A. A, Balkema, Rotterdam, Netherlands, 1984, p.260.7
7. 柳 福模, 測量學原論(I), 開文社, 1984, pp. 45~50.
8. T. Blachut, A. Chrzanowski, J. Saastamcinen, Urban Surveying and Mapping, Springer-Verlag, New York, 1979, pp. 57~69.
9. 朴 常進, "三角測量과 三邊測量에 의한 水平位置決定에 關한 比較硏究," 延世大 産業大學院, 1984, pp. 23~34.