

共線條件에 의한 地上收斂寫眞의
正確度解析에 관한 研究
A Study on the Analysis of Accuracy for Terrestrial
Convergent Photos by Collinearity Condition

姜 準 默* 金 忠 平**
Kang Joon-Mook Kim Chung-Pyeong
吳 元 鎮*** 李 鎮 德****
Oh Won-Jin Lee Jin-Dug

要 旨

本 研究는 直線 및 圓弧上에서 얻은 地上收斂寫眞의 space resection, space intersection을 共線條件에 의해 解析함으로써 그의 特性을 究明하고 最適收斂角의 범위를 提示하는 데 目的이 있다.

收斂角의 變化에 따른 正確度는 20° 미만에서는 오히려 直角水平寫眞보다 떨어지나 20° 이상 증가함에 따라 向上되어 90°의 收斂角에서 가장 현저한 向上을 나타낸다. 또한 圓弧上收斂寫眞이 直線上收斂寫眞에 비하여 현저히 向上된 正確度를 가져오므로 각종 施設物의 精密解析에 이의 活用이 期待된다.

ABSTRACT

This study analyzes space resection and space intersection for terrestrial convergent photos taken on the straight line and the circular line by collinearity condition.

The purpose is to investigate the properties of convergent case, and to suggest the optimum angle of convergence.

Accuracies at convergent angles less than 20° are lower than those in normal photos, but by changing from 20° to 90° the accuracy is improving with the highest at 90° convergence.

Also, convergent photos on circular line is far higher than those on straight line in accuracies of results, therefore it is expected to apply this results effectively for precise analysis of various facilities.

1. 序 論

本 論文은 地上寫眞에서 收斂攝影에 의한 正確度解析에 관한 研究로서 space resection을 함에 있어 共線條件(collinearity condition)을 適用

* 忠南大學校 工科大學 助教授
** 延世大學校 産業大學院
*** 忠南大學校 工科大學 助教
**** 忠南大學校 工科大學院

하여 다양한 convergent case의 觀測으로부터 3次元 位置解析에 따른 正確度を 해석함으로써 그의 特性을 규명하고 最適收斂角의 범위를 提示하는 데 目的이 있다.

1971年 Malhotra와 Karara는 干 0° ~干 30° 의 범위에서 수렴각증가로 精密度가 감소하고 干 30° ~干 50° 의 범위에서는 수렴각증가로 精密度가 증가함을 提示하였으며, 같은 해 Kenefick는 60° 이상의 收斂은 피하는 것이 바람직하다는 1966年 Karara의 理論에 對하여 最低收斂角을 60° 로 해야한다고 주장하였다.

1974年 Abdel-Aziz와 Karara는 收斂寫眞의 期待正確도에 관한 公式을 誘導하고 收斂角은 가능한 한 작게, 臨界角과는 먼 角을 선택함이 바람직하다는 結論을 내렸으며, 1980年 Brown은 收斂寫眞에 의해 포물선안테나를 觀測함으로써 收斂角 및 寫眞枚數와 正確度の 關係를 發表하였다.

이와같이 종래에 주로 適用되어 온 共面條件(coplanarity)은 一貫性없는 特性을 나타내므로 本 研究에서는 土木 施設物의 縮小模型을 被寫體로 선정하여 촬영거리 1.8m와 2.5m에서 收斂角을 10° 간격으로 120° 까지 變化시켜가면서 直線과 圓弧上에서 촬영을 실시하였으며 共線條件에 의해 이를 解析할 수 있도록 normal case의 解析알고리즘을 convergent case의 機何學的 特

性에 맞게 修正開發하여 space intersection을 解析하였다.

2. 收斂寫眞의 解析理論

2.1 收斂攝影의 機何學的 性質

2枚以上の 水平寫眞에서 카메라位置 및 光軸方向을 알면 被寫體의 3次元位置를 決定할 수 있다.

$$X_A = (LA) \cos \phi \quad (2-1)$$

$$Y_A = (LA) \sin \phi \quad (2-2)$$

여기서

$$LA = \frac{B \sin \phi'}{\sin \phi''}$$

$$\text{Elev. } A = \text{elev. } L + V_A \quad (2-3)$$

여기서

$$V_A = LA_h \tan \beta_a$$

또는

$$X_A = B - (L'A) \cos \psi \quad (2-4)$$

$$Y_A = (L'A) \sin \psi \quad (2-5)$$

여기서

$$L'A = \frac{B \sin \psi}{\sin \psi'}$$

$$\text{Elve. } A = \text{elve. } L' + V'_A \quad (2-6)$$

여기서

$$V'_A = L'A'_h \tan \beta'_a$$

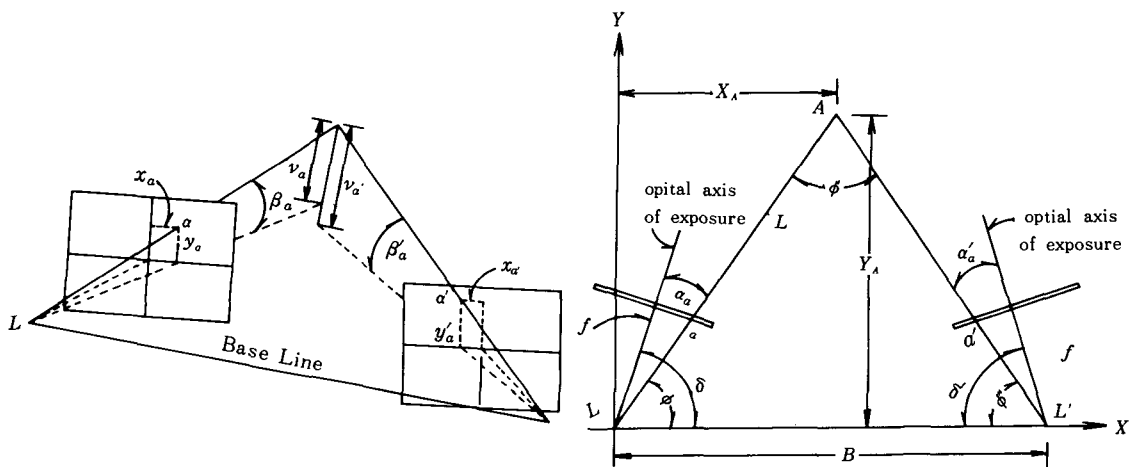


그림 2-1. 수렴촬영의 기하학적 원리

2.2 2次元座標의 補正 및 座標變換

標定點의 精確한 寫眞座標를 얻기 위해서는 本 研究의 基本理論인 共線條件을 방해하는 諸要因, 즉, comparator誤差, 放射方向의 렌즈收差, 主點 偏位 등에 대한 補正이 施行되어야 한다.

comparator는 그 자체의 고유오차를 내포하고 있으므로 檢定에 의해 알려진 6개의 補正常數를 통하여 精確한 機械座標로 變換시켜야 하며, 렌즈의 calibration data로부터 얻어진 렌즈收差補正係數(K)를 포함하는 多項式을 이용하여 렌즈의 放射方向收差를 補正한다.

本 研究에서는 렌즈의 放射方向收差를 補正함에 있어 각 標定點에 대한 두 방향의 角의 輕重率을 고려하였으며, Wild P31 camera의 主點 偏位인 x축으로 $2\mu m$, y축으로 $-2\mu m$ 에 대해서도 補正을 행하였다.

위의 단계를 거쳐 얻어진 機械座標를 精確한 寫眞座標로 變換하는 데는 兩軸方向으로 존재하는 서로 다른 양의 필름에 대한 수축, 팽창을 고려한 affine 變換을 適用함이 보다 理想的이므로 이를 적용하였다.

2.3. Bundle Adjustment by Collinearity Condition

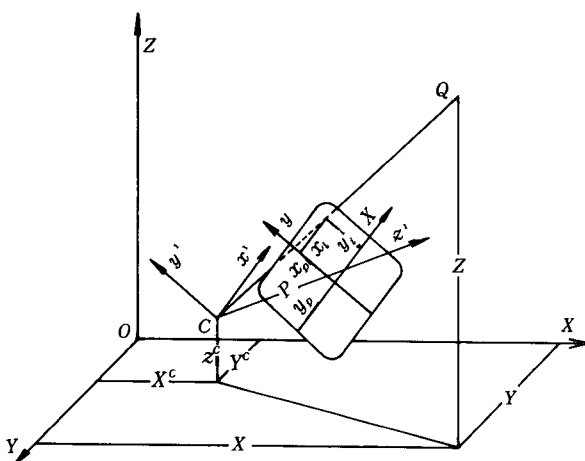


그림 2-2. 공선조건

모든 寫眞測定에 있어서 被寫體와 像사이의 投影關係는 모든 像들은 同一平面上에 있고 被寫體의 한 點, 그의 像, 投影中心은 同一直線상에 놓인다'는 共線條件의 基本假定으로부터 誘導된 한쌍의 方程式에 기초한다.

$$x = x_i - x_p = -c \frac{A(X - X^c) + B(Y - Y^c) + C(Z - Z^c)}{D(X - X^c) + E(Y - Y^c) + F(Z - Z^c)} \quad (2-7)$$

$$y = y_i - y_p = -c \frac{A'(X - X^c) + B'(Y - Y^c) + C'(Z - Z^c)}{D(X - X^c) + E(Y - Y^c) + F(Z - Z^c)} \quad (2-8)$$

여기서 X^c, Y^c, Z^c : 被寫體空間에서 投影中心의 位置

X, Y, Z : 被寫體空間에서 標定點의 位置

x_i, y_i : 標定點의 像座標

x_p, y_p, c : 像空間에서 投影中心의 位置

x, y : 標定點의 寫眞座標

$A, B, C, D, E, F, A', B', C',$: 回轉行列의 要素

식 2-7, 2-8은 9개의 未知數($\omega, \phi, \kappa, X^c, Y^c, Z^c, X, Y, Z$)를 포함하는 非線形으로서 이를 線形化하면 다음과 같다.

$$V_x = b_{11} dw + b_{12} d\phi + b_{13} dx - b_{14} dX^c - b_{15} dY^c - b_{16} dZ^c + b_{14} dX + b_{15} dY + b_{16} dZ + J \quad (2-9)$$

$$V_y = b_{21} dw + b_{22} d\phi + b_{23} dx - b_{24} dX^c - b_{25} dY^c - b_{26} dZ^c + b_{24} dX + b_{25} dY + b_{26} dZ + K \quad (2-10)$$

共線條件에 의하여 카메라회전 κ, ϕ, ω 와 露出點位置 X^c, Y^c, Z^c 의 space resection解를 구하기 위해서는 標定點중 적어도 세 점을 基準點으로 선정하여 계산하여야 한다.

space resection을 통하여 얻어진 6개의 外部 標定要素로부터 그림 2-3의 Flow Chart에 의하여 space intersection의 解를 구한다.

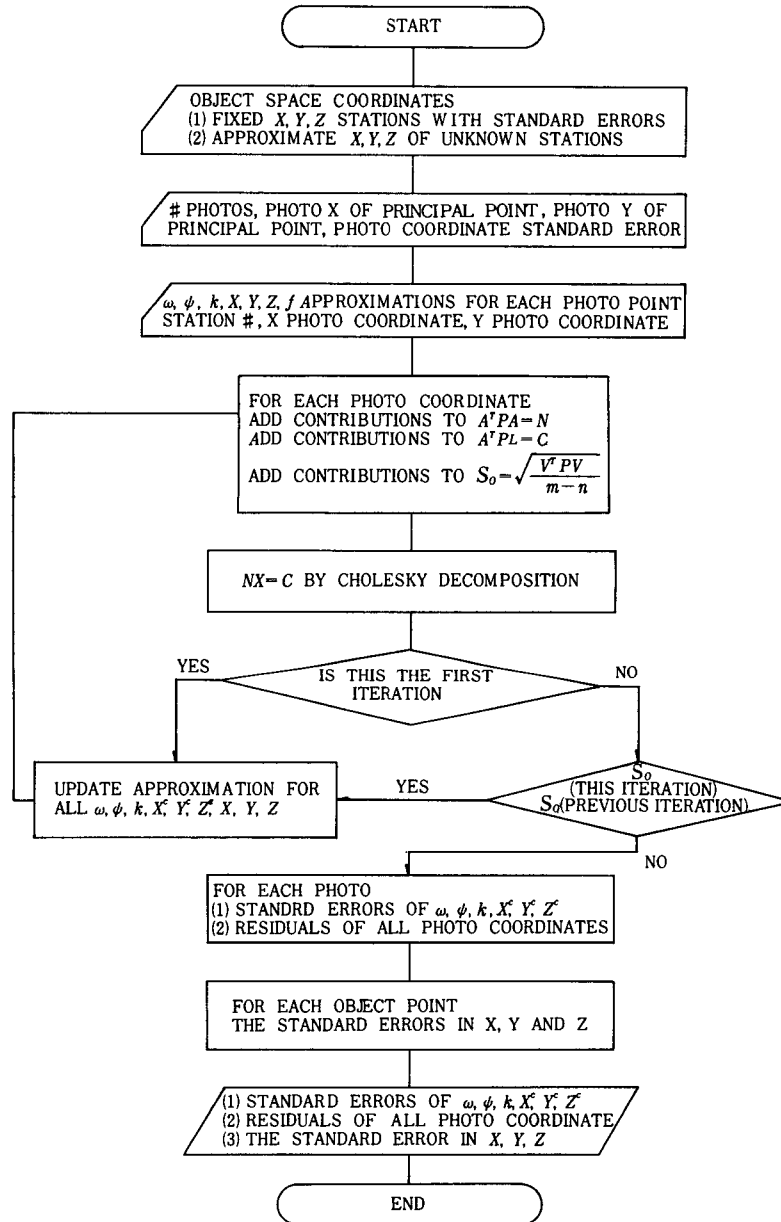


그림 2-3. 3차원좌표와 표준오차의 해석흐름도

3. 觀測 및 結果分析

3.1 觀 測

원목다리 (地方文化財) 의 縮小模型 (축척 1/50) 을 被寫體로 하여 Wild P31카메라로 室内 撮影을 행하였다.

基礎實驗을 통하여 標定點의 線의 굵기(0.2mm), 撮影距離, 收斂角 등을 결정하였고 아울러 照明 및 最適現像의 조건 등을 결정하였다. 標定點은 redundancy를 고려하여 21개를 설치하되, 거리에 따른 輕重率의 영향을 알아보기 위하여 중앙으로부터의 距離比가 1:2:3이 되도록 하였다.

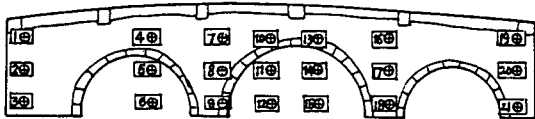


그림 3-1. 피사체 모형 및 표정점의 배치

基礎實驗에 의거한 最適撮影條件에 따라 그림 3-2의 配置로써 圓弧上收斂 및 直線上收斂撮影의 방법을 택하여 카메라 光軸이 被寫體의 central point를 향하도록 하여 本 撮影을 실시하였다. 이 때 收斂角 θ 는 대칭이 되는 두 露出點에 위치한 카메라 光軸이 교차하여 이루는 角이 된다.

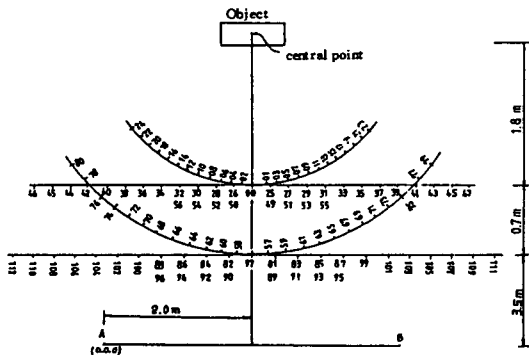


그림 3-2. 노출점의 위치 및 피사체 공간좌표계의 원점

直線上收斂撮影의 경우 收斂角이 증가함에 따라 object distance가 증가(object distance = $D \sec \theta/2$) 하기 때문에 렌즈의 depth of field를 벗어남으로 인해 標定點의 像이 흐려지는 문제에 대비하여 object distance에 따라 알맞는 링을 교환해 주었으며 최대의 depth of field를 얻을 수 있도록 f-stop을 22까지 높였다.

또한 각 標定點의 3次元位置 (X, Y, Z) 및 112個의 露出點位置 (X', Y', Z')에 대한 初期값을 결정하기 위하여 被寫體로부터 6m되는 지점에 4m의 基線을 대칭이 되게 설치하고 左側地點의 theodolite 십자선 중심을 (0, 0, 0)로 하여 三角測量을 실시하였다.

機械座標는 Kern MK2 - mono comparator에 의해 얻었으며 이를 bundle adjustment로써 標定點의 3次元位置 및 標準誤차를 구하였다.

3.2 結果分析

本 研究에서 3次元座標의 標準誤차는 21個의 標定點 중 convergent case임을 고려하여 중앙에서 좌우대칭인 15개의 標定點만을 선택, 基準點으로 이용한 세점을 제외시킨 12개점의 平均값으로 分析하였고, 幾何學的 標準誤차와 實際實驗에 의한 標準誤차를 $S = S_0 \sqrt{Q_{xi xi}}$ 에 의해 解析하였다.

標定點의 3次元座標에 대한 幾何學的 正確度는 $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ 로 表現하고, 幾何學的 標準誤차는 SX_0, SY_0, SZ_0 로, 實驗에 의한 標準誤차는 SX, SY, SZ 로 각각 表現하기로 한다.

그림 3-3, 3-4, 3-5, 3-6에서 收斂角이 20° 미만일 때 標準誤차가 매우 불규칙하게 나타나는 것으로 보아 Karara나 Brown의 研究結果에서처럼 不適當한 收斂角 20° 以上에서 標準誤차의 분포를 보면, 그림 3-3에서 收斂角이 20° 에서 90° 까지 증가함에 따라 SY_0 는 77%의 현저한 감소를 보이며 $60\mu m$ 정도까지 떨어지고 있으며, SZ_0 는 $45\mu m \sim 50\mu m$ 선에서 거의 일정한 수준을 유지하고 있는 반면, SX_0 는 27% 증가하여 收斂角 90° 에서 SY_0 와 일치하고 있다. SY, SY, SZ 는 SX_0, SY_0, SZ_0 보다 약간 높은 분포를 보이면서 이에 거의 접근하고 있다.

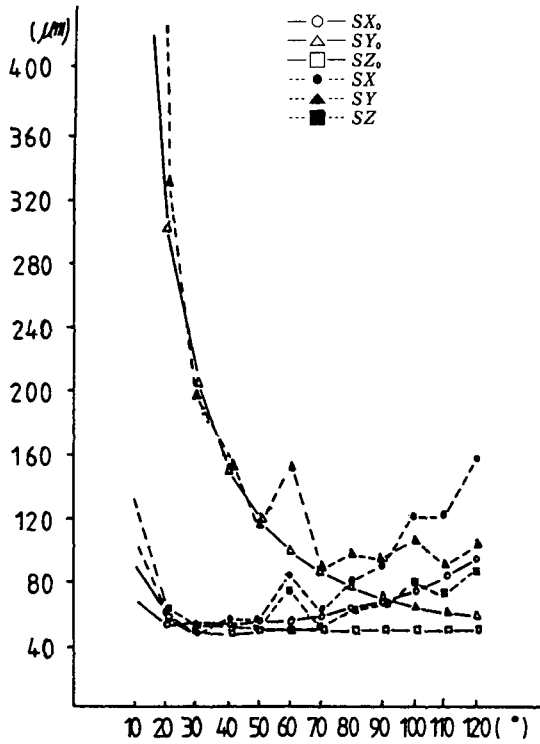


그림 3-3. 원호상수렴촬영에서의 표준오차 (1.8 m)

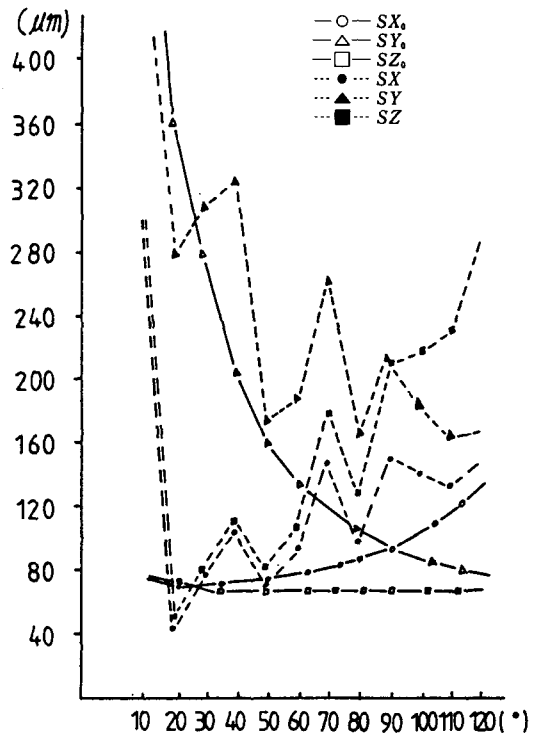


그림 3-5. 원호상 수렴촬영에서의 표준오차 (2.5 m)

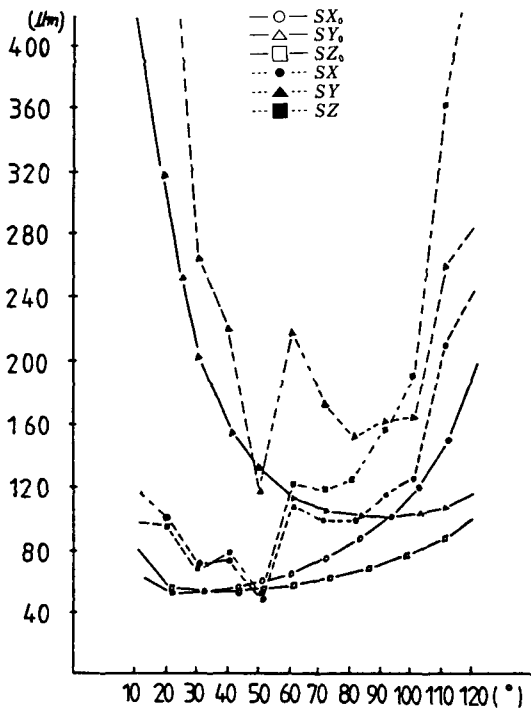


그림 3-4. 직선 수렴촬영에서의 표준오차 (1.8 m)

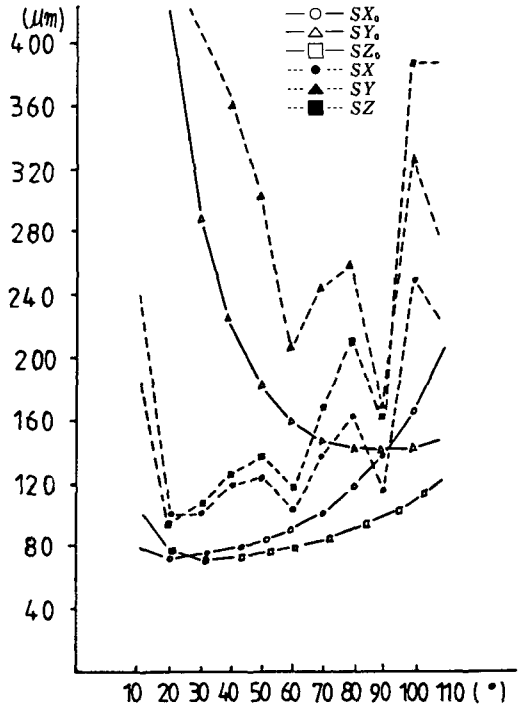


그림 3-6. 직선상 수렴촬영에서의 표준오차 (2.5 m)

그림 3-4의 直線上收斂攝影인 경우 收斂角이 70° 로 변화함에 따라 SY_0 는 66% 현저히 감소하여 $100\mu m$ 까지 떨어지고 있는 반면, SX_0 , SZ_0 는 각각 37%, 3%의 증가를 보이고 있으며 SX , SY , SZ 역시 幾何學的인 값에 접근하는 유

사한 분포를 보이고 있다. 또한 그림 3-5, 3-6은 그림 3-3, 3-4와 각각 비슷한 양상이며, 이와 같은 收斂寫眞으로 施設物解析上 중요한 意味를 지니는 Y方向에 있어서 특히 향상된 結果를 가져올 수 있음을 알 수 있다.

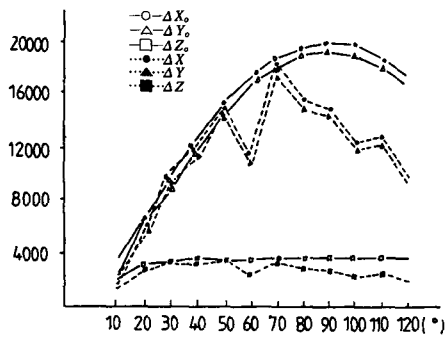


그림 3-7. 원호상 수렴촬영의 경우 정확도 (1.8 m)

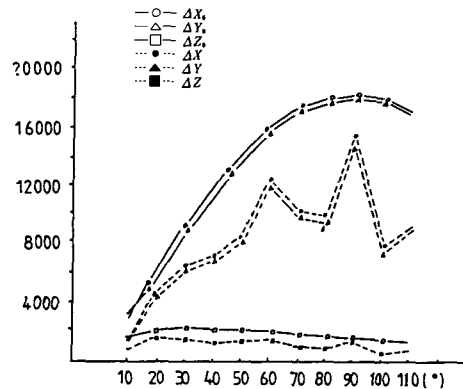


그림 3-10. 직선상 수렴촬영의 경우 정확도 (2.5 m)

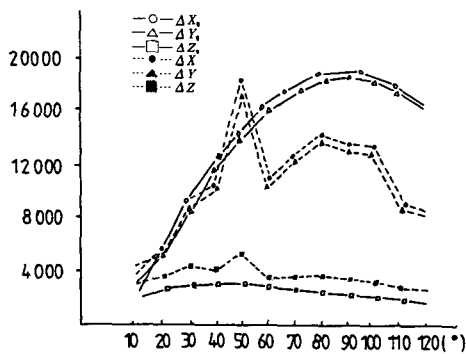


그림 3-8. 직선상 수렴촬영의 경우 정확도 (1.8 m)

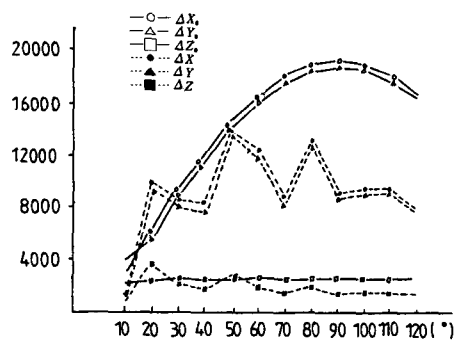


그림 3-9. 원호상 수렴 촬영의 경우 정확도 (2.5 m)

그림 3-7에서 收斂角의 變化에 따른 ΔX_0 와 ΔY_0 는 90° 에서 그 頂點을 이루며 10° 인 경우에 비하여 ΔX_0 는 8배, ΔY_0 는 7배로 向上되는 반면, ΔZ_0 는 收斂角의 영향과 거의 無關함을 보이고 있다. ΔX , ΔY , ΔZ 또한 幾何學的의 正確度에 미치지 않는으나, 거의 一貫性있는 분포를 나타내고 있어 本 實驗의 높은 신뢰도를 입증해 주고 있다. 특히 收斂角 60° 에서 ΔX 와 ΔY 가 갑자기 떨어지는 것은 攝影誤差, 또는 機械座標의 觀測誤差에 그 原因이 있는 것으로 思料된다. 그림 3-8, 3-9, 3-10도 그림 3-7와 유사한 양상이며, 以上の 收斂角과 正確度의 관계에서 收斂角의 變化는 X, Y의 正確度에 현저한 향상을 가져다주며 是適收斂角은 $80^\circ \sim 100^\circ$ 임을 알 수 있다.

그림 3-11에서 實驗에 의한 誤差는 直線上收斂攝影의 경우 다소 불규칙한 분포를 보이는 반면, 圓弧上收斂攝影의 경우 誤差의 變化가 균일하며 幾何學的인 값에 더욱 접근되고 있음을 알 수 있다. 이는 收斂角이 증가함에 따라 圓弧上收斂攝影은 object distance가 일정한데 비해 直線上收斂攝影은 object distance가 점차 멀

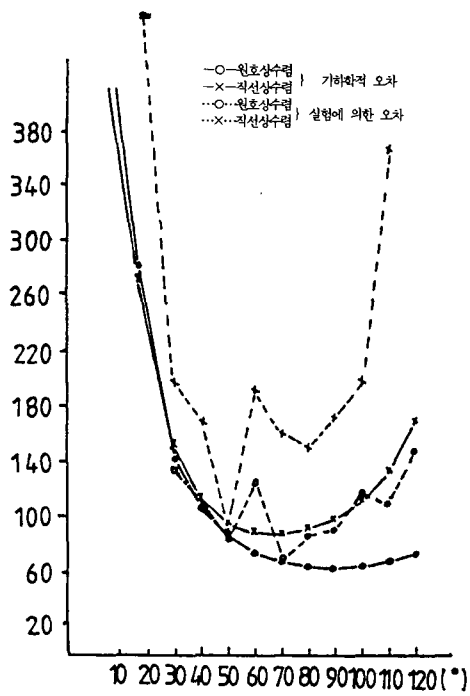


그림 3-11. 표준오차의 산술평균 (1.8m)

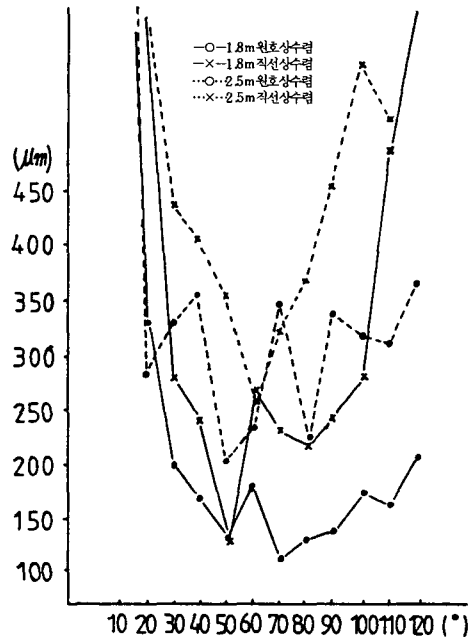


그림 3-13. 실험에 의한 3차원 위치 오차

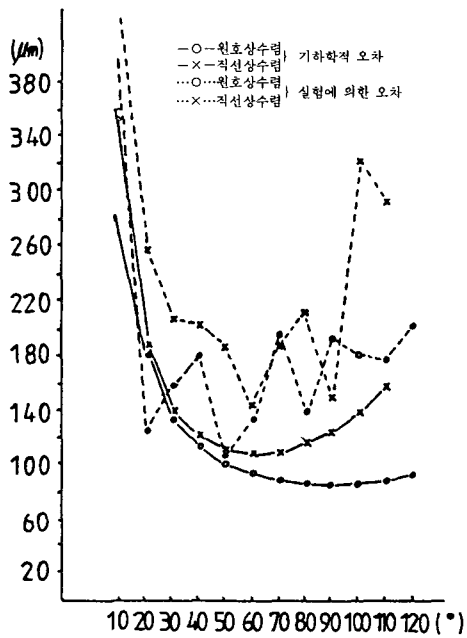


그림 3-12. 표준오차의 산술평균 (2.5m)

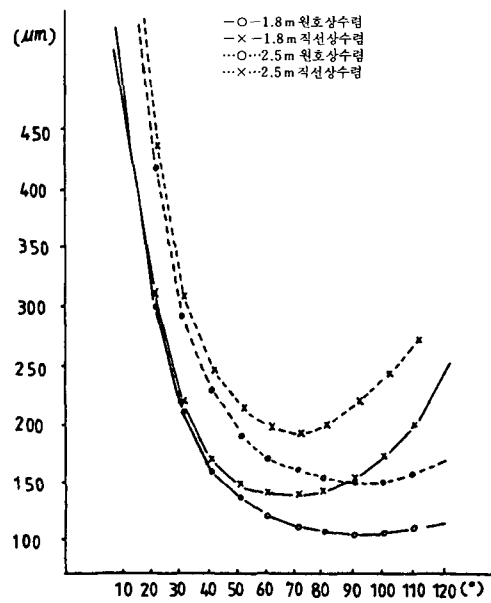


그림 3-14. 기하학적 3차원 위치 오차

어지는데다 이에 따른 焦點距離가 정확히 맞지 않음에 기인된 誤差로 생각된다. 그림 3-12는 그림 3-11보다 object distance가 멀어짐에 따라 전반적으로 약간 높아진 誤差 분포를 나타낸다.

그림 3-13에서 實驗에 의한 3次元位置 誤差는 2.5m直線上 收斂攝影이 가장 크고 1.8m圓弧上 收斂攝影인 경우가 가장 작는데, 이를 그림 3-14의 幾何學的 位置 誤差로 고찰해보면, 直線上收斂에 비해 圓弧上收斂攝影이 더 낮은 분포를 보이는데, 直線上收斂攝影의 경우 70°에서, 圓弧上收斂攝影의 경우 90°에서 가장 낮은 분포를 보이고 있다. 또한 각 경우 모두 收斂角 10°인 경우에 비하여 70°, 또는 90°에서의 3次元 位置誤差는 80%내외의 감소를 보이고 있다.

4. 結 論

共線條件에 의한 2枚의 收斂寫眞에 대하여 正確도를 比較分析한 결과, 다음의 結論을 얻었다.

1. 收斂角이 10°에서 90°로 증가함에 따라 Z의 正確도가 거의 일정한 반면, X, Y의 正確도는 6배 이상 向上되었다. 따라서 收斂角은 X, Y의 正確도에 현저한 영향을 미친다.

2. 直線上收斂寫眞은 70°의 收斂에서, 圓弧上收斂寫眞은 90°의 收斂에서 3次元位置誤차가

最低이므로 直線上收斂攝影에서 最適收斂 角의 범위는 60°~80°이고 圓弧上收斂攝影의 경우는 80°~100°이다.

3. 直角水平寫眞에 비하여 收斂寫眞이 현저한 精度向上을 가져오므로 精密測定을 要하는 施設物의 3次元位置 解析은 물론, 局部的인 精密解析에 그 效用성이 期待된다.

參考文獻

1. Y. I. Abdel - Aziz, "Expected Accuracy of convergent photos," photogrammetric Engineering, 1974, pp. 1341~1346.
2. 姜準默, 柳福模, "多重 近距離寫眞測定에 의한 被寫體의 3次元 精密解析에 관한 研究", 大韓土木學會 論文集, vol. 5, No. 2, 1985, pp. 109~120.
3. A. S. P., "Manual of photogrammetry," 4th ed., 1980, pp. 827~830.
4. Kang Joon-Mook, R. J. Hintz, "An Analysis of the Effect of Varing Camera Position on the Accuracies Attainable by Non-Convergent Close-range photogrammetry," A. S. P., 51 st Technical papers, 1985, pp. 55~61.
5. Brown, Duane C., "Application of Close-Range Photogrammetry to Measurements of Structures in Orbit", G. S.I., 1980.
6. Wolf, P. R., Elements of photogrammetry, McGraw-Hill, 2nd ed., 1983, pp. 559~614
7. Y. I. Abdel-Aziz, H. M. Karara, "Photogrammetric Potentials of Non-Metric cameras" Civil Engineering Studies, Photogrammetry series, No 36, University of Illinois at Urbana Champaign, 1973.