# 寫眞測定을 위한 카메라의 解析的檢定모델 開發

# Development of Analytical Calibration Model of Camera in Photogrammetry

朴 雲 龍* 李 龍 熙**
Park Woon-Yong Lee Yong-Hee
孫 德 在***
Sohn Duk-Jae

## 要 旨

本 硏究는 寫眞에 포함한 定誤差를 제거하기 위한 카메라의 解析的 檢定모델을 開發하고, 그 效用性 및 問題點을 제시하는데 목적을 두고 있으며 이를 위해 地上測定用 카메라를 이용한 近距離 寫眞 測量에서의 렌즈왜곡수차를 分析하였다. 얻어진 絶對座度로 부터, $K_1$항만을 포함하는 檢定모델이 測定用 카메라에 효과적임을 알수 있었으며, 測定用 카메라에서도 필름변형에 대해 補正해야 함을 알 수 있었다.

## ABSTRACT

The purpose of this paper is to develope the analytical calibration model and to present its efficiency and problems for elimination of systematic errors. For this purpose, lens distortion in close-range photogrammetry is analized. From the obtained accuracy of object space coordinates, it is found that the calibration model included only $K_1$ term is effective for metric camera, and film deformation has to be considered not only in non-metric camera but also in metric camera.

## 1. 序 論

寫眞測定은 카메라로 촬영하여 얻어진 사진상에서의 대상물을 관측하기 때문에, 사진은 解像力이 높아야 함은 물론이며 또한 中心投影 조건이 만족되어야 한다. 그러나 상의 위치는 일반적으로 카메라 렌즈제작상의 문제에 의해 数學的 中心投影과는 歪曲되어 사진에 나타나며, 이와같은 変位를 사진측량에서는 카메라 檢定 모델에 의해 보정하고 있다.[1]

카메라의 해석적 검정모델은 사진좌표와 기준좌표와의 共線條件式에 定誤差 보정항을 포함시켜 좌표조정하는 자체검정방법으로서, 사진좌표의 정오차제거에 있어서 직접적인 접근방법이다.[2]

*東亞大學校 工科大學 副敎授
**東亞大學校 工科大學院 博士課程
***延世大學校 工科大學院 博士課程

사진에 포함되는 定誤差의 원인으로는 렌즈歪曲收差, 필름 변형 및 大氣屈折 등이 있으며, 사용카메라 및 촬영시기에 따라 정오차의 크기는 달라지게 된다. 따라서 카메라의 解析的 檢定모델의 선택은 사진측량의 결과값에 큰 영향을 미치게 된다.

本 硏究에서는 카메라의 해석적 검정모델을 開發하고 그 效用性 및 問題點을 제시하는데 목적을 두고 있으며, 이를 위해 地上 測定用 카메라를 이용한 近距離 寫眞 測量에서의 렌즈왜곡수차를 분석하였다.

본 연구에서 이용된 지상측정용카메라는 Wild P31과 P32이며, 각 카메라의 焦點距離는 99.57㎜와 64.20㎜이다. P31으로는 촬영거리 1.4m, 2.0m, 3.7m에서 基線길이를 각각 0.3m, 0.5m, 0.8m로 하여 촬영하였으며, P32는 촬영거리 3.7m, 기선길이 0.8m에서 촬영되었다. P31 촬영시 主點距離를 맞추기 위해 촬영거리 1.4m에서는 1.4m링을, 2.0m에서는 1.8m링을, 그리고 3.7m에서는 4.0m 링으로 교환하여 사용하였으며, 적정노출과 심도를 고려하였다.

標定點은 기선방향으로 40㎝, 높이 방향으로 20㎝, 촬영거리 방향으로 약 24㎝의 간격으로 三次元空間上에 배치하여 사진전체에 표정점이 대칭형으로 나타나도록 하였다. 각 표정점은 Wild T2에 의해 三角水準測量 방법으로 절대좌표를 결정하였고, 촬영된 필름은 즉시 현상하여 Kern MK2에 의해 像座標를 관측하였으며, Affine 변환으로 寫眞座標를 얻었다.

## 2. 近距離寫眞測量에서의 共線條件式

사진의 露出點과 사진상의 標定點 그리고 이에 대응하는 대상물의 基準點이 일직선상에 놓여야 하는 共線條件을 이용하여 사진측정의 座標關係式을 나타내면 다음 식과 같다.[1) 3)]

$$\begin{bmatrix} x-x_o \\ y-y_o \\ -c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ -c \end{bmatrix} = SR \begin{bmatrix} X-X_o \\ Z-Z_o \\ Y-Y_o \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

여기에서 $x, y$는 상좌표, $x_o, y_o$는 주점의 상좌표, $c$는 초점거리$x_p, y_p$는 사진좌표, $S$는 축척계수, $R$은 회전행렬, $X, Y, Z$는 기준점의 절대좌표, $X_o, Y_o, Z_o$는 노출점의 절대좌표이다.

寫眞座標系의 회전상태를 나타내는 回転行例 $R$이 $m_{11}, m_{12}, \cdots, m_{33}$의 요소로 구성된다면 (2-1)식은 다음식으로 다시 나타낼 수 있다.

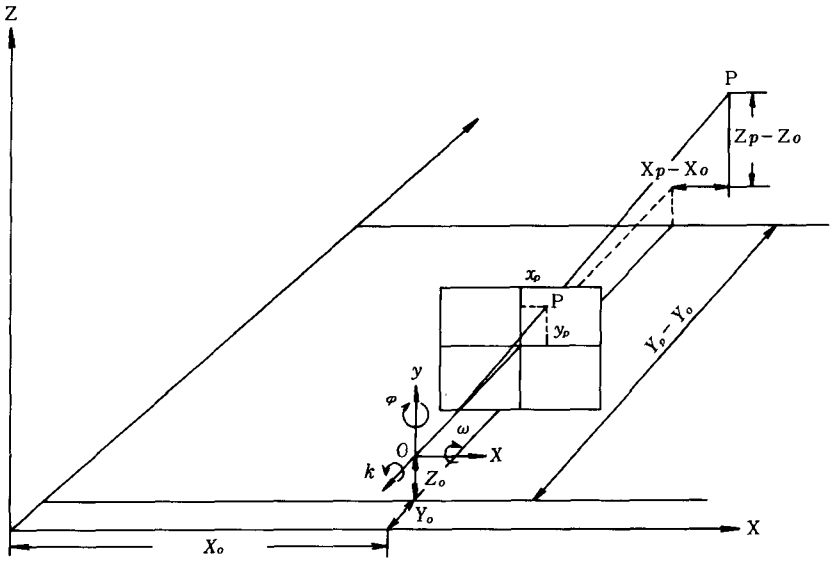



그림 2-1. 근거리 사진측량 좌표계

$$x_p = -c\frac{m_{11}(X-X_0)+m_{12}(Z-Z_0)+}{m_{31}(X-X_0)+m_{32}(Z-Z_0)+}$$
$$\frac{m_{13}(Y-Y_0)}{m_{33}(Y-Y_0)} \quad \cdots(2-2)$$

$$y_p = -c\frac{m_{21}(X-X_0)+m_{22}(Z-Z_0)+}{m_{31}(X-X_0)+m_{32}(Z-Z_0)+}$$
$$\frac{m_{23}(Y-Y_0)}{m_{33}(Y-Y_0)}$$

그러나 (2-1)식과 (2-2)식의 등식관계는 定誤差에 의해 발생하는 사진상의 変位에 의해 만족되지 못하게 된다. 따라서 이를 정오차를 $x$, $y$ 성분에 대한 보정항 $\Delta x, \Delta y$를 共線條件에 포함시켜 다음식(2-3)과 같이 해석적 검정모델을 포함한 공선조건식에 의해 근거리 사진측량의 座標調整을 해야 한다.[4]

$$x_p+\Delta x = -c\frac{m_{11}(X-X_0)+m_{12}(Z-Z_0)+}{m_{31}(X-X_0)+m_{32}(Z-Z_0)+}$$
$$\frac{m_{13}(Y-Y_0)}{m_{31}(X-X_0)} \quad \cdots(2-3)$$

$$y_p+\Delta y = -c\frac{m_{21}(X-X_0)+m_{22}(Z-Z_0)+}{m_{31}(X-X_0)+m_{32}(Z-Z_0)+}$$
$$\frac{m_{23}(Y-Y_0)}{m_{33}(Y-Y_0)}$$

補正項 $\Delta x, \Delta y$는 공선조건식에 포함되어 계산되므로 解析的檢定모델의 信賴性은 매우 중요하며, 검정모델에 고려할 定誤差要素로서는 렌즈왜곡수차와 필름변형 및 大氣屈折에 의한 영향 등이 있으나, 측정용 카메라에 의한 근사거리사진 측량에서는 렌즈歪曲收差가 사진좌표의 正確度를 제한하는 주된 문제점으로 되고 있다.

## 3. 렌즈歪曲收差

렌즈歪曲收差는 대칭렌즈왜곡수차와 비대칭렌즈왜곡수차로 나누어지며, 光軸이 렌즈의 中心과 정확히 일치하는 렌즈에서는 대칭렌즈왜곡수차만 발생하지만 렌즈의 제작 및 합성과정에서 각 렌즈의 중심이 偏心 되므로써 비대칭렌즈왜곡수차도 발생한다.[1]

### 1) 對稱렌즈 歪曲收差

對稱렌즈 歪曲收差 $\Delta r$은 렌즈의 중심으로부터 放射상으로 발생하므로, 다음 다항식과 같은 放射距離$r$의 함수로 나타내어진다.[1,3]

$$\Delta r = K_1 r^3 + K_2 r^5 + K_3 r^7 + \cdots + Kn r^{2n+1} \quad (3-1)$$

여기에서 $r=\sqrt{x_p^2+y_p^2}$ 이며, $K_1$, $K_2$, $K_3$, …, $K_n$은 대칭렌즈왜곡수차항의 계수, $n$ 은 다항식의 항수이다.

따라서 寫眞座標 $x_p$, $y_p$에 대한 대칭렌즈 왜곡수차성분 $\Delta x_r$, $\Delta y_r$은 다음식(3-2)와 같다.

$$\Delta x^r = \frac{x}{r}\Delta r = K_1 x r^2 + K_2 x r^4 + K_3 x r^6 + \cdots \quad (3-2)$$

$$\Delta y^r = \frac{y}{r}\Delta r = K_1 y r^2 + K_2 y r^4 + K_3 y r^6 + \cdots$$

Brown은 대칭렌즈왜곡수차가 렌즈에서 대상물까지의 撮影距雄에 따라 변화한다고 발표하였으며, 主點距雄変化에 따른 대상물까지의 거리 $S$에서의 대칭렌즈왜곡수차 $\Delta r_s$는 다음과 같다.[5,9]

$$\Delta r_S = K_{1S} r^3 + K_{2S} r^5 + K_{3S} r^7 + \cdots \quad (3-3)$$

여기에서 $K_{1S}$, $K_{2S}$, $K_{3S}$는 초점거리, 대상물까지의 거리($S$), 및 촬영거리 $S_1$, $S_2$에서의 대칭렌즈왜곡수차계수의 함수이다.

식(3-1)과 식(3-3)은 동일한 형태임을 알수 있으며, 따라서 일반적으로 대칭렌즈 왜곡수차의 補正모델로서 식(3-2)를 사용할 수 있다.

### 2) 非對稱렌즈 歪曲收差

非對稱렌즈 歪曲收差는 放射方向렌즈 왜곡수차와 接線方向렌즈왜곡수차의 합성으로 나타낼 수 있으며, Conrady모델에 의한 非對稱렌즈歪曲差의 補正式 $\Delta x_t$, $\Delta y_t$는 다음과 같다.[7]

$$\Delta x^t = P_1(r^2+2x^2) + 2P_2xy$$
$$\Delta y_t = 2P_1xy + P_2(r^2+2y^2) \quad (3-4)$$

여기에서 $P_1=-\frac{P}{r^2}sin\phi$, $P_2=\frac{P}{r^2}con\phi$이며, $P$는 비대칭렌즈왜곡수차의 크기이고 $\phi$는 최대편심방향각이다.

## 4. 結果값 分析

대칭렌즈왜곡수차만을 檢定 모델로서 보정한 결과는 다음 표4-1과 같으며, 표 4-1은 대칭

표 4-1. 대칭렌즈왜곡수차를 보정한 절대좌표의 정확도

(단위 : mm)

| 검정모델의 보정항 | 카메라 / 촬영거리 / 오차 | P31 | | | | | | | | | P32 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1.4m | | | 2.0m | | | 3.7m | | | 3.7m | | |
| | | $\delta_x$ | $\delta_y$ | $\delta_z$ | $\delta_x$ | $\delta_y$ | $\delta_z$ | $\delta_x$ | $\delta_y$ | $\delta_z$ | $\delta_x$ | $\delta_y$ | $\delta_z$ |
| $K_1$ | | 0.0 | 0.2 | 0.0 | 0.3 | 1.1 | 0.3 | 0.3 | 1.3 | 0.2 | 1.0 | 5.3 | 0.4 |
| $K_1$, $K_2$ | | 0.1 | 0.3 | 0.1 | 0.3 | 1.2 | 0.3 | 0.3 | 1.4 | 0.2 | 1.0 | 5.5 | 0.5 |
| $K_1$, $K_2$, $K_3$ | | 0.2 | 0.6 | 0.1 | 0.3 | 1.2 | 0.3 | 0.5 | 1.9 | 0.3 | 1.0 | 5.1 | 0.6 |
| $K_1$, $K_2$, $K_3$, $K_4$ | | 0.1 | 0.4 | 0.1 | 0.4 | 1.4 | 0.4 | 0.3 | 1.8 | 0.3 | 1.1 | 5.7 | 0.6 |

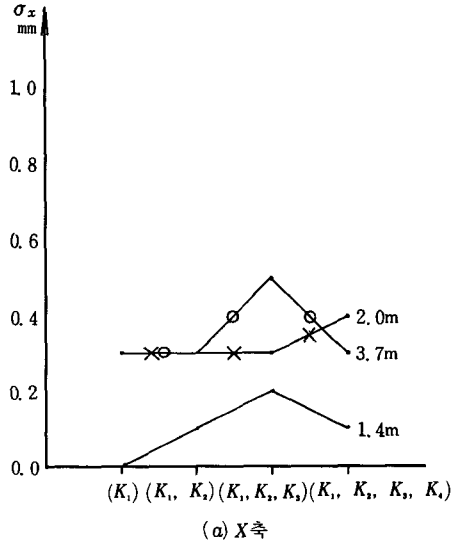
렌즈왜곡수차의 次数別組合에 따른 絶對座標의 正確度를 나타낸다.

Bujakiewicz[6]는 航空寫眞을 이용한 實驗結果, 대칭렌즈왜곡수차를 10次項까지 고려해야 한다고 발표하였으나, 본 연구결과 표 4-1 과 같이 근거리사진측량에서는 고차항의 사용이 正確度 向上에 불리함을 알 수 있었으며, Wlid P31은 $K_1$항만 보정한 결과가 가장 좋았으며, P32는 $K_3$ 항까지 고려한 경우가 좋았다.

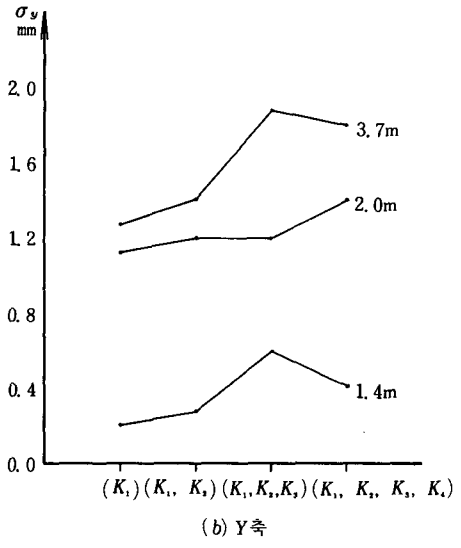
P31과 P32에서 나타난 絶對座標의 誤差를 비교하면 P32가 P31에 비해 상대적으로 크게 발생하였으나, 이 결과는 P32가 精密度면에서 P31에 크게 뒤진다고 보기에는 실험이 불충분한 것이며, 다음의 두가지 측면을 고려할 수 있다. 첫째는 P32에서는 roll film을 사용하였기 때문에 필름變形에 의한 誤差가 크게 포함되었을 것이라는 것과, 둘째로는 사진의 像座標觀測에서 관측오차가 크게 발생된 標定點이 계산에 포함 되었을 가능성이 있다. 따라서 이 두가지 중 어는 것에 의해 오차가 크게 발생했는가 또는 P32가 P31에 비해 크게 精密度가 떨어지는가 하는 것은 앞으로 더 연구가 되어야 하리라고 본다.

그림 4-1의 a, b, c는 표4-1의 X, Y, Z 축 방향의 正確度를 각각 나타낸 것으로, 촬영거리 방향인 Y축의 정확도는 撮影距離가 변함에 따라 X와 Z축에 비해 크게 변화함을 알 수 있다.

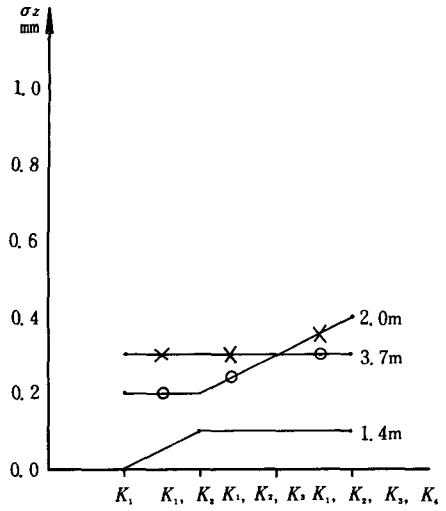
또한 X축과 Z축 방향 즉, 사진면에 대응하는 垂直平面方向의 오차크기는 X축과 Z축의 오차가 거의 비슷하므로, 사진측량에서의 絶對座標 誤差는 Y축 오차가 지배하며 따라서 Y축의 誤差要素를 제거할 필요가 있다.




(a) X축




(b) Y축

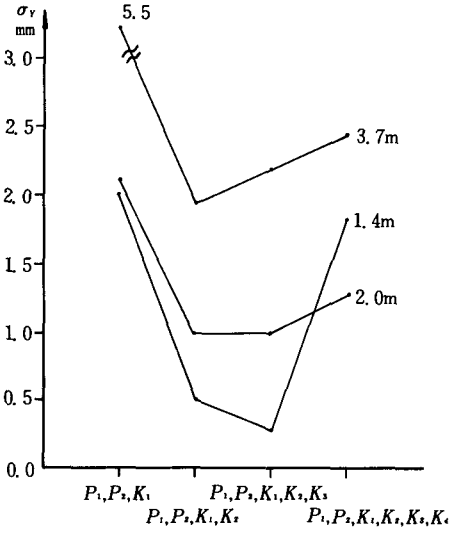



(c) Z축

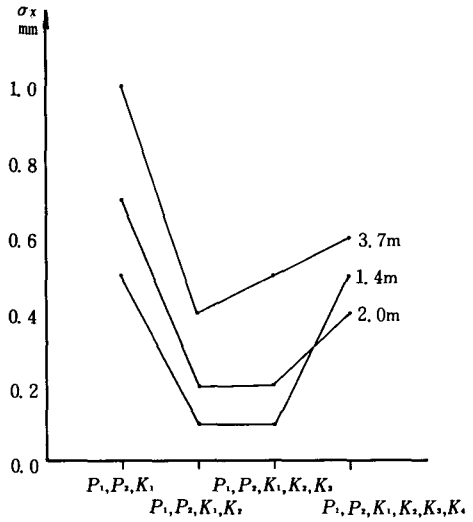
**그림 4-1. 대칭렌즈왜곡수차를 보정한 절대좌표 오차**

표 4-2는 非對稱렌즈 歪曲收差를 보정하기 위한 Conrady모델에 대칭렌즈왜곡수차의 補正項을 차수별로 조합하여 檢定모델로 사용한 결과, 얻어진 절대좌표의 정확도를 나타내고 있다.

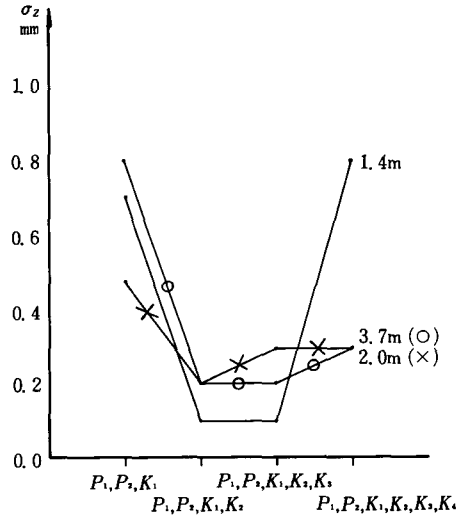
표 4-2에서 ($P_1$, $P_2$, $K_1$, $K_2$)조합은 P31의촬영거리 2.0m와 3.7m에서 다른 모델보다 우수하였으며, ($P_1$, $P_2$, $K_1$, $K_2$, $K_3$)조합은 P31의 촬영거리 1.4m와 P32카메라의 경우 우수하였다. 그러나 補正項縮小에 따른 계산시간의 절약과 正確度向上을 비교하여 고려한다면, 표 4-2의 결과와 같은 絶對座標 正確度의 차이로 볼때 ($P_1$




(b) Y축




(a) X축




(c) Z축

**그림 4-2. 대칭 및 비대칭렌즈왜곡수차를 보정한 절대좌표오차**

表 4-2. 대칭 및 비대칭렌즈왜곡수차를 보정한 절대좌표의 정확도

(단위 : mm)

| 카메라 / 검정모델의 보정항 \ 촬영거리 / 오차 | P31 | | | | | | | | | P32 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1.4m | | | 2.0m | | | 3.7m | | | 3.7m | | |
| | $\delta_X$ | $\delta_Y$ | $\delta_Z$ | $\delta_X$ | $\delta_Y$ | $\delta_Z$ | $\delta_X$ | $\delta_Y$ | $\delta_Z$ | $\delta_X$ | $\delta_Y$ | $\delta_Z$ |
| $P_1$, $P_2$, $K_1$ | 0.5 | 2.0 | 0.7 | 0.7 | 2.1 | 0.5 | 1.0 | 5.5 | 0.8 | 4.4 | 22.9 | 1.3 |
| $P_1$, $P_2$, $K_1$, $K_2$ | 0.1 | 0.5 | 0.1 | 0.2 | 1.0 | 0.2 | 0.4 | 1.9 | 0.2 | 0.8 | 4.2 | 0.4 |
| $P_1$, $P_2$, $K_1$, $K_2$, $K_3$ | 0.1 | 0.3 | 0.1 | 0.2 | 1.0 | 0.3 | 0.5 | 2.1 | 0.2 | 0.8 | 4.1 | 0.5 |
| $P_1$, $P_2$, $K_1$, $K_2$, $K_3$, $K_4$ | 0.5 | 1.8 | 0.8 | 0.4 | 1.3 | 0.3 | 0.6 | 2.4 | 0.3 | 0.8 | 4.1 | 0.5 |

$P_2$, $K_1$, $K_2$)를 조합한 검정모델이 효과적인 모델이라고 할 수 있다.

그림 4-2의 $a$, $b$, $c$는 표 4-2의 결과를 座標軸별로 도식화 한 것이며, 그림 4-1의 경우와 같이 $Y$축이 다른축에 비해 큰 誤差를 나타냄을 알 수 있다.

표 4-1과 표 4-2에서 효과적인 檢定 모델에 대한 位置誤差를 촬영거리에 따라 분석하기 위해 P31에 의해 얻어진 결과값을 나타내면 표 4-3과 같다.

표 4-3에서 $\sigma_{XZ}$는 사진평면에 대응하는 수직면상에서의 絶對座標誤差이며, $\sigma_Y$는 撮影距離方向의 誤差, $\sigma_{XYZ}$는 공간벡타 개념의 位置誤差를 나타낸다.

표 4-3에서 모든 撮影距離에서 가장 효과적인 檢定모델은 $K_1$계수항 만을 포함하는 모델로 판단되며, 이 검정모델을 사용하였을 때 얻어진 絶對座標의 位置誤差는 1.4m에서 0.2mm, , 2.0m에서 1.2mm, 3.7m에서 1.4mm이었다. 절대좌표의 위치오차는 撮影距離가 멀어짐에 따라 크게 발생하였으며, 2m이상 촬영거리에서의 位置誤差를 1mm이내로 들어오게 하기 위한 誤差 모델 開發 및 像座標觀測誤差의 제거방법은 앞으로의 硏究課題가 되고 있다.

$K_1$계수항만에 의한 검정모델을 사용하여 絶對座標를 계산할 때, 환산된 $K_1$ 계수값에 의해 각 촬영거리에서의 對稱렌즈歪曲收差曲線을 나타내면 그림 4-3과 같다.

表 4-3. P31 카메라에 의한 촬영거리별 위치오차

(단위 : mm)

| 검정모델의 보정항 \ 오차 / 촬영거리 | $\sigma_{XZ}$* | | | $\sigma_Y$ | | | $\sigma_{XYZ}$** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1.4m | 2.0m | 3.7 m | 1.4m | 2.0m | 3.7m | 1.4m | 2.0m | 3.7m |
| $K_1$ | 0.0 | 0.4 | 0.4 | 0.2 | 1.1 | 1.3 | 0.2 | 1.2 | 1.4 |
| $K_1$, $K_2$ | 0.1 | 0.4 | 0.4 | 0.3 | 1.2 | 1.4 | 0.3 | 1.3 | 1.4 |
| $P_1$, $P_2$, $K_1$, $K_2$ $K_3$, | 0.1 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 1.0 | 1.9 | 0.6 | 1.0 | 1.9 |
| $P_1$, $P_2$, $K_1$, $K_2$, $K_3$ | 0.1 | 0.4 | 0.5 | 0.3 | 1.0 | 2.1 | 0.3 | 1.1 | 2.1 |

* $\sigma_{XZ} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Z^2}$ ** $\sigma_{XYZ} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + \sigma_Z^2}$

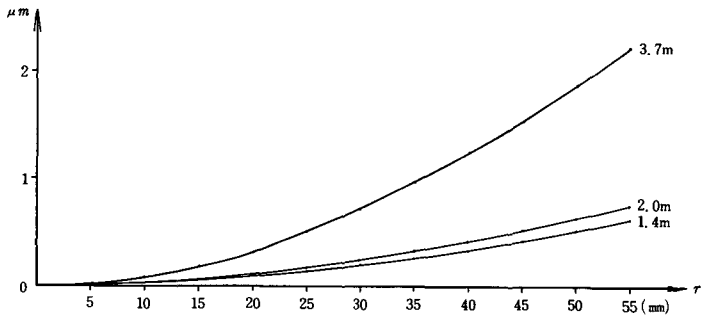



그림 4-3. 대칭렌즈왜곡수차곡선

그림 4-3에서 1.4m와 2.0m에서의 대칭렌즈 왜곡수차는 거의 같으나, 3.7m에서는 큰 값을 나타내고 있다. 이 결과값은 대칭렌즈 왜곡수차 외의 다른 定誤差는 고려하지 않은 것이므로, 정확하게 대칭렌즈왜곡이 이와같이 발생한다고는 볼 수 없으나 寫眞에 포함된 誤差量은 짐작할 수 있다. 따라서 대칭렌즈왜곡만 보정할 경우, 제작시 제공된 카메라의 檢定資料에 의해 얻어진 대칭렌즈왜곡수차 曲線의 係数를 그대로 사용하는 데는 문제점이 있다고 볼 수 있다.즉 近距離寫眞測量에서 렌즈왜곡수차와 필름변형 등의 定誤差를 고려한 오차모델을 사용하지 않고 렌즈歪曲收差만을 고려하여 檢定모델을 결정한 경우 일정한 계수값의 사용은 틀린결과값을 얻을 수도 있다.

## 5. 結　論

近距離寫眞測量에 적합한 검정모델을 개발하는데 있어서, 對稱 및 非對稱 렌즈왜곡수차를 차수별로 조합하여 解析的檢定모델로 사용하였을 때 얻어진 絶對座標의 正確度를 비교분석한 결과 다음과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

첫째, 렌즈왜곡수차만을 고려한 경우 測定用 카메라에 의한 근거리사진측량에 적합한 檢定모델은 $K_1$항만을 포함하는 모델이다.

둘째, 측정용카메라에서도 렌즈왜곡수차외의 定誤差要素를 고려하여야 할 것이며, 특히 필름변형에 대한 誤差補正이 중요하다.

세째, 撮影距離변화에 따른 $K_1$계수값의 変化로 부터, 동일 카메라에 대해서도 일정한 $K_1$계수값의 사용은 틀린結果값을 얻을 수 있다는 것을 알 수 있다.

끝으로, 본 연구에서 문제점으로 제시한測定用카메라에서의 필름변형 및 像座標觀測 誤差에 대해서는 앞으로 많은 研究가 수행되어야 하겠다.

## 謝　辭

本 研究는 韓國科學財團의 研究費支援으로 遂行되었으며, 本 研究를 가능케한 同財團에 深甚한 謝意를 表하는 바이다.

## 参考文献

1. A.S.P.,Manual of Photogrammetry, 4th ed., A.S.P., 1980, pp. 232-274, 480-484.
2. 日本寫眞 測量學會, "バンドル法にすアプロック 調整,"寫眞測量ンリモートヒンツング, Vol. 21, NO. 4, 1982, pp. 23-35.
3. Ghosh, S.K., Analytical Photogrammetetry, Peramon Press, 1979, pp. 85-118, 131-147, 149-155.
4. Brown, D·C., "The Bundle Adjustment-Progress and Prospects-," Invited Paper Comm. Ⅲ, ISP Congress, Helsinki, 1976, pp · 151-159.
5. Brown, D. C., "Close-Range Camera Calibration," Photogrammetric Engineerig, Vol. 39, NO. 6, 1973, pp · 131-146.
6. Brown, D. C., "Calibration of Close-Range Cameras,"Presented Paper of Comm. Ⅲ, XIII Congress of ISP, Ottawa, 1976, pp. 45-53.
7. Abdel-Aziz, Y.I., "Asymmetrical Lens Listortion," Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, Vol. 41, NO. 3, 1975, pp. 337-340.
8. Bujakiewicz, A., "The Correction of Lens Distortion with Polynomials,"The Canadian Surveyor, Vol. 30, NO. 2, pp. 67-75.