投票게임에서 提携形成에 對한 分析

As an Example Several Hypothesis in the National Assembly is Estimated

張 享 一*

Abstract

This parper is considerd a coalition formation problem with several game theoretical hy-pothesis and amalized its usefulness in election games.

1. 序 論

社會選擇制度의 하나인 投票制度를 게임(Game)으로 表現한 投票게임을 利用하여 議會等에서 어떠한 提携가 形成될 수 있는가를 몇 개의 假說을 세워 分析하려 한다.

議會等의 投票에 있어서는 各 政黨이 單獨으로 行動하기 보다는 다른 政黨과 提携해서 行動하는 것이 좋은 結果를 가져오는 경우가 많다. 이같은 경우 물론 政治的 意味도 있겠으나 參加數에 의한 힘관계가 提携形成에 있어서 매우 重要한 意味를 갖는다. 가령 政權을 決定하는 또는 대단히 重要한 議案을 通過시키려고 어떤 政黨이 생각할 때 이 政黨은 決定에 必要한 最小限의 議席數를 確保하든가 不足한 경우에는 다른 政黨과 提携하여야 하는 등 여러가지 行動을 생각할 수 있다.

本硏究에서는 이같은 行動을 게임理論의 立場에서 數個의 行動假說을 擇하여 實際의 議會에 있어서의 提携形成을 比較分析한다.

分析方法으로는 投票게임의 負荷多數決게임을 使用하며 이것은 各 푸레이야(player)i 에 대하여 어떤 負荷(票數) Wi가 주어지고 勝利에 必要한 票數以上을 獲得한 提携E 가 投票에서 勝利한다는 것이다. 實際로는 議會內에 있어서 各 政黨이 푸레이야이고 政黨이 갖는 議席數가 푸레이야가 갖는 票數(負荷)가 된다.

提携가 形成될 때에는 票數가 많은 푸레이야가 中心이 되어 行動하는 경우가 많음으로 本硏究에서는 이러한 푸레이야를 支配的푸레이야라 定義하고 이러한 푸레이야를 中心으로 假說을 세운다.

* 明知實業專門大學 助敎授.

第六章에서는 유럽諸國議會에서의 提携形成을 例로 假說을 分析評價한다.

2. 投票게임

2.1 投票게임의 定義

投票게임을 다음과 같이 定義하고 그 性質을 살펴본다.

i) $N = \{1, 2, \cdots\cdots, n\}$; 푸레이야의 集合
　但, n 은 有限한 自然數

ii) S ; 任意의 提携
　但, $S \leqq N$ 이고 S 內에서는 充分한 意思疏通이 있다.

iii) 푸레이야 相互間에는 利得이 自由로히 讓渡된다.

이러한 게임을 表現하기 위하여 다음과 같은 函數를 생각한다.

特性函數 v ; 任意의 提携S 에 대하여 實數値 $v(S)$를 對應시킨다. $v(S)$를 提携値라 한다.

이와같이 푸레이야의 集合 N과 特性函數 v 와의 組(N, v)로 定意되는 게임을 特性函數形게임이라 한다.

〔定義 2 − 1〕 投票게임(Voting Game)
게임(N, v)에 있어서 特性函數値가 $v(S) = 1$ 또는 $0 \ (\forall S \leqq N)$인 게임을 投票게임 또는 單純게임(Simple Game)이라 한다.

投票게임은 投票에 勝利한 提携는 아무것도 얻을 수 없는 게임이다. 投票게임에 있어서 $v(S) = 1$이

되는 提携 S를 勝利提携(Winuing Coalition) 이라 하고 v (S) = 0인 提携를 敗北提携(Losing Coalition)이라 한다. 또 v (S) = 0이며 v (N−S) = 0 이 되는 提携 S를 妨害提携(Blocking Coalition) 이라 한다. 勝利提携 敗北提携 妨害提携의 集合을 各各 W, L, B로 表示한다. 妨害提携와 敗北提携 사이에는 B⊂L인 關係가 있다. 즉 敗北提携지만 妨害提携가 아닌 提携도 存在한다. 또 投票게임의 特性函數의 性質에서 勝利提携이면 값이 1이므로 投票게임(N, v)를 (N, W)로 表示할 수도 있다. 또 全員提携 N은 勝利提携이며 空集合은 敗比提携이다. 즉,

v (N) = 1, v (ϕ) = 0

2.2 投票게임의 性質

投票게임(N, W)는 다음과 같은 性質이 있다.

i) 單調性(Monotonicity)

S←W, S≦T ⇒ T∈W

이것은 勝利提携를 包含하는 提携는 반드시 勝利提携임을 表示한다. 이 性質을 滿足하지 아니하는 投票게임도 생각할 수 있으나 本研究에서는 이 性質을 滿足하는 게임만을 생각한다.

ii) 正規性(proper)

S∈W ⇒ N−S ∉W

이것은 서로 共通部分이 없는 2個의 勝利提携는 存在하지 아니함을 表示한다.

iii) 最小勝利提携(Minimal Winning Colition)

S∈W이고 또 T⊂S인 T∈W가 存在하지 아니하는 提携 S를 最小勝利提携라 한다. 즉, 어떤 構成員 1名이라도 빠지면 勝利提携가 될 수 없는 提携이다. 最小勝利提携全體를 W^m 로 表示한다.

iv) 拒否權푸레이야(Veto player)

어떤 푸레이야 i 가 拒否權을 갖는다는 것은 모든 勝利提携의 積集合 S∈W에 i가 包含되어 있는 것이고 拒否權푸레이야의 同意없이는 勝利提携가 될 수 없다.

v) 獨裁者(Dictator)

어떤 푸레이야가 獨裁者라 함은

S∈W ⇔ i∈S

가 成立하는 것이다. 즉 獨裁者는 單獨으로도 勝利提携이 될 수 있는 푸레이야이며 W^m = {{i}}인 푸레이야이다. 위의 定義式에 있어서

S∈W ⇒ i∈S

는 푸레이야 i 가 拒否權푸레이야임을 表示하고 있다.

vi) 더미(Dummy)

어느 最小勝利提携에도 屬하지 않는 푸레이야를 더미라고 한다.

〔定義 2−2〕 弱投票게임(Weak)

投票게임(N, W)에 있어서 拒否權푸레이야가 적어도 1名 存在할 때 이 投票게임을 弱投票게임이라 한다. 즉,

$W^n \neq \phi$인 게임이다.

〔定義 2−3〕 強投票게임(Strong)

投票게임(N, W)에 있어서 妨害提携가 存在하지 아니할 때, 즉

S≠W ⇒ N−S∈W

인 때 이 게임을 強投票게임이라 한다.

또 獨裁者가 없는 게임을 本質的(Essential)인 게임이라 한다. 本研究에서 취급하는 投票게임은 모두 本質的인 게임이고 獨裁者는 없는 것으로 한다. 弱한 게임에 대하여는 다음 定理가 成立한다.

〔定理 2−1〕

投票게임(N, W)가 本質的인 때 이 게임은 弱게임이고 強投票게임일 수는 없다.

(證明省略)

〔定理 2−2〕

게임 (N, W)가 加法的(Superadditive)

⇔ 게임(N, v)가 正規投票게임이다.

(證明省略)

〔定理 2−3〕

게임 (N, v)가 定和(Constant Sum)

⇔ 게임 (N, v)가 強投票게임

(證明省略)

2.3 負荷多数決게임

本節에서는 實際의 投票에 있어서의 票數를 고려한 게임에 대하여 생각한다.

〔定義 2−4〕 負荷多數決게임(Weighted Majority Game)

投票게임에서 各 푸레이야가 各各 몇 票를 갖고 있으며 몇 票以上으로 決定이 이루어지는 投票게임을 負荷多數決게임이라 한다.

各 푸레이야 i∈N의 가지고 있는 票數를 W_i> 0이라 하고 이 게임에서 勝利하기 위한 必要한 票數를 q 라고 하면 이 게임의 特性函數는 다음과 같이 된다.

$v(S)=1 \Leftrightarrow \sum_{i \in S} W_i \geqq q$

또 勝利提携의 集合 W는

$W=\{S \subseteqq N \mid \sum_{i \in S} W_i \geqq q\}$가 된다.

여기서 푸레이야 i 의 가지고 있는 票數 W_i를 이 푸레이야의 負荷(Weight)라 하고 勝利에 必要한 票數 q 를 割當値라 한다. 割當値가 q, 各 푸레이야 $i \in N$의 負荷가 $W_i > 0$인 負荷多數決게임 G를 다음과 같이 表示한다.

$G=[q ; W_1, W_2, \cdots\cdots, W_n]$

여기서 다음과 같은 表記를 생각하면 $N=\{1, 2, \cdots\cdots, n\}$을 푸레이야의 集合이라 하고 各 푸레이야 i 에 대하여 定數 x_i를 대응시킨 M個의 實數의 組를 $x=(x_1, x_2, \cdots\cdots x_n)$라하고 任意의 提携를 $S \subseteqq N$이라 하고

$x(S)=\sum_{i \in S} x_i$ 또 $x(\phi)=0$

이라하면 負荷多數決게임 $G=[q ; W_1, W_2, \cdots W_n]$에 대하여는 $S \in W \Leftrightarrow W(S) \geqq q$가 된다. 負荷多數決게임이 正規가 되는 것은

$q > W(N)/2$

인 때이다. 즉, 全體의 票數의 過半數以上을 獲得하면 勝利할 수 있는 것이다. 實際의 投票制度에서는 過半數로 通過되는 것 또는 $\frac{2}{3}$ 以上이면 通過되는것 등 여러가지가 있으나 어느 경우나 正規性은 만족되어 있다. 逆으로 正規性이 만족되지 아니하면 2個以上의 勝利提携가 생기는 경우도 있으나 實際의 投票制度에서는 이런 경우는 없다. 投票게임의 대부분은 負荷多數決게임으로 表示되나 全體가 다 表示된다고는 말할 수 없다. 負荷多數決게임 중에서 같은 構造, 즉 同一한 勝利提携를 갖는 것이 存在하는데 이를 위하여 다음과 같이 定義한다.

〔定義 2－5〕 同等한게임(Equivalent Game)
2個의 負荷多數決게임 $[q ; W_1, W_2, \cdots\cdots, W_n]$ $[q' ; W_1', W_2', \cdots\cdots, W_n']$에 있어서 勝利提携의 集合 W, W'가 W＝W'인 때 두개의 게임은 同等하다고 한다.

이 同等이라는 槪念은 以後 負荷多數決게임으로 表示된 議會의 狀況分析에서 計算을 容易하게 하기 위해 대단히 重要하다.

〔定義 2－6〕 同質的게임(Homogeneous Game)
負荷多數決게임 $[q ; W_1, W_2, \cdots\cdots, W_n]$에 있어서 모든 最小勝利提携 $S \in W^m$에 대하여 $W(S)=q$인 때 이 게임을 同質的게임이라고 한다.

同質的게임에서는 最小勝利提携가 모두 꼭 必要한 票數밖에 갖고있지 아니하므로 1표라도 빠지면 勝利할 수 없게 된다. 이같이 同質게임에서는 푸레이야의 힘이 이 負荷에 잘 表現되어 있다.

3. 支配的푸레이야

本章에서는 支配的푸레이야의 定義 및 投票게임에서의 性質에 대하여 생각한다.

〔定義 3－1〕
게임 G＝(N, W)에 關해서 提携S와 提携T가 적어도 같은 程度로 바람직하다는 것은 $B \cap (S \cup T)=\phi$가 되는 모든 $B \subset N$에 대해서 $B \cup T \in W \Rightarrow S \cup B \in W$가 成立하는 것이다. 이때 $S \succsim T$라 表示한다. $S \succsim T$가 成立하지 아니할 때 $S \not\succsim T$라 쓰고 $S \succsim T$이고 $T \succsim S$인때 $S \sim T$라 쓰며 모든 提携S에 대하여 $S \succsim \phi$이다.

〔系 3－1〕 (Peleg 1980)
G＝(N, W) 提携S, T가 G에 關해서 $S \succsim T$이고 또 $T_1 \subset T$이면 $S \succsim T_1$이 成立한다.

〔系 3－2〕
G＝(N, W) 提携S, T가 G에 관해서 $S \succsim T$이며 $S_1 \subset S$이면 $S_1 \succsim T$가 成立한다.

〔系 3－3〕
G＝(N, W) 提携S, T가 G에 관해서 $S \succ T$이며 $S_1 \subset S$이면 $S_1 \succ T$가 成立한다.

다음으로 支配的푸레이야를 定義하면

〔定義 3－2〕
G＝(N, W)；單調單純게임
S：提携
푸레이야 $i \in S$가 S를 弱하게 支配한다는 것은 $\{i\} \succ S-\{i\}$ $(\{i\} \succsim S-\{i\})$가 成立하는 것이다.

i 가 S를 弱하게 支配할 때 S는 i 에게 弱하게 支配된다고 한다.

〔定義 3－3〕 支配的푸레이야(Dominat player)
G＝(N, W)；正規單純한 投票게임
푸레이야 i 가 G에 관하여 支配的이라는 것은 i 가 支配하는 勝利提携S가 存在하는 것이다. 支配的푸레이야의 集合을 H(G)로 表示한다.

支配的푸레이야가 갖는 意味는 直觀的으로 게입이 正規하면 支配하고 있는 提携 S 중에서 i 가 過半數의 票를 가지고 있는 것이 된다. i 가 S에서 離脫하면 S의 나머지 構成員들이 다른 푸레이야와 提携하여 勝利提携를 만들 수 없는 경우도 i 는 다른 푸레이야와 提携하여 勝利提携를 만들 수 있다. 負荷多數決게입 $[q ; W_1, W_2, \cdots\cdots W_n]$에서 支配的푸레이야를 1이라고 하면 $W_1 > q/2$가 된다.

여기서 支配的푸레이야와 拒否權푸레이야 및 獨裁者 사이에는 다음 관계가 있다.

i) 支配的푸레이야는 반드시 獨裁者는 아니나 獨裁者이면 반드시 支配的푸레이야이다.

ii) 支配的푸레이야라 할지라도 반드시 拒否權 푸레이야는 아니며 또 拒否權푸레이야라도 반드시 支配的푸레이야는 아니다.

iii) 拒否權푸레이야는 반드시 獨裁者는 아니나 獨裁者는 반드시 拒否權푸레이야이다.

다음으로 議會等의 例題를 分析하는 경우 各 푸레이야의 政黨 負荷를 政黨의 議席數라고 생각하면 多數決게입에 있어서 支配的푸레이야의 數는 重要한 위치에 있음으로 다음 관계를 생각한다.

〔系 3－4〕

$G=(N, W)$ 正規單調한 投票게입

어떤 푸레이야 i 에 대하여

$\{j\} \gtrsim \{i\}$

인 푸레이야 $j \in N$가 存在하면

$i \notin h(G)$ 이다.

이 系는 支配的푸레이야 相互間에는 서로 支配하지 아니함을 意味한다.

〔系 3－5〕

$G=[q ; W_1, W_2, \cdots\cdots, W_n]$; 正規負荷多數決게입

$|h(G)| \leqq 1$이다.

이 系는 負荷多數決게입에 있어서 支配的푸레이야의 數가 많아야 1名뿐이라는 것을 알았는데 이것은 實際에 議會等에서는 매우 重要한 일이다. 즉 最大數의 議席을 갖는 政黨만이 支配的푸레이야가 될 수 있다. 다음으로 弱한 게입에 대하여 調査하면

〔系 3－6〕

$G=(N, W)$가 弱하면

$|h(G)| \leqq 1$이다.

以上의 두개의 系에서 正規의 弱한 負荷多數決게입은 支配的인 關係가 있을 경우 支配的푸레이야와 拒否權푸레이야가 一致함을 알 수 있다. 이것은 支配的푸레이야의 立場이 強한 것을 의미한다. 正規의 單調投票게입에 대하여는 다음 系가 成立한다.

〔系 3－7〕

$G=(N, W)$; 正規單調投票게입

$i \in h(G)$ $S \subset N$ $|S|=2$ $i \notin S$

$\Rightarrow$ $S \notin W$

이 系의 意味는 支配的푸레이야가 包含되지 아니한 2人提携는 勝利提携가 될 수 없다는 것이다.

〔系 3－8〕

4名以下의 正規單調投票게입에 있어서는

$|h(G)| \leqq 1$이 成立한다.

마지막으로 다음 定義를 한다.

〔定義 3－4〕 支配되는 게입(Dominated Game)

$G=(N, W)$; 正規單調投票게입

G가 支配된다는 것은

a) G는 本質的이다.

b) $|h(G)|=1$이다.

〔定義 3－5〕 通常提携(Ordinary Coalition)

例外提携(Exceptional Coalition)

$G=(N, W)$; 支配된 投票게입

勝利提携들 中에서 支配的푸레이야를 包含하는 提携를 通常提携 包含하지 아니하는 提携를 例外提携라 한다.

議會等에 있어서 어떤 한 政黨에 힘이 集中되어 있는 경우는 通常提携가 形成되고 두 黨의 힘이 伯仲되는 경우는 例外提携가 形成된다고 볼 수 있다.

4. 投票게임의 解의 槪念

本章에서는 安全集合, 仁, 샤푸레이値(Sharpley Value) 等을 通하여 投票게입의 解에 대하여 생각한다. 各 푸레이야의 利得은 다음과 같은 벡타(Vector)로 表示한다. $x=(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n)$ $|N|=n$ $x_1 \geqq 0$, $x_2 \geqq 0$, $\cdots\cdots x_n \geqq 0$ x_i는 푸레이야 i 의 利得을 表示한다. 또 全體의 利得을 다 合하면 1이다. 즉 $\sum_{i \in s} x_i = v(N)$이다.

더욱 各 提携에 대하여는

$S \in W$이면 $\sum_{i \in s} x_i = 1$

$S \notin W$이면 $\sum_{i \in s} x_i = 0$이다.

4.1 安定集合 (Von Neumann／Morgeustern 解)

安定集合을 說明하기 前에 利得벡타의 支配關係를 說明한다.

利得벡타 $x=(x_1, x_2, \cdots\cdots, x_n)$가 $y=(y_1, y_2 \cdots\cdots, y_n)$을 支配한다는 것은 다음 두개의 條件이 成立하는 것이다.

어떤 提携 S에 대하여

1) $\sum_{i \in S} x_i \leqq v(S)$

2) $x_i > y_i \quad \forall\ i \in S$

이때 X doms Y 또는 X γ_s Y라 쓴다. 安定集合이란 다음 두가지 性質을 만족하는 利得벡타의 集合이다.

1) 內部安定性(Internal stability)

安定集合中의 利得벡타 相互間에는 支配關係가 없다.

2) 外部安定性(External stability)

安定集合에 屬하지 아니하는 利得벡타는 安定集合에 屬하는 利得벡타들 中에 적어도 1個에 支配된다.

게임 G=(N, W)에 대하여 安定集合은 一般的으로는 단 한개에 한하지 아니하고 無限이 存在하는 경우도 있다. 다음에는 負荷多數決게임의 安定集合에 대하여 한 定理를 생각한다.

〔定理 4－1〕

強한 同質的 負荷多數決게임

$G=[q ; W_1, W_2, \cdots\cdots, W_n]$에서 q＝1이면 이때 모든 最小勝利提携S에 대하여

$$y = \begin{cases} W' : i \in S \\ O : \text{其他의 } i \text{ 라고 하면} \end{cases}$$

$K=\{y_s ; S \in W^m\}$은 安定集合이다. (證明省略)

이 定理에서는 割當値 q가 1인데 그러하지 아니한 경우는 各 푸레이야의 負荷에 比例한 利得벡타를 생각하면 된다.

4.2 仁 (Nucleolus)

仁이란 各 푸레이야가 가지고 있는 利得벡타에 대한 불만이 적은 것이며 가장 받아들이기 쉬운 利得配分이다. 여기서 생각하는 불만이란 다음과 같은 것이다.

$$e(x ; S) = v(S) - \sum_{i \in S} x_i$$

이때 S는 任意의 提携이고 불만의 數는 2^n個 있으며 불만을 크기의 順으로 세워놓은 것을 $\theta(x)=(\theta_1(x), \theta_2(x), \cdots\cdots, \theta_n(x))$라하고 두개의 利得벡타 x, y의 $\theta(x)$, $\theta(y)$를 크기를 순서대로 比較하여 最初로 다른 成分이 $\theta_k(x)$, $\theta_k(y)$이고 $\theta_k(x) < \theta_k(y)$이면 x가 y보다 받아들이기 쉽다고 생각하여 $x \ \gamma \ y$라고 表示한다. 仁이란 가장 받아들이기 쉬운 利得配分이다. 仁은 게임에서 提携構造에대하여 定해지는 것이나 여기서 생각하는 것은 全體構造뿐이다. 즉 게임 (N, W)가 주어지고 全體提携 N에 대한 仁만을 생각한다.

다음으로 勝利提携S가 주어질 때 그 S의 構成員만의 게임을 생각하여 거기에 대한 仁만을 생각해보자. S의 構成員만의 縮小게임(Reduced Game RG(S))을 다음과 같이 定義한다.

게임 G＝(N, W)에 대하여

$RG(S)=(S, W_s)$

$T \in W_s \Leftrightarrow$ 〔$T \subset S$ and $T \cup B \in W$인 $B \subset N-S$가 存在한다〕

즉, 먼저 게임에서의 勝利提携의 一部가 縮小게임에 속해져 있는 경우 그 部分은 縮小게임에서의 勝利提携가 된다. 負荷多數決게임의 縮小게임은 다음과 같이하여 만들 수 있다.

$G=[q ; W_1, W_2, \cdots\cdots, W_n]$

$S=\{i_1, i_2, \cdots\cdots, i_k\}$ 라고 하면

RG(S)는

$RG(S)=[q-\sum_{i \in N-S} W_i ; W_{i1}, W_{i2}, \cdots\cdots W_{ik}]$

로 주어진다.

4.3 샤푸레이値 (Shapley Value)

샤푸레이値란 各 푸레이야가 게임이 施行되기 前에 그 게임에 參加함으로써 얼마만큼의 利得이 期待되는가의 評價値이다. 게임 G＝(N, W)가 주어질때 푸레이야 i에 있어서의 값을 $\phi_i(G)$라하면

$\phi(G)=(\phi_1(G), \phi_2(G), \cdots\cdots, \phi_n(G))$

로 주어진다. 이 값이 成立하기 위하여는 다음의 4個의 公準이 必要하다.

〔公準 1〕全體合理性

$$\sum_{i \in N} \phi_i(G) = v(N)$$

〔公準 2〕널푸레이야(Null player)의 값 評價

어떤 提携에 參加하여도 貢獻度가 0인 푸레이야를 널푸레이야라 한다. 즉

$i \notin S$에 대하여

$v(S \cup \{i\}) = v(S)$ 이면

i는 널푸레이야이다. 따라서

$\phi_i(G)=0$이다.

〔公準 3〕對稱性

서로 다른 i와 j에 대하여 즉

$i, j \notin S$

$v(S\cup\{i\})=v(S\cup\{j\})$이면

i 와 j 는 對稱이고 $\phi_i(G)=\phi_j(G)$ 이다.

〔公準 4〕 加法性

두개의 게임 $G_1(N, W_1)$ $G_2(N, W_2)$에 대하여 $v(S)=v_1(S)+v_2(S)$ 인 게임 (N, W)를 合게임이라 하고 合게임에서는 $\phi_i(G)=\phi_i(G_1)+\phi_i(G_2)$가 成立한다.

위의 4개의 公準이 만족될때

$$\phi_i(G)=\sum \gamma_n(S)[v(S)-v(S-\{i\})] \qquad \forall i\in N$$

但, $|S|=A$ 라고 하면

$$\gamma_n(S)=\frac{(n-A)!\,(A-1)!}{n!}$$ 이다.

投票게임에서의 샤푸레이値는 다음과 같이 求한다.

$$\phi_i(G)=\sum_{\substack{S\in W\\ S-\{i\}\notin W}}\gamma_n(S)$$

負荷多數決게임에서는 負荷가 같은 푸레이야는 對稱이므로 對稱性에서 샤푸레이値는 같게되며 다미(Dummy)인 푸레이야의 샤푸레이値는 0이 된다. 다음으로 全體提携가 아닌 어떤 提携 $S\subset N$에 대하여 샤푸레이値를 생각해보자. 이를 위하여 部分게임을 導入한다.

$G=(N, W)$의 部分게임(Sub Game) G/S는 $G/S=(S, W\cup Z^s)$로 주어지며 여기서 Z^s는 S의 모든 部分集合을 表示한다. 지금 $i\in S$라 하면 이때 提携 S에 대한 i의 샤푸레이値는

$\phi_i(S)=\phi_i(G/S)$로 주어진다.

5. 여러가지 假說

本章에서는 投票게임의 提携形成에 대하여, 各 푸레이야의 立場에서 어떠한 勝利提携가 形成되는가를 分析하기 위하여 몇개의 假說을 세운다.

5.1 支配提携에 대한 假說

〔假說 5－1〕 支配提携形成假說(WD)

支配的푸레이야는 WD의 內에서 提携를 形成하려 한다.

i : 支配的푸레이야

WD : i 에 의해서 弱하게 支配되는 勝利提携全體

$$WD \doteq \{S \mid S\in W,\ i\in S,\ \{i\}\succsim S-\{i\}\}$$

이 假說에서 어떤 提携가 形成되며 그 提携內에서 主導權을 어느 푸레이야가 차지하느냐는 그 提携內에서의 푸레이야의 영향력에 의하겠으나 支配的 푸레이야는 自己가 支配하고 있는 提携內에서는 他의 푸레이야보다 有利하다. 왜냐하면 自己가 支配하고 있는 提携內에서 남은 다른 푸레이야의 協力 없이도 勝利提携를 만들 수 있는 푸레이야의 組를 다른 어떤 푸레이야보다도 많이 가지고 있기 때문이다. 따라서 支配的푸레이야가 中心이 되어 提携를 形成할경우에는 自己가 支配하는 提携를 形成하는 것이 좋으며 또 그 提携內에 支配的푸레이야 以外에 나머지 푸레이야도 그 提携內에 있는 것이 分裂된 다른 提携를 形成하는 것보다 有利하다.

5.2 決定提携에 대한 假說

〔假說 5－2〕 決定提携形成假說 (D)

支配的푸레이야는 D 中에서 提携를 形成하려고 한다.

〔定義 5－1〕

$G=(N, W)$; 正規의 單調投票게임

勝利提携 S 가 決定的(Determining)이라는 것은 다음이 成立하는 것이다.

$$[i\in S \text{ and } S-\{i\}\succ\{i\}] \Rightarrow S-\{i\}\in W$$

決定提携란 提携內에 離脫者가 나온 경우라도 勝利提携가 유지되는 提携이다.

定義에서 明白하듯이 그 離脫者는 나머지 構成員의 支配되어 있는 푸레이야이며 E의 定義에서 그 푸레이야는 나머지 構成員을 妨害하는 提携를 形成할 수는 없다. 決定提携는 離脫해도 영향을 주지 아니하는 푸레이야를 包含하는 提携이므로 一般的으로 構成員數가 조금 많다.

여기서 WD와 D의 關係를 생각하면 다음 定理가 成立한다.

〔定理 5－1〕

$G=(N, W)$; 強한 正規의 同質的 負荷多數決게임

G가 支配되어 있으면

$WD\cap D\neq\phi$

$G=(N, W)$; 支配된 弱한 게임이면

$WD\cap D=\phi$이다.

$i\in N$를 支配的푸레이야라 하면 i 는 拒否權푸레이야로 되므로 $\{i\}\succsim N-\{i\}$가 成立한다. 따라서 $N\in WD$가 된다.

한편 $N\in W$에서 $N-\{j\}\succ\{j\}$이면 $N-\{j\}\in W$ 임으로 $N\in D$가 된다. 따라서 $N\in WD\cap D$가 된다. 그러므로 假說(WD)와 假說 (D)는 兩立함이 明白하다.

5.3 定義集合에 대한 假說

〔假說 5－3〕 最小勝利提携形成假說 (W^m)

푸레이야는 最小勝利提携을 形成하려 한다.

値觀的으로 보면 最小勝利提携는 餘分의 푸레이야가 없음으로 그만큼 各 푸레이야에 대한 利得配分은 크게 된다. 즉 最小勝利提携가 아닌 勝利提携에서의 利得을 支配하게 되는 것이다. 여기서 W^m와 D의 關係를 보면 W^m은 餘分의 푸레이야를 排除하는 것이나 D는 어떤 푸레이야가 빠져도 勝利提携가 유지된다.

이것은 이들이 서로 兩立될 수 없는 것을 의미한다. D는 힘이 없는 푸레이야들을 많이 모아 勝利提携를 形成 安定性을 높이려는 것이고 W^m은 利得을 조금이라도 더 많이 配分하려면 構成員數가 적은편이 좋다라고 생각하는 立場이다.

여기서 提携가 形成되는 過程을 생각하여 보자. 提携의 當事者들끼리의 交涉에 있어서는 걸리는 時間의 짧기 完全한 妥協이라는 點에서 提携에 參加하는 人員數가 적은便이 좋다고 생각할 수 있다. 餘分의 人員을 包含하지 아니하는 것은 말할것도 없고 最小勝利提携中에서 最小人數인 提携가 좋다고 생각된다.

〔假說 5－4〕 最小人數提携形成假說 (BP)

푸레이야는 人數가 最小가 되는 勝利提携를 形成하려 한다.

이것은 앞에 最小勝利提携形成假說에 包含된다. 즉 最小人數의 勝利提携를 BP라면 $BP \subset W^m$이다.

다음으로 푸레이야의 무게만을 考慮한 假說을 생각해 보면 最小勝利提携形成假說은 安定集合을 기본으로 하고 있음으로 利得의 支配關係를 생각하였으나 여기서는 各 푸레이야의 利得이 單純히 무게에 比例하는 것을 생각하면 무게의 合計가 적은 提携일수록 相對的으로 各 푸레이야의 利得이 크게 된다. 그러므로 다음과 같은 假說을 세운다.

〔假說 5－5〕 最小負荷提携形成假說 (MS)

푸레이야는 무게의 合計가 最小가 되는 勝利提携를 形成하려 한다.

이것도 앞에 있는 最小提携形成假說에 包含된다. 무게의 合計가 最小가 되는 提携를 MS라 하면 $MS \subset W^m$이다. 또 게임이 同質的인 경우 $MS = W^m$가 된다. 그러나 實際의 議會등에 있어서는 게임이 同質的이 되는 경우는 거의 없다. 따라서 이 假說은 最小勝利提携形成假說과 다른 것이라고 볼 수 있다.

5.4 仁에 대한 假說

〔假說 5－6〕 仁最大化假說(NV)

支配的푸레이야는 NV內에서의 提携를 形成하려고 한다.

$G = (N, W)$; 正規의 單調投票게임

i : 支配的푸레이야

$\theta = \{S / S \in W,\ i \in S\}$

$V^i(S)$: 提携S에 關한 仁에서의 i의 利得

$$NV = \{S / S \in \theta,\ V^i(S) \geqq V^i(T) \text{ for } \forall T \in \theta\}$$

NV는 푸레이야 i의 利得을 最大가 되게하는 提携의 集合이다.

이 假說은 不滿이 적으면서 또 支配的푸레이야의 利得이 크게 된다는 것으로 支配的푸레이야에 있어서는 提携維持라는 面에서 便利한 것이 되어있다.

다음으로 NV와 WD, D의 關係를 생각해보면 弱한게임에 있어서는 $WD \cap D \neq \phi$이었는데 NV에 대하여도 마찬가지로 말할 수 있다. 즉 게임이 弱한 경우는 $N \in NV$가 된다. 이것은 弱한 게임에 있어서는 支配的푸레이야와 拒否權푸레이야가 一致하고 仁의 內部의 配分이면 拒否權푸레이야의 利得이 1이 됨으로 (Mashler/Peleg, 1967) 支配的푸레이야의 利得도 1이 된다. 즉 $V^i(N) = 1$이므로 $N \in NV$가 된다.

5.5 샤푸레이値에 대한 假說

〔假說 5－7〕 샤푸레이値最大化假說 (SH)

支配的푸레이야는 自己의 샤푸레이値를 最大로 하려는 提携 즉 $SH(G, i)$ 內의 提携를 形成하려 한다.

$G = (N, W)$: 單調한 投票게임

$\phi_i(S)$: 푸레이야 i의 S에 관한 샤푸레이値

$\theta_i = \{S / S \subset N,\ i \in S\}$

$$SH(G, i) = \{S / S \in \theta_i,\ \phi^i(S) \geqq \phi^i(T)\ \forall T \in \theta_i\}$$

$SH(G, i)$란 i의 샤푸레이値를 最大로 하는 提携S의 集合이다.

WD, D, NV와 SH의 關係를 살펴보면 弱한게임에서는 SH도 $SH \in N$이 된다. 이것은 拒否權푸레이야가 없는 提携는 勝利提携가 될 수 없다.

6. 유럽諸國議會의 提携分析

本章에서는 實際의 投票制度에 있어서의 提携形成의 例에 대하여 假說을 適用하여 分析하여 본다.

6.1 노르웨이(Norway) 議会의 計算例

各國議會의 投票制度는 負荷多數決게임으로 表現되어 있으며 割當値는 可決에 必要한 議席數이고 各 푸레이야의 무게는 各政黨의 議席數를 表示하고 있다. 또 實際로 形成되는 提携에 대하여 各各의 假說이 適用되는가를 表示하였다.

各政黨의 略號는 다음과 같다.

SOCD: Social Democrats
AGR : Agrarian (土地均分論者)
CONS: Conservatives (保守黨)
SOCL: Socialist peoplef party
CHPP: Christian people's party
CENT: Center party
LiB : Liberals

SODB LiB AGR CONS
1935年 〔75 ; 69, 24, 22, 32 〕
支配的푸레이야는 1이다.
$\because$ (1,2)$\in$W, (1,3)$\in$W, (2,3)$\not\in$W)

W^m = {(1,2) (1,3) (1,4) (2,3,4)}
BP = {(1,2) (2,3) (1,4)}
MS = {(2,3,4)}

理解하기 쉽게하여 同等한 게임으로 變換하면
〔3 ; 2, 1, 1, 1〕

◎WD = {(1,2) (1,3) (1,4) (1,2,3) (1,2,4) (1,3,4)}
◎D = {(1,2,3) (1,2,4) (1,3,4) (1,2,3,4)}
◎샤푸레이値의 計算
S = (1,2,3) (1,2,4) (1,3,4)의 경우
ϕ'(S) = 2/3
S = (1,2) (1,3) (1,4)의 경우
ϕ'(S) = 1/2
$\therefore$ SH(G, 1) = {(1,2,3) (1,2,4) (1,3,4)}
◎仁의 計算
S = (1,2) (1,3) (1,4)의 경우
v'(S) = 1/2
S = (1,2,3) (1,2,4) (1,3,4)의 경우
v'(S) = 1/2
S = (1,2,3,4)의 경우
v'(S) = 2/5
$\therefore$ NV = {(1,2) (1,3) (1,4) (1,2,3) (1,2,4) (1,3,4)}

各各의 假說에 대한 分析은 以上과 같으며 實際로 形成되는 提携는 (1,3)이며 假說 WD, W^m, BP, NV가 成立하며 NV에 의한 配分은 $(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0)$이다.

SOCD LiB AGR CONS
1936年 〔75 ; 70, 23, 18, 36 〕
支配的푸레이야는 1이다.
$\because$ (1,2)$\in$W, (1,3)$\in$W, (2,3)$\not\in$W)

◎W^m = {(1,2) (1,3) (1,4) (2,3,4)}
◎BP = {(1,2) (1,3) (1,4)}
◎MS = {(2,3,4)}
同等한 게임으로 變換하면
〔3 ; 2, 1, 1, 1〕
◎WD = {(1,2) (1,3) (1,4) (1,2,3) (1,2,4) (1,3,4)}
◎D = {(1,2,3) (1,3,4) (1,2,4) (1,2,3,4)}
◎샤푸레이치의 計算
S = (1,2) (1,3) (1,4)의 경우
ϕ'(S) = 1/2
S = (1,2,3) (1,2,4) (1,3,4)의 경우
ϕ'(S) = 2/3
$\therefore$ SH(G, 1) = {(1,2,3) (1,2,4) (1,3,4)}
◎仁의 計算
S = (1,2) (1,3) (1,4)의 경우
v'(S) = 1/2
S = (1,2,3) (1,2,4) (1,3,4)의 경우
v'(S) = 1/2
S = (1,2,3,4)의 경우
v'(S) = 2/5
$\therefore$ NV = {(1,2) (1,3) (1,4) (1,2,3) (1,2,4) (1,3,4)}

이해에도 실제로 形成된 것은 (1,3)이며 假說 WD, W^m, BD, NV가 成立한다. 더욱 仁에 의한 配分은 $(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 0)$이다.

6.2 諸国議会의 提携分析

前節 노르웨이의 分析方法으로 計算하면 다음 表와 같다.

아래의 表를 살펴보면 노르웨이 1965년도 필랜드 1933年度의 例에서는 支配的푸레이야가 들어있지 않은 提携가 形成되어 있는데 이것은 支配的푸레이야를 排除하는 그럴수밖에 없는 다른 要因이 作用하였다고 볼 수 있다. 그밖에 내용을 定理하면

노르웨이 (Norway)

年 度	게임의 形態	實際의 提携	成立하는 假說
1935	[75 ; 69, 24, 22, 32]	(1,3)	WD, W^m, BP NV (½, 0, ½, 0)
1936	[75 ; 70, 23, 18, 36]	(1,3)	WD, W^m, BP NV (½, 0, ½, 0)
1961	[75 ; 2, 74, 14, 15, 16, 29]	(1,2)	WD, W^m, BP, MS NV (½, ½, 0, 0, 0)
1963	[75 ; 2, 74, 14, 15, 16, 29]	(1,2)	WD, W^m, BP, MS NV (½, ½, 0, 0, 0,)
1965	[75 ; 68, 18, 13, 18, 31]	(2,3,4,5)	W^m, MS
1969	[75 ; 74, 13, 14, 20, 29]	(2,3,4,5)	W^m, MS

필랜드(Finland)

年 度	게임의 形態	實際의 提携	成立하는 假說
1919	[100 ; 80, 42, 26, 22, 28]	(2,3,4,5)	W^m
1933	[100 ; 78, 53, 11, 21, 18, 14]	(2,3,4,5)	W^m, MS
1937	[100 ; 83, 54, 8, 22, 19, 13]	(1,2,3)	WD NV (½, ½, 0, 0, 0, 0)
1962	[100 ; 47, 39, 53, 13, 14, 32]	(3,4,5,6)	WD, W^m
1966	[100 ; 41, 55, 7, 49, 9, 12, 26]	(1,2,3,4)	SH NV (0,½, 0, ½, 0, 0, 0)
1968	[100 ; 41, 55, 7, 49, 9, 12, 26]	(1,2,3,4,6)	D

丁抹(Denmark)

年 度	게임의 形態	實際의 提携	成立하는 假說
1920	[71 ; 42, 17, 49, 28]	(3,4)	WD, W^m, BP, MS NV (0, 0, ½, ½)
1924	[75 ; 55, 20, 45, 28]	(1,2)	WD, W^m, BP, MS NV (½, ½, 0, 0)
1929	[75 ; 61, 16, 44, 24]	(1,2)	WD, W^m, BP, MS NV (½, ½, 0, 0)
1932	[75 ; 62, 14, 39, 27]	(1,2)	WD, W^m, BP, MS NV (½, ½, 0, 0)
1935	[75 ; 68, 14, 29, 26]	(1,2)	WD, W^m, BP, MS NV (1, 0, 0, 0)
1939	[75 ; 65, 14, 31, 26]	(1,2)	WD, W^m, BP, MS NV (1, 0, 0, 0)
1953	[89 ; 8, 75, 14, 43, 30]	(2,3)	WD, W^m, BP, MS NV (0, ½, ½, 0, 0,)
1957	[88 ; 70, 14, 46, 30, 9]	(1,2,5)	WD, W^m
1960	[89 ; 11, 78, 11, 39, 32]	(2,3)	WD, W^m, BP, MS NV (0, ½, ½, 0, 0)
1966	[89 ; 20, 70, 13, 35, 34]	(1,2)	WD, W^m, BP, MS NV (½, ½, 0, 0, 0)
1971	[90 ; 17, 73, 27, 30, 31]	(1,2)	WD, W^m, BP, MS NV (½, ½, 0, 0, 0)

이스라엘 (Israel)

1949	〔61 ; 4, 19, 46, 4, 16, 5, 7, 14〕	(3,4,5,6)	WD NV (0,0, ½, 0, ½, 0,0,0)
1950	〔61 ; 4, 19, 46, 4, 16, 5, 7, 14〕	(3,4,5,6)	WD NV (0,0, ½, 0, ½, 0,0,0,)
1952	〔61 ; 5, 15, 45, 10, 4, 5, 20, 8〕	(3,4,5,7)	WD NV (0,0, ½, ¼, 0,0, ¼, 0)
1954	〔61 ; 5, 15, 45, 10, 4, 5, 20, 8〕	(3,4,5,7)	WD NV (0,0, ½, ¼, 0,0, ¼, 0)
1955	〔61 ; 6, 9, 10, 40, 11, 5, 6, 13, 15〕	(2,3,4,5,6)	WD NV (0, 1/10, 2/10, 4/10, 2/10, 1/10, 0,0,0)
1958	〔61 ; 6, 9, 10, 40, 11, 5, 6, 13, 5〕	(2,3,4,5,6)	WD NV (0, 1/10, 2/10, 4/10, 2/10, 1/10, 0,0,0)
1959	〔61 ; 9, 7, 47, 12, 6, 6, 8, 17〕	(1,2,3,4,5)	WD, D
1961	〔61 ; 5, 9, 8, 42, 12, 6, 17, 17〕	(3,4,5,)	WD, W^m, BP
1963	〔61 ; 5, 9, 8, 42, 12, 6, 17, 17〕	(3,4,5)	WD, W^m, BP
1966	〔61 ; 8, 45, 10, 11, 6, 5, 26)	(1,2,4,6)	WD
1967	〔61 ; 8, 45, 10, 11, 6, 5, 26〕	(1,2,3,4,6,7)	SH
1970	〔61 ; 4, 56, 4, 12, 6, 4, 26〕	(2,4,6)	WD NV (0, 1, 0, 0, 0, 0, 0)

이태리 (Italy)

1946	〔279; 104, 115, 23, 207, 41, 16, 30〕	(1,2,3,4,5,)	D
1954	〔295; 143, 75, 19, 263, 13, 40, 29〕	(3,4,5)	WD, W^m, MS
1955	〔295; 143, 75, 19, 263, 13, 40, 29〕	(3,4,5)	WD, W^m, MS
1959	〔299; 140, 84, 23, 273, 16, 23, 25〕	(4,5,6,7)	WD, D NV (0,0,0, ½, ⅙, ⅙, ⅙)
1960	〔299; 140, 84, 23, 273, 16, 23, 25〕	(3,4,5)	WD, W^m NV (0,0, ¼, ½, ¼, 0,0,)
1963	〔315; 166, 87, 33, 260, 39, 27〕	(2,3,4)	WD NV (0, ½, 0, ½, 0,0)
1964	〔315; 166, 87, 33, 260, 39, 27〕	(2,3,4)	WD NV (0, ½, 0, ½,, 0,0)
1966	〔315; 166, 87, 33, 260, 39, 27〕	(2,3,4)	WD NV (0, ½, 0, ½, 0, 0)
1966	〔315; 166, 24, 95, 260, 38, 26〕	(3,4)	WD, W^m, BP NV (0, 0, ½, ½, 0, 0)
1968	〔316; 177, 23, 91, 266, 31, 24〕	(3,4)	WD, W^m, BP NV (0, 0, ½, ½, 0, 0)
1969	〔316; 177, 23, 63, 29, 266, 31, 24〕	(3,4,5)	WD NV (0, 0, ½, 0, ½, 0, 0)
1970	〔316; 177, 23, 67, 29, 266, 31, 24〕	(3,4,5)	WD NV (0, 0, ½, 0, ½, 0, 0)

오랜더(Olanda)

1922	〔51; 20, 5, 32, 16, 11, 10〕	(3,4,5)	WD, W^m
1925	〔51; 24, 7, 31, 13, 11, 9〕	(3,4,5)	WD, W^m
1926	〔51; 24, 7, 31, 13, 11, 9〕	(3,4,5)	WD, W^m
1929	〔51; 24, 7, 30, 12, 11, 8, 3〕	(3,4,5)	WD, W^m
1933	〔51; 4, 24, 7, 28, 14, 10, 7, 3〕	(3,4,5,6,7)	WD, D
1935	〔51; 4, 24, 7, 28, 14, 10, 7, 3〕	(3,4,5,6,7)	WD, D
1937	〔51; 3, 23, 6, 31, 17, 8, 4, 4〕	(4,5,6)	WD, W^m
1939	〔51; 3, 23, 6, 31, 17, 8, 4, 4〕	(2,3,4,6)	NV (0, ½, 0, ½, 0, 0, 0, 0)
1946	〔51; 10, 29, 32, 13, 8, 6〕	(2,3)	WD, W^m, BP NV (0, ½, ½, 0, 0, 0)
1948	〔51; 8, 27, 32, 13, 9, 8〕	(2,3,5,6)	NV (0, ½, ½, 0, 0, 0)
1951	〔51; 8, 27, 32, 13,9, 8〕	(2,3,5,6,)	NV (0, ½, ½, 0, 0, 0)
1956	〔76; 7, 50, 49, 15, 13, 13〕	(2,3,4,5)	D
1963	〔76; 4, 4, 43, 50, 13, 13〕	(4,5,6,7)	WD, D
1965	〔76; 4, 4, 43, 50, 13, 13, 16〕	(3,4,5)	NV (0, 0, ½, ½, 0, 0)
1967	〔76; 5, 4, 37, 7, 42, 15, 12, 17,7〕	(5,6,7,8)	WD, W^m

國名	調査件數	假說이 成立한 數						
		WD	D	W^m	BP	MS	NV	SH
노르웨이	6	4	0	6	4	6	4	0
필랜드	6	2	1	3	0	1	2	1
丁抹	11	11	0	11	10	10	10	0
이스라엘	12	11	1	2	2	0	7	1
이태리	12	11	2	5	2	2	9	0
오랜더	15	10	4	7	1	0	5	0
會計	62	38	8	34	19	19	37	2
%		61.3	12.9	54.8	30.6	30.6	59.6	3.2

7. 結 論

먼저 支配提携形成假說(WD)는 實際로 形成된 提携에서 支配的푸레이야가 들어 있으면 거의 成立하고 있으며 支配的푸레이야의 票數가 他푸레이야의 票數에 比하여 壓倒的으로 많은 경우는 支配的푸레이야가 強하게 支配하는 提携가 形成되는 때가 많으나 支配的푸레이야의 票數에 接近하는 票數를 갖는 푸레이야가 있는 경우 支配的푸레이야가 弱하게 支配하는 提携가 形成되는 때가 많다.

다음으로 決定提携形成假說(D)에서 決定提携가 形成된 것은 적고 別로 有効性이 없다. 이것은 다음

1) 假說 WD가 成立하는 경우가 많고 또 이것이 成立하였을 때 支配的푸레이야가 強하게 支配하고 있는 경우가 많다.

2) 푸레이야의 數가 적은게임에서는 (4～5人) 假說 W^m이 成立하는 경우가 많고 또 同時에 假說 BP와 假說 MS도 成立하는 편이 많다.

3) 假說D 假說 SH가 成立하는 경우는 드물다.

4) 假說NV가 成立하고 있을 때 支配的푸레이야의 配分은 거의 $\frac{1}{2}$이다.

과 같이 생각할 수 있다. 決定提携는 一般的으로 人數가 많아지고 餘分의 푸레이야가 包含되게 된다. 提携에서 離脫者를 생각하면 이 提携는 安全하나 實際로는 그러한 것을 생각할 必要가 없다고 생각된다. 그러므로 이 假說은 有効性이 적은 것이다.

最小勝利提携形成 (W^m), 最小人數提携假說 (BP) 및 最小負荷提携形成假說 (MS)의 3個는 게임의 形態에 따라서 그 有効性이 나타난다. 푸레이야의 數가 작고 支配的푸레이야의 票數가 큰 경우에는 假說 (WD)와 함께 成立하는 때가 많으며 各 푸레이야의 票數가 均等化되어 있는 경우는 잘 成立하지 않는다.

仁最大化假說 (NV)는 假說 (WD) 다음으로 有効性이 있다. 이것은 提携에 관한 仁을 생각하는 경우 提携外의 푸레이야의 影響을 考慮함으로써 提携形成을 할 때의 交涉過程이 보다 實際의 狀況에 가깝게 되어있기 때문이라고 생각된다. 또 이 假說이 成立하고 있을 때 支配的푸레이야의 配分은 $\frac{1}{2}$이 되어있는 때가 많다. 이것은 支配的푸레이야의 힘이 提携內에서 全體의 半에 해당하는 위치에 있음을 表示하고 있다.

다음으로 샤푸레이値最大化假說(SH)은 別로 有効하지 아니하다. 이것도 假說(D)인 때와 마찬가지로 餘分의 푸레이야를 더 包含시키려는 性質이 있다. 이 경우 샤푸레이値는 仁의 경우와는 달리 提携밖에 있는 푸레이야의 影響이 미치지 못하는 곳에서 求해짐으로 提携形成의 경우 有効性이 낮은 것이다.

本研究에서의 提携形成分析은 政治的狀況 및 社會的인 利害關係等은 全혀 고려되어 있지 아니함으로 實際의 狀況과는 多少거리가 있다고 볼 수 있으며 또 提携分析方法에도 政策順序等을 고려하여 分析하는 方法等도 있으나 금후 모든 條件을 包含하는 提携分析方法이 開發되어 보다 완벽하게 되기를 바랍니다.

參 考 文 獻

1. R.J. Aumann, & J.H. Dreez "Cooperative Games with Coalition Structures," *I.J.G.T.* Vol.13, 1974, pp.217～237.
2. R.J. Aumann, B.Peleg, & P.Rabinowitz, "A Method for Computing the Kernel of n-Person Games" *Mathematics of Computation 19,* 1965, pp.531-551,
3. J. Von Neumann, & O. Morgen stern, *Theory of Games and Economic Behavior,* Princeton University Press, 1944.
4. B.Peleg, "Coalition Formation in Simple Games With Dominant Players," *I.J.G.T.,* Vol.10, 1980, pp.11～33.
5. Peleg, "A Theory, of Coalition Formation in Committees," *Journal of Mathematical Economics 7,* 1980, pp.115～134.