포트폴리오理論과 資本資産價格決定模型에 관한 考察

A Study on the Portfolios Theory and Capital Asset Pricing Model

金 貞 子*

1. 序 論

1956年 大韓證券去來所가 開場된 이래, 1962年 證券波動으로 인하여 장기침체를 면치 못했던 우리나라 證券市場은 그간의 國民經濟의 發展과 證券市場制度의 정비에 힘입어 1970年代에 들어서면서부터 급속하게 성장하였다.

1963年 15개사(17종목)에 불과하던 주식의 上場會社數가 1973年에 104개사(200종목), 1978年 356개사(594종목) 증가하게 되었고 1980 年代에 들어서서 證券市場의 규모가 안정화되어 1983年 6月 현재 상장회사수는 328개사(360종목), 증권인구는 63만명 수준이었다.[1]

우리나라는 아직도 證券去來에 대한 인식도 부족하며 安定된 證券市場을 형성하지 못하고 있다. 그러나 先進國家에서는 國民저변에 이르기까지 證券投資가 확대되었음을 감안할 때 장차 우리나라의 證券投資도 大衆化되리라고 본다.

이러한 觀點에서 現代 投資理論에 획기적인 공헌을 한 마코윗치(H. Markowitz)의 포트폴리오理論(portfolio selection)[2]과 이를 기초로 한 샤프(W. F. Sharpe)·린트너(J. Lintner)·모신(J. Mossin) 등의 資本資産價格決定模型(capital asset pricing mode ; CAPM)[3]을 살펴보아 이해를 하는 것도 중요하리라고 생각된다.

本 論文에서는 포트폴리오理論과 資本資産價格決定模型에 관련하여 핵심적이라고 생각되는 부분을 정리하였다.

2. 포트폴리오 理論

2.1 포트폴리오의 意義

일반적으로 포트폴리오는 複數의 證券群, 즉 多數의 有價證券을 뜻하는 것으로 이해되고 있으나 포트폴리오는 證券뿐만 아니라 資産의 配合과 관련된 넓은 뜻이다.

최초로 마코윗츠(H. M. Markowitz)에 의해서 포트폴리오 構成과 最適포트폴리오 선택에 관한 것이 체계화된 이래 대개 포트폴리오 관리가 證券分散投資를 중심으로 연결되어 왔기 때문에 複數의 證券群을 다루는 문제로 이해되어 왔으나 최근에 이르러서는 證券投資에서 뿐만 아니라 設備投資를 중심으로 한 資本豫算에 있어서도 이 理論이 적용되고 있으며 포트폴리오理論이 資本市場의 均衡과 관련하여 기업의 價値를 評價하는 理論으로 전개되고 있다.

投資者들의 증권선택행동은 하나하나의 個別證券을 독립적으로 선택하기 보다는 複數의 證券을 결합함으로써 危險을 최소화하기 위한 행동으로 설명할 수 있다.

마코윗츠는 投資者의 선택행동을 지배하는 비교적 단순한 형태의 效率性基準(efficiency criterion) 인 平均·分散基準(mean-variance criterion ; M-V 基準)을 제시하고, 이에 기초하여 最適포트폴리오 선택을 위한 계산구조를 제시하였다. 平均·分散基準을 적용하기 위해서는 (1) 未來收益率의 確率分布가 平均과 分散만으로 구성될 수 있는 正規分布로 예측되거나, (2) 投資者의 效用函數가 2次函數의 형

---

* 湖南大學 經營學科 助教授

1) 池 清·曺 淡, 投資論(서울: 貿易經營社, 1984), p. 53.

2) H. Markowitz, *Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments* (New York : John Wiley & Sons Inc., 1959).

3) W. F. Sharpe, "eapital Asset pricing : A Theory of Market Equilibriam under Conditions of Risk," *Journal of Finance* (Sep. 1964).

J. Lintener, "The Valuation of Risk Assets and Selection of Risky Investments in stock Port folio and Capital Budgets," *Reviw of Economics and Statistics* (Feb. 1965).

J. Mossin, "Equilibrium in a Capital Asset Market," *Econometria* (Oct. 1966).

태이어야 한다는 매우 제한된 조건하에서만 적용될 수 있음에도 불구하고 오늘날의 證券選擇理論에서 널리 채택되고 있는 이유는 平均·分散基準이 投資者行動을 설명하는 매우 단순하고도 실용적인 기준이라는 점 이외에도 대체로 투자자행동을 정규분포에 가까울 것이라는 암묵적인 전제 때문이다.

平均·分散基準은 미래수익의 확률분포에 대한 平均(mean)과 分散(variance)이라는 두 가지 母數(parameter)에 의하여 투자기회의 선호순위를 결정하려는 선택원리로서 증권의 수익성을 수익률에 대한 확률분포의 期待値(平均)로서, 그리고 증권의 危險을 이 확률분포의 分散 또는 標準偏差로써 측정한다는 명제에서 출발한다.

그리고 증권 또는 포트폴리오를 의미하는 많은 投資機會에 대한 平均(즉 期待收益率)과 分散이 얻어진 경우 동일한 分散을 갖는 투자기회를, 동일한 期待收益率을 갖는 투자기회들중에서는 가장 낮은 分散을 갖는 투자기회를 선택하고자 하는 행동원리이다.

2.2 포트폴리오의 期待收益率과 分散

2.2.1 證券의 收益率과 危險

포트폴리오理論에 있어서 證券投資의 성과는 純現在價値에 의해서가 아니라 投資收益率에 의해서 측정된다. 投資收益率을 R이라고 한다면 다음과 같이 정의된다.

$$R=\frac{d_t+P_t-P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

d_t : t 期末에 받는 t 期의 配當

P_{t-1}, P_t : (t − 1), t 期末에 配當落의 株價

$P_t - P_{t-1}$: 資本利得

위 式의 模型은 투자가가 (t − 1) 期의 期末에 주식을 구입해서 1기간 보유하고 다음 期의 기말에 배당을 받은 동시에 配當落의 價格으로 그株式을 매각하는 경우를 전제로 한 것이며 따라서 1기간 모형이며, 또한 기간과 관련된 收益率을 통상 保有期間 收益率(holding-period rate of return) 이라고도 한다.

그런데 이 收益率은 미래 不確實性을 내포한 確率變數(random variable)라는 점이다. 즉 투자가의 의사결정의 시점은 (t − 1) 期末로 되어 있으므로 P_{t-1}은 확실히 알 수 있으나, d_t와 P_t는 미래의 상황이므로 변동성을 지니고 있으며, 불확실하게 예측할 수밖에 없다. 그러므로 P_{t-1}은 定數이지만 d_t와 P_t는 確率變數가 되며 따라서 R도 確率變數이다. 이상과 같이 R은 確率變數이므로 그것은 確率分布의 형태로 측정되며 期待値와 分散(標準偏差)이란 두 개의 파라미터에 의해서 그 특성이 표시된다.[4)]

한편, 證券投資의 收益率이 確率變數라는 점은 債券收益率에 대해서도 말할 수 있다. 즉 債權의 所有로 인한 利子支給額은 계약으로 약속되어 있기는 하지만 경우에 따라서는 利子支給의 연기나 利子支給不履行의 危險이 발생할 가능성을 가지고 있으며, 따라서 利子所得 역시 確率變數로 간주되는 것이다.

2.2.2 個別株式의 期待收益率과 分散

個別株式의 投資收益率의 確率分布의 특성을 알기 위하여 株式 1과 株式 2의 收益率의 確率分布가 表-1과 같다고 하자.

表-1. 株式 1의 投資收益率

事 象	確 率	投資收益率(%)
好 況	0.25	21
平 常	0.50	13
不 況	0.25	5

株式 2의 投資收益率

事 象	確 率	投資收益率(%)
好 況	0.25	14
平 常	0.50	10
不 況	0.25	6

이 投資收益率의 確率分布를 가지고 그의 期待値와 標準偏差를 株式 1로부터 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
E(R_1) &= \Sigma P_i R_i \\
&= (0.25\times 21)+(0.50\times 13)+(0.25\times 5) \\
&= 13\ \% \\
\sigma^2(R_1) &= \Sigma P_i \{R_i - E(R_i)\}^2 \\
&= 0.25(21-13)^2 - 0.5(13-13)^2 + 0.25(5-13)^2 \\
&= 32\ \% \\
\sigma(R_1) &= \sqrt{\Sigma P_i \{(R_i - E(R_i)\}^2} \\
&= \sqrt{32} \\
&= 5.656\ \%
\end{aligned}$$

또 株式 2를 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
E(R_2) &= \Sigma P_i R_i = 10\ \% \\
\sigma^2(R_2) &= \Sigma P_i \{(R_i - E(R_i)\}^2 \\
&= 8\ \% \\
\sigma(R_2) &= \sqrt{\Sigma P_i \{(R_i - E(R_i)\}^2} \\
&= \sqrt{8} \\
&= 2.8248\ \%
\end{aligned}$$

이리하여 株式 1의 期待收益率은 13%, 標準偏

4) 李聖淳, 現代投資論(서울：法文社, 1984), p. 300.

差는 5.66%이고, 株式 2의 期待收益率은 10%, 標準偏差는 2.83%이므로, 收益性 측면에서는 株式 2보다 株式 1각 有利하고, 危險이란 측면에서는 株式 1보다 株式 2가 有利하다. 그것은 平均·分散基準에서 平均(期待値)은 收益性의 척도이므로 클수록 좋고, 또한 標準偏差(分散)는 危險의 척도이므로 危險回避型 投資者의 경우 작을수록 좋은 것이다.

2.2.3 포트폴리오의 期待收益率과 分散

株式 1과 2를 결합하여 하나의 포트폴리오를 형성하는 경우 期待收益率(expected return)은 포트폴리오를 구성하는 個別證券에 대한 投資比率로 加重平均한 것이다. 1, 2 두 가지 종류의 株式으로 구성되는 포트폴리오의 收益率 R_p 는 다음과 같다.

$$R_p = X_1 R_1 + X_2 R_2$$

(단, X_1, X_2; 증권 1과 2의 투자비율)

$$(X_1 + X_2 = 1)$$

따라서 이 포트폴리오의 期待收益率 $E(R_p)$는

$$\begin{aligned} E(R_p) &= E[X_1 R_1 + X_2 R_2] \\ &= X_1 E(R_1) + X_2 E(R_2) \end{aligned}$$

로 개별자산 기대수익률의 加重平均値임에 변함이 없다.

그러나 포트폴리오의 分散 $\sigma^2(R_p)$는

$$\begin{aligned} \sigma^2(R_p) &= E[R_p - E(R_p)]^2 \\ &= E[X_1R_1 + X_2R_2 - \{X_1E(R_1) + X_2E(R_2)\}]^2 \\ &= E[X_1\{R_1 - E(R_1)\} + X_2\{R_2 - E(R_2)\}]^2 \\ &= E[X_1^2\{R_1 - E(R_1)\}^2 + X_2^2\{R_2 - E(R_2)\}^2 + 2X_1X_2\{R_1 - E(R_1)\}\{R_2 - E(R_2)\}] \\ &= X_1^2 E\{R_1 - E(R_1)\}^2 + X_2^2 E\{R_2 - E(R_2)\}^2 + 2X_1X_2 E\{R_1 - E(R_1)\}\{R_2 - E(R_2)\} \\ &= X_1\sigma^2(R_1) + X_2\sigma^2(R_2) + 2X_1X_2 \mathrm{Cov}(R_1, R_2) \end{aligned}$$

이다. 즉, 個別收益率의 分散 X(해당투자비율)^2 외에 Cov(R_1, R_2), 즉 共分散의 합수인 것이다. 共分散은 두 개의 확률변수간의 상호변화 관계를 나타내는 測度로서 다음과 같이 정의된다.

$$\mathrm{Cov}(R_1, R_2) = E[\{R_1 - E(R_1)\}\{R_2 - E(R_2)\}]$$

그러나 현실적으로 共分散은 두 개의 확률변수의 그 각각의 기대치를 중심으로 한 상호 변화방향을 나타내 주기는 하지만 그 상관관계의 강도를 정확하게 표현하지 못한다. 여기에 보다 유용한 測度로서 相關係數(ρ_{12})는 다음과 같이 정의된다.

$$\rho_{12} = \frac{\mathrm{Cov}(R_1, R_2)}{\sigma(R_1)\ \sigma(R_2)}$$

相關係數 ρ_{12} 는 R_1, R_2 를 그 期待收益率과 標準偏差에 의하여 표준화한 $\frac{R_1 - E(R_1)}{\sigma(R_1)}$ 과 $\frac{R_2 - E(R_2)}{\sigma(R_2)}$ 의 共分散값이며 이 때의 相關係數는 $-1 \leqq \rho_{12} \leqq 1$의 값을 갖는다. 또한

$$\mathrm{Cov}(R_1, R_2) = \rho_{12}\,\sigma(R_1)\ \sigma(R_2)$$

이므로 포트폴리오의 分散을 상관계수를 도입하여 다음 식으로 바꾸어 쓸 수 있다.

$$\sigma^2(R_p) = X_1^2\sigma^2(R_1) + X_2^2\sigma^2(R_2) + 2X_1X_2\rho_{12}\sigma(R_1)\ \sigma(R_2)$$

상관계수는 −1.0과 1.0 사이의 어떤 값을 갖기 때문에 포트폴리오의 分散은 포트폴리오를 구성하는 個別證券의 分散을 加重平均한 것보다 적어지며 특히 그 사이는 복수의 증권에 분산투자함으로써 실현되는 危險低減効果 [린트너(J. Lintner)가 말하는 分散投資利得(gains from diversification)[5]]를 설명해 준다.

또 상관계수 ρ_{12} 의 값이 일정할 때에도 투자비율에 따라 포트폴리오의 위험은 서로 다른 값을 가진다.

그러면 상관계수 ρ_{12} 가 일정할 때 포트폴리오의 위험을 최소로 하는 투자비율을 산출하기 위하여 포트폴리오의 危險을 나타내는 式

$$\sigma^2(R_p) = X_1^2\sigma^2(R_1) + X_2^2\sigma^2(R_2) + 2X_1X_2\rho_{12}\sigma(R_1)\ \sigma(R_2)$$

에서

$$X_2 = 1 - X_1$$

이므로

$$\sigma^2(R_p) = X_1^2\sigma^2(R_1) + (1 - X_1)^2\sigma^2(R_2) + 2X_1(1 - X_1)\ \rho_{12}\sigma(R_1)\ \sigma(R_2)$$

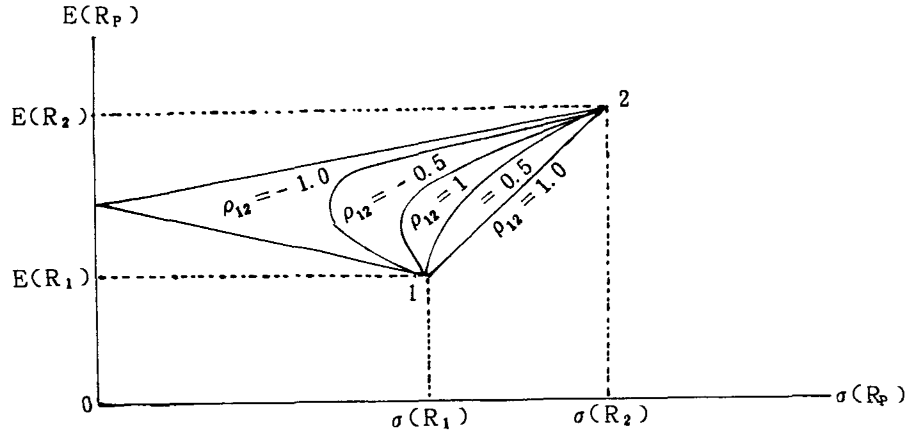
로 X_1에 관한 함수이므로 이를 최소로 하는 X_1은 위의 式을 X_1에 관하여 1차 미분하여 0으로 놓고 구하면 된다.

5) John Lintner, "Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification," *Journal of Finance* (Dec. 1965), pp. 587 ~ 616.

$$\frac{d\,\sigma^2(R_p)}{dX_1} = 2X_1\sigma^2(R_1) + 2(1-X_1)(-1)\,\sigma^2(R_2) + 2\rho_{12}\sigma(R_1)\,\sigma(R_2) - 4X_1\rho_{12}\sigma(R_1)\,\sigma(R_2)$$
$$= 2X_1\{\sigma^2(R_1)+\sigma^2(R_2)-2\rho_{12}\sigma(R_1)\,\sigma(R_2)\} - 2\sigma^2(R_2) + 2\rho_{12}\sigma(R_1)\,\sigma(R_2)$$
$$= 0$$

$$\cdot\ X_1 = \frac{\sigma^2(R_2)-\rho_{12}\,\sigma(R_1)\,\sigma(R_2)}{\sigma^2(R_1)+\sigma^2(R_2)-2\rho_{12}\sigma(R_1)\,\sigma(R_2)}$$

지금까지 설명된 2個의 資産으로 구성된 포트폴리오의 기대수익률과 위험이 상관관계 및 투자비율에 따라 변화하는 양상을 나타낸 것이 그림－1이다.



그림－1. 포트폴리오 期待收益率과 그 標準偏差의 변화

2.3 마코윗츠의 效率的 投資線

어떤 투자자가 n가지 증권을 결합하여 포트폴리오를 선택하고자 할 경우 平均·分散基準에 따라 效率的 分散投資를 행하고자 할 것이다. 이러한 投資者의 선택행동은 주어진 수준의 期待收益率에 대하여 危險을 최소화하고자 하는 행동으로 정의할 수 있다.

따라서 이 경우 意思決定問題는 포트폴리오의 分散을 최소화하는 것을 목적함수로 하고, 원하는 수준의 期待收益率과 투자비율의 합계를 제약조건으로 하는 수식으로 정리될 수 있다.

이 경우에 투자자가 알고자 하는 미지수인 決定變數는 각 증권에의 투자비율인 X_1, X_2, ……, X_n 등의 값이다.

이상을 요약하여 수식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\text{minimize}: \sigma^2(R_p) = \Sigma\Sigma\, x_i\, x_j\, \mathrm{Cov}(R_i, R_j)$$
$$\text{subject to}: \sum_{i=1}^{n} x_i\, E(R_i) = R$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1.0$$

그리고 $x_i \geqq 0\ (i = 1,\ 2,\ \cdots\cdots n)$

이 식의 해를 구하는 과정에서 共分散으로 구성된 행렬이 나타나므로 이 포트폴리오 선택방법을 完全共分散模型(full covariance model)이라고 부른다.

세 가지 株式의 경우 完全共分散模型을 이용하여 效率的 포트폴리오를 구하는 방법을 보면 目的函數와 制約條件으로 라그랑쥬 函數 Z 를 다음과 같이 만든다.

$$\begin{aligned} Z = {} & X_1^2\,\sigma^2(R_1) + X_2^2\sigma^2(R_2) + x_3^2\,\sigma^2(R_3) \\ & + 2x_1\,x_2\,\mathrm{Cov}(R_1,\ R_2) + 2x_2x_3 \\ & \mathrm{Cov}(R_2,\ R_3) + 2x_3x_1(R_3,\ R_1) + \lambda_1 \\ & \{x_1 E(R_1) + x_2 E(R_2) + x_3 E(R_3) - R\} \\ & + \lambda_2(x_1 + x_2 + x_3 - 1) \end{aligned}$$

이 라그랑쥬 함수를 x_1, x_2, x_3, λ_1, λ_2에 대하여 미분하여 0으로 놓으면 다음의 연립방정식을 얻는다. 〔$\sigma^2(R_i)$는 σ_{ii}로, $\mathrm{Cov}(R_i,\ R_j)$는 σ_{ij}로 놓는다〕

$$\partial z/\partial x_1 = 2x_1\sigma_{11} + 2x_2\sigma_{12} + 2x_3\sigma_{13} + \lambda_1 E(R_1) + \lambda_2 = 0$$

$$\partial z/\partial x_2 = 2x_2\sigma_{22} + 2x_1\sigma_{21} + 2x_3\sigma_{23} + \lambda_2 E(R_3) + \lambda_2 = 0$$

$$\partial z/\partial x_3 = 2x_3\sigma_{33} + 2x_1\sigma_{31} + 2x_2\sigma_{23} + \lambda_2 E(R_3) + \lambda_2 = 0$$

$$\partial z/\partial\lambda_2 = x_1 + x_2 + x_3 - 1 = 0$$

$$\partial z/\partial\lambda_1 = x_1 E(R_1) + x_2 E(R_2) + x_3 E(R_3) - R^* = 0$$

위의 연립방정식을 정리하면 다음의 행렬이 얻어진다.

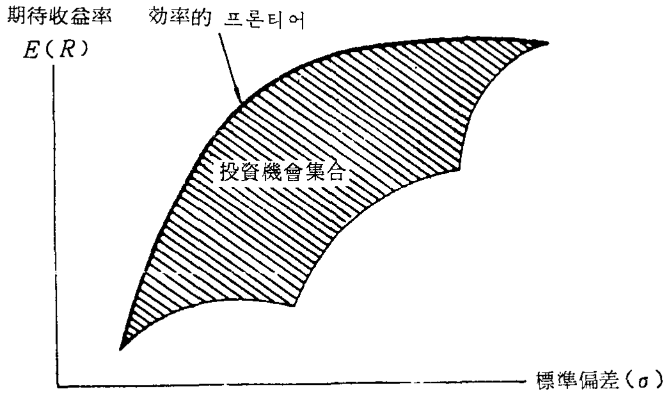
$$\begin{pmatrix} Z\sigma_{11} & Z\sigma_{12} & Z\sigma_{13} & E(R_1) & 1 \\ Z\sigma_{21} & Z\sigma_{22} & Z\sigma_{23} & E(R_2) & 1 \\ Z\sigma_{31} & Z\sigma_{32} & Z\sigma_{33} & E(R_3) & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ E(R_1) & E(R_2) & E(R_3) & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ R^* \end{pmatrix}$$

$$C \qquad \times x \quad = k$$

위의 연립방정식은 行列을 사용하면 다음과 같이 해를 얻을 수 있다.

$$Cx = k$$
$$C^{-1}Cx = C^{-1}k$$
$$x = C^{-1}k$$

이 완전공분산모형은 원하는 수준의 기대수익률에 대하여 最小의 分散(minimum variance)을 갖는 포트폴리오를 구하는 방법이다. 따라서 원하는 수준의 기대수익률의 크기를 작은 것부터 큰 것까지 조금씩 달리하고, 각각의 기대수익률에 대응하는 最小分散의 포트폴리오를 구하여 그림으로 표시하면 그림－2의 굵은선으로 나타난다.



그림－2. 效率的 프론티어

이 굵은선을 效率的 投資線(efficient frontier, Markowitz frontir)라고 하며, 이 곡선상의 각 점은 다음의 두 가지 조건을 만족시키고 있다.

(1) 동일한 위험을 지니는 가능한 포트폴리오 集合중에서 效率的投資線上의 점보다도 높은 기대수익률을 갖는 것은 없다.

(2) 동일한 기대수익률을 갖는 가능한 포트폴리오 집합중에서 效率的 投資線上의 점보다도 낮은 危險(分散)을 지니는 것은 없다.

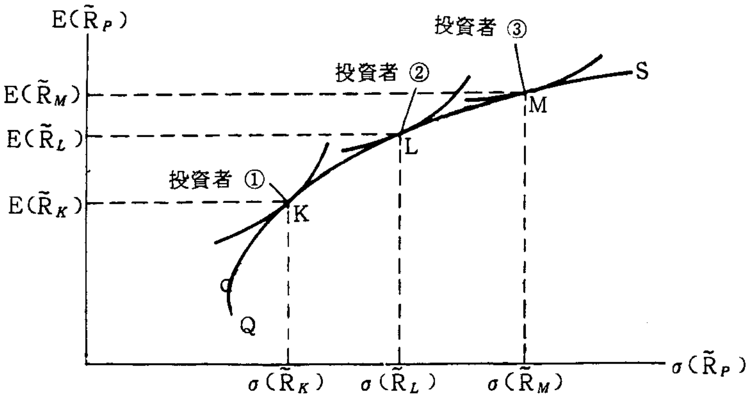
즉, 이 效率的 投資線上의 모든 투자기회들은 기대수익률과 위험도 면에서 그 이외의 다른 모든 점들은 능가하는 점들이며 이를 支配原理(dominance principle)라고 한다.

그리고 效率的 投資線이 곡선인 것은 현실적으로 $\rho_{ij}=1$인 것도, $\rho_{ij}=-1$인 것도 극단적인 것은 없기 때문이다.

2.4. 危險資産의 포트폴리오選択

포트폴리오의 집합을 추정하고, 그의 效率的 프론티어를 결정하면 다음에는 效率的 프론티어중에서 最適의 포트폴리오를 선택하여야 한다. 最適포트폴리오는 결정주체는 투자자의 期待効用을 최대로 하는 포트폴리오이다.

즉, 投資者들은 그들 개인의 위험에 대한 태도에 따라 서로 다른 等効用曲線을 가질 것이고 그들은 각자의 等効用曲線이 效率的 投資線(그림－3에서 QS)과 접하는 點에서 포트폴리오를 선택함으로써 모두의 기대효용을 극대화된다. 그 접이 最適포트폴리오이다. 그림－3에서 투자자 ①은 K에서, ②는 L에서, ③은 M에서 각각 그들의 기대효용이 극대화되며 이와같이 상이한 점에서 최적포트폴리오가 결정되는 것은 각자의 위험에 대한 태도의 相異로 인하여 ①은 상대적으로 위험부담을 줄이기 위해 낮은 기대수익률을 택하는 보다 위험기피적 성향의 효용함수를 가짐에 비하여, 投資者 ③은 많은 위험을 감수하더라도 보다 높은 기대수익률을 원하는 성향의 소유자이다.



그림－3. 최적 포트폴리오의 선택

3. 資本市場線

이상에서 설명한 마코윗츠의 포트폴리오模型은 여러가지 점에서 중요성을 지니고 있다.[6]

첫째는 個別證券을 분석·평가하는데 그치지 않고, 複數證券의 結合으로 얻어지는 포트폴리오의 危險과 收益의 對應關係(trade-off)를 분석함으로써 證券의 理論的 기초를 확립하였다.

둘째로 이 이론은 危險과 收益을 評價함에 있어서 이해하기 쉬운 期待値－標準偏差基準을 적용함으로써, 위험에 대한 투자가의 선호체계를 반영하는 효용함수, 즉 無差別曲線을 도입하였고, 期待效用極大化의 개념을 더욱 명료하게 정립하였다.

세째로 이 모형은 포트폴리오의 선택원리를 밝힌 것으로서, 이후 샤프·린트너·모신 등의 資本資産價格決定模型의 출현을 가능하게 하였다.

그러나 이 모형은,

첫째로 危險證券(risky security) 만으로 구성된 포트폴리오를 분석대상으로 하고 있고,

둘째로 투자자 개개인의 選擇原理만을 문제로 한 個人均衡(investor's equilibrium) 모형이라는 점에서 한계성을 지니고 있다.

이제부터 설명하고자 하는 것은 마코윗츠의 포트폴리오理論을 기초로 한 資本資産價格決定模型이다.

이 모형에 있어서는 危險資産과 더불어 無危險資産(riskless asset)을 포함한 포트폴리오를 대상으로 하고 있고, 또한 그것은 자본시장에 있어서의 모든 투자가의 행동을 설명하는 市場均衡(market equilibrium)이며, 一般均衡模型이라는 점에서 마코윗츠의 선택모형보다 더욱 포괄적인 모형이라 할 수 있다.

3.1 無危險資産 存在

지금까지 危險資産들만이 주어진 경우 그것들만으로 구성된 效率的 프론티어가 얻어지는 과정을 살펴보았다.

그러나 만일 투자자들이 無危險資産에 投資한다면 어떻게 될 것인가?

無危險資産이란 수익률의 변화가능성이 전혀 없는, 따라서 그 수익률의 分散이 0인 자산을 말하며 엄밀한 의미에서는 극히 理論的인 개념이지만 정기예금이나 國債를 무위험자산으로 간주한다.

無危險資産에 투자가 가능한 경우에 투자자들은 위험증권으로 구성된 포트폴리오와 무위험자산을 결합함으로써 새로운 포트폴리오를 형성할 수 있다.

이러한 새로운 투자기회에 效率的 投資線상에 있는 포트폴리오와 무위험자산을 결합하여 무위험자산에 ω만큼 투자하고 나머지 $(1-\omega)$만큼을 포트폴리오에 투자한다면 새로이 얻어지는 포트폴리오의 기대수익률과 위험도는 다음과 같다.

$$E(R_p) = \omega \cdot R_f + (1-\omega)\ E(R_p)$$

$$\sigma^2(R_p) = \omega^2 \sigma^2(R_f) + (1-\omega)\ \sigma^2(R_p) + 2\omega(1-\omega)\ \mathrm{Cov}(R_f,\ R_p)$$

$$= (1-\omega)^2 \sigma^2(R_p)$$

$$(\because\ \sigma^2(R_f) = 0)$$

$$\sigma(R_p) = (1-\omega)\ \sigma(R_p)$$

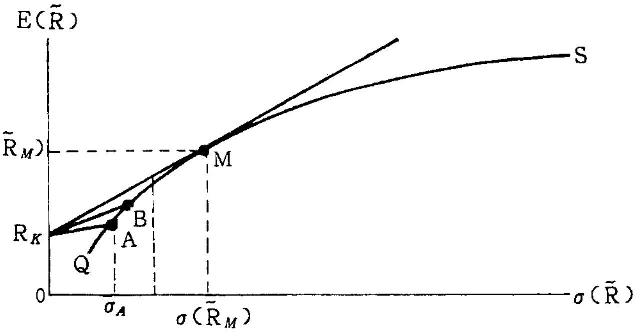
단, $E(R_p)$, $\sigma^2(R_p)$: 새로이 얻어지는 포트폴리오 기대수익률과 分散.

R_f : 無危險資産의 收益率.

이때 效率的 投資線상의 어느 점이 무위험자산을 포트폴리오로 구성하는 것이 투자자의 기대효용을 극대화하는 것이겠는가?

---

6) 曺 淡, 韓國資本市場論(서울 : 貿易經營社, 1980), pp. 28～32.



그림－4. 效率的 投資線上의 投資機会와 無危險資産으로 구성된 포트폴리오

그것은 바로 그림－4에서 점 M이어야 한다. R_f 에서 效率的 投資線 QS와 만난 점 M은 분명히 효율적 투자선상의 포트폴리오이며 R_f 와 포트폴리오 M을 하나의 포트폴리오로 구성하였을 때의 그 E(R_p)와 $\sigma(R_p)$는 R_f 에의 투자비율 w가 얼마인가에 따라 직선 R_fM상의 어느 한 점에서 구체적으로 결정된다. 그런데 직선 R_fM상의 모든 점들은 그 이외의 직선 R_fA나 R_fB상의 점들보다 동일위험도에서 기대수익률이 높고 동일 기대수익률에서 보다 적은 위험도를 가진다. 환언하면, 직선 R_fM의 점들은 여타 포트폴리오를 支配하는 것이다.

이와같이 무위험자산이 存在하면 마코윗츠의 효율적 투자선이 아니고 새로운 효율적 투자선은 R_fMS인 것이다.

3.2 貸出포트폴리오와 借入포트폴리오

資本市場이 存在함으로써 無危險收益率(또는 無危險利子率) R_f에 자금을 借入할 수도 있고 資金을 貸與할 수도 있게 된다.

여기에서 R_f 의 이자율에 자금을 대여한다 함은 곧 무위험자산에 투자한다는 뜻이다. 따라서 투자자가 무위험자산을 보유하고 있을 때 자본시장에 자금을 투자비율만큼 貸與하고 있는 셈이며 이 경우 그 투자자의 기대수익률과 危險度는 그림－5에서 R_f M상의 어느 한점에 있고 우리는 그 투자점을 貸出포트폴리오라 한다.

반면에 R_f 의 이자율에 자금을 借入하여 이를 본래 가지고 있는 투자자금과 합하여 위험자산의 포트폴리오 M에 투자하는 경우도 있을 것이다. 이 때의 투자자는 자기자금 100% 이상을 M에 투자하고 있으며 이중 100%를 초과하는 비율 w는 R_f의 확정이자를 지급해야 하는 借入資金 비율로 마이너스의 값을 갖는다.

그러므로 차입자금과 본래의 투자자금을 합하여 M에 투자하였을 때 그림－5에서의 직선 MP 상의 한 점이고 이 부분을 借入포트폴리오에 해당한다.

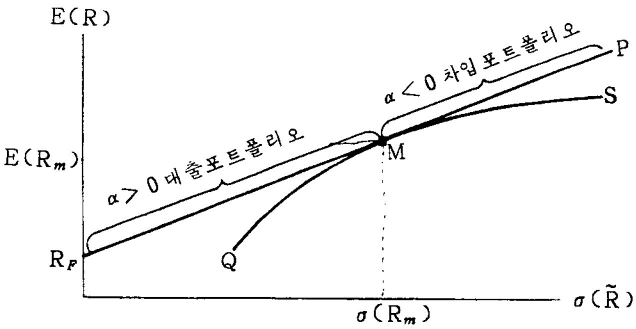


그림 －5. 대출 및 차입 포트폴리오

그런데 이와같이 무위험자산과 效率的 投資線상의 포트폴리오 M의 결합으로 실현되는 투자기회 R_fMP상의 모든 점들은 그 기대수익률과 위험도 면에서 마코윗츠의 效率的投資線은 물론, 무위험자산과 위험자산을 결합하여 구성할 수 있는 여타 어떤 투자기회보다 우월한 포트폴리오들이다. 따라서 R_fMP 야말로 무위험자산의 存在를 전제하였을 때의 새로운 效率的 投資線이며 투자자들의 기대효용을 극대화 할 수 있는 선이다. 직선 R_fMP를 우리는 특별히 資本市場線(CML ; Capital Market Line)이라

고 정의한다.

3.3 最適포트폴리오 選択

포트폴리오 최종단계로서 효율적 프론티어 중에서 단 한개의 最適포트폴리오를 선택하게 된다. 最適포트폴리오의 선택을 위해서는, 無危險資産이 없을 경우의 포트폴리오 선택과 마찬가지로 투자자의 等効用曲線이 확대된 효율적 프론티어와 접하는 점을 구하여 이 點을 最適포트폴리오로 하면 된다.

資本市場線이 정해지면 각 투자자는 각각의 効用函數에 따라 R_f 에 대한 투자비율 ω의 값을 정해 資本市場線上의 어떤 점을 최적의 것으로 선택하게 된다.

그러면 투자자의 집단은 네 개의 유형으로 분류된다. 위험회피적 투자자는 $\omega = 1.0$, 즉 그들의 자기자본을 모두 대여하고 危險證券에는 전혀 투자하지 않는 경우이다. 다음으로 危險回避의 정도가 강한 집단은 $0 < \omega < 1.0$이며 이들은 자기자본의 일부를 대여하고 나머지를 M에 투자한다. 위험을 거의 회피하지 않는 집단은 $\omega = 0$, 즉 자기자본전부를 M에 투자하는 집단이다. 끝으로 위험을 회피하지 않는 진취적인 投資者집단은 오히려 借入하여 이를 자기자본과 함께 M에 투자하게 된다. 이러한 집단에게는 $\omega < 0$이 될 것이다.

이상과 같이 危險을 가장 회피하는 투자자 집단을 제외하고는, 危險證券에 투자하려고 하는 모든 투자자는 위험회피의 정도 여하를 불문하고 모두가 단 한 개의 危險포트폴리오 M을 공유하게 된다. 이 점으로 미루어보아 우리들은 危險證券의 最適포트폴리오 M을 결정하는 데 있어서 투자자의 危險回避의 정도를 고려할 필요가 없게 된다. 즉 최적의 危險포트폴리오는 투자자의 効用函數와는 독립적으로 결정되는 것이다. 다시 말해서 無危險證券과 危險證券의 最適포트폴리오 결정과는 독립적으로 정할 수 있다는 것이다. 이것을 分離定理(seperation theorem)[7] 라고 부른다.

최적포트폴리오 M은 모든 위험증권에 대한 투자가들이 보유하고자 하는 유일의 포트폴리오기 때문에, 시장이 均衡을 이루기 위해서는, 이 포트폴리오는 시장에 있는 모든 증권을 포함하여야 한다. 이러한 최적포트폴리오를 市場포트폴리오라 부르며 M으로 표시된다. 市場포트폴리오의 기대수익률은 E(R_m) 그 표준편차는 $\sigma(R_m)$으로 표시한다.

7) J. Tobin, "Liquidity Preferences as Behavior toward Risk," *The Review of Economic Studis*, Vol. XXVI (Feb. 1968).

그리고 市場포트폴리오, 즉 최적 危險포트폴리오에 있어서 각 증권의 구성비율은 증권시장전체를 구성하는 각 증권의 구성비율과 일치한다.

3.4 資本市場線 도출

資本市場線(CML)은 理論的으로는 다음과 같이 도출된다.

일반적으로 無危險資産을 포함한 포트폴리오의 기대수익률과 표준편차는 다음과 같이 표시한다.

$$E(R_p) = \omega R_f + (1-\omega)\cdot E(R_n) \qquad 0 \leqq \omega \leqq 1 \cdots\cdots (1)$$

$$\sigma(R_p) = (1-\omega)\cdot\sigma(R_A) \qquad 0 \leqq \omega \leqq 1 \cdots\cdots (2)$$

(단 $E(R_A)$: 위험증권의 기대수익률)

또한 無危險收益率 R_f는 확실하므로 그 표준편차는 $\sigma(R_f) = 0$이며, R_A와의 共分散도 0이다.

이제 투자자의 危險과 收益에 대한 대응관계를 표시하기 위하여 ω에 대하여 정리하면,

$$\omega = \frac{E(R_p) - E(R_A)}{R_f - E(R_A)} \cdots\cdots (1)$$

$$\omega = \frac{\sigma(R_A) - \sigma(R_p)}{\sigma(R_A)} \cdots\cdots (2)$$

(1), (2)式에서 $E(R_p)$를 도출하면,

$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_A) - R_f}{\sigma(R_A)}\,\sigma(R_p)$$

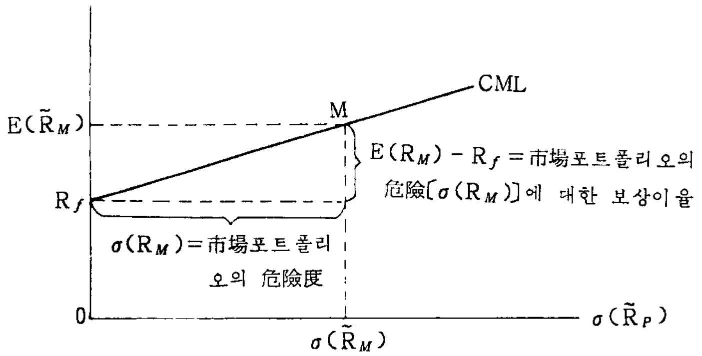
그런데 危險資産 A는 効率的 포트폴리오가 되는 조건으로서, 市場포트폴리오 M에 반드시 포함되어야 하므로 R_A는 R_m으로 바꾸어 쓸 수 있다. 즉,

$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma(R_m)}\,\sigma(R_p)$$

이것이 資本市場線의 式이다. 이와같은 관계를 그래프로 나타내면 그림-6과 같다.

여기에서 CML의 기울기가 $[E(R_m) - R_f]/\sigma(R_m)$이라는 것은 포트폴리오 위험도 $\sigma(R_p)$가 한 단위 증가하는 데 대한 기대수익률 $E(R_p)$의 증가율이라는 뜻이며, 이는 위험한 단위증가에 대하여 추가적으로 늘어나는 기대수익률이므로 자본시장에서의 포트폴리오 위험에 대한 均衡價格(equilibrium price of risk)이며 동시에 기대수익률과 위험간의 限界代替率(MRS ; Marginal Rate of Substitution)이라 할 수 있다.

이상에서 논술한 CML은 危險資産과 無危險資産이 結合된 포트폴리오의 効率的 프론티어이며 모든



그림－6. 資本市場線의 기울기와 그 意味

投資者는 각각의 위험 회피정도에 따라 CML上의 일정한 점을 최적 포트폴리오로 결정한다.

4. 資本資産價格決定模型

4.1 資本資産価格決定模型 도출

資本資産價格決定模型(CAPM)은 증권을 비롯한 資本資産의 危險과 收益率 사이에 存在하는 均衡關係를 설명하기 위한 이론모형이다. 이 CAPM은 투자자들이 平均·分散基準과 効率的 分散投資原理에 따라 행동하고, 또한 토빈이 말하는 分離定理가 성립하는 경우에 하나의 증권 또는 포트폴리오의 危險과 收益이 均衡이 되기 위한 價格決定의 메카니즘을 설명해 주고 있다.

이 CAPM은 現實을 單純化하기 위하여 일련의 假定을 전제로 출발한다.

(1) 모든 투자자가 危險回避的 성향의 소유자들로써 그들의 투자결정은 그들의 투자자산의 期待收益率과 收益率의 標準偏差를 기준으로 그들의 期待効用이 극대화되는 點에서 이루어진다.

(2) 모든 투자자들은 각 투자자산의 기대수익률과 위험도에 대하여 同一한 예상을 하고 있으며 그 수익률의 확률분포는 정규분포를 이룬다.

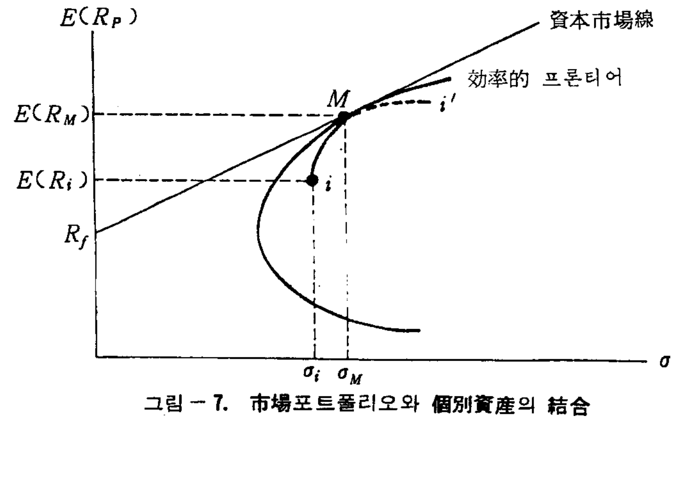
(3) 無危險資産이 資本市場에 存在하며 투자자들은 누구나 필요할 경우 無危險資産 利子率에 자금을 借入할 수도 있고 貸出할 수도 있다.

(4) 資本市場은 完全競爭市場이다.

(5) 證券의 去來費用과 課稅에 대하여 고려하지 않는다.

이상의 가정들은 현실을 적절하게 반영하고 있지 못하다. 그러나 이 가정에 기초하여 일단 하나의 명제를 도출할 수 있다면 위의 가정을 현실성있게 수정하여 감으로써 명제 역시 수정되어질 수 있을 것이다.

여기서는 샤프의 논문에 의존하여 資本資産價格決定模型 도출 과정을 설명하고자 한다. 샤프는 토빈의 分離定理에 기초하여 모형을 도출하고 있다. 토빈의 分離定理에 의하여, 危險資産의 最適포트폴리오는 資本市場線과 効率的 프론티어의 接點에 존재하는 포트폴리오이며, 이 포트폴리오를 市場포트폴리오로 불렀다. 그림－7에서 市場포트폴리오는 資本市場線과 M으로 표시되어 있다. 이 도표에서 알



그림－7. 市場포트폴리오와 個別資産의 結合

수 있는 바와같이 어떤 危險資産 또는 포트폴리오 i 가 있다면 그것은 效率的 프론티어의 안쪽에 위치하게 될 것이다.

어떤 투자자가 市場포트폴리오 M과 危險資産 i 를 결합하여 새로운 포트폴리오를 만들어내고자 한다고 하자. 자산 i 에의 투자비율을 ω라고 할 때, 이 ω의 크기에 따라 새로이 얻어지는 포트폴리오는 iM_i'를 잇는 곡선상에 존재할 것이다. 만일 ω가 0보다 크면 i와 M을 잇는 곡선상에서 포트폴리오가 얻어질 것이고 ω가 0보다 작다면(즉, 자산 i 를 空賣한다면) M_i' 점선상에서 얻어질 것이다. 이때에 ω의 크기는 資本市場에서 資産 i 에 대한 超過需要, 또는 超過共給의 크기를 나타낸다. ω가 0에 무한히 접근한다면 이는 초과수요와 초과공급에 의해 이루어진 均衡狀態를 의미한다.

SML을 도출하기 위하여 점 M에 있어서의 곡선 iM_i'의 기울기를 구하여야 하며 이를 위해서 iM 포트폴리오의 기대수익률과 표준편차를 알필요가 있다. iM포트폴리오의 기대수익률과 표준편차는 다음과 같다.

$$E(R_p)=\omega\cdot E(R_i)+(1-\omega)\cdot E(R_m) \quad \cdots\cdots (3)$$

$$\sigma(R_p)=\{\omega^2\sigma^2(R_i)+(1-\omega)^2\sigma^2(R_m)+2\omega(1-\omega)\ \mathrm{Cov}(R_i,R_m)\}^{\frac{1}{2}} \quad \cdots\cdots (4)$$

여기서 (3), (4) 式을 ω에 관하여 미분하면 다음의 (5), (6)式이 얻어진다.

$$\frac{dE(R_p)}{d\omega}=E(R_i)-E(R_m) \quad \cdots\cdots (5)$$

$$\frac{d\sigma(R_p)}{d\omega}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2\omega\sigma^2(R_i)-2(1-\omega)\cdot\sigma^2(R_m)+2\,\mathrm{Cov}(R_i,R_m)-4\omega\cdot\mathrm{Cov}(R_i,R_m)}{\{\omega^2\sigma^2(R_i)+(1-\omega)^2\sigma^2(R_m)+2\omega(1-\omega)\ \mathrm{Cov}(R_i,R_m)\}} \quad \cdots\cdots (6)$$

점 M에 있어서 $w=0$이므로 (6) 式은

$$\left.\frac{d\sigma(R_p)}{d\omega}\right|_{w=0}=\frac{\mathrm{Cov}(R_i,R_m)-\sigma^2(R_m)}{\sigma(R_m)} \quad \cdots\cdots (7)$$

이 된다.

이리하여 점 M에 있어서 곡선 iM_i'의 기울기는 다음의 (8)式에 의해 얻어진다.

$$\left.\frac{dE(R_p)}{d\sigma(R_p)}\right|_{w=0}=\frac{dE(R_p)}{dw}\cdot\left.\frac{dw}{d\sigma(R_p)}\right|_{w=0}=\frac{E(R_i)-E(R_m)}{\mathrm{Cov}(R_i,R_m)-\sigma^2(R_m)}\sigma(R_m) \quad \cdots\cdots (8)$$

한편 CML도 점 M에서 危險포트폴리오 집합의 效率的 프론티어인 곡선에 접하므로 (8)式의 곡선 iM_i'의 기울기는 점 M에 있어서의 CML의 기울기, 즉 $\{E(R_m)-R_p\}/\sigma(R_m)$과 같다.

$$\frac{E(R_i)-E(R_m)}{\mathrm{Cov}(R_i,R_m)-\sigma^2(R_m)}\sigma(R_m)=\frac{E(R_m)-R_f}{\sigma(R_m)} \quad \cdots\cdots (9)$$

(9)式을 $E(R_i)$에 관해 정리하면,

$$E(R_i)=R_f+\frac{E(R_m)-R_f}{\sigma^2(R_m)}\mathrm{Cov}(R_i,R_m) \quad \cdots\cdots (10)$$

이 된다. (10) 式이 SML, 즉 證券市場線이고 資本資産價格決定模型(Capital Asset Pricing Model ; CAPM)이다.

4.2 CAPM의 危險

證券市場線에서 의미하는 것은 시장균형하에 있어서 비효율적인 위험증권 i 에 요구되는 期待收益率이 無危險證券의 收益率과 危險프레미엄을 합한 것이다.

證券市場線의 기울기 $\{E(R_m)-R_f\}/\sigma^2(R_m)$을 資本市場線의 기울기 $\{E(R_m)-R_f)\}/\sigma(R_m)$와 비교해보면, 資本市場線에 있어서는 市場포트폴리오의 超過收益率이 市場포트폴리오의 표준편차 $\sigma(R_m)$으로 규격화되었으나, 證券市場線에서는 그것이 分散 $\sigma^2(R_m)$으로 규격화되어 있다. 또한 資本市場線에 있어서는 각 危險證券의 危險이 표준편차 $\sigma(R_p)$에 의해서 測定되고 있으나, 證券市場線에 있어서는 당해 證券과 市場포트폴리오의 共分散 $\mathrm{Cov}(R_i,R_m)$에 의해서 測定되고 있다.

證券市場線에 있어서 $\mathrm{Cov}(R_i,R_m)$과 $\sigma(R_m)$을 관찰해 보면

市場포트폴리오의 分散 $\sigma^2(R_m)$은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\sigma^2(R_m)&=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}X_iX_j\sigma_{ij}\\&=\sum_{i=1}^{n}X_i(\sum_{j=1}^{n}X_j\sigma_{ij})\\&=X_1(\sum_{j=1}^{n}X_j\sigma_{ij})+X_2(\sum_{j=1}^{n}X_j\sigma_{2j})\\&\quad+\cdots\cdots+X_n(\sum_{i=1}^{n}X_j\sigma_{nj})\cdots(11)\end{aligned}$$

단, $\sum_{i=1}^{n}X_i=1$, $\sigma_{ij}=\mathrm{Cov}(R_i,R_j)$

(11)式의 제항, 즉 $X_1(\sum_{j=1}^{n} X_j\sigma_{1j})$은 두 부분으로 되어 있다. 제1부분 X_1은 市場포트폴리오에 있어서 證券 1의 투자비율이며, 제2부분 $\sum_{j=1}^{n} X_j\sigma_{1j}$는 市場에 존재하는 n種의 證券(증권 1 포함)과 증권 1과의 사이의 共分散을 가중평균한 것이다. 이 제2부분에 관해서 다음 (12)式이 성립한다.

$$\sum_{j=1}^{n} X_j\sigma_{1j} = X_1\sigma_{11} + X_2\sigma_{12} + \cdots\cdots + X_n\sigma_{1n} = \sigma_{1m} \quad \cdots\cdots \quad (12)$$

즉, 제2부분은 증권 1과 市場포트폴리오 M과의 共分散이다. 그것은 市場포트폴리오에 있어서의 증권 1의 危險을 표시하고 있다.

또한 (11), (12)式을 고려할 경우,

$$\sigma^2(R_m) = X_1\sigma_{1m} + X_2\sigma_{2m} + \cdots\cdots + X_n\sigma_{nm} = \sum_{i=1}^{n} X_i\sigma_{im} \quad \cdots\cdots \quad (13)$$

이것으로서 $\sigma^2(R_m)$이 危險證券 i와 市場포트폴리오에 포함되는 n種의 증권과의 共分散을 가중평균한 것이다.

이제 위험증권 i의 베타를

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i,\ R_m)}{\sigma^2(R_m)}$$

이라 하면, β_i는 市場포트폴리오에 있어서 증권 i의 상대적 위험을 표시하고 있다. β_i를 이용해서 (10)式에 대입하면

$$E(R_i) = R_f + \beta_i[E(R_m) - R_f] \quad \cdots\cdots \quad (14)$$

여기서 R_f와 $[E(R_m)-R_f]$는 모든 증권에 공통해서 일정하므로, 증권 i의 기대수익률 수준은 그 증권의 베타의 크기에 따라 결정된다고 할 수 있다.

市場포트폴리오의 베타를 β_m으로 표시하면,

$$\beta_m = \frac{Cov(R_m,\ R_m)}{\sigma^2(R_m)} = \frac{\sigma^2(R_m)}{\sigma^2(R_m)} = 1$$

이 된다. 즉, 市場포트폴리오의 베타 1이다.

베타의 특성을 알아보기 위하여 (14)式을 병형하면 다음 (15)式과 같이 얻을 수 있다.

$$E(R_i) - R_f = \beta_i[E(R_m) - R_f] \quad \cdots\cdots \quad (15)$$

위 式의 左邊은 증권 i의 초과수익률, 右邊의 괄호안은 市場포트폴리오의 초과수익률이라고 한다면 베타는 증권 i의 초과수익률이 市場收益率의 초과수익률에 어떻게 반응하는가 하는 그 반응의 정도를 표시한다. 다시 말해서 베타는 市場포트폴리오 $E(R_m)$의 변화율에 대한 個別證券 $E(R_i)$의 변화율을 표시하며 이를 市場의 변화에 대한 증권 i의 反應度 또는 변동성이라 한다.

한편, 증권 i는 그 β_i의 크기에 따라 SML 上의 위치가 결정된다. 또한 β_i의 크기는 증권 i의 특성을 규정하므로 $\beta_i > 1$일 때 그 증권은 市場變動에 민감하게 반응하므로 공격적 증권이라 하고, $\beta_i < 1$일 때 그 증권은 市場變動에 반응도가 낮으며 이러한 증권을 방어적증권이라 한다.

CAPM의 危險은 척도로써 증권 i의 수익률과 市場포트폴리오의 共分散 $Cov(R_i, R_m)$과, 이 共分散을 市場포트폴리오의 수익률의 分散 $\sigma^2(R_m)$으로 나눈 베타 이외에 $\rho_{im}\sigma(R_i)$가 있다.

CAPM의 기본식

$$E(R_i) = R + \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma^2(R_m)} Cov(R_i,\ R_m)$$

에서 $Cov(R_i,\ R_m) = \rho_{im}\sigma(R_i)\ \sigma(R_m)$이므로 CAPM의 기본식에 대입하면,

$$E(R_i) = R_f + \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma^2(R_m)}\rho_{im}\sigma(R_i)\ \sigma(R_m) = R_f + \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma(R_m)}\rho_{im}\sigma(R_i)$$

로 바꾸어 쓸 수 있다.

여기에서 증권 i의 단독 위험 $\sigma(R_i)$과 CAPM에서 증권 i의 위험 $\rho_{im}\sigma(R_i)$와는 어떠한 관계인가?

$\sigma(R_i)$가 증권 i의 총위험인데 대하여 $\rho_{im}\sigma(R_i)$는 총위험의 일부분이라는 점이다. $\rho_{im}\sigma(R_i)$를 비롯하여 CAPM에 있어서의 위험은 그 어느것도 시장과 관련해서 해석되는 위험이므로 이것을 市場危險(Market risk) 또는 體系的 危險(systematic risk)라고 불린다. 한편 총위험을 구성하면서도 市場危險에 들어가지 않는 부분이 非體系的危險(unsystematic risk)이고 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\sigma(R_i) - \rho_{im}\sigma(R_i) = (1 - \rho_{im})\ \sigma(R_i)$$

非體系的 危險은 個別體系의 고유한 財務的 要因, 가령 매출액 변동, 조업상태, 관리능력 등에 관한 위험이며, 이것은 分散投資에 의하여 제거될 수 있는 分散可能危險(diversifiable risk)이다. 이에 대하여 體系的 危險은 市場 전체와 관련된 危險으로서, 그것은 分散投資에 의하여 제거될 수 없는 分散不能危險(undiversifiable risk)이다. 體系的 危險의

크기는 시장과 관련된 그 증권의 베타계수의 크기에 달려 있으며, 이 베타계수의 결정요인은 기업의 負債比率·配當性向·流動比率·利益成長率 등이다.

샤프의 單一指標模型(single-index model)에 있어서도 單一證券 또는 포트폴리오의 分散은 體系的 危險과 非體系的 危險으로 나눌 수 있으며 非體系的 危險은 分散投資에 의하여 제거시킬 수 있다.

이제 n 種의 증권으로 구성되고 아주 잘 分散化된 포트폴리오에 있어서 각 증권의 투자비율은 同一, 즉 $X_i = 1/n$ 이다고 가정하자. 이렇게 가정하면 이 포트폴리오의 分散은 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned}\sigma^2(R_p) &= b_p^2\,\sigma^2(R_m) + \Sigma\, X_j\, \sigma^2(e_j)\\ &= b_p^2\,\sigma^2(R_m) + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \sigma^2(e_1) + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \sigma^2(e_2) + \cdots\cdots + \left(\frac{1}{n}\right)^2 \sigma^2(e_n)\\ &= b_p^2\,\sigma^2(R_m) + \frac{1}{n}\left\{\frac{\sigma^2(e_1)+\sigma^2(e_2)+\cdots\cdots\sigma^2(e_n)}{n}\right\}\end{aligned}$$

위 式의 右區의 제 1 항은 포트폴리오의 體系的 危險이고 제 2 항은 非體系的 危險이다. 제 2 항에서 n 이 증가하면 점차 0에 가까와진다. n이 15내지 20種類의 증권으로 구성되는 포트폴리오 또한 잘 분산된 포트폴리오라고 할 수 있다. 이와같이 非體系的 危險은 여러개의 증권에 분산투자함으로써 거의 제거시킬 수 있다.

4.3 CAPM에 의한 株価

CAPM의 기본식을 기대수익률로부터 株價를 표시하는 式으로 전환시킴으로써 株價를 도출할 수 있다.

CAPM의 기본식

$$E(R_i) = R_f + \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma^2(R_m)}\,\mathrm{Cov}(R_i,\, R_m) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

에서 $\lambda = [E(R_m) - R_f]/\sigma^2(R_m)$이라 하면,

$$E(R_i) = R_f + \lambda\ \mathrm{Cov}(R_i,\ R_m)$$

이다.

주식의 投資收益率 R은 다음 (18) 式과 같이 정의된다.

$$R = \frac{d_t + P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (20)$$

단, d_t : t 기의 配當

P_t : t 기의 株價

P_{t-1} : (t−1) 기의 株價

위의 式을 변형하기 위하여 $d_t + P_t = Y_t$ 라 놓으면, 다음 (19) 式과 같이 표시된다.

$$R = \frac{d_t + P_t}{P_{t-1}} - \frac{P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{Y_t}{P_{t-1}} - 1 \cdots\cdots (19)$$

위의 式에서 증권 i 에 관한 것이라는 것을 명시하기 위하여 각 기호에 i 라는 添字를 붙이고 시점을 나타내는 添字를 생략하면

$$R_i = \frac{Y_i}{P_i} - 1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (20)$$

위의 式으로부터 R_i 의 기대치를 구하면 다음 (21) 式과 같다.

$$E(R_i) = \frac{E(Y_i)}{P_i} - 1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (21)$$

이제 (17) 式 $E(R_i)$에 (21) 式을, 또 共分散項의 R_i 에 (20) 式을 대입하면 다음 (22) 式이 얻어진다.

$$E(R_i) - 1 = R_f + \lambda\ \mathrm{Cov}\left[\left(\frac{Y_i}{P_i} - 1\right),\ R_m\right] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (22)$$

그런데

$$\mathrm{Cov}\left[\left(\frac{Y_i}{P_i} - 1\right),\ R_m\right] = \frac{1}{P_i}\mathrm{Cov}(Y_i,\ R_m) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (23)$$

이므로 (23) 式을 (22) 式에 대입하여 P_i 에 관해서 정리하면 다음 (24) 式이 얻어진다.

$$P_i = \frac{E(Y_i) - \lambda\ \mathrm{Cov}(Y_i,\ R_m)}{1 + R_F} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (24)$$

위의 (24) 式은 균형하에서의 危險證券, 즉 株式의 市場價值(株價)를 나타내고 있다.

5. 結 論

지금까지 마코윗츠의 포트폴리오理論을 통하여 個別投資者가 證券에 투자할 경우 어떠한 포트폴리오를 설정하는 것이 最適인가를 平均·分散基準에 의하여 검토하였으며, 이 포트폴리오理論을 기초로 効率的 市場에 있어서의 市場全體의 모든 投資者의 投資行動을 설명하는 資本資産價格決定模型을 도출하였으며, 이 CAPM에 의하여 資本市場均衡下에서 證券의 市場價値, 즉 企業의 價値를 구하는 것을 알아 보았다.

本 論文에서 궁극적으로 포트폴리오理論과 資本資産價格決定模型이 企業의 財務意思決定에 있어서의 역할을 살펴봄으로써 現代 投資論에 있어서 이 理論의 重要性을 인식시키고 財務管理 主要과제로서 企業評價理論의 이해를 위한 기초를 마련하고자 하였다.

參 考 文 献

1) 朴延寔, 現代財務管理, 서울 : 茶山出版社, 1984.
2) 李聖淳, 現代投資論, 서울 : 法文社, 1984.
3) 李弼商, 財務論, 서울 : 博英社, 1984.
4) 池 清·曹 淡, 投資論, 서울 : 貿易經營社, 1984.
5) 池 清·曹 淡·朴判 編譯, 現代財務理論, 서울 : 竹川書院, 1983.
6) 朴延寔,「資本資産價格決定의 理論 : 理論의 展開 및 廣張」, 經營論集 第17卷, 第1號, 1983.
7) Robett C. Radcliffe, *Investment*, Scott, Foresman and Company, Glenview, Illinois, 1982.
8) Copeland, Thomas E. and Weston, J. Fred. *Financial Theory and Corporate Policy*, 2nd ed., Addison-Wesley Publishing co., Inc., 1983.