

論 文

2 차계 Pole-Zero IIR필터를 사용한 Hybrid필터의 설계

正會員 洪 羲 植*

The Design of Hybrid Filter using 2-nd order Pole-Zero IIR Filters

Hee Sik HONG*, Regular Member

요 약 전단의 IIR필터를 2 차계의 pole-zero 형태로 취하고 후단의 FIR필터의 필터 길이를 최소화시키는 hybrid필터의 설계를 제시한다. 시뮬레이션 결과 FIR필터의 경우보다 필터 길이가 현저히 줄어들었고 또한 IIR필터를 all-pole 형태로 취했을 때보다도 다소 줄어들었다. hybrid필터가 정확한 선형위상(linear phase) 특성을 갖지는 못하나 통과대역과 저지대역에서 IIR필터보다는 비교적 정확한 선형특성을 갖게 됨을 알 수 있다.

ABSTRACT The hybrid design which is to take IIR filter of the first stage as a second order pole-zero model and minimize the filter length of the FIR filter of the following stage is presented. The outcome of the simulation showed us that the filter length in the hybrid filters was remarkably decreased compared to that of the hybrid filters which take the IIR filter as a all-pole model. Although the hybrid filters couldn't obtain the exact linear phase, it was superior to the IIR filters in passband and stopband.

1. 서 론

낮은 차수로 비교적 예리한 cut-off 특성을 갖는 IIR필터와 정확한 linear phase 특성을 갖는 FIR필터를 cascade로 구성함으로써 FIR필터의 filter length를 줄이고 통과대역과 저지대역에서 비교적 양호한 linear phase 특성을 가질 수 있는 hybrid필터의 설계를 제시한다.

전단의 IIR필터를 2 차계의 pole-zero 모델로 선정하고 후단의 FIR필터의 filter length를 최소화시키기 위한 커매터를 구했다.

2. hybrid필터의 구성

기본적인 hybrid필터를 아래와 같이 cascade로

구성시킨다.

$$H_{HYB}(Z) = H_{IIR}(Z) \cdot H_{FIR}(Z) \quad (1)$$

일반적으로 2 차계의 pole-zero IIR필터의 전달함수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$H_{IIR}(Z) = \frac{(1 - \rho_2 e^{j\theta_2} \cdot Z^{-1}) (1 - \rho_1 e^{-j\theta_1} \cdot Z^{-1})}{(1 - \rho_1 e^{j\theta_1} \cdot Z^{-1}) (1 - \rho_2 e^{-j\theta_2} \cdot Z^{-1})} \quad (2)$$

여기에서 ρ_1, ρ_2 는 Z -평면에서 pole, zero의 반경이고 θ_1, θ_2 는 위상을 나타낸다.

또한 FIR필터는

$$H_{FIR}(Z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) Z^{-n} \quad (3)$$

로 표현되며 이 때 N 은 filter length이다.

hybrid필터 설계의 전체적인 흐름도를 그림 2에 나타냈다.

* 東洋工業專門大學通信工學科
Dept. of Communication Engineering, Dongyang Technical College, Seoul, 160 Korea
論文番號: 85-05 (1985. 1. 9.)

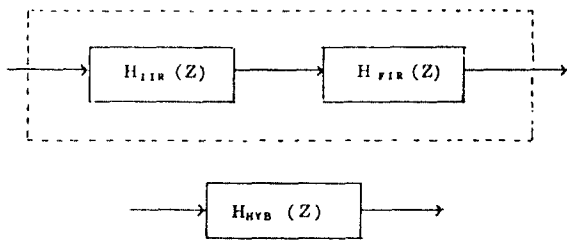


그림 1 하이브리드 디지털 필터
Hybrid digital filter.

FIR section에서는 McClellan의 최적화 프로그램을 사용하였고 N 을 최소로 하는 IIR section의 퍼라미터 ρ, θ 를 구하기 위해서는 Hooke & Jeeves의 알고리즘을 이용하였다.

실제적인 hybrid 필터의 주파수 응답은 통과대역의 변위를 δ_1 , 저지대역의 변위를 δ_2 라 할 때

$$1 - \delta_1 \leq |H_{HVB}(e^{jw})| \leq 1 + \delta_1, \quad w \in F_p \quad (4)$$

$$0 \leq |H_{HVB}(e^{jw})| \leq \delta_2, \quad w \in F_s$$

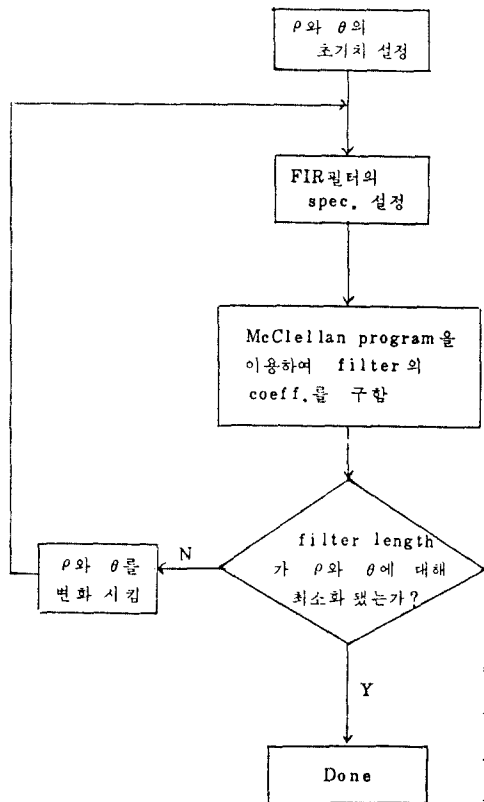


그림 2 hybrid 필터의 설계 알고리즘
Design algorithm of hybrid filter.

표 1 FIR 필터의 입력 specification
Input specification of FIR filter.

	Passband	Stopband
Desired Value	$\frac{1}{ H_{FIR}(e^{jw}) }$	0
Deviation	$\frac{\delta_1}{ H_{FIR}(e^{jw}) }$	$\frac{\delta_2}{ H_{FIR}(e^{jw}) }$

이 되므로 각 주파수대에서 FIR 필터의 원하는 주파수 응답과 변위는 표 1과 같이 된다.

여기서 ρ 와 θ 의 초기치 그리고 각각의 initial step size $\Delta\rho$ 와 $\Delta\theta$ 를 설정하고 ρ 와 θ 를 $\Delta\rho$ 와 $\Delta\theta$ 만큼 증가 또는 감소시킴으로써 주어진 spec.을 만족시키는 최소의 N 을 갖게 하는 ρ 와 θ 를 찾는다. 또한 경우에 따라서는 step size $\Delta\rho$ 와 $\Delta\theta$ 를 증감시킬 수 있다.

3. 결과 및 고찰

IIR 필터의 퍼라미터(ρ, θ)를 변화시킴으로써 다음의 결과들을 얻었다.

아래의 예는 통과대역의 ripple(δ_1)이 0.01이고 저지대역의 deviation(δ_2)이 0.001이며 천이대역(ΔF)이 0.025인 저역통과 필터를 Hooke & Jeeves 알고리즘으로 simulation한 결과이다.

```
THE MINIMUM RESPONSE IS 27.1368256
FINAL X(1)=0.72999203E+00
FINAL X(2)=0.99930316E-02
FINAL X(3)=0.66599774E+00
FINAL X(4)=0.10299988E-01
```

다음의 표 2는 δ_1 과 δ_2 그리고 ΔF 를 고정시키고 통과대역과 저지대역의 edge frequency F_p 와 F_s 를 변화시켰을 때 각 경우에서의 최소의 filter length를 갖는 IIR section의 퍼라미터를 구한 것이다.

다음에는 $F_p, F_s, \Delta F$ 를 고정시키고 δ_1 과 δ_2 를 변화시킴으로써 표 3을 얻었다.

표 2

filter Specification					Hybrid Filter				FIR Filter	
δ_1	δ_2	ΔF	F_p	F_s	ρ_1	θ_1	ρ_2	θ_2	N	N
0.01	0.001	0.025	0.05	0.075	0.73	0.01	0.67	1.03	28	126
0.01	0.001	0.025	0.1	0.125	0.9065	0.4575	0.8915	0.5300	19	114
0.01	0.001	0.025	0.15	0.175	0.9465	0.2675	0.8585	0.7075	24	112

표 3

filter Specification					Hybrid Filter				FIR Filter	
F_p	F_s	ΔF	δ_1	δ_2	ρ_1	θ_1	ρ_2	θ_2	N	N
0.1	0.125	0.025	0.005	0.0005	0.9080	0.4800	0.8827	0.5300	24	120
0.1	0.125	0.025	0.001	0.0001	0.9082	0.4537	0.8800	0.5300	45	136

위 결과들로부터 FIR필터의 전단에 2차계의 pole-zero IIR필터를 cascade로 구성함으로써 FIR section의 filter length를 상당히 줄일 수 있었다.

이로 인해 한 sample당 multiplication수를 대폭 줄일 수 있다.

일반적으로 N-point의 FIR filter를 direct-form으로 구성시킬 때 요구되는 한 sample당 multiplication수는 N이 홀수일 때 $(N+1)/2$ 이 되며 n차의 elliptic filter에서는 cascade로 구성시킬 때 $(3n+3)/2$ 이 된다.

표 4는 δ_1, δ_2 그리고 ΔF 가 주어졌을 때 FIR필터와 hybrid필터 그리고 기본적인 IIR필터의 한 표본당 multiplication수를 비교한 것이다.

표 4로부터 FIR필터의 filter length가 높은 경우에는 elliptic필터가 훨씬 유리하므로 이 경우에 hybrid design을 하면 FIR필터의 단점을 보완할 수 있다.

다음에는 group delay면에서 상호 필터를 비교해 본다.

그림 3은 $F_p=0.2, \Delta F=0.075$ 이고 $\delta_1=0.005, \delta_2=0.0005$ 인 경우 각 필터에 대한 group delay를 주파수의 함수로 나타낸 것이다.

위 그림으로부터 FIR필터는 모든 주파수대에서 $(N-1)/2$ 의 일정한 group delay를 가지며 hybrid필터에 비해 통과대역과 저지대역에서 훨씬 양호한 특성을 가짐을 알 수 있다.

표 4

	FIR	Butterworth	Hybrid	Elliptic
$F_p = 0.05$	63	21	26	12
$F_p = 0.1$	57	36	25	16
$F_p = 0.15$	56	48	30	18
$F_p = 0.2$	52	54	28	20

($\Delta F = 0.025, \delta_1 = 0.01, \delta_2 = 0.001$)

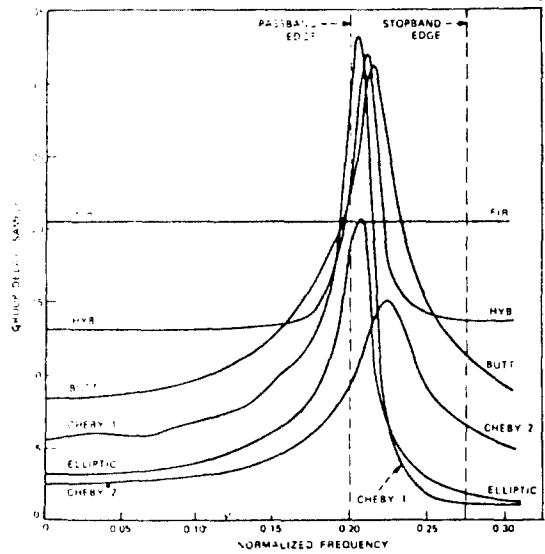


그림 3 순시연 Group delay.

4. 결 론

2차계의 pole-zero model로 선정한 IIR필터를 linear-phase FIR필터와 cascade로 구성시켜 FIR filter length(N)를 최소화시켰다.

이 결과 filter length가 현저히 줄어들게 됨으로써 한 sample당 multiplication수가 크게 줄어 implementation시 변수의 storage양을 상당히 줄일 수 있었다.

반면에 전단의 IIR필터에서 생겨난 phase distortion으로 인해 천이영역에서는 group delay의 deviation이 크게 나타났다. 그러나 전반적으로 통과대역과 저지대역에서는 IIR필터에 비해 훨씬 linear-phase에 가깝게 나타났다.

결론적으로 hybrid디지털 필터는 서로 특성이 상이한 FIR필터와 IIR필터의 상호trade off 관계를 맺어줄 수 있음을 알 수 있다.

参 考 文 献

- (1) C. M. Rader, "On digital filtering," IEEE Trans. on Audio Electroacoustics vol. AU-16, no.3, pp.303-314, 1975.
- (2) J. L. Kuester and J. H. Mize, "Optimization techniques with fortran," New York: McGraw-Hill, 1973.
- (3) J. H. McClellan, T. W. Parks and L. R. Rabiner, "A computer program for designing optimal FIR linear phase digital filters," IEEE Trans. AU-21, no.6, pp.506-526, December 1973.
- (4) M. R. Campbell, R. E. Crochire and L. R. Rabiner, "An algorithmic procedure for designing hybrid FIR/IIR digital

filters," Bell Sys. T. J. vol. 55, no. 1, pp. 89-108, Jan. 1976.

(5) L. R. Rabiner and B. Gold, "Theory and application of digital signal processing," New York: Prentice-Hall, 1975.

(6) L. R. Rabiner, J. F. Kaiser, O. Hermann and M. T. Dolan, "Same comparisons between FIR and IIR digital filters," Bell sys. T. J. vol. 53, no. 2, pp. 305-330 Feb. 1974.



洪 羲 植 (Hee Sik HONG) 正會員
1957年 1月15日生
1980年 2月: 韓國航空大學電子工學科卒業 (工學士)
1982年 2月: 韓國航空大學大學院電子工學科修了 (工學碩士)
1984年~現在: 漢陽大學校大學院電子通信工學科博士課程在學中
1983年~現在: 東洋工業專門大學專任講師