얕은 基礎의 破壞確率에 관한 硏究

A Study on Probability of Failure of Shallow Foundations

李　　松*
Lee, Song
林　炳　祚**
Lim, Byung Jo
白　榮　植***
Paik, Young Shik
金　泳　壽****
Kim, Young Soo

ABSTRACT

A new approach is develped to analyze the reliability of the shallow foundation. The measure of the safety of the structhure is expressed in terms of the probability of failure, instead of the conventional factor of safety. Many uncertainties involved in the deterministic stability anaitsis can be reasouably treated by using the probabilistic approach.

Both the soil properties and loads are assumed to be random variables. Accordingly, the capacity and demand are considered to be normal, log-normal, and beta variated.

Use is made of Error Propagation Method to investigate the probability of failure. And the relationship is investigated between the probability of failure and the central factor of safety.

The results are computer-programed and several case studies are performed using developed program.

要　旨

本 硏究에서는 土性定數와 荷重을 從來의 單一値 대신 確率變數로 취급하여 얕은 基礎의 信賴度 解析을 試圖하였다. 즉 土性定數와 荷重을 点推定하는 대신 區間推定하여 얕은 基礎의 安定性을 從來의 安全率 대신 破壞確率로 表示할 수 있었다. 이른바 許容安全率이 별다른 理論的 背景이 없는 經驗의 所產에 불과하며 安全率이 數値的 安全尺度가 되지 못한다는 事實을 감안하면 破壞確率은 보다 合理的인 信賴度의 表現手段이 될 수 있다고 생각한다.

地盤의 支持力과 荷重은 正規分布, 對數正規分布 및 베타分布하는 것으로 假定하였고 이들 各 分布에 따르는 多數의 確率變數를 生性하여 誤差傳播方法으로 破壞確率을 算定하는 電算 프로그램을 開發하였다. 이 電算 프로그램을 利用하여 Case study를 하고 그 結果를 分析하였다.

* 正會員・大林工專 助敎授
** 正會員・高麗大 敎授
*** 正會員・慶熙大 敎授
**** 正會員・慶北大 助敎授

1. 序 論

土質構造物 중 얕은 基礎의 安全性에 대한 解析은 主로 安全率이란 개념으로 表示하는 것이 現在의 慣用的 方法이다. 安全率은 一般的으로 抵抗力에 대한 作用荷重의 比로 定義된다. 따라서 安全率이 1以上이 되면 그 構造物은 安全한 것으로 되지만 實際設計에서는 이른바 許容安全率을 使用하고 있다. 許容安全率은 理論的 方法이라기 보다는 過去부터 蓄積된 經驗과 先例에 의한 값이기 때문에 經驗이 없는 對象의 安定解析엔 無力해 진다. 그뿐만 아니라 安定解析에 關聯된 諸要素들은 모두 單一値로 取扱하고 있다. 그러나 基礎地盤의 安定解析에 關與하는 要素들은 本質上 모두 單一値가 될 수 없는 確率變數임에 틀림없다.[1,15,22] 그러므로 單一値를 使用하는 安全率은 決定論的 接近方法이며 많은 不確實性을 合理的으로 고려할 수 없다. 그리고 安全率은 信賴度에 對한 數値的 尺度가 될 수가 없게 된다.[15,16,19,22] 安全率은 構造物을 安全과 破壞로 兩分할 수는 있지만 安全의 程度인 信賴性을 判斷할 수는 없다.[1,15,16,22] 그렇기 때문에 安全率에 代置할 수 있는 새롭고 合理的인 信賴度解析方法으로 確率論的 接近方法의 定立이 必要하게 되어 破壞確率이란 槪念이 導入이 되어 水工學 및 構造工學 分野에서는 오래전부터 硏究가 진행되어 왔다.[21,22]

그러나 土質力學分野에 이 理論이 應用된 것은 最近의 일로서 斜面安定解析, 擁壁安定解析[10] 등에서 强度定數에 관한 統計的 資料를 利用한 信賴度解析들이 P. Lumb, Schultze, Singh[13,14,18,19] 등을 비롯한 많은 學者들에 의해서 활발히 進行되고 있다. 一般的으로 構造物의 信賴性解析에서 正確한 抵抗과 荷重의 分布를 안다는 것이 가장 重要하지만 土質定數와 各種荷重에 대한 統計資料의 不足 때문에 많은 어려움이 있다. 그렇지만 多幸스럽게도 많은 學者들의 硏究에 의하여 土質定數에 관한 統計學的 資料들이 發表되어[7,13,14,15,16] 信賴度解析에 利用하고 있다. 그러나 斜面安定解析과 擁壁[10]에 관한 信賴度解析에 關한 論文은 간혹 發表되고 있지만 基礎의 安定解析엔 破壞確率理論이 별로 適用되지 않는 實情이다. 構造物의 信賴度解析을 위해서는 獨自的인 確率 Model이 提示되어야 하나 이는 대단히 어려운 問題이다. 따라서 本 硏究에서도 基礎 Model로서 Hansen의 支持力方程式[2,7,17]을 그대로 採用하였다.

그러나 흙의 强度定數와 荷重을 各各 正規分布, 對數正規分布와 베타分布의 確率分布를 따르는 確率變數로 가정하여 얕은 基礎의 破壞確率과 確率變數의 分散係數變化에 따른 破壞確率을 Error Propagation 方法[6]을 利用하여 求하는 方法을 提案했다. 또한 그 結果를 Computer Program 化하였고 各 分布別로 安全率과 破壞確率 사이의 關係를 求하였다.

2. 安全率과 破壞確率

2·1. 安定率

基礎設計에 慣用的으로 使用하는 安全率은 構造物이 施工되는 位置에서의 土質定數를 비롯한 여러 factor에 支配되는 抵抗과 荷重의 比로서 定義된다.[7,9,19,22] 그런데 安全率은 많은 不確實性을 內包한 이들 確率變數를 앞에서 言及한 바와같이 特定한 單一値로 擇하여 求한 값이므로 一種의 決定論的 方法이 된다.

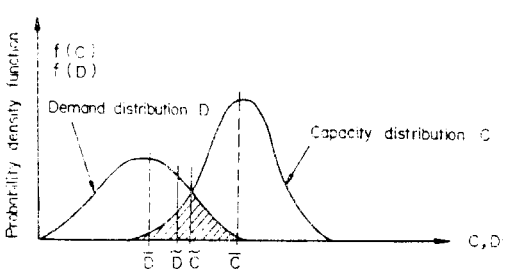

Fig. 1. Probability distribution of demand and capacity

荷重과 抵抗의 統計的分布가 Fig. 1 같다고 假定하면 慣用의 安定率 FS는 $FS=\bar{C}/\bar{D}$이 된다. 여기서 $\bar{C}$는 平均値 $\tilde{C}$보다는 보통 적은 값을, $\bar{D}$는 그 平均値 $\tilde{D}$보다는 큰 값을 취하는 것이 보통이다. 각 分布의 平均値를 $\tilde{D}, \tilde{C}$라 할 때 中央安全率 $CFS=\tilde{C}/\tilde{D}$로 나타낸다. 또한 抵抗과 荷重의 差를 Safety Margin(SM)으

로 나타내어 $\widetilde{SM}=\tilde{C}-\tilde{D}>0$(즉, $FS>1$)일 때, 構造物은 理論的으로 安全하다고 볼 수 있다. 그러나 實際設計에 있어서는 構造物의 안전율을 經驗의 蓄積에 의하여 얻어진 許容安全率을 1보다도 더 크게 要求함으로써 荷重과 抵抗의 不確定要素를 어느 程度 考慮하고 있다고 생각할 수 있으나 이것만으로는 不充分하다.[16,19] Meyerhof는 3次에 걸쳐서 土質構造物에 있어서 安全率에 관한 研究를 發表했는데 全體的 安全率이나 部分的 安全率 모두 荷重, 抵抗, 變形, 設計, 施工 等에 關한 情報나 資料의 信賴性이 가장 重要한 役割을 한다고 했다. 또한 그는 荷重과 抵抗에 關聯된 모든 要素들은 獨立變數로 보아 각각에 대하여 다른 安全率을 使用하여 全體的인 Safety Margin을 求하는 部分安全率에 關한 內容도 發表했다. 全體的 安全率과 部分的 安全率은 Reference 16에 記術되어 있다. Reference 16에서 許容安全率의 數値 중 앞의 값은 一般的인 境遇일 때이고 뒷값은 가장 苛酷한 荷重條件下에서의 값이다. Reference 16에 提示된 許容安全率의 값은 經驗에서 얻어진 것으로서 對象構造物의 種類, 解析方法, 荷重 및 應力의 種類에 따라 그 許容値가 相異하다. 이것은 安全率이 構造物信賴度를 表示하는 數値的 尺度가 되지 못한다는 또 다른 證據가 되고 있다.[16,22] 例를 들어 同一한 安全率 3.0이 陸上의 基礎에서와 Piping에서는 전혀 相異한 安全의 程度를 表示하고 있다. 즉, 安全率이 3倍이면 그 構造物이 3倍 安全하다는 意味는 아니다. 이것은 構造物의 種類에 따라 使用되는 許容安全率의 값이 다르기 때문이다. 따라서 構造物의 安全性을 判斷하는 새로운 기준으로서 計算에 관여하는 不確定要素를 合理的으로 처리할 수 있으며 數値的 安全尺度가 될 수 있는 信賴度 槪念의 確立이 必要하다.

2·2. 破壞確率理論[1,4,6,7]

破壞確率은 土質定數와 荷重을 確率變數로 보아 그 分散性을 構造物의 安全度解析에 反映시키는 것이 종래의 安全率과 다르다. Harr(1977)는 抵抗과 荷重의 確率分布를 알았을 때 構造物의 破壞確率과 信賴度를 求하는 方法을 提示했다. 一般的으로 抵抗과 荷重의 確率分布는 正規分布와 對數正規分布가 많다.

Fig. 2의 抵抗과 荷重의 Model에서 빗금친 部分은 破壞確率을 意味하는데 파괴확률 P_f는 Safety Margin(SM)이 0以下가 될 確率로 0과 1사이의 값이다.

두 確率變數의 分布特性을 알았을 때 파괴확률은 다음과 같이 구한다.

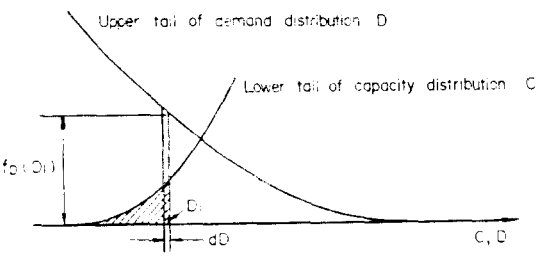

Fig. 2. Probability of failure at damand D_1

위그림 Fig. 2에서 어떤 Demard D_1이 作用할 確率은 微小區間 dD의 面積이 된다.

즉, $P\left[D_1-\frac{dD}{2}<D<D_1+\frac{dD}{2}\right]=f_D(D_1)dD$

또한 Capacity(c)가 D_1보다 작을 確率은 Fig. 2에서의 빗금친 부분이 된다.

즉, $P[C<D_1]=\int_{-\infty}^{D1} f_C(c)\ dC$

그러므로 Demand, D_1이 作用할 때의 確率은 두 確率의 곱이 된다.

즉, $dP_f=f_D(D_1)\ dD\int_{-\infty}^{D1} f_C(c)\ dc$가 된다.

윗식을 積分하게 되면 Fig. 1에서의 빗금친 부분의 면적이 되어 破壞確率 P_f는 다음과 같이 구해 진다.

$$P_f=\int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{D} f_C(c)\ dc\right] f_D(D)\ dD$$

위의 理論的인 展開로 보아 荷重과 抵抗의 分布特性관을 알면 破壞確率을 구할 수가 있다.[17]

3. 얕은 基礎의 破壞確率

3·1. 얕은 基礎의 支持力方程式

얕은 基礎의 安定解析中 重要한 事項은 支持力과 沈下量이다. 沈下量에 대한 不確實性 硏究는 아직 味洽한 狀態이므로 本硏究에서도 支持力만을 硏究對象으로 選定하였다. 地盤의 支持

力에 관한 많은 理論들이 있지만 Terzaghi의 理論이 가장 一般的으로 使用되고 있다.[2,7,17] 그러나 앞에서도 언급했듯이 不適合한 破壞模型을 근거로 했고 너무 安全側으로 支持力을 算定하게 된다. 그러므로 本 硏究에서는 各種 土質에 모두 적용할 수 있고 가장 合理的이라는 Hansen의 公式을 採擇하였다.[17] 그런데 水平荷重 H가 作用할 때 Inclination factor들은 强度定數 ϕ의 증가에도 不拘하고 작아져 支持力이 작아지는 傾向이 있으므로 解析 Model로는 水平荷重을 無視하고 地下水位, 偏心의 影響이 없는 地表가 水平인 境遇를 採擇했다. 그러므로 Hansen의 支持力의公式은 다음과 같이 볼 수 있다.

$$=C\cdot N_C\cdot S_C\cdot d_C+\bar{q}_S\cdot N_q\cdot S_q\cdot D_q+\frac{1}{2}r\cdot B\cdot N_r\cdot S_r$$

윗식에서

i) 支持力係數;

$${}_qN_q=e^{\pi\tan\phi}\tan^2\left(45+\frac{\phi}{2}\right)$$

$$N_C=(N_q-1)\cot\phi$$

$$N_r=1.5(N_q-1)\tan\phi$$

ii) Shape factors;

$$S_rS_C=1+N_q\cdot B/L\cdot N_C$$

$$S_q=1+B/L\tan\phi$$

$$_r=1-0.4\ B/L$$

iii) Depth factors ; $(B\geq D_f)$

$$d_C=1+0.4\ D_f/B$$

$$d_q=1+2\tan\phi(1-\sin\phi)^2\ D_f/B$$

3·2. 얕은 基礎의 破壞確率算定에 관여하는 不確定要素

얕은 基礎의 破壞確率의 算定에 관여하는 不確定要素들은 여러 가지가 있으나 가장 重要한 것은 强度定數와 荷重으로 생각된다.

3·2·1. 强度定數의 確率分布

얕은 基礎의 信賴度解析에 있어서 가장 重要한 抵抗에 관여하는 要因으로서 土質定數에 관한 統計學的 資料는 많은 硏究家들에 의하여 發表되었다. 硏究結果 强度定數들의 確率分布는 正規分布(Normal Distribution)나 對數正規分布(Log-Normal Distribution) 分布한다고 보았다.[13,18] Lumb(1966)은 홍콩지방의 흙에 대한 Chi-Square Test도 이것을 檢定했고 Schultze(1972)도 Chi-Square Test로 이 사실을 確認하였다.[13,18]

그러나 正規分布는 $-\infty\leq X\leq+\infty$, 對數正規分布는 $0\leq X\leq\infty$ 사이에서 分布하므로 强度定數 表現에는 문제가 있다. Lumb(1970)은 다시 强度定數에 대한 Chi-Square Test로 强度定數는 正規分布보다도 베타分布로 더 適合하게 表示할 수 있다고 發表했다. 즉, 强度定數가 陰의 값을 가질 수 없고, 有限한 範圍의 값임에도 不拘하고 正規分布는 陰의 無限大에서 陽의 無限大까지 걸쳐 있고, 標本値가 반드시 對稱이 아닌데도 對稱으로 表現되는 弱點이 있다는 것을 發表했다.[13,14] 正規分布의 缺點들은 보다 多樣한 一般 베타分布를 採擇함으로서 除去될 수 있다. 베타分布는 任意의 區間에 分布密度를 局限시킬 수 있고 非對稱型의 分布密度를 가지고 있기 때문에 强度定數는 베타分布로 보는 것이 效果的이라 볼 수 있다. 그러나 確率密度函數의 複雜性 때문에 取扱이 번거로운 것이 흠이다. 本 硏究에서는 모든 土性定數(粘着力, 剪斷抵抗角, 單位重量)을 正規分布, 對數正規分布, 베타分布의 3分布로 가정하였고 하중도 동일한 분포로 假定하여 얕은 基礎의 信賴度를 구했다. 각 分布別 確率密度函數는 다음의 破壞確率 計算에서 言及하겠다.

3·2·2. 荷重의 確率分布

얕은 基礎의 信賴度를 解析함에 있어서 荷重의 確率分布도 强度定數의 統計的 資料와 確率分布만큼 重要한 意味가 있다. Garry C. Hart[9](1982)는 死荷重(Dead load)은 대부분의 境遇 正規分布나 對數正規分布하는 것으로 取扱했고 分散係數가 一般的으로 6~13%로 變하나 大部分 10% 程度로 본다고 했다. 活荷重의 경우 建物의 用途와 規模에 따라 分布도 變하지만 NBS에서 美國의 600여개의 建物에 대한 資料分析 결과를 보면 對數正規分布를 하고 分散係數는 變化범위가 상당히 큰 것으로 나타나 있다. Tang(1981)은 指數分布한다고[3] 보았고 Chalk(1980)는 正規分布나 Gamma 分布[20]한다고 提示했다.

Kiureghian(1980)은 對數正規分布나 Gamma 分布하며 Ellingwood는 分散係數를 0.26~0.33

으로 變한다고 보았고 ANSI에선 分散係數를 0.26으로 보고 있다. 地震荷重은 最大地面加速度가 重要한데 Kiureghian and Ang[11](1977), Cornell(1980)의 解析模型[4]에 對한 硏究가 있고 Portillo는 動的 擴大要素에 대한 分散係數를 鐵筋構造物에 대하여 0.33으로 보았고 흙에선 더 크게 보아야 된다고 했다. 바람하중은 일반적으로 Extreme Value type I 分布나 Extreme Value type II 分布를 하며 分散係數는 0.12~0.24 값으로 변한다고 보았다. Snow 荷重은 ANSI의 實測 DATA에 依한 分析을 보면 對數正規分布를 하며 分散係數는 0.26이라고 발표했다.[20,21] 그 외의 여러 荷重의 分布特性들이 있지만 本 硏究에서는 死荷重, 活荷重, 나머지를 다합친 Extraordinary load의 세種類를 模型으로 假定했다. 각각 正規分布, 對數正規分布, 베타(Beta)分布하는 것으로 假定하여서 破壞確率을 구하기 위한 荷重 Factor로 使用했다.

3·3. 確率分布에 따른 確率變數 生成

强度定數와 荷重을 確率變數로 보았을 때 확률변수 X가 區間 A와 B 사이에서 正規分布 對數正規分布, 베타分布한다고 假定한다. 이때 荷重과 强度定數는 A와 B 사이의 어떤 값도 가지

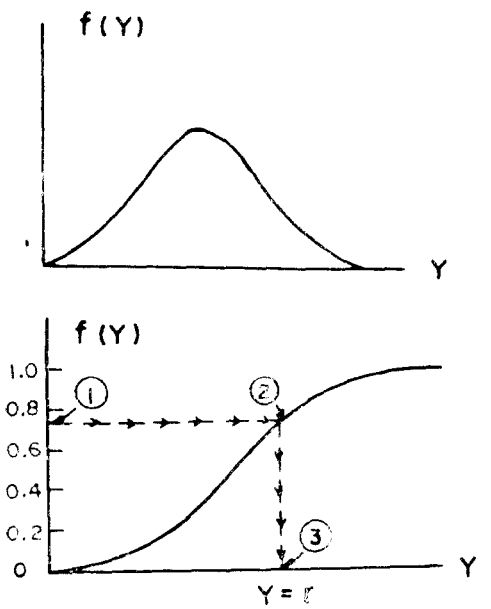

Fig. 3. Generation of random variate by uniform probability transformation.

게 되고 $X \leq Y$가 될 確率은 $P(X \leq Y) = F(Y)$가 되는데 이때 $F(Y)$는 각 分布의 累積分布函數로서 Fig. 3와 같다. 그림에서 $f(Y)$는 Variate Y의 確率密度函數를 말한다.[6]

위 그림에서 어떤 連續分布의 累積分布는 區間 0과 1사이에서 均等分布한다는 均等分布變換方法을 利用한 것이다. 즉, 0에서 1사이에 均等分布하는 確率變數 X_i를 生成하는 方法은 많은 Computer Program이 開發되어 있다. 分布別 確率變數 生成은 正規分布인 경우 中心極限定理에 의하여 生成시켰다.

또한 對數正規分布와 베타分布의 確率變數生成은 Saft wafe로 개발되어 CYBER-815에 내장되어 있는 Subroutine Program GGNLG와 GGBTR을 利用했다.

3·4. 誤差傳播理論을 利用한 얕은 基礎의 破壞確率[6]

Taylor級數를 利用하여 平均과 分散을 求하는 이 方法은 N個의 獨立確率 x_i를 가지는 함수 $Y=F(x_1, x_2, x_3 \cdots x_N)$에서 各 確率變數의 平均 μ_i와 分散 Var를 알 때 함수 Y의 平均과 分散은 다음과 같이 나타낸다. 이것이 誤差傳播理論의 主要內容이라 볼 수 있다.

$$\bar{Y} \doteqdot F(\mu_1, \mu_2, \cdots \mu_N) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial^2 F}{\partial x_i^2} \cdot Var(x_i)$$

$$Var(Y) \doteqdot \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\right)^2 \cdot Var(x_i)$$

위의 導函數는 各各의 平均값에 대하여 計算된 값이다. 위의 理論을 얕은 基礎의 支持力의 安定解析에 適用키 위해 앞에서 模型公式으로 選定한 Hansen 公式에 導入한다.

즉, $qult = C \cdot N_C \cdot S_C \cdot d_C \cdot i_C \cdot g_C \cdot b_C + \bar{q}_S \cdot N_q \cdot S_q \cdot i_q \cdot b_q \cdot g_q + \frac{1}{2} r \cdot B \cdot N_r \cdot S_r \cdot d_r \cdot i_r \cdot g_r \cdot b_r$

여기에서 地表가 水平이고 鉛直荷重이 圖心에 作用하는 것으로 보면

$$qult = C \cdot N_C \cdot S_C \cdot d_C + \bar{q}_S \cdot N_q \cdot S_q \cdot D_q + \frac{1}{2} r \cdot B \cdot N_r \cdot S_r$$

支持力을 土性定數 ϕ, c, r에 대하여 1次, 2次 微分을 하여 支持力의 平均 $\bar{q}ult$와 分散 $\bar{\sigma}\,qult$

을 다음과 같이 구한다.

i) $N_q=e^{\pi\tan\phi}\tan^2\left(45+\frac{\phi}{2}\right)$

$$\frac{\partial N_q}{\partial\phi}=e^{\pi\tan\phi}\tan\left(45+\frac{\phi}{2}\right)\left\{\pi\sec^2\phi\tan\left(45+\frac{\phi}{2}\right)+\sec^2\left(45+\frac{\phi}{2}\right)\right\}$$

$$\frac{\partial^2 N_q}{\partial\phi^2}=\left\{\pi\sec^2\phi\, e^{\pi\tan\phi}\tan\left(45+\frac{\phi}{2}\right)+\frac{1}{2}e^{\pi\tan\phi}\sec^2\left(45+\frac{\phi}{2}\right)\right\}\times\left\{\pi\sec^2\phi\tan\left(45+\frac{\phi}{2}\right)+\sec^2\left(45+\frac{\phi}{2}\right)\right\}+e^{\pi\tan\phi}\tan\left(45+\frac{\phi}{2}\right)\left\{2\pi\sec^2\phi\cdot\tan\phi\cdot\tan\left(45+\frac{\phi}{2}\right)+\frac{1}{2}\pi\sec^2\phi\sec^2\left(45+\frac{\phi}{2}\right)+\sec\left(45+\frac{\phi}{2}\right)\right\}$$

ii) $N_r=1.5(N_q-1)\tan\phi$

$$\frac{\partial N_r}{\partial\phi}=1.5\left\{\frac{\partial N_q}{\partial\phi}\tan\phi+(N_q-1)\sec^2\phi\right\}$$

$$\frac{\partial^2 N_r}{\partial\phi^2}=1.5\left\{\frac{\partial N_q}{\partial\phi}\tan\phi+\frac{\partial N_q}{\partial\phi}\cdot\sec^2\phi+\frac{\partial N_q}{\partial\phi}\sec^2\phi+2(N_q-1)\sec\phi\cdot\tan\phi\right\}$$

iii) $N_C=(N_q-1)\cot\phi$

$$\frac{\partial N_C}{\partial\phi}=\frac{\partial N_q}{\partial\phi}\cot\phi+(N_q-1)(-\mathrm{cosec}^2\phi)$$

$$\frac{\partial^2 N_C}{\partial\phi^2}=\frac{\partial^2 N_q}{\partial\phi^2}\cdot\cot\phi+\frac{\partial N_q}{\partial\phi}(-\mathrm{cosec}^2\phi)+\frac{\partial N_q}{\partial\phi}(-\mathrm{cosec}^2\phi)-2\,\mathrm{cosec}^2\phi\cot\phi(N_q-1)$$

iv) $S_C=1+\frac{N_q}{N_C}\times\frac{B}{L}$

$$\frac{\partial S_C}{\partial\phi}=\frac{\frac{\partial N_q}{\partial\phi}\cdot N_C-\frac{\partial N_C}{\partial\phi}\cdot N_q}{(N_C)^2}$$

$$\frac{\partial^2 S_C}{\partial\phi^2}=\frac{\left\{\frac{\partial N_q}{\partial\phi^2}N_C-\frac{\partial^2 N_C}{\partial\phi^2}N_q\right\}N_C^2-2N\frac{\partial N_C}{\partial\phi}\left\{\frac{\partial N_q}{\partial\phi}N_C-\frac{\partial N_C}{\partial\phi}\cdot N_q\right\}}{(N_C)^4}$$

v) $S_q=1+\left(\frac{B}{L}\right)\tan\phi$

$$\frac{\partial S_q}{\partial\phi}=\sec^2\phi$$

$$\frac{\partial^2 S_q}{\partial\phi^2}=2\sec^2\phi\cdot\tan\phi$$

vi) $D_q=1+2\tan\phi(1-\sin\phi)^2\frac{D_f}{B}$

$$\frac{\partial D_q}{\partial\phi}=2\times\frac{D_f}{B}\{\sec^2\phi(1-\sec\phi)^2-2\sin\phi(1-\sin\phi)\}$$

$$\frac{\partial^2 D_q}{\partial\phi^2}=\frac{4D_f}{B}\{\sec^2\phi\cdot\tan\phi(1-\sin\phi)^2-\sec^2\phi(1-\sin\phi)\cos\phi-\cos\phi(1-\sin\phi)+\sin\phi\cdot\cos\phi\}$$

$$\frac{\partial qult}{\partial c}=N_C\cdot S_C\cdot d_C$$

$$\frac{\partial^2 qult}{\partial c^2}=0$$

$$\frac{\partial qult}{\partial r}=D_f\cdot N_q\cdot D_q\cdot S_q+\frac{1}{2}\cdot B\cdot N_r\cdot S_r$$

$$\frac{\partial^2 qult}{\partial r^2}=0$$

$$\frac{\partial qult}{\partial\phi}=c\cdot d_C\left\{\frac{\partial N_C}{\partial\phi}\cdot S_C+\frac{\partial S_C}{\partial\phi}\cdot N_C\right\}+0.5\cdot r\cdot B\left\{\frac{\partial N_r}{\partial\phi}\cdot S_r\right\}+r\cdot D_f\left\{\frac{\partial N_q}{\partial\phi}\cdot S_q\cdot d_q+N_q\left(\frac{\partial S_q}{\partial\phi}\cdot d_q+\frac{\partial d_q}{\partial\phi}\cdot S_q\right)\right\}$$

$$\frac{\partial^2 qult}{\partial\phi^2}=c\cdot d_C\left\{\frac{\partial N_C}{\partial\phi^2}\cdot S_C+2\frac{\partial N_C}{\partial\phi}\cdot\frac{\partial S_C}{\partial\phi}+\frac{\partial^2 S_C}{\partial\phi^2}\cdot N_C\right\}+0.5r\cdot B\left\{\frac{\partial^2 N_r}{\partial\phi^2}\cdot S_r\right\}+r\cdot D_f\left\{\frac{\partial^2 N_q}{\partial\phi^2}\cdot S_q\cdot d_q+\frac{\partial N_q}{\partial\phi}\left(\frac{\partial S_q}{\partial\phi}\cdot D_q+\frac{\partial D_q}{2\phi}\cdot S_q\right)+\frac{\partial N_q}{\partial\phi}\left(\frac{\partial S_q}{\partial\phi}\cdot D_q+\frac{\partial D_q}{\partial\phi}\cdot S_q\right)+N_q\left\{\frac{\partial S_q}{\partial\phi^2}\cdot d_q+\frac{\partial S_q}{\partial\phi}\cdot\frac{\partial D_q}{\partial\phi}+\frac{\partial^2 d_q}{\partial\phi^2}\cdot S_q+\frac{\partial d_q}{2\phi}\cdot\frac{\partial S_q}{2\phi}\right\}\right\}$$

$$\bar{q}ult=\bar{C}\cdot\bar{N}_C\cdot\bar{S}_C\cdot d_C+\bar{r}\cdot D_f\cdot\bar{N}_q\cdot\bar{D}_q\cdot\bar{S}_q+\frac{1}{2}\bar{r}\cdot B\cdot\bar{N}_r\cdot S_r+\frac{1}{2}\left\{\frac{\partial^2 qult}{\partial c^2}Var(c)\right.$$

$$+\frac{\partial^2 qult}{\partial \phi^2}\cdot Var(\phi)+\frac{\partial^2 qult}{\partial r^2}Var(r)\Big\}$$

$$Var(qult)=\left(\frac{\partial qult}{\partial c}\right)^2 Var(c)+\left(\frac{\partial qult}{\partial \phi}\right)^2\cdot Var(\phi)+\left(\frac{\partial qult}{\partial r}\right)^2\cdot Var(r)$$

따라서 qult의 確率密度函數가 구해지므로 荷重과 比較하여 얕은 基礎의 信賴度를 求할 수 있다.

4. 얕은 基礎의 安全率과 破壞確率에 관한 Program

4·1. Program

다음의 Flow Chart와 같은 本 Program은 荷重과 强度正數의 分布가 正規分布, 對數正規分布, 베타分布인 境遇에 모두 使用할 수 있도록 했다. Simulation 方法으로 Error Propagation 方法을 利用하여 CYBER-85 Computer를 使用했다.

4·2. 本 硏究에 使用한 入力 DATA

얕은 基礎의 信賴度를 求하기 위하여 흙의 强度定數의 分散係數는 여러 學者들의 發表內容을 編輯한 Harr[7]와 Lee[12]의 統計的 資料와 分散係數變化에 따른 破壞確率과의 關係를 고려하여 內部摩擦角은 10%, 粘着力은 40%, 單位重量은 10%의 分散係數를 使用했다.

또한 荷重의 分散係數들도 여러 統計資料에 의하여 死荷重은 10%, 活荷重은 30%, 特別荷重은 30%를 採擇하였다. 그리고 各各의 標準偏差는 平均값에 分散係數를 곱하여 求했다. 또한 正規分布의 信賴度를 99.7%로 보아 信賴區間은 最大値($\mu+3\sigma$)와 最小値($\mu-3\sigma$)로 限定했고 모든 確率變數의 最小値는 0으로 했다. 對數正規分布는 最大値($\mu+3\sigma$)와 最小値(0)으로 했다. 또한 Beta 分布는 區間(A, B)를 信賴區間으로 잡았다. 또한 같은 安全率에 대하여 分散係數를 確率變數別로 變形하여 破壞確率의 變化도 分析하려했다. Flow Chart는 Fig. 4와 같고 入力 DATA는 各 確率變數들의 平均값, 標準偏差, 最大値, 最小値와 基礎의 幅, 根入깊이, 基礎길이

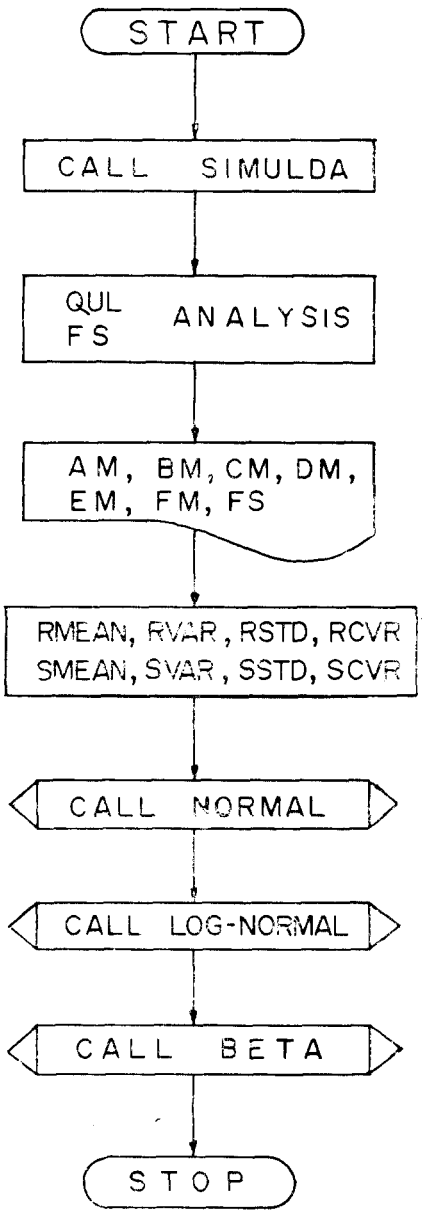

Fig. 4. Flow Chart

를 入力했다. 그중 荷重은 平均값에 대한 값을 使用하고 强度定數들을 Table 1과 같은 값에 대하여 여러 境遇의 數, 例를 들어 內部摩擦角을 固定시키고 粘着力과 單位重量을 變化시키는 方法으로 많은 境遇를 Simulation 시켰으나 單位重量은 變化가 적어 平均값에 대해서만 使用했다.

또한 各各의 確率變數의 平均값은 內部摩擦角 30°, 粘着力 1.5t/m², 單位重量 1.8t/m³, 死荷

Table 1. Input Data

確率變數	確率變數 값	COV (%)	標準偏差	最大値	最小値	備 考
內部摩擦角 $\phi(°)$	24	10	2.4	31.2	16.8	
	27	10	2.7	35.1	18.9	
	30	10	3.0	39.0	21.0	
	33	10	3.3	42.9	23.1	
	36	10	3.6	46.8	25.2	
粘着力 (t/m^2)	0.5	40	0.2	1.1	0	
	1.0	40	0.4	2.2	0	
	1.5	40	0.6	3.3	0	
	2.0	40	0.8	4.4	0	
	2.5	40	1.0	5.5	0	
單位重量 (t/m^3)	1.8	10	0.18	2.34	1.26	
死荷重(t)	160	10	16	208	112	
活荷重(t)	80	30	24	152	8	
特別荷重(t)	40	30	12	76	4	

重 160t, 活荷重 80t, 特別荷重 40t 으로 보았고 分散係數는 平均값에 대한 값을 入力했다. 또한 各各의 確率變數에 대한 分散係數를 變形시켜서 入力했는 데 入力된 分散係數 값은 內部摩擦角은 0.1, 0.2, 0.3으로 粘着力은 0.2, 0.4, 0.6 荷重은 0.1, 0.3, 0.5로 했다.

5. 結果 및 分析

얕은 基礎의 安全率과 破壞確率과의 關係를 檢討하기 위하여 內部摩擦角, 粘着力을 變化시키면서 Error Propagation 方法으로 Simulation시켰다. 一般的으로 正規分布, 對數正規分布, Beta 分布 모두 安全率과 破壞確率 사이의 關係가 分布에 따른 差異點도 거의 없었다. 또한 單位重量變化에는 破壞確率의 差異가 거의 없었지만 粘着力과 內部摩擦角 變化에는 差異가 제법 나타났는데 특히 內部摩擦角 變化에는 敏感한 反應을 보이고 있다. 이것은 본래 單位重量의 分散이 가장 적게 가정되어 있으며 粘着力의 分散이 內部摩擦角보다 크게 가정되어 있지만 支持力係數는 內部摩擦角變化에 따라 대단히 敏感하므로 內部摩擦角이 粘着力보다 支持力에 더 큰 影響을 미치는 것으로 解析된다.

各 確率變數의 分散係數를 變化시키면서 破壞確率의 變化을 檢討했을 때 內部摩擦角의 變化에 따라 破壞確率은 相對的으로 가장 큰 差異가 나타났고 粘着力은 약간, 荷量과 單位荷重은 差異가 거의 없었다.

分析은 主로 粘着力과 內部摩擦角變化에 대한 破壞確率—安全率 관계에 대하여 첫째, 粘着力이 一定하고 內部摩擦角이 變하는 境遇의 破壞確率—安全率 관계. 둘째, 內部摩擦角이 一定하고 粘着力이 變하는 境遇의 破壞確率—安全率 관계. 세째, 粘着力과 內部摩擦角이 同時에 變하는 境遇의 破壞確率—安全率 관계. 네째, 모든 確率變數들의 分散係數變化에 따른 破壞確率—安全率 관계로 나누어서 各 分布別로 誤差傳播方法으로 破壞確率과 安全率의 關係를 比較 分析하였다.

5·1. 粘着力이 一定하고 內部摩擦角이 變하는 境遇

單位重量과 荷重은 平均값을 入力시키고 粘着力 0.5t/m², 1.0t/m², 1.5t/m², 2.0t/m², 2.5 t/m² 各各에 對하여 內部摩擦角을 24°, 27°, 30°, 33°, 36°로 變化시켜 各分布別로 求한 結果를 plot 한 것은 Fig. 5에서 Fig. 8사이의 그림과 같다. 그림에 나타난 것을 分析해 볼 때 粘着力이 一定할 때 內部摩擦角이 커짐에 따라 얕은 基礎의 破壞確率은 작아지는 傾向을 보이고 있다.

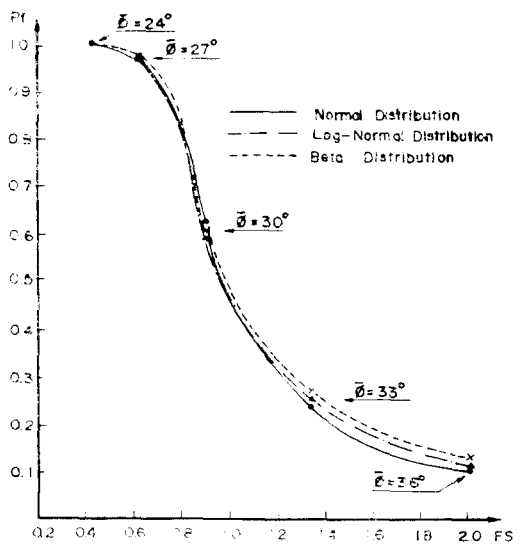

Fig. 5. Relationships between probability of failure and safety factor
($\bar{C}$=0.5t/m², $\bar{\phi}$=Variate)

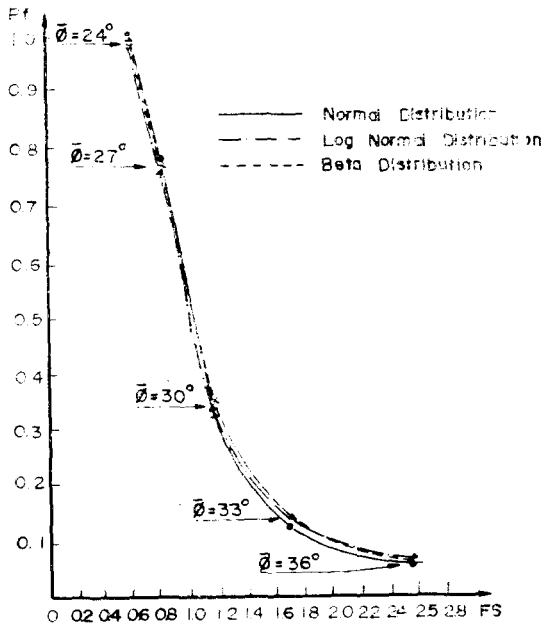

Fig. 6. Relationships between probablity of failure and safety factor
($\bar{C}=1.0t/m^2$, $\bar{\phi}$=Variate)

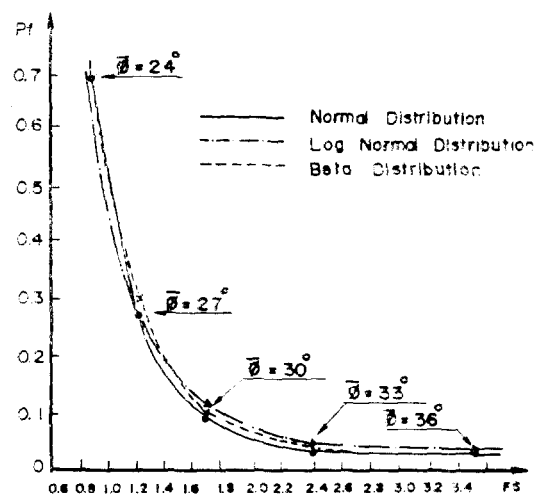

Fig. 8. Relationships between of failure and safety factor ($\bar{C}=2.0$ t/m², $\bar{\phi}$=Variate)

5·2. 內部摩擦角이 一定하고 粘着力이 變하는 境遇

單位重量과 荷重은 平均값을 入力시키고 內部摩擦角 24°, 27°, 30°, 33°, 36° 各各에 對하여 粘着力을 0.5t/m², 1.0t/m², 1.5t/m², 2.0t/m², 2.5t/m²로 變化시켜 各 分布別 破壞確率과 安定率의 관계는 Fig. 9에서 Fig. 12의 그림과 같다. 粘着力이 一定하고 內部摩擦角이 變하는 境遇와 分布別로 비슷한 傾向을 나타내고 있다.

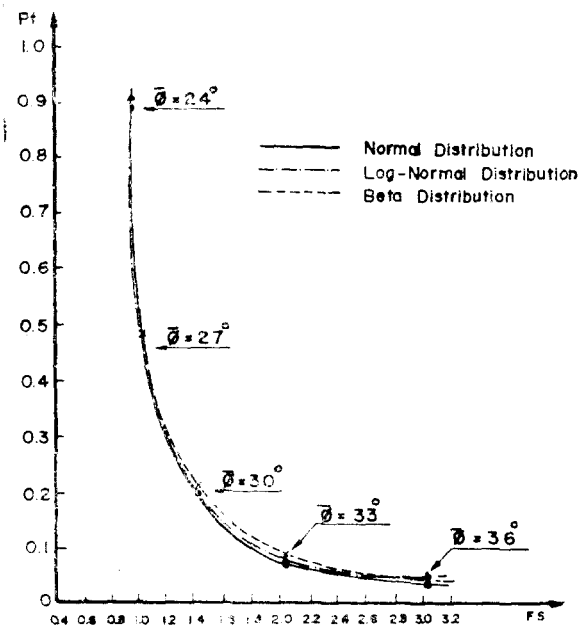

Fig. 7. Relationships between of failure and safety factor ($\bar{C}=1.5$ t/m², $\bar{\phi}$=Variate)

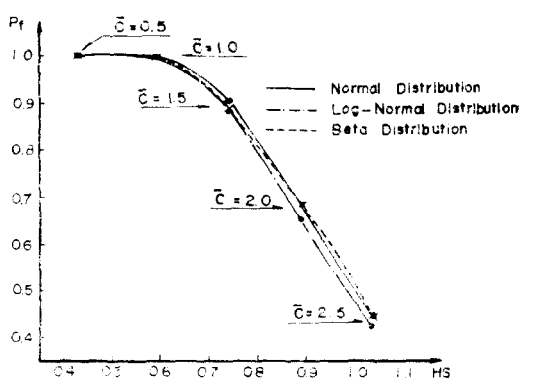

Fig. 9. Relationships between probability of failure sefety foctor
($\phi=24°$, Cohesion Variate)

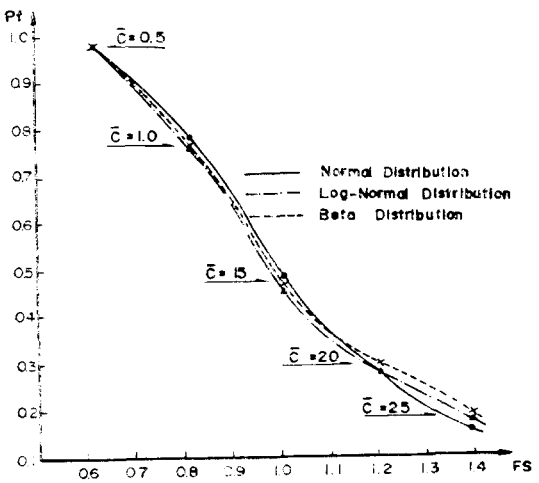

Fig. 10. Relationships between probability of failure and sefety factor
(ϕ=27°, Cohesion Variate)

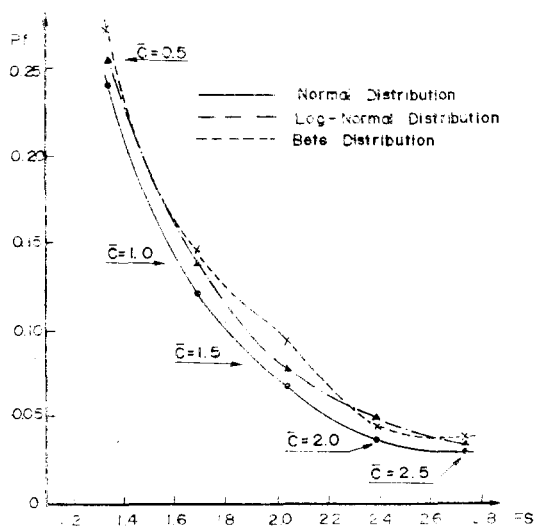

Fig. 12. Relationships between probability of failure and safety factor
(ϕ=33°, Cohesion Variate)

5·3. 內部摩擦角과 粘着力이 同時에 變하는 境遇

粘着力과 內部摩擦角이 同時에 變할 때 安全率과 破壞確率의 變化를 알아 보기 위하여 粘着力과 內部摩擦角에 대한 plot을 하면 Fig. 13에서 Fig. 15 사이의 그림과 같다. 各 分布에 따

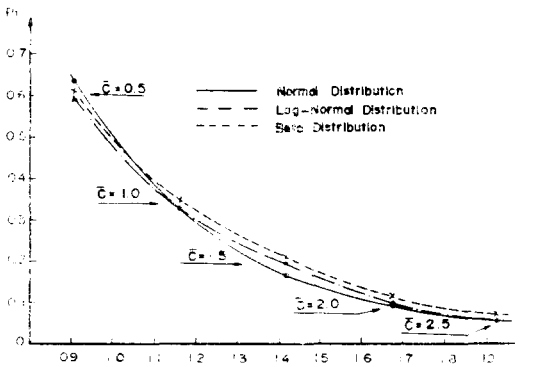

Fig. 11. Relationships between probability of failure and safety factor
(ϕ=30°, Cohesion Variate)

른 破壞確率의 差異는 별로 없었다. 또한 粘着力이 커질수록 破壞確率의 變化幅은 작아지는 傾向을 나타내면서 破壞確率과 安全率사이의 관계는 완만한 曲線을 보인다.

그리고 內部摩擦角이 커짐에 따라 安全率의 變化幅은 더 커지나 破壞確率의 變化幅은 작아지고 있다.

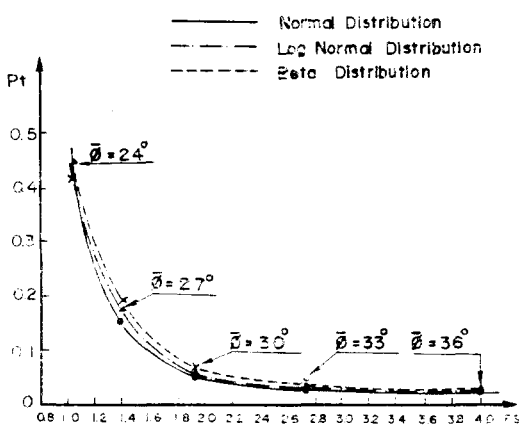

Fig. 13-1. Relationships between probability of failure and safety factor
($\bar{C}$=2.5 t/m², ϕ=Variate)

5·4. 確率變數들의 分散係數 變化에 따른 破壞確率의 變化

各各의 確率變數들의 分散係數를 變化시켜서 各의 分布別 破壞確率을 구하였다. 두 荷重의 分散係數 變化는 安全率과 破壞確率에 영향을

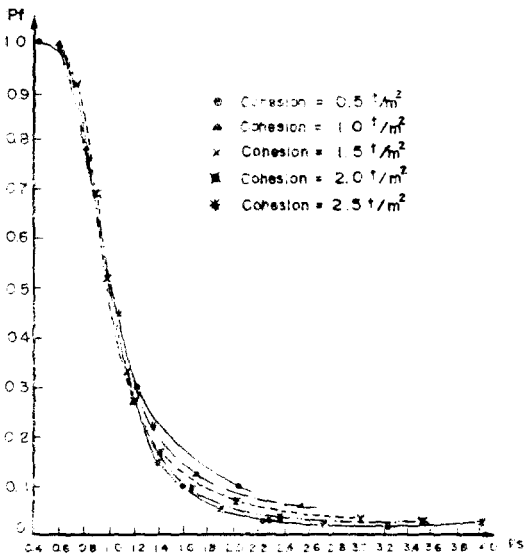

Fig. 13-2. Relationships between probability of failure and safety factor
(Normal Distribution)

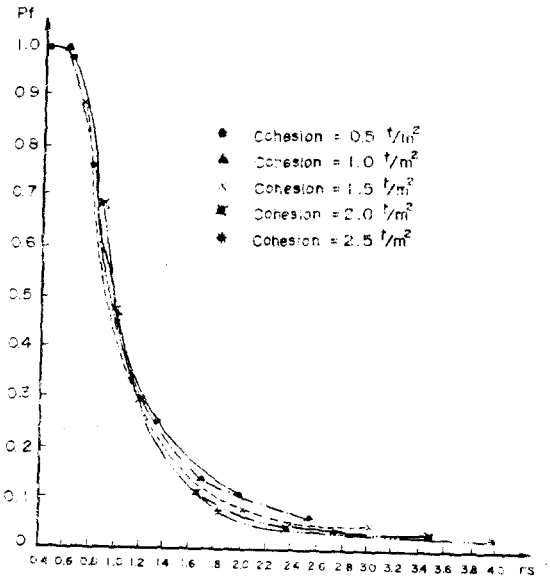

Fig. 14. Relationships between probability of failure and safety factor
(Log-Normal Distribution)

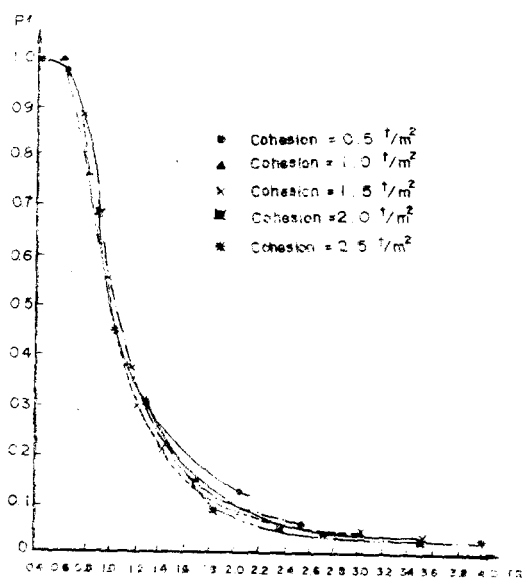

Fig. 15. Relationships between probability of failure and safety factor
(Beta Distribution)

거의 주지 않고 있다. 그러나 粘着力의 變化는 破壞確率에 영향을 약간 주었고 內部摩擦角의 變化는 安全率과 破壞確率에 보다 많은 變化를 주었다.

6. 結 論

얕은 基礎의 破壞確率을 求하는 電算 Program을 開發하기 위하여 地盤의 支持力과 荷重을 正規分布, 對數正規分布, 일반 Beta 分布로 假定하였다. 各 分布를 따르는 多數의 確率變數를 生成하여 誤差傳播方法으로 얕은 基礎의 破壞確率과 信賴度를 求하였다. 그 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

1) 얕은 基礎의 破壞確率을 Error Propagation 方法을 應用하여 求하고 이를 電算 Program 化하였다.

2) 破壞確率과 安全率 사이의 關係를 究明한 結果 이들은 서로 直線的인 관계는 아니나 有意한 相關性이 存在하고 있었다. 즉, 安全率이 커질수록 破壞確率의 變化率이 작아져 慣用의 安全率인 3.0에서 破壞確率의 變化가 거의 없었다. 특히 安全率이 2.0에서부터 破壞確率의 變化率이 상당히 작아지고 있는데 이것은 現在의 許容安全率 3.0은 過大하다는 것을 간접적으로 나타낸다고 볼 수 있다.

3) 單位重量과 荷重의 分散係數 變化에 따른

破壞確率의 變化는 아주 작았다. 그리고 粘着力과 內部摩擦角의 分散係數變化에 따라선 破壞確率의 變化率이 컸다. 특히 內部摩擦角의 變化에 敏感한 것은 基礎의 支持力方程式에서 支持力係數들이 內部摩擦角만의 函數이기 때문이다.

4) 許容安全率은 數値的 安全尺度가 아니므로 構造物의 重要度에 따라 이에 상응하는 信賴度를 維持하도록 許容安全率 대신 許容破壞確率을 適用하는 새로운 設計技法의 開發이 必要하다. 그러나 여기에 대한 硏究는 계속적으로 進行되어야 하겠다.

參 考 文 獻

1. Ang, A.H.S., and Amin, M, "safety Factors and Probability in Structural Design", *Journal of the Structural Division, ASCE* Vol. 95, No. ST7, July 1969, pp. 1389~1405.
2. Bowles, J.E., *Foundation, Analysis and Design*, Mcgraw Hill, 1982, pp. 130~218.
3. Chalk, P.L. and Corotis, R.B., "Probablty Model for design Live Loods", *ASCE*, Vol. 106, No. ST10. October, 1980, pp. 2017~2033.
4. Cornell, C.A., "First-order Uncertainty Analysis of Soils Deformation and Stability", *1st ICASP*, 1971, pp. 129~144.
5. Freundenthal, A.M., and Garrelts, J.M., and sinozuka, M., "The Analysis of structure Safety", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 22, No. SMI, February, 1966, pp. 267~325.
6. Hann, G.J., and Shapiro, S.S., "Statistical Models in Engineering", *John Wiley and sons*, 1967, pp. 225~257.
7. Harr, M.E., *Mechanics of Particulate Media Probabilistic Approach*, Megraw-Hill, 1977, pp. 363~448.
8. Harris, M.E. and Corotis, R.S., "Area-Dependent Processes for Structural Live Loads", *ASCE*, Vol. 107, No. ST5, May, 1981, pp. 805~871.
9. Hart, G.C., *Uncertainity Analysis, Loads, and Sabety in Structural Engineering*", Prentice-Hall, 1982, pp. 55~202.
10. Hoeg, K., and Muraka, R.P., "Probability Analysis and Design of A Retaining Wall", *Journal of the Geothchnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 100, GT 3, March, 1974, pp. 349~366.
11. Kiureghian, A.D. "Reliability Analysis Under Stochastic Loads", *ASCE*, Vol. 106, No. ST 2, February, 1980, pp. 411~429.
12. Lee, I.K., and white, W., and Ingles, O.G., *Geotechnical Engineering*, Pitman, 1983, pp. 57~88.
13. Lumb, P., "Safety Factors and the Probability Distribution of soil strength", *Canadion Geotechnical Jounnal*, 7, No. 3, pp. 225~242.
14. Lumb, P., "Safety Factors in soil Mechanics", *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 7, No. 4, 1970, pp. 349~355.
15. Meyerhof, G.G., "Safety Factor in Soil Mechanics", *Canadian Geotechical Journal*, Vol. 7, No. 4, 1970, pp. 349~355.
16. Meyerhof, G.G., "Partial and Total Safety factors", *Proceeding of 9th Geotechnical Eng.*, 1977, pp. 503~505.
17. Ramiah, B.K., and Chickanagappa, "soil Mechanics and Foundation Engineering", *A.A. BALKEMA*, ROTTERDAM, 1982, pp. 322~408.
18. Schultze, E., "Frequency Distribuions and Correlations of soil Properties", *Statistics and Probability in civil Enginerring*, Hokong University Press, 1972, pp. 371~388.
19. Singh, A., "How Reliable is the Factor of Safety in Foundation Engineering?", *1st ICASP*, 1971, pp. 389~424.
20. Tang, W.H., "Probilistic Evaluation of Loads", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, Vol. 107, No. GT3, March, 1981, pp. 287~304.
21. Wu, T.H., "Uncertainty, Safety, and Decision in Soil Engineering", *Journal of the Geotechnical Engineering division, ASCE*, Vol. 103, No. GTLL, Novemer, 1977, pp. 1227~1246.
22. 백영식, "토질공학에 있어서 안전율과 파괴확률", 대한토목학회지, 제26권, 제 5 호, 1978, 18~21.

(1985. 6. 5. 접수)