

Robotics

(6)

李 奉 珍*

1. Servo의 安定性

Servo는 定常狀態, 過渡狀態의 特性을 문제삼기에 앞서 먼저 安定하지 않으면 안된다. 制御量과 制御偏差와 같이 制御 loop속의 信號가 一定值에 收斂하지 않는 現象을 不安定이라 한다.

制御量의 feedback을 正(positive)으로 하면 一般目標值에는 收斂하지 않고 制御偏差는 단조롭게 正, 또는 負(negative)의 方向으로 發散한다. 이것은 接續 잘못에 의한 異常現象에 속한다. 이것에 대해서, 負feedback으로 하여도 制御量이 目標值에 收斂하지 않고 지속적으로 振動하는 不安現象도 있다. 이들은 線形發振과 非線形發振으로 구분할 수 있다.

1-1. 線形發振(linear Oscillation)

이것은 servo의 구성요소가 모두 線形要素로 간주된 傳達函數로 表現되었을 때 생기는 發振이다.

이와같은 意味의 安定, 不安定을 servo系를 구성하기 전에 判別하는 것은 매우 重要하다. 이와같은 일을 判別하는 좋은 方法으로 Nyquist의 安定判別法이 있다. 이 方法을 설명하면, 어떤 servo에 대해서 그림 1(a)와 같은 블록線圖(block diagram)가 있다고 하자.

그림에서 $G(S)$ 는 가령 5장(servo 각부의 特性)의 그림 1에서 制御偏差가 가해지는 $G_c(S)$ 로부터 $\theta_c(t)$ 를 出力으로 하는 $\frac{N}{S}$ 까지의 블록을 하나로 等價變換한 것에 相當한다.

이때의 $G(S)$ 는 그림 1(a)에서 loop를 $e(t)$ 에서 열어서 그림 1(b)에서와 같이 $G(S)$ 의 入力側에서 負feedback하는 직전까지의 傳達函數에 相當한다. 이것을 open loop 傳達函數라고 한다.

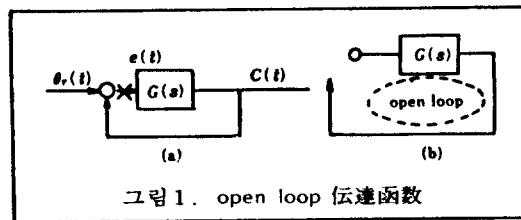


그림 1. open loop 傳達函數

또 $G(S)$ 의 S 를 $j\omega$ 로 놓았을 때, $G(j\omega)$ 를 open loop 用波數應答이라고 한다.

Nyquist의 安定判別은 다음과 같은 순서로 행하면 된다.

(i) $G(j\omega)$ 에서 ω 를 0에서부터 ∞ 까지 變化시켜서, 그것을 複素平面上에 軌跡을 그린다. 이것을 Nyquist 軌跡이라고 한다(그림 2 참조).

(ii) Nyquist 軌跡의 進行方向에 대해서 $-1 + j0$ 의 點이 左側에 있을 때, 이 servo는 安定하다. 또 $-1 + j0$ 의 點이 右側에 있으면 servo는 不安定해지며, 만일 軌跡 $-1 + j0$ 의 點上을 지나면 一定振幅으로 持續振動이 된다. 이 관계를 그림 2에 표시한다.

線形要素만으로 구성된 servo를 線形servo라 부르고 있다. 그러나 이것은 理想的인 것으로서 實際로는 存在하지 않는다.

예를 들면 增幅器에는 반드시 飽和가 있으며, 따라서 信號의 어떤 範圍內에서 밖에 線形으로 볼 수 없는 것이다.

Servo가 不安定할지라도 이 振動의 振幅은 無限大로 되는 것이 아니고 上述한 飽和로써 一定幅으로 抑制할 수 있다.

그림 1에서 $G(S)$ 는 等價變換으로 다음과 같은 식으로 정리된다.

*前 本學會 第1代會長, 現在 日本 FUNUC 常務理事, 生産技術研究所 FA研究室長

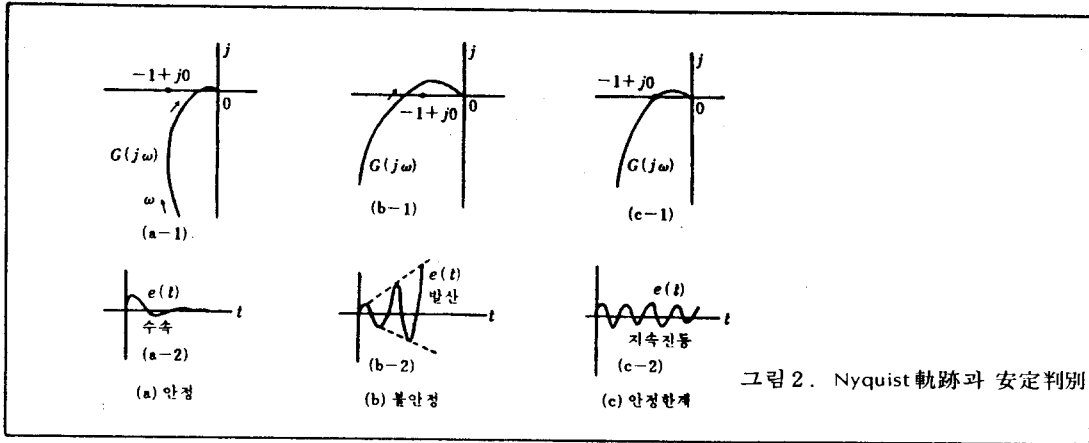


그림 2. Nyquist 軌跡과 安定判別

$$G(s) = G_c(s) \cdot \frac{K_A K_T K_m / (1 + sT_m)}{1 + K_A K_T K_m K_I / (1 + sT_m)} \cdot \frac{N}{s}$$

$$\therefore G(s) = \frac{K_A K_T K'_m N}{s(1 + sT'_m)} \cdot G_c(s) \dots\dots\dots (1)$$

단,

$$K'_m = K_m / (1 + K_A K_T K_m K_I) \dots\dots\dots (2)$$

$$T'_m = T_m / (1 + K_A K_T K_m K_I) > 0 \dots\dots\dots (3)$$

지금 $G_c(s)$ 가 比例補償器라고 하면 $G(j\omega)$ 는,

$$G(j\omega) = \frac{K_A K_T K'_m N}{j\omega(1 + j\omega T'_m)} \dots\dots\dots (4)$$

이 된다. 이 Nyquist 軌跡은 그림 3에 표시하는 것과 같이 負의 實軸을 자르는 일없이 반드시 安定하다. 이와같은 servo를 線形 2次 servo라 부

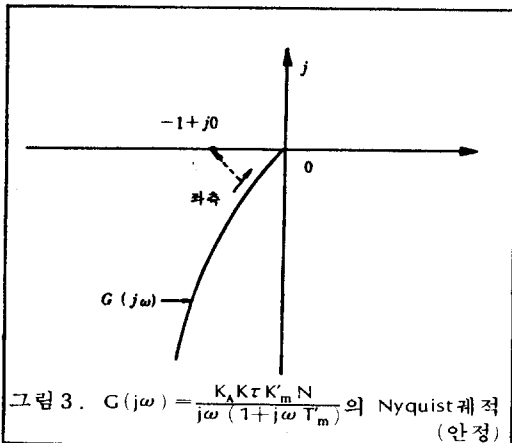


그림 3. $G(j\omega) = \frac{K_A K_T K'_m N}{j\omega(1 + j\omega T'_m)}$ 의 Nyquist 軌跡 (안정)

르고 있다.

또 $G_c(s)$ 로써 積分補償器를 선택하였다고 하면 이 경우의 $G(s)$ 는 (1)式으로,

$$G(s) = \frac{K_A K_T K'_m N K_I / T_I}{s^2(1 + sT'_m)} \dots\dots\dots (5)$$

이 된다.

이것의 Nyquist 軌跡은 그림 4와 같이 된다. 이 軌跡은 어떤 parameter 値에 대해서도 항상 $1 + j0$ 의 點을 右側에 보면서 進行하므로 常時, 不安定하다. 따라서 servo에서의 補償器는 積分補償만으로는 不充分하며 比例補償도 併用하여야 됨을 알 수 있다.

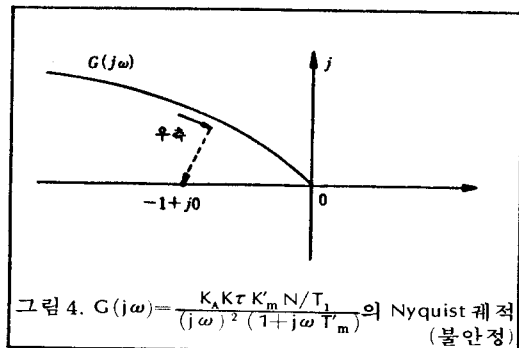


그림 4. $G(j\omega) = \frac{K_A K_T K'_m N / T_I}{(j\omega)^2(1 + j\omega T'_m)}$ 의 Nyquist 軌跡 (불안정)

線形系의 安定性を 파악하는데 그외에도 여러가지가 있다. 系의 特性方程式을 풀어 實數根部의 正負로 安定性を 判定한다. 즉, 根이 $\sigma_i \pm j\omega_i$ 와 같은 複素數로 주어진다라고 하면, 그것에 대한 應答成分은,

$$Aie^{\alpha t} \sin(\omega t + \phi) \dots\dots\dots (6)$$

과 같이 된다.

이 根의 實數根部 σ_i 의 正負에 따라 應答成分의 振幅이 增大하느냐 또는 減衰하느냐를 알 수 있다. 모든 根의 實數根部가 負이면 그 系는 安定하며, 그 중 하나라도 正의 것이 있으면 系는 不安定하게 된다. 特性方程式은 一般으로 代數方程式이 되므로 그 根의 存在範圍를 조사하여 安定性を 判別하는 Hurwitz의 安定判別法, 이것을 多少 變形한 Routh의 安定判別法 등이 있다.

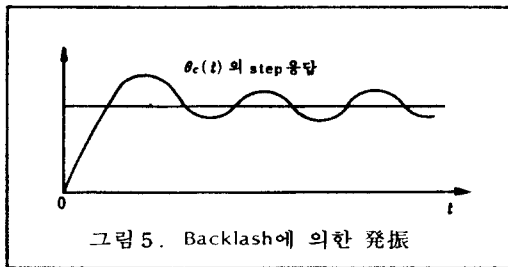
1 - 2. 非線形 發振 (Nonlinear Oscillation)

Servo內 要素의 非線形性으로 생기는 發振을 非線形 發振이라고 한다. 일반의 경우 servo motor를 負荷에 結合시킬 때 사용하는 齒車機構의 소위 backlash가 原因일 때가 많다(그림 5). backlash는 servo의 安定性 뿐만 아니라 精度(定常偏差)에도 큰 영향을 주므로 가급적 이를 피하여야 된다.

그러기 위해서는,

- (i) backlash가 적은 齒車機構(가령 harmonic Gear)를 선택한다.
- (ii) Backlash 補償을 한 齒車機構를 사용한다.
- (iii) 齒車機構없이 驅動方法을 使用한다(가령 直接驅動方式).

등을 들 수 있다.



Servo는 먼저 系가 安定하다는 것이 必要條件이 되나, 系는 이것만으로 充分치는 않다. 적당한 應答速度와 安定度를 가지고 있어야 된다.

특히 이와같은 非線形의 경우는 이의 安定判別方法으로는 가령 制御系가 2階의 非線形 微分方程式으로 표시될 때 位相面解析法에 의해 安定性を 조사할 수 있다. 그리고 一般의 非線形系에 관해서

는 Lyapunov의 方法이 적용된다. Lyapunov의 安定性判別에는 第一과 第二方法이 있다.

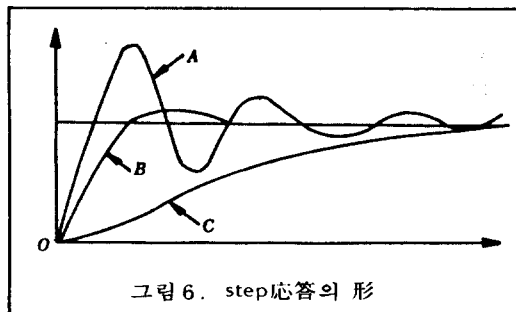
第一方法은 系의 微分方程式을 풀어서 그 解에 대해서 安定性を 조사하는 것이고, 第二의 方法은 系의 微分方程式을 풀지 않고서 安定性を 論하는 것으로서 Lyapunov의 直接法, 또는 Lyapunov의 安定論이라 불리워지고 있다. 대개 Lyapunov의 方法이라고 하면 第二의 方法을 가르킨다. 앞서의 Routh의 安定判別法, Hurwitz의 安定判別法은 線形系에 대해서 系를 풀지 않고서 系의 安定性を 論하는 것이었으나 Lyapunov의 第二의 方法은 線形系, 非線形系 共히 兼用할 수 있다.

로봇의 servo 機構는 非線形系가 많으므로 이 方法에 대한 關心이 要望된다.

2. 過渡特性과 特性評價

로봇뿐만 아니라 機械制御에 있어서 servo가 安定하여야 함은 必要條件이라 하겠다. 그러나 制御에 있어서 安定만으로는 充分치 못하다. 적당한 應答速度와 安定度가 要求된다.

一般으로 機械의 起動時에 생기는 過渡現象의 特性이 制御의 質을 左右한다. 이 過渡特性의 良否는 目標值의 step狀 變化에 대한 制御量의 應答, 즉 step應答으로 判定된다. 이 step應答의 波形은 그림 6 A, B, C와 같은 形으로 나타나는 것이 一般의이다.



A는 起動時의 行跡이 目標치에 벗어나서(overshoot) 最終值에 가까이 정착하는 데에는 時間이 所要된다. B는 적당한 overshoot를 갖게 함으로써 起動이 빨라지며, 最終值에의 近接하는 速度도 빨라 바람직한 應答波形이라 할 수 있다. C는

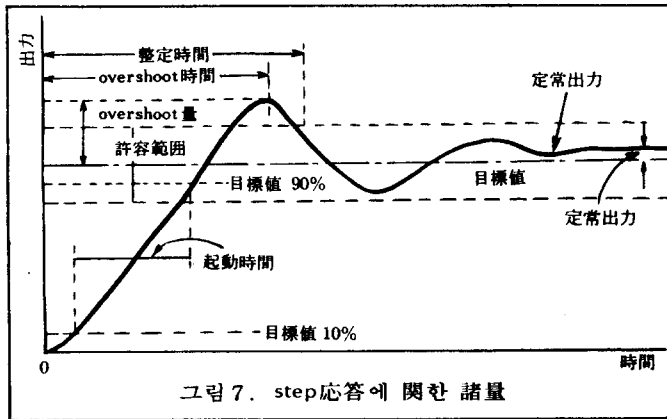


그림 7. step응답에 관한 諸量

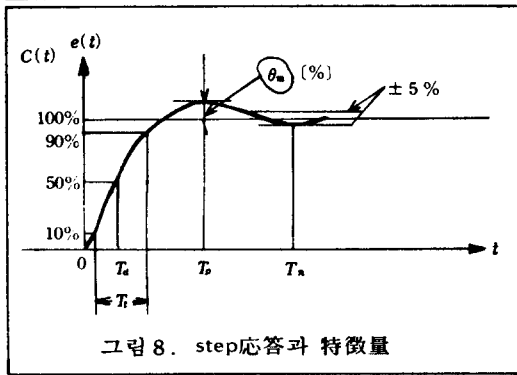


그림 8. step응답과 特徵量

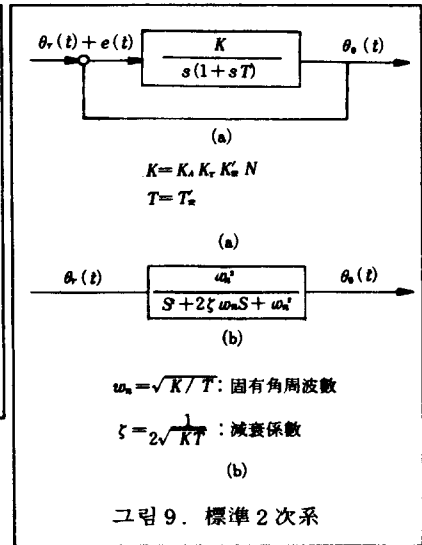
起動이 늦어 最終値에 도착하는데 時間이 所要된다. 그래서 應答波形을 特徵짓는 諸量을 規定하고 그것에 의해 應答의 良否를 判定하는 일이 많다.

그림 7은 step應答에 관한 諸量을 표시한 것이며 그림 8을 參考하면서 應答의 良否를 說明하여 보기로 한다.

- ①起動時間 T_r : 最終値의 10%에서부터 90%까지에 所要되는 時間
- ②지연時間 (delay time) T_d : 最終値의 50%에 到達할 때까지의 時間
- ③過行量 (overshoot 量) θ_m (%): 最終量에서부터 最初의 過行量 (overshoot 量)
- ④整定時間 T_s : 最終値부터의 偏差가 $\pm 5\%$ 이내로 安定될 때까지의 時間

⑤의 overshoot 量은 安定의 程度를 표시하는데 重要한 量이며 目的에 依해서 0%~20%程度까지의 범위에 조정하는 것이 一般的이다.

특히, 로보트에서는 이 値가 加급적 작은 것이 바람직하다. ①, ②, ④는 應答速度에 關係되는



것이다.

그런데 servo의 補償器를 式 $G_c(s) = Kp$ (25 回重載 4式)와 같이 선택한 線形 2次 servo는 반드시 安定하였다. 이 경우 블록線圖는 그림 9(a)와 같이 표시할 수 있다.

이것은 또 (b)와 같이 等價變換을 할 수 있다. 이 系의 step 應答은 標準의 應答으로 잘 利用된다. 이 경우, 그림 9(b)속 ζ 과 應答의 overshoot 量 θ_m 과의 사이에는,

$$\theta_m = \exp\left(-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) \times 100(\%)$$

의 關係가 있다. 따라서 一般의 step 應答의 overshoot를 이것과 等價인 ζ 의 値로 評價하는 일이 많다.

ζ 와 θ_m 의 關係를 그림 10에 표시한다.

또 T_p 는 線形 2次系에서는,

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$$

의 關係가 있다. 즉 ω_n 은 應答速度에 關係되는 量이라 할 수 있다.

過渡應答을 直接的으로 評價하는 대신 servo의 目標値부터 制御量까지 소위 閉루우프 周波數應答으로 間接評價하는 것도 많이 行해지고 있다.

그림 9의 $\theta_r(t)$ 부터 $\theta_c(t)$ 까지의 周波數應答을 閉루우프 周波數應答이라 부르고 있다.

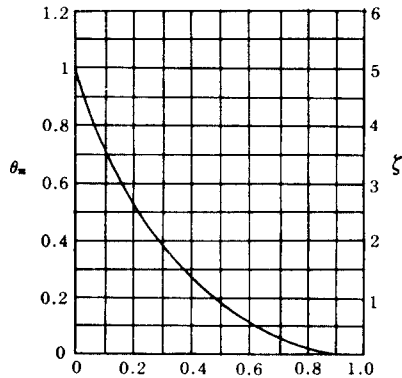


그림10. ζ와 θ_m의 관계

3. 過渡特性으로 본 要素의 種類

過渡應答은 어느 要素에 일정한 入力으로서 그림12에 표시한 바와 같이 step狀 入力を 주었을 때 要素의 應答임을 앞서 記述하였다. 要素나 系

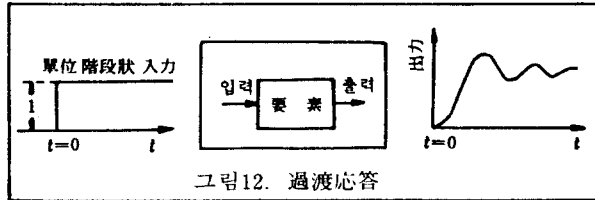


그림12. 過渡應答

의 성질에 따라 出力側의 應答에는 여러 種類가 있다. 이를 표 1에 정리한다.

4. 周波數領域에서의 開루우프 特性和 閉루우프 特性

다음 開루우프 傳達函數의 周波數應答 $G(\delta\omega)$ 와 그것에 單一歸還路 (single feed back)를 연결한 閉루우프 傳達函數 周波數應答 $G_T(\delta\omega)$ 의 關係를 조사하여 보기로 한다.

閉루우프 周波數應答 $G_T(j\omega)$ 를 振幅成分과 位相成分으로 分離해서,

$$G_T(j\omega) = \frac{\theta_c}{\theta_r} (j\omega) = M \exp j\theta_u \dots\dots\dots (7)$$

로 표시해 보면 분명히,

$$M \exp j\theta_u = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)}$$

이 된다. 여기서 開루우프 特性을 實數部和 虛數部로 나누어서,

$$G(j\omega) = x + jy \dots\dots\dots (8)$$

로 쓰고, (8)식에 代入하면,

$$M \exp j\theta_u = \frac{x + jy}{(x+1) + jy} \text{ 이 되며, 이것으로부터}$$

$$M = \left\{ \frac{x^2 + y^2}{(x+1)^2 + y^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (9)$$

$$\theta_u = \arctan \frac{y}{x} - \arctan \frac{y}{1+x}$$

이 얻어진다.

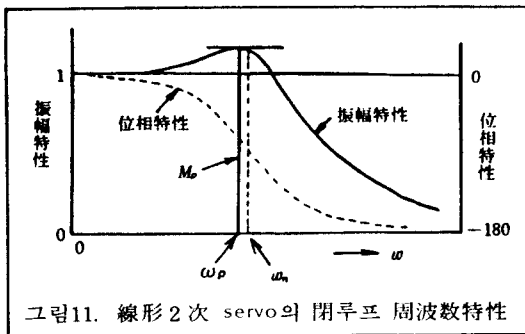


그림11. 線形 2次 servo의 閉루우프 周波數特性

그림 11과 같이 振幅特性에는 peak가 나타나는 일이 있는데, 그 값이 最大値 M_p 를 最大振動比, 周波數 ω_p 를 共振角周波數라고 한다. M_p 는 $0 < \zeta < 0.7$ 에서는 ω_p 는 1 이상이 되며,

$$\omega_p = \omega^n \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad M_p = \frac{1}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

로 주어진다. 一般으로, 周波數應答과 step 應答은 Fourier 變換을 介在해서 定한 關係가 있는 것으로 알려져 있다.

그러므로, 一般 servo의 閉루우프 周波數를 求하여, 그 때 얻은 M_p, ω_p 로 等價의 ζ, ω_n 을 近似的으로 求하여 過渡特性의 평가를 할 수 있다. 一般으로 M_p 는 1.3 程度 ($\zeta \approx 0.42$)가 좋다고 하고 있으나, 共振特性이 발생하지 않는 것이 바람직하다. 이 상태는 ζ 의 值에 대해서 말하면 0.700 以上이 된다.

표 1. 応答特性으로 본 要素의 種類

要素의 種類	入力 (step 入力)	傳達 函數	出力 (過渡 応答)	事 例	意 味
比例 要素 (0次 要素)		$\text{入力} \rightarrow \boxed{K} \rightarrow \text{出力}$ (스프링)		 $K = \frac{l}{l}$	入力变化에 比例하여 出力이 바로 变化하는 要素를 比例要素라 한다.
一次 延遲 要素		$\text{入力} \rightarrow \boxed{\frac{K}{1+TS}} \rightarrow \text{出力}$ $T = \frac{\mu}{K} \quad K = \frac{y(t)}{x(t)} \quad t \rightarrow \infty$		 μ 粘性 抵抗	$\frac{K}{1+T_s}$ $T > 0$ 되는 傳達函數로 표시 되는 要素를 말한다.
二次 延遲 要素		$\text{入力} \rightarrow \boxed{\frac{\omega_n^2}{S^2 + 2\zeta\omega_n S + \omega_n^2}} \rightarrow \text{出力}$ $\omega_n = \frac{K}{\sqrt{M}} \quad \zeta = \frac{1}{2} \frac{\mu}{\sqrt{MK}}$		 M 質量	전달함수가 $\frac{\omega_n^2}{S^2 + 2\zeta\omega_n S + \omega_n^2}$ 로 표시되는 要素를 말한다. $\zeta > 1$ 일 때 過振 $\zeta = 1$ 臨 界: 減衰 $\zeta < 1$ 일 때 減衰振動 상태로 된다.
낭비 (dead) 時間 要素		$\text{入力} \rightarrow \boxed{e^{-Ls}} \rightarrow \text{出力}$		$L = \frac{\Delta}{\text{중동치 차속도}}$ back lash pinion 從動齒車	信號波形을 바꾸지 않고 時間 지연 만을 주는 要素를 낭비 時間要素라 고 한다.
微分 要素	 回轉角度 θ (ramp 入力)	$\text{入力} \rightarrow \boxed{KS} \rightarrow \text{出力}$ (타코제너레이터)		 $C_s = K \frac{d\theta}{dt}$	ramp 入力速度 크기에 比例한 어떤 一定한 出力을 나타내는 要素
積分 要素	 電壓	$\text{入力} \rightarrow \boxed{\frac{K}{S}} \rightarrow \text{出力}$ (油壓 실린더) (실린더 變位)		 油壓 실린더 出力 變位 四方切 換弁 (一定流量)	step 入力の 크기에 比例한 어떤 一定速度로 出力이 變化하는 要素

(9)식에 의해서, 開루우프 傳達函數의 vector 軌跡이 주어지면, 軌跡의 各 點에 對應하는 M 및 θ_M 이 計算되어 開루우프 特性이 구해진다.

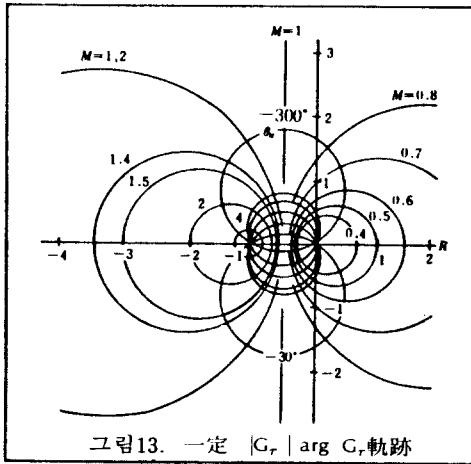
그러나 이와 같은 복잡함을 거치지 않고서도 (3)을 變形하면, M 및 θ_M 을 parameter로 생각해서,

$$\left(x - \frac{M^2}{1-M^2}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{M}{1-M^2}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2 \tan \theta_M}\right)^2 = \left\{\frac{1}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\tan \theta_M}\right)^2}\right\}^2 \dots \dots \dots (10)$$

와 같은 $x-y$ 平面上의 圓群을 얻을 수 있다. 따라서 S 平面上에 그림 13과 같이 M 및 θ_M 一定한 軌跡, 즉 對應하는 開루우프 傳達函數의 振幅成分과 位相成分의 값을 目測으로 記入, 그 위에 開루

우프 傳達函數의 vector 軌跡을 記入하면 計算하지 않고도 그림으로 開루우프 特性을 알 수 있다.



科學技術人의 信條

우리 科學技術人은 科學技術의 暢達과 振興을 通하여 國家發展과 人類福祉社會가 이룩될 수 있음을 確信하고 다음과 같이 다짐한다.

- 一, 우리는 創造의 精神으로 眞理를 探究하고 技術을 革新함으로써 國家發展에 積極 寄與한다.
- 一, 우리는 奉仕하는 姿勢로 科學技術振興의 風土를 造成함으로써 온 國民의 科學的 精神을 振作한다.
- 一, 우리는 높은 理想을 指向하여 自我를 確立하고 相互 協力함으로써 우리의 社會的 地位와 權益을 伸張한다.
- 一, 우리는 人間의 尊嚴性이 崇尚되고 그 價値가 保障되는 福祉社會의 具現에 獻身한다.
- 一, 우리는 科學技術을 善用함으로써 人類의 繁榮과 世界의 平和에 貢獻한다.