＜講 座＞

# 貯水池 操作(Ⅰ)

權 五 憲*

## 1. 머릿말

인류의 생존과 文明의 발전에 물의 중요성을 새삼 강조할 필요도 없을 것이다. 그러나 물은 총량면에서 아직 여유가 있다손 치더라도 필요한 時期에 필요한 場所에서 쓸수 없는 경우가 대부분이다. 이와 같은 문제를 해결하는 것이 水資源開發의 주요 목표이며, 댐과 저수지는 그 주요 수단이라고 할 수 있다. 貯水池를 最適條件으로 조작, 운영한다는 것은 부주의나 실수로 인한 인위적 피해의 유발, 억제는 물론이고 한 걸음 더 나아가서 부존자원을 最善으로 管理한다는 점에서 오늘과 같은 資源경쟁의 시대에 있어서 국가적인 당위성을 갖는 것이다. 그러나 貯水池가 수계내에 하나만 있을 경우에도 쉬운 문제는 아니지만 直列 및 並列로 시스템을 구성하고 있을 때 이는 多次元의 벡터 空間問題로서 이에 관한 最適管理方案은 解析的으로 구해지지 않는다.

따라서 이 문제는 Operations Research 나 시스템 공학 또는 모의조작기법등으로 最適解를 발견해야 한다. 이 講座에서는 이 분야에 종사하는 실무자나 또는 초심자를 위하여 저수지 최적제어에 관한 광범위한 내용은 취급하지 않고 또한 복잡한 數値的 接近法은 인용되는 참고문헌에서 발견토록 권장하며, 다만 物理的 意味와 直觀的인 이해를 도울 수 있도록 여러 해법을 설명코자 한다.

## 2. 저수지의 제어 및 관리

### 2.1. 實時間 操作 模型(Decision Models for Realtime Operational Purpose)

1) 實時間 問題

여러 시설이 중복된 다목적 저수지 시스템은 그 운영의 복잡성 때문에 數値的 프로그램에 근거를 둔 최적화모형에 의하여 방류량을 결정하게 된다. 여기서 "實時間(realtime)" 조작모형이란 강우, 수위등의 새로운 入力情報로써 용이하게 修正, 改善할 수 있는 특성을 갖어야만 한다. 또한 상대적으로 적은 費用으로 정해진 시간軸의 길이에 대하여 짧은 演算時間이 소요되어야 한다. 따라서 模型은 現存의 정보를 쓰는 確定論的이어야 하며 複合的 저수지 시스템에 實用可能해야 한다는 특성을 나타낸다.

2) 制約條件(Constraints)

動的 시스템을 나타내는 變數는 크게 狀態變數(state variable)와 決定變數(decision variable) 또는 제어변수(control variable)로 나뉜다.

저수지 조작모형에서 저수지내의 저류량은 상태변수로, 放流量은 결정변수로 취급하는 것이 일반적이나 이를 달리 정하는 수도 있다. 저수지 流入量이나 침투증발, 손실등은 상태변수에 포함시키는 것이 편리한 경우가 많다. 저수지 시스템에 적용되는 제약조건을 스케러로 표시하면 일반적으로 表 1과 같다.

여기서 저류방정식을 벡터로 표시하면,

$$\underline{S}(i+1)=\Phi(i)\underline{S}(i)+\Psi(i)\underline{R}(i)+\underline{\Phi}(i)[\underline{I}(i)-\underline{Q}(i)] \cdots (1)$$

여기서

$\underline{S}$: 저류수준을 나타내는 벡터 $(n\times 1)$

$\Phi$: 상태변수 변환행렬 $(n\times n)$

$\underline{R}$: 방류량 벡터 $(m\times 1)$

$\underline{I}$: 유입량 벡터 $(m\times 1)$

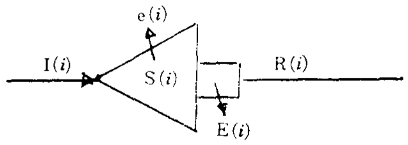
$\underline{e}$: 증발, 침투손실벡터 $(m\times 1)$

$\Psi$: 제어벡터 변환행렬 $(n\times m)$

$i$: 時間軸의 整正數

* 忠南大學校 工科大學 副敎授

**表 1.** 시스템 제약조건




$E(i)$ 단위 사용수량당 발전 에너지

| 구 분 | 방 정 식 | 비 고 |
|---|---|---|
| 1. 질량 보존 | $S(i+1)=S(i)+I(i)-R(i)-e(i)$ | $e(i)=f_1(S,i)$ $S=\frac{1}{2}[S(i)+S(i+1)]$ |
| 2. 저류량 제약 | $S(i+1)_{min}\leq S(i)+I(i)-R(i)-e(i)\leq S)i+1)_{max}$ | 일반적으로 $Smin$은 시간축에 대하여 불변임. |
| 3. 계약 발전 | $\sum_k E(i)_k\ R(i)_k \geq L(i)$ | $L(i)$=기간 $i$중 발전요구량<br>$E(i)=f_2(S)$ |
| 4. 계약 방류 | $\sum_k R(i)_k \geq W(i)$ | $W(i)=$ 기간 $i$중 하부류 물 소요량 |
| 5. 방류량 제약 | $R(i)_{min}\leq R(i)\leq R(i)_{man}$ | $P_{max}$=최대 발전 용량 |
| 6. 발전기 제약 | $E(i)\ R(i)\leq P_{mx.}\,{}_{\Delta}t$ | ${}_{\Delta}t$=기간 중 발전시간 |

위의 式 (1)은 動的 시스템을 가장 간단히 나타내는 式 (2)의 1계 미분 방정식을 離散化한 것과 동일하다.

$$\underset{\sim}{x}(t)=A(t)\ \underset{\sim}{x}(t)+B(t)\ \underset{\sim}{u}(t) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

여기서

$x$: 상태벡터

u; 결정벡터

$x$; 시간에 대한 1계 미분벡터

$t$: 時刻

$A,B$; 변환행렬

表 1의 式 (2), (5)은 상태 및 결정변수의 上限, 下限條件으로서 최대저류량은 보통 저수지의 常時滿水位(normal high water level) 이하의 저수량으로 時不變(time-invariant)이나 洪水調節과의 共用을 위한 여름철 制限水位나 또는 月別로 이를 달리 정하기도 한다.

最小저류량은 저수지내 魚類, 舟運等을 위한 최소저류량이며 일반적으로 水力發電所가 있을 경우에는 低水位(low water level) 이하의 저수량으로 정하게 된다.

방류량의 最大制約은 發電機의 水壓鐵管과 댐의 餘水路(spillway)를 안전하게 통과할 수 있는 총유량과 하류부 河道의 安全通水量중 작은 값을 말한다.

最小放流量은 댐 下流 하도의 生態系를 위한 최소유량이나, 舟運에 필요한 최소수심을 확보하기 위하여 저수지에서 방류해야할 최소유량을 말한다.

3). 저수지 시스템의 조작모형

저수지 시스템의 모형은 크게 長期와 短期로 나뉜다. 일반적으로 장기모형은 季節, 月 또는 週單位의 時間軸을 가지며, 단기모형은 水力發電 또는 洪水調節을 목적으로 하는 짧은 時間 단위로 구성된다. 그림 1은 이러한 모형구성을 나타내며, 여기서 장기모형을 위한 流入量은 과거 기록등에 의하여 豫測되고 새로운 정보로 계속 修正을 하게 된다.

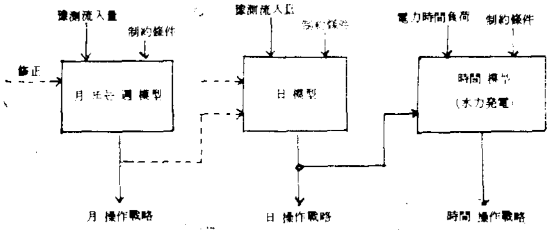



**그림 1.** 저수지 시스템 조작모형

月 模型에서는 貯水池의 調節機能이나 저수지 사이의 流下時間은 고려할 필요가 없으나 日 模型에서는 이를 반드시 감안해야 한다. 저수지의 조작목표나 그 운영전략은 계약 또는 제도적인 규제속에서 수립된다. 우리나라의 경우 대부분 다목적 댐은 용수공급과 홍수조절이 제 1차 목표이고 수력발전등 기타는 부대적이라고 할 수 있다.

4) 解法

일반적으로 저수지조작문제는 제약조건이나 또는 목적함수가 非線型으로 나타난다.

따라서 이를 선형화하여 선형계획(LP)을 적용하고 이를 여러 저수지군에 결합한 LP-DP 모형이 미국 켈리포니아의 Central Valley Project (CVP)에 응용되고

있다.[1]

한편 시스템의 비선형 제약조건을 선형화하지 않고 페날티함수로써 목적함수에 반영하여 無制約問題로 구성하는 방법이 Bonneville Power Administration(BPA)[2]에 의하여 Pacific Northwest 水力시스템에 적용되었다. 이 문제는 공역 경사법[3]으로 해를 구하였다.

Hicks 等[2]은 BPA에서 2,400 變數에 6,200個의 制約條件을 해결하였다. 實時間 操作模型에 관한 해법은 이상의 인용 문헌을 참조하기 바라며 일반적인 최적화 기법은 뒤에서 기술한다.

### 2.2. 計劃模型(Decision Models for Planning Purposes)

저수지 시스템의 計劃이나 設計에서 각 지점에 만들어야 할 댐의 크기를 결정해야 하는 것은 중요한 부문이라고 할 수 있다. 여기서 最適의 規模는 일반적으로 便益과 費用의 差인 純便益을 최대화하는 댐의 크기를 말한다. 댐의 크기에 따른 費用은 積算的(additive) 이지만 그 便益은 저수지의 규모와 그 操作律의 함수로 나타난다. 그리고 이런 最適化에서는 각종 物理的인 條件은 물론, 水文學的, 經濟的, 社會的, 制度的, 政治的, 法律的 각종제약으로 구속된다.

따라서 妥當性 調査단계 이후에 적용해야할 이런 모형은 augemented mathematical programmning으로 기술이 가능할지라도 그 해법은 용이하지 않게된다. 여기서는 Trott와 Yeh[4]가 Bellman의 최적원리[5] 및 Larson의 狀態增分法[6]을 이용하여 댐 群을 多段階로 立案한 方法이 비교적 實用性이 높다고 생각되어 소개한다.

이 방법은 漢江流域에도 적용되어[6] 그 실용성이 검증되었다.

1) 모형의 定式化

M個의 貯水池가 直列 및 並列로 구성될때 저수지간의 變數에 관한 差分式(시스템 방정식)은,

$$S(i+1)=f[S(i),\ R(i),\ I(i),\ e(i)] \cdots\cdots\cdots (3)$$

여기서 式(3)의 모든 변수는 M-차원 벡터이다.

年間 純便益은,

$$Z=V(S,\ R)-C(Smax) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

여기서 $Z$=연간 순편익

$V(S,\ R)$=전 시스템에 의하여 收入되는 年間 總 便益

$C(Smax)$=저시스템의 建設費의 年均等額

목적함수, $max\ Z \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$

제약조건, $\dfrac{V(S,\ R)}{C(\underline{S}\ max)} \geq 1$ 및 기타 제약조건 $\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$

2) 解法

式 (5),(6)은 多次元 문제로서 時間軸, 即 操作時間이 T月이라고 할때 最適 操作律이란 일련의 방류량, $\underline{R}(1),\ \underline{R}(2)\cdots\underline{R}(T)$을 최대 수익이 되도록 결정하는 것이다. 따라서 최적 조작을 위한 목적함수 및 제약조건은,

$$O.F.\ max \sum_{i=1}^{T} Vi\ [\underline{S}(i),\ \underline{R}(i)] \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

$$S.t.\ \underline{Smin} \leq \underline{S}(i) \leq \underline{Smax} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

$$\theta \leq \underline{R}(i) \leq \underline{S}(i)-\underline{Smin}+\underline{I}(i)-\underline{e}(i) \cdots (9)$$

$$\underline{S}(i+1)=f\ [\underline{S}(i),\ \underline{R}(i),\ \underline{I}(i),\ \underline{e}(i)] \cdots (10)$$

여기서 $\theta$는 영벡터(nullvecter).

式 (7)은 시스템의 分離性(seperability)를 전제로 한 것이며 또 實際問題에서는 감가상각을 고려해야 한다.

動的 計劃(dynamic programming)으로 반복 함수식(recursive equation)을 표시하면,

$$\left.\begin{aligned} & fi+_1[S(i+1)]=\max_{R(i)}\{Vi+_1[\underline{S}(i+1);\\ & \quad \underline{R}(i)]+fi[\underline{S}(i)]\}\\ & \text{여기서 } t=1,2,\cdots T\\ & \quad \underline{S}(1)=\text{초기조건으로 주어짐}\\ & \quad f=\text{최대화된 함수값} \end{aligned}\right\} \cdots (11)$$

式 (11)은 Bellman의 최적성에 대한 逆次式으로 分離性 시스템에서는 이를 順次로 표시해도 된다. 이 문제는 상태 벡터나 결정벡터가 모두 M次元으로 일반적으로 電算機의 기억용량이나 또는 연산시간때문에 바

1) Becker L. and Yeh W. W-G, "*Optimization of Real-time operation of a multiple Reservoir System.*" Water Resource Research, 10(6), pp. 1107~1112(1974).

2) Hicks R. H. etal. "*Large Scale Nonlinear Optimigation of Energy Capability for the Pacific Northwest Hydroelectric System.*" IEEE PES Winter Meeting, New York City, 1974.

3) Fletcher R. and Reeves C. M. "*Function Minmigation by Conjugate,*" Computer J., 149~154 (1964)

4) Trott W. J. and Yeh W. W-G, "*Optimigation of Multiple System*" J. Hydro. Div. ASCE 99(Hy 10) 1865~1884 (1973).

5) Bellman R. E and Dreyfus S. E, *Applied Dynamic Progranming*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, V. S.A. 1962

6) Larson R. E., *State Lncrement Dynamic Progroaming*, American Elsevier dub. Co., Inc., N.Y.(1968)

6) 權 五憲 "漢江流域 貯水群의 多段階 最適立案" 建國大學校 大學院 碩士學位 論文, 1979.

로 풀수 없다. 여기서는 이를 Bellman의 逐次 槪算法[7]으로 M次元 問題를 1次元 問題로 다음과 같이 分解할 수 있다.

$$O.F.\ max \sum V[S(i),\ R(i)] \quad \cdots\cdots(12)$$

$$s.t.\ Smin \leq S(i) \leq Smax \quad \cdots\cdots(13)$$

$$R(i) \leq S(i) - Smin + I(i) - e(i) \quad \cdots\cdots(14)$$

및 $(M-1)$의 等式制約,

$$R_m(i) = S_m(i) - S_m(i+1) + I_m(i) - e_m(i) \quad \cdots(15)$$

$$m = 1, 2, \cdots\cdots,\ M$$

$$R_m \geq 0\ \forall_m$$

따라서 반복함수 방정식은 다음과 같이 구성된다.

$$fi_{+1}[S(i+1)] = \max_{R(i)}\{V[S(i+1), R(i)] + fi[S(i)]\} \cdots(17)$$

式 (12~17)에서 모든 변수는 scalar이다.

Trott와 Yeh는 이를 상태 증분동적계획기법 (IDP)으로 그 해를 구하였다.

따라서 式 (5), (6)을 구하는 알고리즘은 Smax의 변화에 대한 式 (17)의 값을 구하므로서 최적규모를 구할 수 있으며 Smax의 변화는 시스템의 convexity가 보장되면 1차원 조사기법(one dimensional search technic)[8]으로 용이하게 해결할 수 있다.

## 3. 確定論的 模型(Deterministic Modeling)

저수지의 용량을 주요 용도에 따라 구분하면; (1) 流水調節이나 用水供給을 위한 利水容量(active storage); (2) 流砂堆積, 오락기능의 유지, 水力發電制約等을 위한 不用容量(inactive, dead storage); (3) 洪水調節容量이다. 計劃過程에서 이 3개 용량은 상호독립적으로 결정되어 合成되는 것이 보통이며, 이하에서 이에 관하여 간단히 살펴본다.

### 3.1. 물 供給과 저수용량

저수지의 1차적기능은 流水의 調節로서 풍수기에 물을 저장하여 操作原則에 따라 갈수기에 이를 放流하는 것이다. 저수지내에 유수를 저장하는 동안 水面蒸發이나 浸透에 의한 損失이 고려되어야 한다. 저수용량에 따른 물 供給能力은 크게 다음의 3가지 방법으로 판단할 수 있다.

1) 流入量 累加分析(Mass Diagram Analysis)

이 방법은 아마도 가장 오래된 기법으로 Ripple[9]이 제시한 이래 오늘날까지도 많이 쓰이고 있다.

이 방법은 과거관측기록이 未來에도 되풀이 된다는 전제로 放流量 R(i)과 流入量 I(i)의 差 d(i)의 累加量을 조사하는 것으로 이때 조건은 저수지 방류량의 합이 유입량의 합을 초과하지 않도록 조사구간을 설정하는 것이다. 이를 간단히 도시하면 그림 2와 같다.

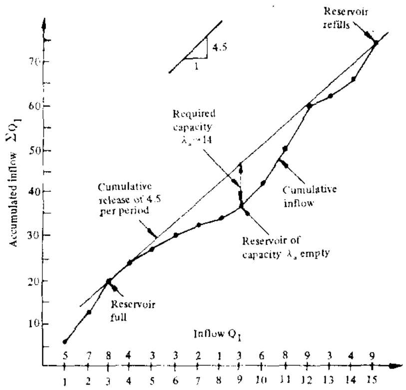



**Fig 2.** (a) Mass diagram analysis for estimating required active storage capacities for given inflows and releases.

2) 극한 系列分析(Sequent Peak Analysis)

앞의 누가 분석방법은 그 논리는 매우 간단하지만 계산이 번잡한 단점이 있다. Thomas 等[10]은 이를 매우 간단하게 단순화하였다.

이 방법은 극한기간만을 추출하여 그 계열을 분석하는 것으로서 다음과 같다. 즉 K(i)를 i 區間初에 필요한 貯水容量, R(i)를 i 동안의 필요放流量, I(i)를 i 동안의 流入量이라고 할때 다음 식에의하여 단계별로 계산해 간다. 여기서 K(0)=0.

$$K(i) = \begin{cases} \{R(i) - I(i) + K(i-1) & if\ positive \\ 0 & otherwise \end{cases} \cdots(17)$$

표 2의 계산례는 앞의 그림 2와 동일한 자료로서 물론 동일한 결과를 보여준다.

7) Bellman 等, 전게서

8) Gottfried B.S. and Weisman J., *Lntroduction to Optimization*, 68~84 (1973)

9) Ripple W., "*Capacity of Storage Reserviors for Water Supply*, "Proceed. of the Institute of Civil Engineers (Brit.), Vol. 71(1883)

10) Thomas D.M., "*Generalization of Streamflow Characteristics from Drainage-Basin Characteristics*," USGS Water Supply Paper 1975(1970)

Table 2 Calculation of Storage Capacity[11)]

| Period $t$ | Release $[R_t$ | − Inflow $Q_t$ | + Previous Required Capacity $K_{t-1}]^a$ | = Current Required Capacity $K_t$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 4.5 | 5 | 0.0 | 0.0 |
| 2 | 4.5 | 7 | 0.0 | 0.0 |
| 3 | 4.5 | 8 | 0.0 | 0.0 |
| 4 | 4.5 | 4 | 0.0 | 0.5 |
| 5 | 4.5 | 3 | 0.5 | 2.0 |
| 6 | 4.5 | 3 | 2.0 | 3.5 |
| 7 | 4.5 | 2 | 3.5 | 0.6 |
| 8 | 4.5 | 1 | 6.0 | 9.5 |
| 9 | 4.5 | 3 | 9.5 | 11.0[b] |
| 10 | 4.5 | 6 | 11.0 | 9.5 |
| 11 | 4.5 | 8 | 9.5 | 6.0 |
| 12 | 4.5 | 9 | 6.0 | 1.5 |
| 13 | 4.5 | 3 | 1.5 | 3.0 |
| 14 | 4.5 | 4 | 3.0 | 3.5 |
| 15[c] | 4.5 | 9 | 3.5 | 0 |

[a] $K_t$ equals the larger of zero and the quantity in brackets.
[b] Maximum required active storage $= K_o = 11$.
[c] The second cycle is identical to the first, since $K_{15} = K_0 = 0.0$

3) 最適化 分析

앞에 기술한 두가지 방법은 매우 간단하여 사용이 편리하지만 몇가지 결정적인 결함을 갖고 있다. 즉 期間單位別 물所要量이 변할경우 그 절차가 복잡해지고 저수면 증발손실이나 저수위에 관한 제약조건반영이 쉽지 않다. 더구나 여러개의 저수지가 연관될때 이와 같은 방법은 그 절차가 너무 복잡해지므로 거의 實用性이 없게 된다. 이와같은 경우에는 각 저수지 방류량에 대한 연속방정식에 근거를 둔 數學的 프로그래밍 즉 最適化에 의하여 해결하게 된다. 最適化 技法은 4章에서 다룬다.

### 3.2. 洪水調節

홍수방어에 관한 대책은 다음과 같이 나눌 수 있다.

- 非構造的 方法 : 예경보, zoning, 보험제도 등
- 構造的 方法 :
  - 저수지에 의한 첨두유량감소
  - 제방, 하도보호
  - 수원지 함양 등

이 가운데 저수지 조작에 직접 관련되는 홍수조절용량과 추적계산등은 洪水의 發生確率과 하류부 포장홍수피해에 따라서 복합적으로 결정되는데 관계문헌[12)]을 참고하기 바라며 여기서는 생략한다.

### 3.3. 水力發電

기간 $t$ 중에 총유량이 $q_t\,m^3$ 또는 $q_t\,m^3/sec$ 이고 낙차가 $H_t\,m$ 라면 水力에너지는,

$$KWH_t = 9.81\,\eta 3 q H_t \cdots\cdots (18)$$

여기서 $\eta$는 효율.

式 (18)은 非線型으로서 水力發電型을 線型計劃($LP$)으로 풀고자 하는 경우에는 이를 近似的으로 線型化해야 한다. 每期間 $t$에 대하여 平均値 $\overline{H_t}$와 $\overline{q_t}$를 구할 수 있다면 비선형항인 $q_tH_t$는,

$$q_tH_t = \overline{q_t}\overline{H_t} + \overline{q_t}(H_t - \overline{H_t}) + (q_t - \overline{q_t})\overline{H_t}$$
$$= \overline{q_t}H_t + \overline{H_t}q_t - \overline{q_t}\overline{H_t}. \cdots\cdots (19)$$

式 (19)에서 $\overline{q_t}$와 $\overline{H_t}$를 비교적 정확히 구하려면 여러번의 시산이 필요하게 될 것이다.

발전 모형에 있어사 제약조건은 式 (20)과 같이 시설용량 $P$와 設備利用率(*plant factor*) $f_t$에 관계된다.

여기서 설비이용률이란 시설용량에 대한 t 期間中 平均負荷의 比로 정의된다.

$$KWH_t \leq f_t h_t P \cdots\cdots (20)$$

여기서 $h_t$는 $t$기간중 발전시간

11) Loucks et al, Water Resourcl Systems Planning and Analysis, Prentice-Hall Inc., 235−236 (1981)
12) Louck. 등 전게서 238−247