<技術報文>

降雨-流出 模型化의 問題點과 方法들 (2)

金 再 韓*

2. 有效降雨와 直接流出

2.1. 合理式

降雨—流出 過程의 模型化가 처음 試圖된 것은 지금부터 135年前 尖頭洪水量을 豫報하기 위하여 合理式(Mulvany, 1850)이 開發되었던 때였다. 簡單한 問題에 對해서는 이 方法이 使用하기에 適切하고 便利한 것으로 지금까지 알려져 있다. 이 方法은 이미 잘 알려진 式으로써, 最大平衡降雨率에 의하여 到達時間(Time of concentration)의 概念에 根拠를 둔 것이다. 以後 1920年頃에 合理式은 相異한 降雨強度와 不規則的인 流域形을 考慮하고자 修正되었다. 修正코자 試圖된 概念은 流域內의 流出到達時間分布를 考慮한 時間—面積圖를 作成하므로써 이루어졌다. 그림 3은 流域內의 各面積小區間을 地表流出의 等時間帶로 區分하므로써 얻을 수 있는 時間—面積曲線을 나타낸 것이다.

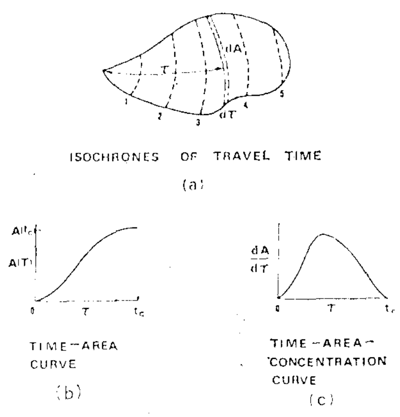

그림 3. 時間-面積曲線

合理式이 비록 복잡한 式들에 의하여 大部分의 경우에 使用度가 弱하여졌다 한지라도, 水文系의 開發에 重要한 要素가 되었음은 否認할 수 없는 事實이다. 오늘날 널리 使用되고 있는 運動波理論(Kinematic wave theory) (*Woolhiser, 1977, pp. 195～213)과 같은 波動方程式의 簡便型인 St Venant 方程式도 等時間帶에 根據를 둔 修正合理式인 時間—面積—到達曲線(Time-Area-Concentration curve)과 一致되며, 마찬가지로 Black-box 理論에 의하여 使用된 瞬間單位圖도 이 曲線에 該當된다. 그런고로, 合理式은 降雨—流出 解析에서 連續體力學과 Black-box 理論에 의한 兩近似方法의 連結役割을 한다고 하겠다.

2.2. 單位流量圖

지금까지 잘 알려진 單位(流量)圖의 概念과 開發은 古典的 水文科學의 두드러진 業績中의 하나이다. 그림 4는 Sherman(1932)에 의하여 처음 考案되어졌을 때의 概念을 나타낸 것이다. 이 그림에서 水文曲線의 三角形은 單位時間 동안에 持續的이면서 均等한 降雨로부터의 流出을 假定한 것이다. 또한 이 그림은 單位時間보다 긴 等降雨期間에 對한 流出現象을 重疊의 原理에 의하여 어떻게 나타낼 수 있는가를 提示한 것이다. 만약 持續的인 有效降雨가 單位圖의 基底時間보다 길어진다면 流出은 一定하게 된다는 것을 示唆한다. 單位圖가 처음으로 發表된 以來 거의 25年間 여기에 內包된 必然的 假定, 即 有效降雨와 直接流出 사이의 關係가 線形時不變系라는 것을 認識한 바 없이 應用水文學

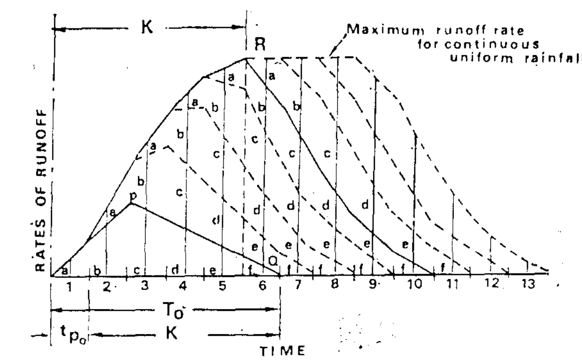

그림 4. 單位流量圖의 重疊

* 忠南大 工大 土木科 副教授 工博

에서 널리 使用되어졌다.

1940 年 末頃에 古典的 單位圖近似法에 關한 著者들이 쏟아져 나왔다. 이들 가운데 Johnson 과 Cross(1949)의 著者는 古典的 理論에 對하여 대단히 좋은 內容의 討論을 담고 있다. 그들은 單位圖의 3大 基本假定(一定基底時間, 比例, 重疊)에 關하여 言及하면서, 다음과 같은 註釋을 달았다: "이와 같은 모든 假定들은 經驗的인 것이기 때문에 數學的으로 그들을 證明한다는 것은 不可能하다. 事實, 그들 가운데 어느 하나라도 數學的으로 正確하지 않다는 것을 水理學的인 解析에 의하여 證明해 보인다는 것은 비교적 쉬운 일이지만, 이런 性質을 알아채리지 못했던 것은 多幸스러운 일이였을지도 모른다." 그러나 오늘 날에 이르러서는 單位圖의 完全한 理論이 開發되었다.

Sherman 에 의하여 開發된 原來의 單位圖는 單位時間內에 發生된 均等降雨에 對한 連續性의 流出水文曲線이였다. 이 後에 S-curve 가 出現하였으며, 이는 一定한 率로서 持續的으로 發生한 有效降雨로부터의 地表流出水文曲線을 定義한 것이다. 古典的 單位에서 크게 進步된 것 가운데 하나는 S-curve 로부터 어떤 持續期間에서 다른 任意의 持續期間의 單位圖로 바꿀 수 있음을 알아낸 것이다. 이에 앞서서, 資料들로부터 要求하는 單位圖를 誘導하기 위하여 이에 該當되는 持續期間의 豪雨를 찾아내는 것이 必要하다. 그림 4(Sherman 의 原來의 論文)는 三角形인 特別한 경우의 單位圖로부터 S-curve 를 誘導하는 方法을 提示한 것이다.

一旦, 任意單位時間의 單位圖로부터 時間函數인 S-curve[S(t)]가 求하여지면, 式(5)와 같이 새로운 單位時間(D)의 單位圖縱距 $h_D)(t)$가 求하여질 수 있다.

$$h_D(t)=\frac{S(t)-S(t-D)}{D}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

위 式에서 D가 점점 작아짐에 따라서 式(5)의 過程은 微分形에 가까워지며, 極限에 다달아서는 式(6)과 같은 型을 가질 수 있다.

$$h_o(t)=\frac{d}{dt}[S(t)]\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

위 式에 의하여 定義된 水文曲線을 瞬間單位圖(Instantaneous unit hydrograph, IUH)라 일컫고 있다.

不均等의 有效降雨率이 作用하는 複合降雨로부터의 單位圖를 誘導하기 위한 方法이 必要하다는 것이 1932年에 Sherman 의 單位圖가 發表된 以來 곧 알게 되었다. 硏究初期에는 使用된 方法들이 어절 수 없이 試行錯誤法에 依하였으며, 以後 1930 年末에는 反復施行에 根據를 두므로써 前者에 比하여 主觀性이 多小 弱化된 方法들이 考案되었다. 1950 年의 初期에는 有限持續期間의 單位圖縱距計算을 위하여 線形方程式에 最小自乘法이 適用되었다. 1950 年 末에는 複合降雨에 對한 降雨—流出 資料들로부터 훨씬 더 客觀的인 方法들이 誘導適用되었다. 이와 같은 方法들은 Natale 와 Todini (*1977, pp. 109~147)에 의하여 處理된 바 있는 Black-box 系의 媒介變數決定技法을 構成하고 있다.

2.3. 合成單位圖

2.2 에서 說明된 理論은 流域內 降雨와 流出資料가 있다는 條件下에서 成立될 수 있는 것으로서, 그러나 實際的으로 水工構造物을 計劃하고자 하는 곳에서는 同時測定된 雨量과 流出量資料가 不在하는 경우가 許多하다. 이와 같은 경우에 對備하여 合成單位圖(Synthetic unit hydrogragh)의 誘導가 必要하게 된다. 이 方法은 다음과 같은 두가지 槪念에 根據를 두고 있다. (1) 懸案地點의 流域內 多少의 地點에서 同時測定된 降雨—流出 資料가 存在하므로써 이들로부터 單位圖의 誘導가 可能하며, (2) 이 單位圖들로부터 얻어진 媒介變數들을 바탕으로 하여 流域의 水文特性因子들과 相關시키므로써 未計測水地點의 單位圖를 近似化한다. 이와 같은 槪念下에서 求하여진 媒介變數들이 滿足할 만한 結果를 줄 수 있다면, 未測水地點에서의 流域地形圖와 이로부터 얻어진 水文特性因子들에 의하여 單位圖를 獲得할 수 있다.

過去에는 合成單位圖의 問題가 많은 方法들에 의하여 試圖되었다(Dooge, 1973). Sherman 은 單位圖의 媒介變數를 流域의 重要한 特性因子들인 流域面積 및 傾斜와 關係를 짓는 第 2 의 論文을 發表하였다. 그러나 事實은 Sherman 이 單位圖를 發表했던 그 해(1932)보다 이미 10 年前에 처음으로 合成單位圖와 槪念이 이루어졌다고 말할 수 있겠다. 1921 年에 合理式이 時間—面積—到達曲線(그림 3 參照)의 使用에 의한 不均等降雨分布의 效果를 包含하기 위하여 修正되었다는 것이 이를 말해 주고 있다. 이와 같은 修正은 實際的으로 地形圖로부터 얻을 수 있는 流域特性因子들에 의하여 流域應答을 合成코자 試圖되었기 때문이다. 時間—面積—到達曲線이 各 流域別 有用한 情報로부터 水理學的 方程式에 의하여 이루어지기 때문에, 各 合成單位圖는 流域別로 獨特한 모양을 가진다.

이 理論은 一連의 線形貯水地 要素를 通하여 時間—面積—到達曲線을 追跡하므로써 單位圖가 얻어질 수 있다는 Clark 및 여러 學者들의 假定으로 因하여 더욱 더 發展하게 되었다. 이와 같은 경우에도 流域別 各 單位圖는 獨特한 모양을 지니게 되나, 그들 사이의 變化性은 한층 더 줄일 수 있다. 또한 集水特性들의 差는 貯溜量追跡에서 알려진 바 있는 減衰(Damping)度의 單位圖從屬性을 상당히 除去해 준다. O'Kelly 와 Nash 및

Farrell 는 만약 時間—面積—到達曲線을 二等邊三角形에 의하여 代置한다 할지라도 正確度에 있어서 本質的인 差異는 없다는 것을 알게 되었다. 上記 Clark 와 O'Kelly 의 方法들은 이 模型들이 지니고 있는 媒介變數들과 集水特性들과의 사이에 經驗的인 相關性들이 獲得되어진다면 實際的인 意味에서 合成單位圖가 된다. 追跡코자 하는 三角形單位圖의 경우에는 단지 두개의 媒介變數들이 要求된다. 即, 基底時間 T 와 線形貯水池의 貯溜遲滯時間 K 의 두 變數들이다. 그런고로, 流域別 單位圖가 各各의 獨特한 모양을 나타낸다고 取扱하므로써 始作한 系派들은 時期的으로 알맞게 單位圖의 誘導를 위하여 다만 두개의 未知數만이 必要하다는 經驗的인 過程으로 發展시키게 되었다. 上記 系派들과는 對照的으로 數많은 水文學者들은 無次元單位圖에 對하여 단 하나의 모양이 存在한다는 것을 提示하였다. 이들에 對한 數많은 共通된 모양들을 여러 著書에서 찾아 볼 수 있다. 이들을 使用할 時에는 單位圖의 눈금을 規定짓기 위하여 단 하나의 媒介變數를 求하는 것만이 必要하였다. 單位圖의 縱距들을 連結한 曲線下의 面積이 1이기 때문에 時間軸上의 눈금의 變化는 流量軸上의 눈금의 變化에 의하여 自動的으로 補完될 수 있었다. 合成單位圖에 對한 硏究가 進展됨에 따라 1-變數方法은 充分히 伸縮性있다고 볼 수 없고, 적어도 適切한 表現을 위하여는 두개의 變數들이 要求된다는 것을 알게 되었다. 이와 같은 方法들은 單位圖 모양의 選擇을 위한 曲線群의 適用을 要求하게 될 것이다. 그러나 曲線群보다는 오히려 方程式에 의하여 2-媒介變數를 나타내는 것이 쉽기 때문에, 모든 單位圖를 近似的으로 나타내고자 하는 經驗公式들의 提案에 歸趨되어졌다는 것은 當然하였다고 하겠다. 이 分類의 例가 하나의 線形貯水池나 두개의 同等한 一連의 線形貯水池要素들로 構成된 模型에 對한 河川應答을 模擬코자한 日本水文學者들의 試圖였다.

硏究에 從事하고 있는 많은 다른 나라의 사람들이 單位圖의 表現을 위하여 같은 經驗的 方程式을 追求코자 한 것은 特異할만 하다. 該當方程式은 2-媒介變數 Gamma 分布 또는 Pearson 型 Ⅲ의 經驗分布였다. Nash 는 2-媒介變數 Gamma 分布가 瞬間單位圖를 위하여 要求되는 一般型이라고 提示하고, Gamma 分布가 一連의 同等線形貯水池들을 위한 衝擊應答으로 看做될 수 있다고 指摘하였다. 그러나 그는 貯水池의 數는 설령 그것이 그렇게 되기를 바란다고 한지라도 統合될 수 없다고 提示하였다. 그러므로, 이와 같은 一連의 線形貯水池들에 의하여 表現되어진 理論 또한 두개의 媒介變數들을 가진 槪念的 模型이다.

合成單位圖에 關한 硏究開發의 두 系派들을 나타낸 것이 그림 5와 같다. 이 가운데 모든 個個의 單位圖가 獨特하다고 假定하므로써 始作된 時間—面積曲線으로서의 接近試圖는 線形貯水池를 通한 固定模樣型의 追跡理論에 이르게 되었고, 또 다른 系派는 單位圖에 對하여 단 하나의 共通된 모양이 存在한다고 假定하므로써 始作하여 一連의 同等線形貯水池들에 의한 單位圖 表現方法에 이르게 되었다. 이 兩者는 모두 槪念的 模型들이며, 多樣한 槪念的 模型들로 單位圖를 나타내고자 하는 試圖의 契機가 된 것은 바로 이때부터였다.

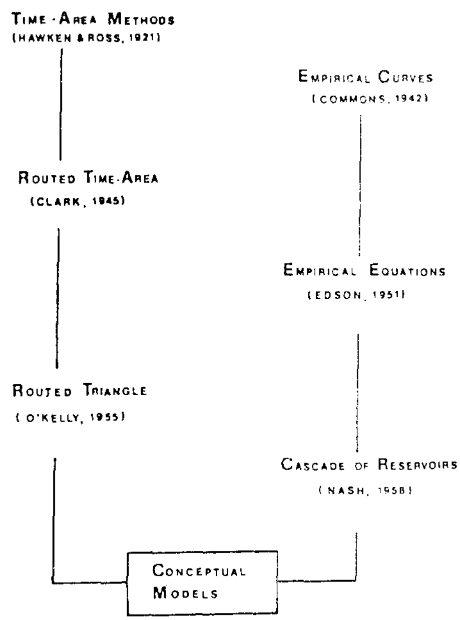

그림 5. 合成單位圖의 系派

2.4. 系의 公式化

系의 觀點으로부터 上記 言及된 바 있는 Johnston 과 Cross 의 말을 다시 引用해 보면, 單位圖 理論의 基本假定들은 有效降水에 對한 集水의 作用이 線形이고 時不變이라고 말할 수 있다. 有效降水가 線形 時不變型에 의하여 直接豪雨流出로 變換될 수 있다는 假定이 一旦 이루어지기만 한다면, 單位圖의 誘導와 合成의 모든 問題들이 Black-box 解析과 合成의 項으로 公式化될 수 있다(Dooge, 1959, 1973; Tonin, 1969).

만약 有效降雨의 記錄이 雨量柱狀圖에 의하여 나타내어진다면, 入力의 各 要素는 衝擊函數 P_D 에 의하여 式 (8)과 같이 表現된다.

$$P_D(t-sD)=\frac{1}{D} \qquad sD<t<(s+1)D\cdots\cdots(7a)$$

$$P_D(t-sD)=0 \qquad \text{그렇치 않으면} \cdots\cdots\cdots (7b)$$

위 式에서 D 는 標準時間區間이며, S 는 原點에서부터 該當區間始點前까지 經過된 區間數이다. 여기서 原點은 有效降雨가 發生한 始點을 뜻한다. 만약 各 區間內의 有效降雨의 面積이 $X(sD)$에 의하여 주어진다면, 入力의 柱狀圖는 式 (8)과 같이 連續的인 標準持續期間들에 의하여 入力의 體積項들로서 나타낼 수 있다.

$$x(t)=\sum_{s=0}^{\infty}X(sD)\cdot P_D(t-sD) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

單位流量圖 $h_D(t)$는 單位時間 D 內에 均等하게 내리는 비의 單位體積에 對한 應答으로서 正義된다. 그러므로, 이 $h_D(t)$는 入力 $P_D(t)$에 該當되는 出力이어야 한다.

만약 時不變의 假定이 成立된다면, $P_D(t-sD)$에 該當되는 出力을 $h_D(t-sD)$로서 나타낼 수 있다. 따라서, 系의 作用이 線形性에 依한다고 할 때, $X(sD)\cdot P_D(t-sD)$에 의한 出力은 $X(sD)\cdot h_D(t-sD)$로서 表記할 수 있다. 이와 같은 出力과 入力을 合의 型으로 주어진다면 式 (9)와 같이 된다.

$$y(t)=\sum_{s=0}^{\infty}X(sD)\cdot h_D(t-sD) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

위 式의 展開에서 出力 $y(t)$와 衝擊應答 $h_D(t)$의 兩者가 連續型의 函數로서 取扱된 形態이다. 만약 出力이 다만 時間的으로 離散型에 의하여 獲得可能하다면, 出力과 衝擊應答은 標本化된 函數(Sampled function)型들이 될 것이다. 標本時間區間 D 가 入力과 出力에 對하여 같은 경우에는 方程式은 式 (10a)와 같은 型을 取한다.

$$y(rD)=\sum_{s=0}^{\infty}X(sD)\cdot h_D(rD-sD) \cdots\cdots (10a)$$

위 式은 다시 式 (10b)와 같이 나타낼 수 있음은 自明한 理致이다.

$$y(r)=\sum_{s=0}^{\infty}X(s)\cdot h_D(r-s) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10b)$$

數學的인 意味에서 式 (10)은 어떤 標本을 取한 時點에서의 出力이 特殊한 標本抽出間隔에 該當되는 入力과 衝擊應答의 廻旋累積(Convolution summation)에 의하여 이루어지고 있음을 뜻한다.

廻旋累積의 上記 方程式은 式 (11)과 같은 型으로 代置할 수 있다.

$$y_i=\sum_{j=0}^{\infty}x_j h_{i-j} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

위 式에서 x 는 式 (10)에서 X로 나타낸 入力의 體積을 나타낸다. 만약 式(11)을 有限持續期間單位圖의 項으로 表現한다면 式(12)와 같은 Matrix 型으로 展開시킬 수 있다.

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}\boldsymbol{y} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

위 式에서 $\boldsymbol{y}$ 는 出力의 Vector 이며, $\boldsymbol{h}$ 는 未知의 單位圖縱距들의 Vector 이고, $\boldsymbol{x}$ 는 入力의 Vector 이다. 式(11)의 出力, 入力 및 核(Kernel)인 瞬間單位圖가 時間에 對하여 連續型을 가질 때는 式(13)과 같은 廻旋積分型으로 나타낼 수 있다.

$$y(t)=\int_0^{\infty}x(\tau)h(t-\tau)d\tau \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

系分析에서 單位圖를 誘導하는 問題는 離散型의 경우에 한 組의 線形代數方程式을 푸는 것과 같고, 連續型의 경우에 對해서는 積分方程式을 푸는 경우에 該當된다. 式(11)는 代數方程式의 組가 無限하다는 것을 示唆하고 있다. 여기서 만약 系가 因果(Causal)關係, 即 入力이 作用하기 前에는 어떠한 出力도 發生되지 않는다는 假定이 이루어지고 또한 그 入力이 孤立된 狀態라면 式(11)는 式(14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$y_i=\sum_{j=0}^{\infty}x_j h_{i-j} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

위 式에서 풀려질 수 있는 代數方程式들의 數는 有限하게 된다. 만약 入力과 出力이 完全하게 線形性을 가질 수 있도록 주어진다면, 上記 理論에 의하여 單位圖의 縱距를 求한다는 것은 쉬운 일이다. 그러나 實際的으로 流域系는 強한 非線形일 뿐만 아니라, 水文資料가 지니고 있는 各種 誤差들로 因하여 式(12) 및 式(14)로부터 求한 單位圖는 甚한 振動現象을 나타내는 物理的으로 非現實性의 경우가 許多하다. 따라서, 비록 주어진 資料들로부터 式(12) 및 式(14)에 의하여 單位圖가 一般的인 水文曲線型과 같이 求하여진다 할지라도, 이것이 提示하여주는 物理的인 意味란 것이 많은 疑問點을 남기게 된다.

單位圖를 나타내기 위하여 槪念的 模型을 使用하는 利點은 두가지가 있다. 그 첫번째로서는 式(12) 및 式(14)에 의하여 單位圖가 求하여질 때 資料에 內包된 誤差들로 因하여 惹起될 수 있는 物理的 非現實性을 可能한 限 줄일 수 있도록 誤差에 對한 濾過의 效果를 賦與하는 制約條件을 줄 수 있다는 것이고, 두번째로서는 充分히 적은 數의 媒介變數들을 가진 槪念的인 模型을 使用하므로써 資料가 갖고 있는 情報量을 적은 數의 媒介變數에 集中시켜서 集水特性들과의 信賴할 수 있는 相關性을 增加시키자는 것이다.

參 考 文 獻

1. *Ciriani, T.A.,U. Maione and J.R. Wallis(editors) (1977), *Mathematical Models for Surface Water Hydrology*, Proceedings of the Workshop at the

196 페이지로 계속→

土木工學敎育科로 개편되어 5회에 걸쳐 졸업생 419명을 배출시켰고, 1982년에 토목공학과가 재인가됨으로써 현재의 입학정원은 토목공학과 78명, 토목공학교육과 33명이며 양과 도합 400명의 학생이 재학하고 있다.

大學院내의 土木工學科는 1976년에 개설된 이후 계속 학구적 분위기가 고조되고 있고, 현재 재학생 21명(석사과정 14명, 박사과정 7명)이 있으며 석사학위 취득자는 15명으로 대학, 연구소 및 각전공분야에서 활약하고 있다.

본 학과의 敎授陣은 9名으로서 鄭 海駿(敎授, 構造工學, 工學博士), 金 八圭(敎授, 土質工學, 工學博士) 朴 承範(副敎授, 鐵筋콘크리트工學, 農學博士), 權 五憲(副敎授, 水工學, 工學博士), 金 再韓(副敎授, 水工學, 工學博士), 朴 春洙(副敎授, 土質工學, 工學博士) 姜 準默(助敎授, 測量工學, 工學博士), 林 熙大(助敎授, 環境工學, 工學碩士), 申 載喆(助敎授, 構造工學, 工學碩士) 敎授 및 3명의 助敎와 교수 및 연구에 종사하고 있으며 본 학과의 실험실 개황은 다음과 같다.

실 험 실 명	면적 (m^2)	실험실습 기자재 현황
구조 및 재료실험실	243	광탄성시험기외 47종 70점
토질실험실	310	삼축압축시험기외 60종 85점
수리실험실	351	개수로외 26종 54점
측량 및 사진측정학 실험실	216	지상측경용 사진기외 9종 21점
위생실험실	108	자동 COD분석기외 11종 17점
설계제도실	189	Drafting machine 외 3종 30점

→201페이지에서 계속

IBM Scientific Center, Pisa, Italy, John Wiley & Sons

2. Clark, C.O.(1945), *"Storage and the Unit Hydrograph,"* Amer. Soc. Civ. Engin., 110, pp. 1416—1446.
3. Commons, C.G.(1942), *"Flood Hydrograph,"* Civ. Engin., 12, pp. 571—572.
4. Dooge, J.C.I. (1959), *"A General Theory of the Unit Hydrograph,"* Journal of Geophysical Research, 64(2), pp. 241—256
5. Dooge, J.C.I.(1973), *The Linear Theory of Hydrologic Systems*, US Dept. of Agriculture Tech. Bulletine No. 1468, US Govt. Printing Office
6. Edson, C.G.(1951), *"Parameters for Relating for Unit Hydrographs to Watershed Characteristics,"* Amer. Geophys. Union Trans., 32(4), pp. 591—596
7. Hawken, W.H. and C.N. Ross(1921), *"The Calculation of Flood Discharges by USe of a Time-Contour Plain,"* Inst. Engin. Austral. J., 2, pp. 85—92
8. Johnstone, D. and W.P. Cross(1949), *Elements of Applied Hydrology*, Ronald Press, New York
9. Mulvany, T.J.(1850), *"On the Use of Self-registering Rain and Flood Gauges,"* Proc. Institution of Civil Engineers of Ireland, 4(2), pp. 1—8
10. Nash, J.E.(1958), *"The Form of the Instantaneous Unit Hydrograph,"* IUGG General Assembly of Toronto, Vol. Ⅲ, Publ. No.45, IASH, Gentbugge, pp. 114—121
11. O'Kelly, J.J.(1955), *"The Employment of the Unit-Hydrographs to Determine the Flows of Irish Arterial Drainage Chonnels,"* Inst. Civ. Engin.(Ireland), Proc., 4(3), pp. 365—412
12. Sher-man, L.K.(1932), *"Stream Flow from Rainfall by the Unit-Graph Method,"* Engineering News Record, 108, pp. 501—505
13. Tonini, D.(1969), *"Formazione dei deflussi super-ficiali di piena,"* Atti dell' Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, CXXVIII, pg. 333—390