

---

◎ 研究論文

---

모오드解析法에 의한 船用디젤機關 推進軸系의·合成  
비틀림振動計算에 관한 研究

李 康 福\* · 全 孝 重\*\* · 南 青 都\*\*

A Study on the Calculation of Synthesized Torsional Vibration for  
the Marine Diesel Engine Shafting by the Modal Analysis Method

K. B. Lee, H. J. Jeon, C. D. Nam

**Abstract**

The calculation of torsional vibration for marine diesel engine propulsion shafting is normally carried out by equalizing exciting energy to damping energy, or using the dynamic magnifier. But, with these methods, the vibration amplitudes are calculated only for resonance points and vibration amplitudes of other running speeds of engine are determined by the estimation.

Recently, many energy-saving ships have been built and on these ships, two-stroke, supercharged, super-long stroke diesel engines which have a small number of cylinders are usually installed. In these cases, the first order critical-torsional vibrations of these engine shaftings appear ordinarily near the MCR speed and the stress amplitudes of their vibration skirts exceed the limit stress defined by the rules of classification society.

To predict the above condition in the design stage, the synthesized vibration amplitudes of all orders which are summed up according to their phase angles must be calculated from the drawings of propulsion shaft systems.

In this study, a theoretical method to fulfill the above calculation is derived and a computer program is developed according to the derived method. And a shafting system of two-stroke, super-long stroke diesel engine which was installed in a bulk carrier is analyzed with this method. The measured values of this engine shafting are compared with those of calculated results and they show a fairly good agreement.

---

\* 正會員, 現代船舶海洋研究所

\*\* 正會員, 韓國海洋大學

## 1. 머리말

船用디젤機關推進軸系의 비틀림振動計算은 通常의 起振에너지와 減衰에너지를 求한 다음 이를 等置하거나 動倍率을 利用하여 振動振幅을 求한다. 다만, 이 경우에 있어 計算되는 振動振幅은 모두 共振點에 대한 것이며 共振點以外의 振幅은 推定에 依한다.<sup>3), 4), 9), 10), 11), 13), 14)</sup>

一般的인 強制減衰비틀림振動方程式을 풀어서 共振點以外의 비틀림振動振幅을 計算하는 方法을 提示한 바 있으나 가장 理想的인 方法은 모든 次數에 관한 振動을 合成한 振動振幅을 求는 方法이다.

從來의 方法에 의한 경우 妥當한 連續使用禁止區域을 設定할 수 없으며 共振點이 連續最大出力回轉數의 120%以上의 곳에 있는 경우에는 이것을 振動計算에 導入할 方法이 없었다. 特히 常用回轉數와 連續最大出力回轉數附近에 振動의 影響이 나타나고 그 程度가 基準許容值를 超過하여 機關運轉이 危險할 경우도 드물지 않다.

最近에 이르러 超에너지節約船의 登場과 더불어 2行程 4시린더機關을 塔載하는 경우가 자주 일어나고 있으며 이 경우에 1節 4次의 主危險비틀림振動이 連續最大出力回轉數의 130~140%範圍에 發生한다. 그리고 이 비틀림振動기술이 連續最大出力回轉數附近에서 許容值以上의 振動應力を 發生하기 때문에 推進軸系設計段階에서 이들에 대한 對策이 要望된다.

이러한 對策은 從來와 같이 共振點에서의 振動振幅만을 求하는 方法으로서는 세우기 困難하다.

強制振動을 푸는 경우에도 共振點에서의 共振振幅은 全體次數 合成振幅의 90~95%에 達하기 때문에 다른 次數의 振動은 無視할 수 있으나, 共振點을 벗어남에 따라 共振振幅과 餘他振動振幅과의 差는 急激히 줄어들기 때문에 共振點以外에서의 振動은 1次부터 여러 次數에 걸친 振動振幅의 合成을 求할 必要가 있다.

本研究에서는 이러한 合成비틀림振動振幅을 모오드解析法의 하여 1次~n次까지 求한 다음 이들을 合成하는 方法을 보이고 이들의 計算을

위한 電算프로그램을 開發하였다.

또한, 開發된 電算프로그램의 信賴性을 確認하기 위하여 4시린더 디젤機關을 갖는 船舶의 推進軸系 合成비틀림振動計算을 遂行한 다음 船級規程을 滿足하는 軸系設計가 可能함을 보였다.

또한 實船에 있어서의 實測結果에 의하여 本計算의 妥當性을 確認하였다.

## 2. 船用디젤機關推進軸系의 多自由度비틀림強制減衰振動 方程式의 誘導<sup>16), 17), 18), 20)</sup>

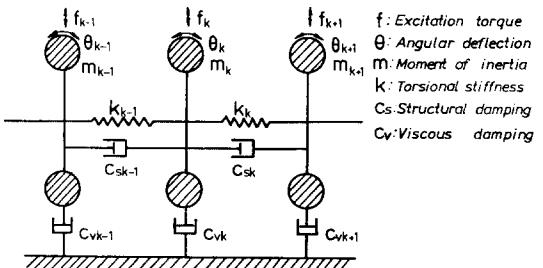


Fig. 1. Forced torsional vibration with damping of the lumped mass system

多自由度비틀림強制減衰振動系를 Fig. 1에 的하여 나타내고 振動方程式을 매트릭스形式으로 表示하면 다음과 같다.

$$[M]\{\ddot{\theta}\} + [C]\{\dot{\theta}\} + [K]\{\theta\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

다만, 여기서

$$[M] = \begin{pmatrix} m_1 & & & & \\ & m_2 & 0 & & \\ & 0 & m_3 & \ddots & \\ & & & \ddots & m_n \end{pmatrix}$$

$$[C] = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \dots & C_{2n} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \dots & C_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & C_{n3} \dots & C_{nn} \end{pmatrix}$$

$$[K] = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \dots k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \dots k_{2n} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \dots k_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{n3} \dots k_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\{f_{(t)}\} = \begin{pmatrix} f_1 \cos(\omega t + \alpha_1) \\ f_2 \cos(\omega t + \alpha_2) \\ \vdots \\ f_n \cos(\omega t + \alpha_n) \end{pmatrix}$$

여기서  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$ 는 각각 質量慣性모멘트, 減衰係數 및 비틀림剛性係數매트릭스로서  $n$ 自由度의 경우  $n \times n$ 의 正方매트릭스가 된다. 또한  $\{f_{(t)}\}$ 는 프리에級數로 表示할 수 있는任意의 起振力ベ터이며 여기서는  $\cos$ 函數로 表示되는 起振力ベ터이다.  $\{\theta\}$ ,  $\{\dot{\theta}\}$ 는 비틀림振幅  $\theta$ 의 時間  $t$ 에 관한 1次 및 2次導函數의 벡터이다. 지금 크랭크軸을 包含하는 推進軸系에 있어 이들의 값을 다음과 같이 求할 수 있다.<sup>5), 6), 7), 8)</sup>

### (1) 質量慣性모멘트 매트릭스

軸系를 任意의 便利한 個數로 分割하고 各部의 質量慣性모멘트를 逐次近似計算法에 의한 振動計算時와 마찬가지로 配分한다. 이와같은 質量慣性모멘트를 매트릭스形式으로 쓰면 主對角線上에만 値를 갖는 對角매트릭스로 된다.

質量慣性모멘트의 計算에 있어 특히 留意할 것은 프로펠러의 附加水質量慣性모멘트로서 現在一般的으로 行하고 있는 方法은 空氣中 質量慣性모멘트의 20~30% (平均 25%)를 加算하고 있는데 이와같은 方法을 利用할 경우 同一프로펠러일지라도 使用材料가 달라지면 附加水効果도 달라져서 不合理한 結果를 招來하게 된다.

따라서 本論文의 경우 材質이 망강黃銅의 경우에는 프로펠러의 空氣中 質量慣性모멘트의 約 25%를 加算하고 餘他의 材質일 경우에는 Schuster<sup>1)</sup>나 Schwanecke<sup>2)</sup>의 理論的 計算式을 利用한다.

### (2) 減衰係數 매트릭스

構造物의 減衰를 매우 簡略化하여 생각하면 構造物을 둘러싼 流體 等의 粘性에 의하는 것과

構造物 自體의 内部摩擦 等에 의하는 것으로 나눌 수 있으며 前者를 粘性減衰, 後者를 構造減衰, 또는 히스테리시스減衰라 한다.

實際에 있어 機關減衰와 프로펠러減衰는 質點의 速度에 比例하는 速度比例型 減衰, 即 粘性減衰로 볼 수 있고 따라서 質量매트릭스와 같은 形式으로 된다. 한편 히스테리시스 減衰는 隣接하는 質點間의 變位, 即 應力에 比例한다고 볼 수 있으므로 그 形式은 剛性매트릭스와 같은 形式으로 쓸 수 있다. 따라서 推進軸系 全體의 減衰는 다음과 같이 表示할 수 있다.

$$[C] = [C_r] + [C_s] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (2)$$

여기서  $[C_r]$ ,  $[C_s]$ 는 각각 粘性減衰係數매트릭스와 히스테리시스減衰係數매트릭스이고  $\alpha$ ,  $\beta$ 는 任意의 常數이다.

機關減衰에 대하여 1節振動은 減衰係數比  $\nu = 0.025 \sim 0.030$ , 2節振動 以上에 대하여서는  $\nu = 0.013$ 을 取하고一般的인 경우에는 平均值인  $\nu = 0.02$ 를 取한다. 이 경우에 粘性減衰係數  $c_r$ 는 다음과 같다.

$$[C_r] = 2\nu[M] \quad (3)$$

프로펠러減衰에 대하여서는 減衰係數  $c_p$ 를 Schuster<sup>1)</sup>나 Schwanecke<sup>2)</sup>의 公式을 利用하여 計算한다.

히스테리시스減衰  $c_s$ 는 다음 式으로 計算한다.<sup>19)</sup>

$$[C_s] = \frac{0.1878441 \times 10^{-12}}{\omega} [K] \quad (4)$$

다만, 여기서  $\omega$ 는 振動의 角振動數

### (3) 비틀림剛性 매트릭스

크랭크軸의 剛性매트릭스에 대하여서는 많은 經驗式과 實驗式이 發表되고 있으며 理論式도 몇 個 있다. 따라서 推進軸系의 비틀림剛性를 計算할 경우에는 該當機關에 가장 適合한 經驗式이나 實驗式이 있을 경우 이를 우선적으로 利用하여 비틀림剛性매트릭스를 構成하고, 없을 경우에는 理論式을 利用한다. 비틀림剛性매트릭스는 通常 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[K] = \begin{pmatrix} k_1 & -k_1 & & & \\ -k_1 & k_1+k_2 & -k_2 & & 0 \\ & -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & 0 & & -k_{n-2} & (k_{n-2}+k_{n-1}) & -k_{n-1} \\ & & & & -k_{n-1} & k_{n-1} \end{pmatrix} \quad (5)$$

다면, 여기서  $k_i$ 는  $m_i$ 와  $m_{i+1}$ 을連結하는 비틀림스프링定數.

#### (4) 起振토오크 벡터

起振토오크 벡터  $\{\theta(t)\}$ 는  $f_i \cos(\omega_i t + \alpha_k)$ 를要素로 하는列ベタ이며, 여기서  $f_i$ 는  $i$ 次起振力하모닉스에 의하여 計算하고  $\omega_i$ 는 機關의回轉角速度에 振動의 次數를 곱한 것으로서共振危險回轉數에서 固有角振動數와一致하여共振狀態로 된다. 또한  $\alpha_k (k=1 \sim N, N$ 는 시린더數, 빈도로 프로펠러起振力하모닉스의位相角을 고려한다)는 基準시린더와他시린더間의位相差로서着火順序에 따른 크랭크스로우間位相差에 次數를 곱한 것이다.<sup>1)</sup>

한편, 起振토오크는各시린더에相當하는質點에만 使用하고 나머지質點에 대하여서는 값이 없으며 프로펠러에 대하여서는 토오크變動에의한起振力가作用하는 것으로 생각한다.

프로펠러起振토오크計算에 관하여서는 복잡한電子計算프로그램이開發되어 있기도 하나 아직도簡便하게利用할 수 있는段階에 와 있지 않으며一般的으로平均토오크의一定比率을取하여計算하는方法을利用한다. 또한, 機關側起振力과의位相差에 대하여서는一部實測值가있기는 하나 아직確實한것이밝혀져 있지 않기 때문에機關側起振力과겹치는位相으로計算한다.

### 3. 多自由度비틀림強制減衰振動方程式의 解法과 合成비틀림振動振幅의 計算

式(1)의減衰項과起振力項을除去하면

$$[M]\{\dot{\theta}\} + [K]\{\theta\} = 0 \quad (6)$$

$\{\theta\} = \{\theta_0\} e^{j\omega t}$ 라 놓고 式(6)을 풀면

$$|[K] - \omega^2[M]| = 0 \quad (7)$$

式(7)은固有值問題이며  $[M]$ 와  $[K]$ 가 實對稱矩阵인 경우에는 Jacobi法(Jacobi rotation method)을 비롯하여 여러가지方法으로 이를解할 수 있다.

式(7)에서固有值를求하면固有角振動數를計算할 수 있으며固有ベタ는振動モード를 나타낸다. 여기서後者は  $n$ 個의規準化된 모드ベタ이며이들을 모아서  $n$ 次의正方矩阵을만들면振動型矩阵(Modal matrix)된다. 이矩阵를  $[V]$ 라하고質量矩阵,剛性矩阵에대하여 다음의演算을行하면周知하는바와같이모드ベタ(固有ベタ)의直交性에의하여

$$[V]^T [M] [V] = [m] \quad (8)$$

만약  $[V]^T$ 는  $[V]$ 의轉置矩阵이며  $[m]$ 은對角矩阵이다. 또한,

$$|[K] - \omega^2[M]| \{\theta_0\} = 0 \quad (9)$$

따라서,

$$[K] = \omega^2 [M] \quad (10)$$

$$[V]^T [K] [V] = \omega^2 [m] \quad (11)$$

이結果로부터非減衰自由振動方程式은  $n$ 個의非聯成振動方程式群으로分解되어 다음과 같은座標系에 대하여  $n$ 個의獨立한振動方程式群으로된다.

$$\{\theta\} = [V]\{q\} \quad (12)$$

여기서  $q$ 는一般座標를뜻한다. 따라서 이것을基準座標系에의한變換이며式(12)의關係에의하여物理的座標系에의한變換이可能하다.

式(12)를式(1)에適用하면式(8), 式(11)에의하여

$$[m]\{\ddot{q}\} + [\bar{C}]\{\dot{q}\} + \omega^2[m]\{q\} = [V]^T\{f(t)\} \quad (13)$$

$$[\bar{C}] = [V]^T [C] [V] \quad (14)$$

만약,  $[C]$ 가式(2)를滿足하면  $[\bar{C}]$ 는對角매

트릭스로 되며  $q$ 에 관한  $n$ 個의 獨立한 方程式을 주게 된다. 지금,

$$f_{(t)} = f_i \cos(\omega_i t + \alpha_i + \beta_i) \quad (15)$$

라 하면 여기서  $f_i$ 는  $i$ 次의 起振力하모닉係數에 의한 起振力,  $\alpha_i$ 는  $k$ 번째 시린더의 基準시린더에 대한 着火位相角,  $\beta_i$ 는 基準次數의 起振하모닉스에 대한  $i$ 次起振力의 位相角,  $\omega_i$ 는 起振力振動數를 나타낸다.

式(13)의  $r$ 번째 方程式을 살펴보면

$$\begin{aligned} m_r \ddot{q} + \bar{C}_r q + \omega_r^2 m_r q &= v_{r1} f_{i1} \cos(\omega_i t + \alpha_1 \\ &\quad + \beta_i) + v_{r2} f_{i2} \cos(\omega_i t + \alpha_2 + \beta_i) + \\ &\quad \cdots + v_{rN} f_{iN} \cos(\omega_i t + \alpha_N + \beta_i) \end{aligned} \quad (16)$$

式(16)의 右邊은 다음과 같이 整理할 수 있다.

$$\begin{aligned} &v_{r1} f_{i1} \cos(\omega_i t + \alpha_1 + \beta_i) + v_{r2} f_{i2} \cos(\omega_i t \\ &\quad + \alpha_2 + \beta_i) + \cdots + v_{rN} f_{iN} \cos(\omega_i t \\ &\quad + \alpha_N + \beta_i) \\ &= \cos \omega_i t \sum_{k=1}^N v_{rk} f_{ik} \cos(\alpha_k + \beta_i) \\ &\quad - \sin \omega_i t \sum_{k=1}^N v_{rk} f_{ik} \sin(\alpha_k + \beta_i) \\ &= D_r \cos(\omega_i t + \varphi_r) \end{aligned} \quad (17)$$

다면,

$$D_r = \sqrt{A_r^2 + B_r^2}, \quad \varphi_r = \tan^{-1} \frac{A_r}{B_r}$$

$$A_r = \sum_{k=1}^N v_{rk} f_{ik} \sin(\alpha_k + \beta_i),$$

$$B_r = \sum_{k=1}^N v_{rk} f_{ik} \cos(\alpha_k + \beta_i)$$

式(17)을 式(16)에 代入하여 이를 풀면

$$q_r = Q_r \sin(\omega_i t + \varphi_r - \psi_r) \quad (18)$$

$$Q_r = \frac{D_r}{\sqrt{(\omega_r^2 m_r - m_r \omega_i^2)^2 + (\bar{C}_r \omega_i)^2}} \quad (19)$$

$$\psi_r = \tan^{-1} \left( \frac{\bar{C}_r \omega_i}{\omega_r^2 m_r - m_r \omega_i^2} \right) \quad (20)$$

따라서 任意 機關回轉數에 대하여 式(20)의 計算을 1次로부터 始作하여 必要한 次數까지  $\omega_i$ 를 바꾸어 가면서 各 質點에 대하여 反復한다음 이들의 값을 式(12)에 의하여 本來의 物理的인 값을 變換한다. 이러한 計算을 必要한 回轉數範圍에 걸쳐 反復한다.

그리고 任意 回轉數에 있어 軸系의 任意位置

에 대하여 各 點質에서 一次부터 充分한 次數까지의 變位를 位相을 고려하여 合成하면 合成비틀림振幅이 求하여 진다. 또한, 隣接質點間의 變位差를 그 點의 極斷面係數로 나누면 비틀림振幅應力を 求할 수 있다.

#### 4. 電算프로그램開發에 있어서 考慮한 問題點과 入力資料作成에 있어 留意할 事項

本研究에 있어서는 이미 發表된 바 있는 多自由度 비틀림強制減衰振動方程式을 計算하는 電算프로그램을 基本으로 하여 이를 合成비틀림振動을 計算할 수 있도록 開發하였다.<sup>20)</sup>

本研究에서 開發된 電算프로그램은 다음과 같은 點에 留意하였다.

##### (1) 計算對象의 機關特性과 最高自由度

本研究에서 開發한 電算프로그램은 主로 船用디젤機關을 對象으로 하였기 때문에 2行程式을 單動直列機關으로서 最高自由度 15까지만 許容도록 하였다. 또한 最多시린더數는 12까지로 制限하였기 때문에 이 보다 많은 自由度의 軸系나 시린더數를 갖는 機關일 경우 프로그램의 Dimension을 擴張할 必要가 있다.

##### (2) 토오크하모닉스係數의 最高次數와 最高平均有効壓力

入手할 수 있는 토오크하모닉스係數의 最高次數가 15次였기 때문에 최고 15次까지로 制限하였으며 平均有効壓力도 17kg/cm<sup>2</sup>까지로 制限하였다.

上記 制限들은 利用資料의 内容과 計算機 運轉時間에 대하여 加하여진 制限에 不過하다. 또한 機關型式에 따라 토오크하모닉스係數에 差가 있기 때문에 計算對象의 機關型式에 따라 利用하는 토오크하모닉스係數를 適切히 選擇하여야 한다. 또한 1~4次의 하모닉스에 대하여서는 往復質量에 의한 慣性力토오크를 考慮할 必要가 있다.

### (3) 機關의 回轉數와 出力間의 特性

船用機關을 對象으로 하였기 때문에 出力은 回轉數의 3乗에, 平均有効壓力은 回轉數의 제곱에 比例하는 것으로 보고 모든 計算을 行하였다. 또한, 計算을 行한 回轉數範圍는 連續最大出力에 相當하는 回轉數의 0.3倍에서 1.3倍까지를 取하였다.

### (4) 計算回轉數와 計算回數

本 計算에 있어서는 앞서 言及한 바와같이 最高回轉數의 0.3~1.3倍內의 每回轉마다, 또한 1回轉의 每  $10^{\circ}$ 마다, 即 1回轉當 36回의 計算을 行한다.

또한 隣接質點과의 變位差를 求한 다음 그 點에서의 스프링定數를 곱하면 비틀림모멘트가 되며 이를 그곳의 極斷面係數로 나누면 비틀림應力이 된다.

이러한 計算結果로 얻어지는 資料는 매우 大大하기 때문에 1回轉中에 發生하는 最大비틀림振動應力만을 찾아 내어 이 값만을 記錄하도록 한다.

이러한 値들은 每回轉마다 크랭크軸, 中間軸, 프로펠러軸의 각각에 對하여 計算하도록 하였다.

## 5. 船用디젤機關 推進軸系의 비틀림振動 合成振幅의 計算例

### (1) 供試디젤機關의 要目과 計算資料

#### ① 機關 및 軸系要目

##### i) Particulars of main engine

Engine type Hyundai-Sulzer 4RLA90,  
two-stroke, single acting,  
crosshead, solid injection,  
direct reversible,  
exhaust turbo-charged  
type marine diesel engine.

Number of cylinder

4

Cylinder bore	900mm
Stroke	1,900mm
Maximum continuous output	13,600bhp
Maximum continuous revolution	90rpm
Mean indicated pressure	15.6kg/cm <sup>2</sup>
Crank journal diameter	790mm
Crank pin diameter	740mm
Flywheel diameter	3,009mm
Flywheel weight(heavy)	8,150kg
GD <sup>2</sup> of heavy flywheel	47,000kg.m <sup>2</sup>
Over counter weight	5,350kg
GD <sup>2</sup> of over counter weight	21,970kg.m <sup>2</sup>
Firing order(ahead)	1-3-2-4
ii) Particulars of shaft	
Intermediate shaft	
680mmø×6,700mmL	
Propeller shaft 700mmø×6,800mmL	
iii) Particulars of propeller	
Propeller diameter 7,000mm	
Number of propeller blades 5ea	
Material Ni-Al-Br	
Weight 23.2 ton	
Moment of inertia (including water effect)	
Class	DnV Ice. Class "C"

### ② 計算資料

#### Moment of inertia and stiffness

No.	Item	Moment of inertia I: kg.cm.sec <sup>2</sup>	Stiffness K: ×10 <sup>10</sup> kg.cm/rad
1	OCW+MB	95,531.5	2.3041
2	Cyl-4	158,688.0	1.5673
3	Cyl-3	158,688.0	1.5673
4	Cyl-2	158,688.0	1.5673
5	Cyl-1	177,563.0	1.1628
6	HFW+MB	215,394.5	0.4842
7	IS	16,404.2	0.2859
8	PS	13,549.8	0.4194
9	Prop	634,250.0	—

OCW : Over counter weight

MB : Mechanical balancer

HFW : Heavy flywheel

IS : Intermediate shaft

PS : Propeller shaft

Prop : Propeller

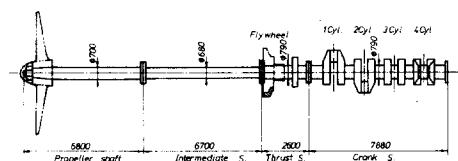


Fig. 2. Skelton diagram of the propulsion shafting (Sulzer 4RLA90)

## (2) 自由振動計算과 合成振動振幅 計算結果

## ① 自由振動 計算結果

## NATURAL FREQUENCY

NODE	OMEGA*x2	OMEGA RAD/SEC	VIB. PER SEC	C. HZ	VIB. PER MIN. CPM
1	0.2906237E 04	53.91		8.58	514.80
2	0.2755253E 05	167.89		26.56	1593.69
3	0.8372119E 05	326.14		48.72	2923.42
4	0.1932156E 06	439.56		63.36	4197.52
5	0.3141730E 06	560.52		89.21	5352.54
6	0.3262023E 06	571.14		90.30	5454.00
7	0.4541293E 06	673.89		107.25	6435.19
8	0.6249631E 06	833.66		132.32	7960.34

## VIBRATION MODE

## 1 NODE VIBRATION MODE

$$\begin{array}{cccc} 3.1000000E 01 & 3.9879491E 00 & -0.3411637E 02 & 0.3666223E 00 \\ 2.5979028E 00 & 0.1152756E 00 & -0.7232936E 00 & -0.1255833E 01 \end{array} \quad 0.7667927E 00$$

## 2 NODE VIBRATION MODE

$$\begin{array}{cccc} 0.1000000E 01 & 3.8245219E 00 & -0.4663373E 02 & -0.2506663E -01 \\ -0.1062992E 01 & -0.8259158E 00 & -0.2552396E 02 & 0.9212147E -01 \end{array} \quad -0.6114812E 00$$

## 3 NODE VIBRATION MODE

$$\begin{array}{cccc} 0.1000000E 01 & 0.6114232E 00 & -0.5398867E 02 & -0.1175821E 01 \\ 0.9462363E 00 & 0.9516000E 00 & 0.4468556E 02 & -0.3335334E -01 \end{array} \quad -0.6593369E 00$$

## 4 NODE VIBRATION MODE

$$\begin{array}{cccc} 0.1000000E 01 & 0.1589179E 00 & -0.1367326E 01 & -0.3588727E 02 \\ -0.4563450E 00 & -0.2252856E 00 & -0.5146357E 02 & 0.1823911E -01 \end{array} \quad 0.1356477E 01$$

## 5 NODE VIBRATION MODE

$$\begin{array}{cccc} 0.1000000E 01 & -0.3026037E 00 & -0.1554951E 01 & 0.1734506E 01 \\ -0.3177043E 00 & 0.5405815E 01 & 0.5355943E 01 & -0.1151305E 00 \end{array} \quad -0.8522463E 00$$

## 6 NODE VIBRATION MODE

$$\begin{array}{cccc} 0.1000000E 01 & -0.3524549E 00 & -0.1176629E 01 & 0.1825079E 01 \\ 0.8264676E 00 & -0.6110039E 01 & -0.6422667E 01 & 0.1328294E 00 \end{array} \quad -0.1278318E 01$$

## 7 NODE VIBRATION MODE

$$\begin{array}{cccc} 0.1000000E 01 & -0.2828471E 00 & 0.4833812E 00 & -0.1730174E 00 \\ -0.8007725E -02 & 0.4702706E -02 & 0.1397496E -01 & -0.2064937E -03 \end{array} \quad 0.5406155E -01$$

## 8 NODE VIBRATION MODE

$$\begin{array}{cccc} 0.1000000E 01 & -0.1281521E 01 & 0.7121321E 01 & -0.3398295E 02 \\ -0.1309794E 04 & 0.3564139E 25 & -0.4387813E 05 & 0.4214955E 03 \end{array} \quad 0.1640226E 03$$

## ② 合成振動計算結果

27RPM에서 120RPM까지의 合成振動振幅을

計算한 다음 이로부터 振動應力を 求하려는 다음과 같다.

## CRANK S./ INT.S. /PROPS.

SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 27 100.21	11.31	11.09
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 28 115.09	12.30	12.07
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 29 115.00	12.66	12.43
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 30 115.83	13.06	12.83
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 31 115.74	13.52	13.28
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 32 115.62	14.03	13.79
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 33 122.78	15.94	15.68
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 34 122.48	17.14	16.87
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 35 122.23	17.78	17.51
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 36 121.99	19.40	19.11
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 37 129.66	21.13	20.84
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 38 129.13	22.01	21.74
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 39 129.11	24.42	24.14
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 40 135.88	29.91	29.51
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 41 139.32	38.14	37.62
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 42 145.88	50.23	49.29
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 43 154.32	55.74	55.37
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 44 156.56	45.86	45.28
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 45 156.02	55.12	54.56
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 46 161.77	33.12	32.46
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 47 159.58	30.68	30.02
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 48 158.57	29.53	28.94
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 49 164.98	32.39	31.75
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 50 163.91	35.47	34.72
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 51 170.24	40.59	39.90
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 52 168.83	41.49	40.90
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 53 168.55	42.00	41.57
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 54 175.70	45.30	44.64
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 55 175.01	49.26	48.57

## CRANK S./ INT.S. /PROPS.

SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 56 181.35	57.68	56.90
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 57 179.73	58.28	64.47
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 58 177.40	73.15	72.27
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 59 185.22	84.18	83.11
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 60 190.36	96.42	94.99
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 61 205.81	117.32	(15.87)
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 62 220.97	146.94	145.13
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 63 244.80	180.63	177.33
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 64 251.03	193.42	193.28
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 65 240.32	188.59	188.00
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 66 237.30	167.37	168.57
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 67 230.22	132.37	130.58
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 68 230.82	111.22	108.05
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 69 240.97	98.24	96.15
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 70 242.02	86.38	85.19
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 71 250.89	78.82	78.14
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 72 251.19	71.27	70.88
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 73 252.36	65.61	65.50
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 74 265.91	50.57	50.02
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 75 269.32	34.95	33.78
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 76 272.28	51.73	51.53
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 77 282.23	49.12	48.93
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 78 268.77	48.55	48.52
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 79 286.89	48.99	48.42
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 80 286.90	49.35	48.34
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 81 293.91	51.47	50.60
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 82 292.74	52.67	52.17
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 83 297.56	55.30	54.59
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 84 307.42	57.50	56.23

CRANK S./ INT. S. / PROP.S.				CRANK S./ INT.S. /PROP.S.			
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 85 296.48	54.92	54.62	85RPM	SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 101 282.06	42.68	40.61	101RPM
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 86 302.87	52.81	51.90	86RPM	SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 102 272.94	43.55	41.70	102RPM
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 87 309.20	54.64	53.54	87RPM	SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 103 269.51	43.38	41.67	103RPM
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 88 308.30	52.28	51.09	88RPM	SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 104 271.16	43.05	40.53	104RPM
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 89 308.60	49.20	47.40	89RPM	SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 105 270.42	41.07	38.59	105RPM
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 90 307.76	45.96	44.23	90RPM	SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 106 275.72	46.28	36.08	106RPM
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 91 307.04	42.94	41.42	91RPM	SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 107 279.88	49.48	33.70	107RPM
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 92 305.14	40.53	38.89	92RPM	SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 108 281.08	53.11	32.31	108RPM
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 93 300.89	38.68	36.34	93RPM	SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 109 286.32	57.10	31.45	109RPM
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 94 294.41	37.18	35.94	94RPM	SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 110 299.90	51.33	31.16	110RPM
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 95 295.81	36.61	35.23	95RPM	SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 111 311.46	57.30	31.38	111RPM
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 96 294.50	36.37	36.72	96RPM	SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 112 315.79	56.00	31.60	112RPM
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 97 282.10	36.86	37.26	97RPM	SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 113 314.95	51.39	31.39	113RPM
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 98 273.27	37.64	37.84	98RPM	SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 114 291.52	134.77	30.41	114RPM
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 99 279.65	39.22	38.27	99RPM	SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 115 278.71	151.41	30.61	115RPM
SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 100 286.80	41.10	39.18	100RPM	SYNTHESIZED TORSIONAL STRESS(KG/CM <sup>2</sup> ) AT 116 283.10	174.79	30.76	116RPM

### (3) 計算結果의 比較検討

#### ① 通常의 船級規定에 따른 軸系치수計算

本船의 船級인 노르웨이船級協會의 規定 Pt.4 Ch.2 Sec. 6 D.202, 501에 의하여 軸徑을 計算한 結果, 中間軸直徑은 約 480mm이며 프로펠러軸直徑이 590mm로 되었다. 이러한 값을 가

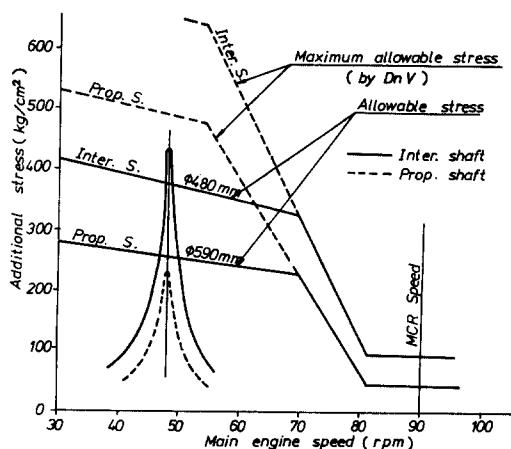


Fig. 3. Torsional stress curve for the shaft designed according to D<sub>n</sub>V rule

진 軸系를 設計하여 비틀림振動을 計算하여 본 結果 Fig. 3에 서 볼 수 있는 바와 같이 船級規定의 振動許容應力を 초과하는 것으로 나타나고 있다.

#### ② 修正치수를 갖는 새로운 軸系에 대한 計算結果

앞에서의 結果로부터 여러가지 直徑이 다른 軸系를 設計하여 비틀림振動應力의 許容值를 檢討해 본 結果, Fig. 4의 軸系設計가 가장 適切하다고 判定이 되었으며 이 軸系의 치수를 利用하여 計算한 結果가 Fig. 5에 보여지고 있다.

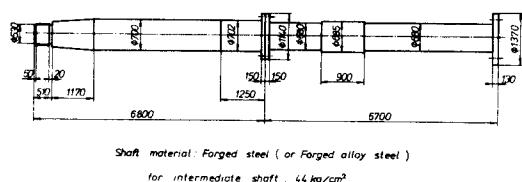


Fig. 4. Propeller shaft and intermediate shaft adopted finally

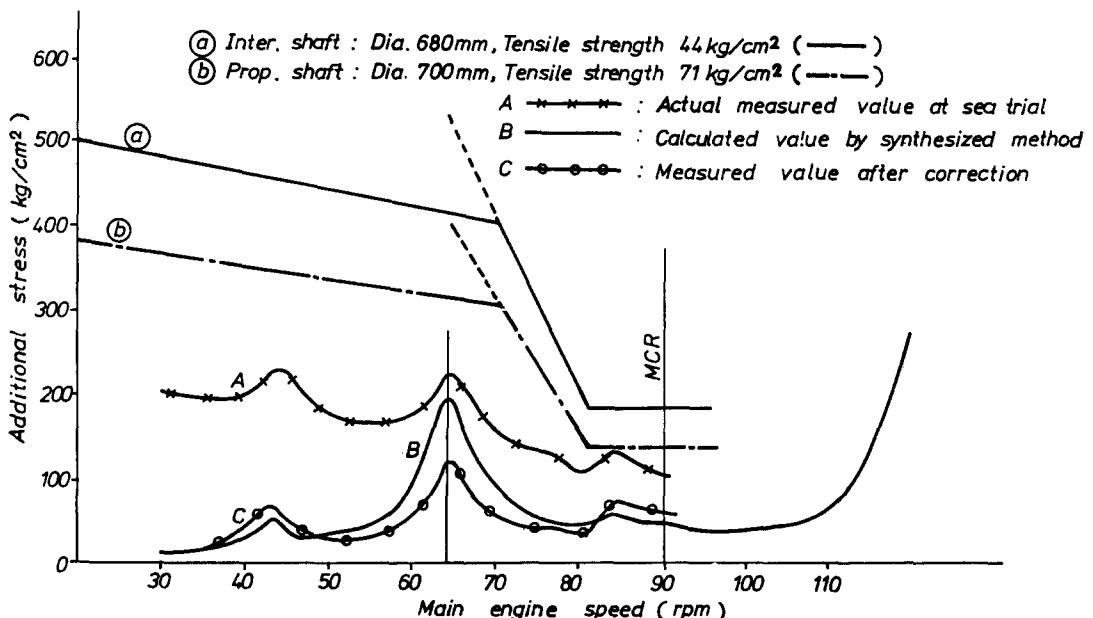


Fig. 5. Additional stress due to torsional vibration(Inter. shaft)

Fig. 5의 線圖에서 살펴 보면 1節 4次의 共振點은 128RPM 近處에서 나타나고 本 線圖에는 表示되지 않았지만, 1節 6次와 1節 8次, 1節 12次는多少 낮은 應力의 値을 갖는다.

앞서 檢討한 바와같이 通常의 方法에 의하여 軸을 設計한다면 경우에 따라서는 위험한 設計가 될 경우도 있을 것이다. 그러나 本 研究에서 開發된 電算프로그램을 使用하여 各 回轉數에 대한 비틀림 振動應力合成解析를 하여 確認해봄으로써 設計者は 信賴할 수 있는 軸設計를 할 수 있을 것이다.

#### (4) 實測結果와 計算結果의 比較檢計

지금까지 計算된 結果를 確認하기 위하여 供試運轉中에 運轉可能한 主機關回轉數 全區域의 비틀림振動을 計測하였다. 이때에 使用한 計測裝備는 獨逸製 가이거 토크그래프를 利用하였으며 엔진의 크랭크軸 前端에서 計測하였다. 계측한 結果를 分析하여 이를 計算值와 比較해 보기 위하여 中間軸에 대하여 換算한 結果 Fig. 5의 "A"曲線과 같으며, 이는 計算值 "C"曲線과 曲線의 動向은 같으나 實際의 値이 一致하지 않음을 알 수 있다.

이러한 不一致의 主要原因是 大口徑 少數시린더 高出力機關에서 低速運轉時에 通常 나타나는 現象으로서 回轉數가 낮아서 減衰가 매우 微弱한 狀態에서 각 시린더의 爆發衝擊에 의한 回轉토오크의 變動이 軸系全體의 回轉變動을 일으켜서 軸의 비틀림을 同伴하지 않는 變動變位를 記錄하게 되는데 起因한다.<sup>21)</sup>

参考로 이 計測값에서 4次의 비틀림振動 附加應力を 除外한 다음 參考文献의<sup>21)</sup> 4次비틀림振動 附加應力を 合算하여 그 結果를 曲線 "B"로 나타내었다. 曲線 "B"의 値은 計算值와多少 差異가 있지만 "A"曲線의 値보다는 상당히 計算值에 接近하고 있음을 알 수 있다.

#### 6. 結論

船用디젤機關軸系의 비틀림強制減衰振動을 計算하여 振動應力を 合成하는 方法의 電算프로그램을 開發하고 實際軸에 대한 計算을 行하였으며 그 結果를 通常의 方法의 結果와 比較 檢計하여 보았다.

電算프로그램의 開發에 있어서는 1回轉을 10° 間隔으로 36等分하여 計算한 振幅의 値중에서

제일 큰 값과 反對位相의 제일 큰 값과의 합을 求하여 이를 最大復振幅의 應力값으로 取하였다.

以上의 比較検討結果와 電算프로그램開發過程에서 다음과 같은 結論을 얻을 수 있었다.

(1) 本研究에서 開發한 電算프로그램은 2行程 少數 시린더 디젤機關을 主推進機關으로 使用하는 最近의 船舶建造傾向에 對備하여 비틀림振動問題를 明確히 解析함으로써 信賴性 있는 軸系를 設計할 수 있도록 한다.

(2) 連續運轉을 避해야하는 危險回轉數 區域을 設定하는데 있어 通常의 方法보다 確實하게 危險回轉數 區域을 設定할 수 있다.

(3) 엔진의 低速運轉에서의 振動記錄을 크랭크軸端에만 設置한 가이거振動計에 의하는 代身에 軸系에 發生하는 振動附加應力を 直接 記錄한다면 本研究에서 開發한 合成應力計算프로그램의 結果와 實測值는 잘一致할 것이다.

여기서 實測을 正確히 하려면 別途의 振動arrants와 스트레이인케이지를 利用하여 計測시스템을 새롭히 構成해야 할 것이며 이와같은 計測方法에 關하여는 앞으로 계속 研究되어야 할 것이다.

上記 結果로서 本研究에서 開發한 電算프로그램은 그 實用性이 매우 높으며 實際의 設計에 있어서는 計算結果를 電算結果로부터 直接 線圖化할 수 있으므로 일일이 각 回轉數에서의 應力값을 손으로 그려넣지 않아도 電算結果로부터 쉽게 볼 수 있는 그래프를 作成할 수 있고, 또한 船舶建造에 있어서는 이를 船級協會에 承認用으로나 自體 檢討用으로도 利用할 수 있을 것이다.

## 參 考 文 獻

- 1) Schuster S., Über den Einfluss des Propellers und die Längs- und Drehschwingungen in der Wellenleitung, Schiff und Hafen, Jahrgang 13, H. 6, S. 498, 1961.
- 2) Schwanecke H., Gedanken zur Frage der hydrodynamischerregten Schwingungen des Propellers und Wellenleitung, STG Jahrbuch, B. 57, S. 252, 1963.
- 3) Ker Wilson W., Practical Solution of Torsional Vibration Problems, Vol. II, Chapman Hall, London, 1942.
- 4) BICERA, Handbook on Torsional Vibration, Cambridge Press, 1958.
- 5) Timoshenko S., Vibration Problems in Engineering, 4th Ed. John Wiley & Sons., 1974.
- 6) Den Hartog J.P., Mechanical Vibrations, 4th Ed., McGraw-Hill Book Co., 1956.
- 7) Francis S. Tse, Mechanical Vibrations, Theory and Applications, 2nd Ed., Allyn and Bacon, Inc., 1963.
- 8) Thomson W.T., Theory of Vibration with Application, 2nd Ed., Prentice-Hall, Inc., 1981.
- 9) Tuplin W.A., The torsional rigidity of crankshafts, Engineering, pp. 275, 1937/9.
- 10) H. Holzer, The Calculation of Torsional Vibrations, Berlin, 1922.
- 11) Carter B.C., An empirical formula for crankshaft stiffness in torsion, Engineering, 13 July 1928, pp. 36.
- 12) 日本船用機關學會軸系研究委員會, プロペラ翼とクランクの位相が軸系ねじり振動におよぼす影響, MESJ 研究委員會報告, No. 68, 1976/10.
- 13) 丸山浩一, ディーゼル機關のねじり振動, 1961, 日本東京, 山海堂.
- 14) 富山修, 内燃機關のねじり振動と疲れ強さ, 日本東京, コロナ社, 1965.
- 15) 越智重信, 猪原祥行, 最近の軸系ねじり振動におけるプロペラ減衰에關する考察, 日立造船技報, 第26卷 第3・4號, p. 75, 1965/11.
- 16) 小山陽一, 高須績, 高彈性接手採用ディーゼル機關의ねじり振動特性の考察, 住友重機械技報 第22卷 66號, p. 31, 1974/12.
- 17) 全孝重, 津田公一, 船用往復内燃機關軸系ねじり連成自由振動의理論的解析, 日本船用機關學會誌 第4卷 7號, p. 401, 1969/9.
- 18) 全孝重, 船用往復内燃機關軸系縱ねじり連成強制振動의理論的解析, 日本船用機關學會誌 第5卷 3號, p. 217, 1970/3.
- 19) 全孝重, 機械力學, 釜山, 太和出版社, 1979.
- 20) 全孝重, 船用디젤機關軸系의 減衰強制비틀림振動解析에 관한 研究, 韓國船用機關學會誌 第4卷 2號, p. 4, 1980.
- 21) 高須績, 林潤一, 住友スルザ一船用低速ディーゼル機關의振動, 内燃機關, Vol. 23, No. 300, p. 64, 1984/11.