

Yield 최대화를 고려한 회로설계

(A Circuit Design with Yield Maximization)

金 熙 碩*, 林 濟 鐸**

(Hi Seok Kim and Chae Tak Lim)

要 約

다차원 Monte Carlo 방법을 연구하여 새로운 yield 최대화 설차를 연구하였다. 새로 변형된 weight 선택 알고리즘을 MOS FET NAND 게이트에 적용하여 최대 yield 추정을 하였다. 또한 본논문의 yield 최대화 설차는 목적함수가 non-convex일때도 적용된다.

Abstract

A new yield maximization procedure by investigating method of the multidimensional Monte Carlo integration is presented.

And then maximum yield is obtained by the new modified weight selection algorithm applied to objective function of MOSFET NAND GATE

Also this yield maximization procedure can be applied to nonconvex objective function.

I. 序 論

모든 집적회로 제작시 필요한 많은 절차에서 불안정한 임의의 誤差가 발생한다. 그러므로 각 소자값들은 임의의 誤差 내에서 결정되어야 한다. 회로설계후 회로파라미터값이 지정되면 설계의 yield를 점검하는 것이 중요한 문제이다. 집적회로의 경우 yield는 제조 과정에서 발생하는 임의의 변동에 의하여 실제 제작파라미터값과 지정된 파라미터값의 差와 wafer의 결함(defect) 등으로 인하여 yield가 낮아진다. 이러한 yield를 推定하기 위해 yield에 관한 수식적인 모델, 즉 회로의 설계 yield를 고려하여야 한다. 회로의 設計 yield

는 회로파라미터값의 변동을 임의의 확률밀도함수(p. d. f.)로 가정하여 回路시뮬레이션으로 設計된 回路와 실제조건에 맞는 回路의 比로 정의된다. Lightner와 S. W. Director^{1,2,3,4,5,6}는 회로의 최대 yield 추정을 기하학적 기법인 simplicial-approximation 방법⁴을 사용하였으며 목적함수가 convex일때만 적용이 가능하다.

따라서 본 논문에서는 MCO^{9,10} 개념을 도입하여 회로의 yield 추정을 목적함수가 nonconvex인 경우에도 적용되는 다차원 Monte Carlo 방법(multidimensional Monte Carlo integration)¹¹으로 구하고 새롭게 변형된 heuristic weight 선택 알고리즘을 제안하여 회로의 yield를 최대추정한다.

*正會員, 淸州大學校 電子工學科
(Dept. of Electron. Eng., Chong Ju Univ.)

**正會員, 漢陽大學校 電子工學科
(Dept. of Electron. Eng., Han Yang Univ.)

接受日字: 1985年 5月 1日

II. Simplicial Approximation¹⁰

Director와 Hachtel 그리고 Brayton에 의해 개발된 simplicial approximation은 yield의 해석, 허용오차의 할당, 설계centering, worstcase 설계와 혼합 worst-

case라 불리는 hybrid 방법에 사용되는 기법이다. Simplicial approximation은 입력공간내에서 실현가능 (feasible) 영역 Ω 에 대한 일련의 선형 내부 근사를 구하는 방법이다. 입력 공간내에서 실현가능 영역은

$$\Omega = \{ \bar{x} \mid g_i(\bar{x}) \leq 0, i = 1, \dots, m \} \quad (1)$$

로 표현되며 Ω 가 convex인 가정하에 simplicial approximation은 일련의 선형근사화 SA를 구성한다.

$$SA = \{ \bar{x} \mid n_i^T \bar{x} \leq b_i, i = 1, \dots, N_F \} \quad (2)$$

그러므로 근사화 SA는 통계적 설계를 위해 Ω 대신 사용되며 Ω 대신 SA를 사용해서 얻어진 결과의 정확도는 SA의 정확도에 관계된다.

SA 생성법을 유도하기 위하여 Director와 Hachtel에 의해 제안된 design centering (yield maximization) 절차는 다음과 같다.

실현가능영역의 경계면을 2Ω 로 정의하면 식(3)과 같이 표현된다.

$$2\Omega = \{ \bar{x} \mid g_i(\bar{x}_0) \leq 0 \text{ 모든 } i \text{에 대해, } g_i(\bar{x}) = 0, i \neq j \} \quad (3)$$

SAC Ω 일때 SA와 2Ω 상에 있는 다면체의 그림 SA의 정점을 정의하면 그림 1과 같다.

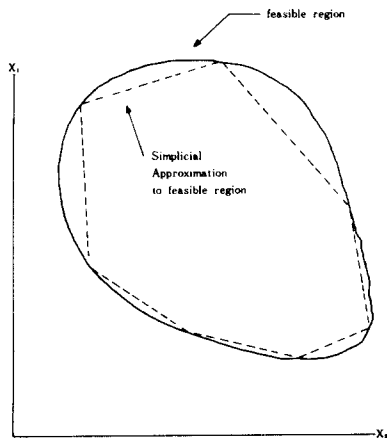


그림 1. 실현가능영역에 대한 Simplicial Approximation
Fig. 1. Simplicial Approximation, SA, to the feasible region.

또한 p. d. f.의 level set 또는 level 주회(contour)로서 $L_F(\alpha)$ 를 다음과 같이 표현한다.

$$L_F(\alpha) = \{ \bar{x} \mid f_{xx0}(\bar{x}, \bar{x}_0) \geq \alpha \} \quad (4)$$

SA 특성에 의하여 $L_F(\alpha)$ 는 입력공간 내에서의 convex체이다.

예로서 F가 동등한 분산(equal variance)를 갖는 독립 가우시안 p. d. f.라고 가정하면 $L_F(\alpha)$ 는 2차원에서는 원, 3차원에서는 구, 일반적으로 n차원에서는

hypersphere가 된다. 임의의 convex체로서 $n(\cdot)$ 를 다음과 같이 연관시킬 수 있다.

$$L_n(\alpha) = \{ \bar{x} \mid n(\bar{x}) \leq \alpha \} \quad (5)$$

이때 norm은 Minkowski norm이며 편의상 norm체 또는 yield체라 한다.

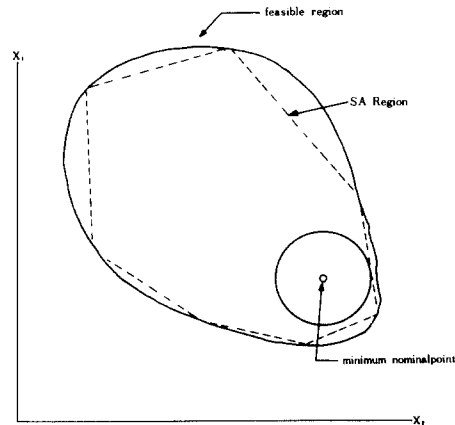


그림 2. 주어진 nominal 점에 대한 최대의 내접 norm체

Fig. 2. The largest norm body that can be inscribed about a given nominal.

그림 2는 주어진 임의점(nominal point) \bar{x}_0 에 대해서 SA내에 내접시킬 수 있는 최대의 yield체를 나타낸다. 만약 임의점 \bar{x}_0 를 이동시키면 SA내에서 가능한 최대의 yield체를 내접시킬 것이다(그림 3). 그러므로 SA내에 가능한 최대의 yield체를 내접시킨다는 것은 SA내부에 대부분의 p. d. f.를 포함한 것이 되므로 yield는 향상된다. 근사를 설명하기 위하여 내접된 yield체에 의해 접촉되는 SA의 면(face)을 고려하여야 한다. 또한 이 영역에서 근사화를 향상함으로써 그 결과 더 큰 내접되는 yield체를 구할 수 있다.

SA내에 norm체를 내접시키기 위한 조건은 norm체 내에서 임의점으로 부터 近似化를 형성하는 각 hyperplane까지의 거리를 구하는 것이다. 이 거리 dn 은 다음과 같다.

$$dn(\bar{x}_0, \bar{n}) = \min |n(\bar{y} - \bar{x}_0) \mid \bar{n}^T \bar{y} = b| \quad (6)$$

이때 $n(\cdot)$ 는 norm이고 \bar{n} 과 b 는 近似化의 특정 hyperplane을 나타낸다.

정의(1) 주어진 norm $n(\bar{x})$ 에 대해 해당하는 dual norm $n^*(\bar{x})$ 는

$$n^*(\bar{x}) = \max | \bar{y}^T \bar{x} \mid n(\bar{x}) = 1 | \quad (8)$$

로된다.

정의(1)을 이용하여 다음(5)와 같은 定理를 내

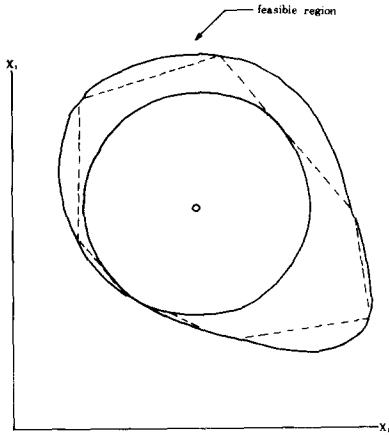


그림 3. 주어진 SA에 대한 X_2 가 내접할 수 있는 최대의 norm 체
 Fig. 3. The largest norm body that can be X_2 inscribed about simplicial Approximation.

릴 수 있다.

(정리1)

n -norm에서 점 \bar{x}_0 로 부터 hyperplane

$\pi = \{ \bar{x} \mid \bar{n}^T \bar{x} = b \}$ 까지의 거리는

$$dn(\bar{x}_0, \bar{n}) = \frac{|b - \bar{n}^T \bar{x}_0|}{\bar{n}^* (r, \bar{n})} \quad (9)$$

이고 이때 $r = (b - \bar{n}^T \bar{x}_0) / |b - \bar{n}^T \bar{x}_0|$, 여기서 \bar{n}^* 는 \bar{n} 의 dual norm이다.

정리(1)을 이용하여 SA내의 가능한 최대의 norm 체를 내접시키기 위한 선형프로그램을 작성할 수 있다. 특히 r 을 norm 체의 반지름이라고 한다면

$$\max_{r, \bar{x}_0} r \quad (9)$$

이때 $dn(\bar{x}_0, \bar{n}_i) \geq r, i = 1, 2, \dots, N_f$

식 (8)를 이용하면 윗식은

$$\max_{r, \bar{x}_0} r \quad (10)$$

로 표현된다.

이때 $\bar{n}_i^T \bar{x}_0 + r \bar{n}_i^* (r \bar{n}_i) \leq b_i, i = 1, 2, \dots, N_f$

그러므로 (10)식은 SA내부로 norm 체를 내접시키기 위한 선형프로그램이다.

Ω 를 convex라고 가정하면

$$SA \leq \Omega \quad (11)$$

로 표현된다.

SA에서의 각 면은 $(n-1)$ 차원의 simplex를 구성한다. 그림 4에서 SA내부의 nominal 점 x_0 는 SA를 각각 분할한다.

i 번째 내부 simplex인 yield는 식 (12)로 표현된다.

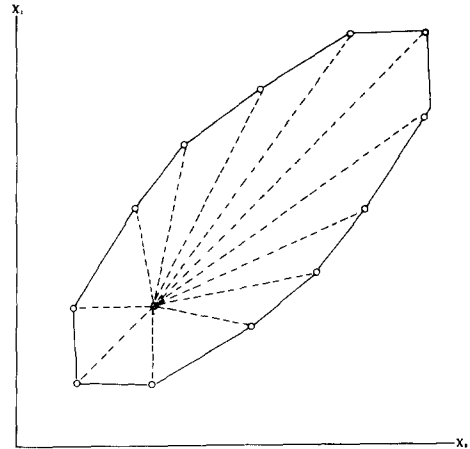


그림 4. 목적함수 f 가 Convex일 경우 SA내에서의 임의의 점 x_0 에 관한 분할

Fig. 4. An interior simplicial decomposition of the SA induced by a nominal point.

$$Y_i(x_0) = \int_{SA_i(x_0)} f_{xx_0}(x, x_0) dx \quad (12)$$

여기에서 $SA_i(x_0)$ 는 x_0 에 의하여 유도된 선형내부 분할의 i 번째의 성분이다. 식(12)에서 적분을 일련의 선형近似化에 의하여 전개하면 다음과 같다.

$$Y_i(x_0) \simeq \bar{V} \{ SA_i(x_0) \} \{ \sum_{k=1}^i dk f(x_{ik}, x_0) \} \quad (13)$$

여기에서 $\bar{V} \{ SA_i(x_0) \}$ 는 i 번째 segment의 Euclidean 체적이며 dk 는 weight이다.

Yield 최대화를 위한 식(13)의 傾度는 식(15)로 近似된다.

$$\frac{\partial Y_i(\bar{x}_0)}{\partial \bar{x}_0} \simeq \bar{V} \{ SA_i(x_0) \} \{ \sum_{k=1}^i dk \nabla_{x_0} f(x_{ik}, x_0) \} +$$

$$\nabla_{x_0} \bar{V} \{ SA_i(x_0) \} \{ \sum_{k=1}^i dk f(x_{ik}, x_0) \} \quad (14)$$

III. MCO에 대한 MONTE CARLO법의 응용과 해석

전장에서 논의한 SA방법은 실행가능영역 Ω 가 convex라는 조건하에서 제안된 알고리즘이므로 회로 파라미터가 많이 존재하는 경우와 Ω 가 non convex를 형성할 경우에는 SA방법을 적용하기가 어렵다 (그림 5). 또한 통계적 접근 방식에서는 많은 양의 computer 소모시간이 중요한 결점으로 언급되고 있다. 그럼에도 불구하고 여러 방법들 중에서 Monte Carlo 방법⁽¹³⁾은 가장 믿음직한 방법으로 확인되었다.

함수에 대한 Monte Carlo 해석으로 kjellstroem은 대규모 회로 시스템을 통계적으로 해석하여 yield를 구하였고, K. Singhal, J. F. Pinel⁽¹⁷⁾은 Monte Carlo 해

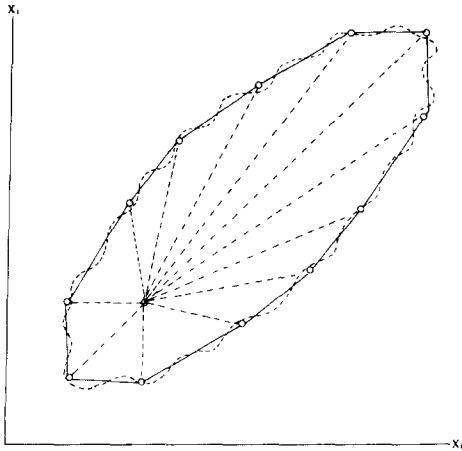


그림 5. 실행가능영역이 non convex 일때의 분할
Fig. 5. An interior simplicial decomposition of the simplicial Approximation over the non convex Region.

식에서 importance sampling을 채택하여 분산 감소화 (variance reduction)를 하였다. K. J. Antreich와 R. K. Koblitz는 Hessian matrix와 yield gradient를 포함한 효율적인 yield 예측 (prediction)을 하였다. 따라서 본 논문에서는 회로의 yield를 평가하기 위한 알고리즘으로 Monte Carlo 방법을 회로설계에 다음과 같이 논하기로 한다.

1. Multidimensional Monte Carlo法 해석

S. W. Director와 Lightner, Hachtel¹¹⁾은 논문에서 실행가능한 영역 Ω 가 non convex일때에 적용되는¹¹⁾ 방법으로는 Multi-Dimensional integration 방법이라고 언급하였다. 따라서 본 논문에서는 실행가능한 영역 Ω 의 형태에 관계없는 방법에서 yield를 推定하기 위해 다음과 같은 정의를 하기로 한다.

(정의 1)

Parameter 값 \bar{x} 는 회로성능(performance) 함수 $f(\bar{x})$ 에 속한다. 즉 $f(\bar{x}) \in A$ ¹⁹⁾ 이다.

(정의 2)

$f(\bar{x}) \in A$ 이며 $\bar{x} \in \Omega$ 이다.

실행가능 영역 Ω 에서 acceptance 함수 $\delta(\bar{x})$ 는 다음과 같은 조건식을 갖는다.

$$\delta(\bar{x}) = \begin{cases} 1 & f(\bar{x}) \in A, \bar{x} \in \Omega \\ 0 & f(\bar{x}) \in \bar{A}, \bar{x} \in \bar{\Omega} \end{cases} \quad (15)$$

파라미터 값 \bar{x} 는 확률밀도함수(probability density function) $g(\bar{x})$ 에 의하여 통계적으로 변한다고 가정한다면 yield는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Y(\bar{x}) &= \int_a \dots \int_a g(\bar{x}) dx \\ &= \int_a \int_a \dots \int_a g(\bar{x}_0, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) d\bar{x}_0 d\bar{x}_1 \dots d\bar{x}_n \end{aligned} \quad (16)$$

식(15)의 acceptance 함수 $\delta(\bar{x})$ 정의에 의하여 yield식 $Y(\bar{x})$ 는

$$\begin{aligned} Y(\bar{x}) &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\bar{x}) g(\bar{x}) d\bar{x} \\ &= E\{\delta(\bar{x})\} \end{aligned} \quad (17)$$

로 표현되며 $g(\bar{x})$ 의 기대치로 된다.

식(17)에서 \bar{x} 가 discrete random 변수일때 확률밀도함수 $P(\bar{x}_i)$ 와의 관계식은 식(18)로 된다.

$$E\{\delta(\bar{x})\} = \sum_{i=1}^n \delta(x_i) P(x_i) \quad (18)$$

식(19)에서 $Y(\bar{x})$ 의 추정(estimation) 함수 \hat{Y} 는 식(19)로 표현된다.

$$\hat{Y}(\bar{x}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \delta(x_i) = \frac{n}{N} \quad (19)$$

여기에서 n는 x_i 가 acceptance 영역 A에 포함된 수를 나타내며 N는 총횟수를 나타낸다. 따라서 회로내에서 yield의 산출은 회로, 성능, 규격, 검사와 회로 해석을 반복함으로써 구해진다.

Multidimensional Monte Carlo 해석 과정에서 식(17)과 식(19)을 응용하면 다음과 같은 yield예측과 분산예측을 할 수 있다.

2. Yield 예측

식(17)으로 부터 J. M. Hammer¹²⁾ Sley, D. C. Hand Scomb가 주장한 importance sampling에 의한 yield 평가식은 식(20)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} Y &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\bar{x}) g_0(\bar{x}) \cdot \frac{g(\bar{x})}{g_0(\bar{x})} d\bar{x} \\ &= E\{\delta(\bar{x}) \cdot \frac{g(\bar{x})}{g_0(\bar{x})}\} \end{aligned} \quad (20)$$

여기에서 $g_0(\bar{x})$ 는 초기 yield 값이다. $g_0(\bar{x})$ 로부터 sample 점을 선택함으로써 yield의 평가는 식(21)로 변형된다.

$$\hat{Y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \delta(\bar{x}) \frac{g(\bar{x})}{g_0(\bar{x})} \quad (21)$$

식(21)의 기대값은 $Y(x_0)$ 이고 편차는 식(22)로 표현된다.

$$\int_a \left(\frac{g(\bar{x})}{g_0(\bar{x})} - Y(x_0) \right)^2 g_0(\bar{x}) d\bar{x} \quad (22)$$

식(22)의 편차를 줄이기 위하여 $\alpha = \frac{1}{Y(x_0)}$ 라 하면 $g_0(\bar{x}) = \alpha g(\bar{x})$ 일때 분산은 0이 되므로 실질적인 분산감소를 할 수 있다.

3. 분산예측(variance prediction)

초기 yield $Y(\bar{x}_0)$ 의 추정은 다음과 같다.

$$\hat{Y}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \delta(x_i) \quad (23)$$

여기에서 random number x_1, x_2, \dots, x_n 는 binominal distribution function 형태를 갖는다. 단, $N \geq 100$ 인 경우 binominal random number x_1, x_2, \dots, x_n 는 정규 분포(normal distribution) 형태를 취한다. 또한 분산 $\delta(Y_0)$ 는

$$\sigma(Y_0) = \frac{1}{N} E\{|\delta(\bar{x}) - E\{\delta(\bar{x})\}|^2\} \quad (24)$$

로 표현된다. 식(25)에서 $E\{|\delta(\bar{x})\}| = Y_0$ 라 하면

$$\sigma^2(Y_0) = \frac{1}{N} \cdot Y_0(1 - Y_0) \quad (25)$$

로 되며 분산예측을 할 수 있다.

IV. MCO개념을 이용한 MOSFET CELL의 Yield 最大推定

전장에서 논의한 yield 평가방법을 2 입력 MOS FET NAND 게이트에 적용하기로 한다. 본 논문에서의 MOS FET NAND 게이트는 Director, Hatchel, Fraser,^{[8][9]} Lghtner 등이 예제로 사용한 회로이다. 설계변수는 T_1, T_2, T_3 의 폭(width)과 T_1 의 폭 W_1 과 V_{GS} 이다. 목적함수는 트랜지스트면적 $f_2(\bar{x})$, 게이트 스위칭시간 $f_1(\bar{x})$, 출력전압 $V_o(f_3(\bar{x}))$ 로 설정한다. 표 1에서는 설계조건식을 나타내며^{[8][9][15]}의 논문에서 NAND 게이트의 목적함수는 다음과 같이 표현된다.

표 1. 설계조건식

Table 1. Constants of MOSFET NAND GATE (4190) cell.

Parameter values, constants, and constraints MOSFET NAND GATE(4190) cell	
PSI=0.5771	$V_{in} = -6$ (ON state)
K=0.5	$A_f = 1.03657$
GM=0.006	$C_l = 5pF$
$L_1 = 12.7$ microns	$V_{FB} = -0.837$
$L_{2,3} = 5.08$	$5 \leq W \leq 50$
$V_{DD} = -6.5$	$50 \leq W_{2,3} \leq 250$
$-15.01 \leq V_{cc} \leq -14.5$	

$$f_1(\bar{x}) = t_{pd} = A_f \frac{L_1}{W_1} \tau \cdot \alpha \quad (26)$$

$$f_2(\bar{x}) = W_1 L_1 + 2L_{2,3} W_{2,3} \quad (27)$$

$$f_3(\bar{x}) = -V_o \quad (28)$$

$f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), f_3(\bar{x})$ 를 최소화하는 관계식을 MCO 문제로 표현하면 다음과 같다.

$$\min_x \begin{Bmatrix} f_1(\bar{x}) \\ f_2(\bar{x}) \\ f_3(\bar{x}) \end{Bmatrix} \quad (29)$$

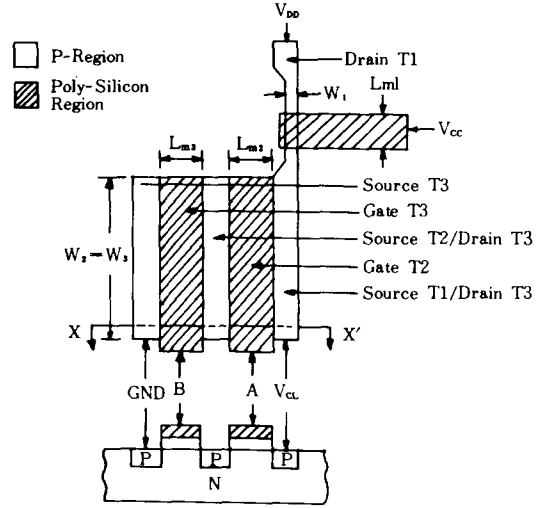


그림 6. 그 입력 MOS FET NAND Gate
Fig. 6. two inpoint MOS FET NAND Gate.

$$f_1(\bar{x}) \leq 110 \text{ nsec} \quad f_2(\bar{x}) \leq 2550 \text{ mil}^2 \text{ s}$$

$$5 \leq W_1 \leq 50 \quad 50 \leq W_{2,3} \leq 250$$

본 논문에서 식(29)을 해석하기 위하여 목적함수를 변형^[15]하면 다음과 같다.

$$f_1(\bar{x}) = x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 \quad (30)$$

$$0 \leq x_1 \leq 5$$

$$5.5 \leq x_2 \leq 110$$

$$f_2(\bar{x}) = 168.2x_1^2 - 270.5x_1x_2 + 112.3x_2^2 - 25.52x_1x_3 - 21.2x_2x_3 + x_3^2 \quad (31)$$

$$5 \leq x_1 \leq 50$$

$$50 \leq x_2 \leq 250$$

$$1250 \leq x_3 \leq 2550$$

$$f_3(\bar{x}) = x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 \quad (32)$$

$$-15.01 \leq x_1 \leq -14.95$$

$$x_2 = -13.52$$

Yield 최대화에 대한 MCO 문제를 조건식과 함께 표현하면 다음과 같다.

$$\max_x \begin{Bmatrix} Y_1(\bar{x}) \\ Y_2(\bar{x}) \\ Y_3(\bar{x}) \end{Bmatrix} \quad (33)$$

$$Y_{min1} < Y < Y_{min1}$$

$$Y_{min2} < Y < Y_{max2}$$

$$Y_{min3} < Y < Y_{max3}$$

식(33)은 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$f_3(\bar{x}) = x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 \quad (32)$$

$$-15.01 \leq x_1 \leq -14.95$$

$$x_2 = -13.52$$

$$\min_{\bar{x}} \begin{bmatrix} 1 - Y_1(\bar{x}) \\ 1 - Y_2(\bar{x}) \\ 1 - Y_3(\bar{x}) \end{bmatrix} \quad (34)$$

식(34)에서 MCO개념을 도입하면 식(35)로 된다.

$$\min_{\bar{x}} \{ W_1(1 - Y_1(\bar{x})) + W_2(1 - Y_2(\bar{x})) + W_3(1 - Y_3(\bar{x})) \} \quad (35)$$

식(35)를 해석하기 위해서는 각각의 yield $Y_1(\bar{x})$, $Y_2(\bar{x})$, $Y_3(\bar{x})$ 를 구해야 한다. 따라서 식(30), (31), (32)에 multidimensional Monte Carlo 방법을 적용하면 다음과 같이 표현된다.

$$Y_1(\bar{x}) = \int_{35}^{110} \int_0^{55} f_{x_1, x_2}(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (36)$$

$$Y_2(\bar{x}) = \int_{1250}^{2550} \int_{50}^{250} \int_5^{50} f_{x_1, x_2, x_3}(x_1, x_2, x_3) dx_1 dx_2 dx_3 \quad (37)$$

$$Y_3(\bar{x}) = \int_{-15.01}^{-14.95} f_3(x_1) dx_1 \quad (38)$$

N2100인 경우 random variable x_1, x_2, \dots, x_n 은 정규 분포(normal distribution)이므로 x_1, x_2, x_3 는 다음과 같이 표현된다.

$$x_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{x_1}} \cdot \exp\left[-\frac{(x_1 - a)^2}{2\sigma_{x_1}^2}\right] \quad (39)$$

$$x_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{x_2}} \cdot \exp\left[-\frac{(x_2 - b)^2}{2\sigma_{x_2}^2}\right] \quad (40)$$

$$x_3 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{x_3}} \cdot \exp\left[-\frac{(x_3 - c)^2}{2\sigma_{x_3}^2}\right] \quad (41)$$

여기에서 a, b, c는 평균값이며 x_1, x_2, x_3 는 각각 독립적인 Gaussian 분포라고 가정한다. 표 2에 x_1, x_2, x_3 의 통계 변수를 나타내었다.

표 2. 가우시안 분포함수

Table 2. Gaussian Distribution function factor

p, d, f	a	b	c	σ_{x_1}	σ_{x_2}	σ_{x_3}
$f_{x_1, x_2}(x_1, x_2)$	1.352	6.602		0.5313	2.5945	
$f_{x_1, x_2, x_3}(x_1, x_2, x_3)$	6.072	40.212	502.5	2.3862	15.8033	197.4825
$f_3(x_1)$	0.15816			0.063		

Yield $Y_1(\bar{x})$, $Y_2(\bar{x})$, $Y_3(\bar{x})$ 를 구하기 위해서 식(39), (40), (41)을 식(30), (31), (32)에 대입하면 목적함수 $f_1(\bar{x})$, $f_2(\bar{x})$, $f_3(\bar{x})$ 는 $f_{x_1, x_2}(x_1, x_2)$, $f_{x_1, x_2, x_3}(x_1, x_2, x_3)$, $f_3(x_1)$ 인 확률밀도함수로 변환된다. 확률밀도함수가 $f_{x_1, x_2}(x_1, x_2)$ 일때 yield를 구하는 절차를 논의하면 다음과 같다.

step 1. $x_1 = 5 + 50 \times \text{random number}$

$x_2 = 55 + 55 \times \text{random number}$ 로 설정한다.

step 2. 확률밀도함수 $f_{x_1, x_2}(x_1, x_2)$ 값을 구한다.

step 3. $F = F_{\max} \times \text{random number}$

step 4. $F \leq f_{x_1, x_2}(x_1, x_2)$ 이면 $\delta(\bar{x}) = 1$ 이고 실현 가능한 영역 Λ 가 포함되므로 $N = N + 1$ 로 된다.

step 5. 확률 $P = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n \delta(x_i)$ 를 정한다.

step 6. 편차 $\delta = \frac{P(1-P)}{N}$ 를 구한다.

step 7. Yield는 $Y = 2 \times 50 \times 55 \times P$ 로 정한다.

위의 방법과 비슷한 방법으로 Yield $Y_2(\bar{x})$, $Y_3(\bar{x})$ 를 구할 수 있다.

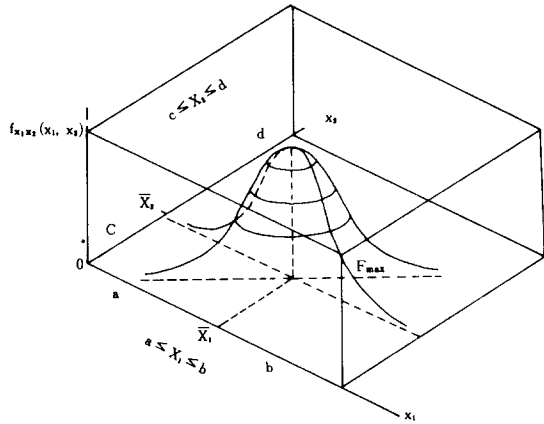


그림 7. 목적함수 $f_1(\bar{x})$ 에 대한 확률밀도 함수 $f_{x_1, x_2}(X_1, X_2)$

Fig. 7. Probability density function of the objective function $f(\bar{V}_1)$.

그림 7은 목적함수 $f_1(\bar{x})$ 에 대한 확률밀도함수가 $f_{x_1, x_2}(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ 일때의 관계를 나타낸다.

Yield $Y_1(x)$, $Y_2(x)$, $Y_3(x)$ 를 최대화하기 위하여 yield의 확률 $Y_1(\bar{x})$, $Y_2(\bar{x})$, $Y_3(\bar{x})$ 를 multidimensional Monte Carlo 방법으로 구한 식(36), (37), (38)과 weight 선택방법으로 다음과 같은 표 3이 형성된다.

표 3. Weight에 대한 nominal값

Table 3. Nominal value for weight.

W_1	W_2	W_3	$F_1(x)$	$F_2(x)$	$F_3(x)$
1	0	0	57.105	2549.6	0.9695
0	1	0	112.019	1266.11	0.9695
0	0	1	112.019	2549.6	1.812

Yield의 확률을 최대화하기 위해서는 Fraser,¹⁴⁾ Lightner가 제안한 Boundary Search 알고리즘을 이용한 새로운 weight 선택 알고리즘을 선택하여야 한다. 따라서

본 논문에서는 Fraser, Lightner가 제시한 weight 선택 알고리즘을 다음과 같이 표현한다.

$$\overline{W}|\mathbf{G}| = \overline{W}\Delta\overline{W}_i = \left[1, \frac{\Delta f_1}{\Delta f_2}, \frac{\Delta f_1}{\Delta f_3}, \dots, \frac{\Delta f_1}{\Delta f_n} \right] \quad (42)$$

식(42)에서 i번째 목적함수의 값을 증대하고 j번째 목적함수의 값을 감소하려고 하면 다음과 같은 heuristic weight 선택 알고리즘이 형성된다.

$$\Delta f_i = |f_{i,1} - f_i^{\max}| \quad (43)$$

$$\Delta f_j = |f_{j,1} - f_j^{\min}|$$

따라서 $k=1, 2, \dots, i-1, i+1, \dots, j-1, j+1, \dots, N$ 이면 새로운 weight W_k 는 다음과 같이 표현된다.

$$W_k = \left[1, \frac{\Delta f_1}{\Delta f_2}, \frac{\Delta f_1}{\Delta f_3}, \dots, \frac{\Delta f_1}{\Delta f_i}, \dots, \frac{\Delta f_1}{\Delta f_j}, \dots, \frac{\Delta f_1}{\Delta f_n} \right]^T \quad (44)$$

식(44)를 응용하여 새롭게 변형된 heuristic weight 선택 알고리즘은 $N=3$ 인 경우 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \overline{W}^{N+1} = \overline{W}^N \cdot \Delta\overline{W} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta f_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\Delta f_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\Delta f_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta f_1 \\ \Delta f_2 \\ \Delta f_3 \end{bmatrix} \\ &= \left[\frac{\Delta f_1}{\Delta f_1}, \frac{\Delta f_2}{\Delta f_2}, \frac{\Delta f_3}{\Delta f_3} \right]^T \quad (45) \end{aligned}$$

여기서 heuristic 한 방법으로

$$\begin{aligned} \Delta f_1 &= |f_{i,1} - f_i^{\max}|, \quad \Delta f_1 = |f_i^{\max} - f_i^{\min}| \\ \Delta f_2 &= |f_{j,1} - f_j^{\min}|, \quad \Delta f_2 = |f_2^{\max} - f_2^{\min}| \\ \Delta f_k &= |f_{k,1} - f_k^{\min}|, \quad \Delta f_3 = |f_3^{\max} - f_3^{\min}| \quad (46) \end{aligned}$$

이라고 놓으면 i, j, k번째 목적함수에서 j번째 목적함수 값을 감소시키며 j, k번째 목적함수 값을 증대되는 weight 선택 알고리즘이 성립한다.

식(45)에서 $\Delta f_1 = \Delta f_2 = \Delta f_3$, $\Delta f_1 = \Delta f_1$ 이라면

Fraser의 weight 선택 알고리즘과 일치한다.

$$\overline{W}^{N+1} = \left[1, \frac{\Delta f_1}{\Delta f_j}, \frac{\Delta f_1}{\Delta f_k} \right]_{j=2, k=3} \quad (47)$$

일반적으로

$$\overline{W}^{N+1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta f_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\Delta f_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\Delta f_{1-N}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta W_1 \\ \Delta W_2 \\ \Delta W_N \end{bmatrix} \quad (48)$$

이 성립한다. 식(48)을 이용하여 표3을 전개하면 표4가 형성된다.

표3에서 선택한 weight를 그대로 yield 최적화에 적용하면 각각의 yield(%)에 대한 임의값 \overline{x}_0 즉 회로의 목적함수 값이 결정된다.

표4, 표5에 각각의 yield와 확률의 값이 표시되

표 4. Yield 최적화표

Table 4. Yield optimization table.

W_1	W_2	W_3	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	Yield(%)
1	0	0	57.105	2549.6	0.9695	17 %
0	1	0	112.019	1266.11	0.9695	16.53 %
0	0	1	112.019	2549.6	1.812	17.83 %
1.5264	1.50408	1.78846	93.126	2119.448	1.5115	81.8 %
2.8894	2.4815	2.4879	76.110	1783.33	1.3589	70.001 %
7.000	4.0645	4.5145	64.949	1581.89	1.1842	61.26 %
8.166	3.7058	3.2517	63.829	1612.456	1.2676	62.63 %
4.454	2.02409	2.1836	69.344	1900.217	1.4134	71.4 %
0.891	0.8111	0.9509	118.736	2848.516	1.9890	46.3 %
0.5326	0.59224	0.5548	160.210	3408.030	2.7169	13 %
32.666	21.000	31.000	58.76	1327.228	1.0007	51.56 %

어 있다.

그림 6에서 weight 선택 알고리즘의 순서도를 작성하였다.

Yield 최적화 표에서 yield(70%)가 70.001일때 Lightner와 S.W. Director의 결과와 비교하여 보면 표6과 같다.

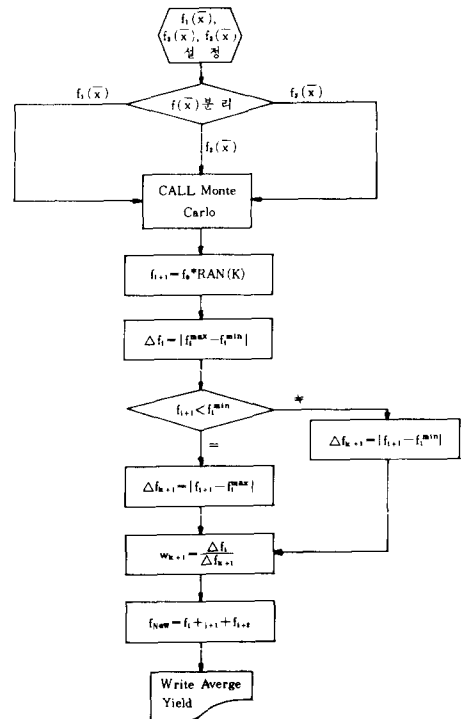


그림 8. Weight 생성 알고리즘 순서도

Fig. 8. Weight generation Algorithm Flow charts.

표 5. Yield 확률표
Table 5. Yield probability table.

W_1	W_2	W_3	$1 - Y_1(x)$	$1 - Y_2(x)$	$1 - Y_3(x)$	Average Yield
1	0	0	0.49	0	0	0.17
0	1	0	0	0.504	0	0.1653
0	0	1	0	0	0.465	0.178
1.5264	1.50408	1.78846	0.169	0.169	0.205	0.819
2.8894	2.4815	2.4879	0.321	0.3009	0.2781	0.7001
7.000	4.06451	4.5145	0.42	0.380	0.362	0.6126
8.166	3.7058	3.2517	0.43	0.368	0.323	0.6263
4.454	2.02409	2.1836	0.38	0.255	0.252	0.714
0.891	0.8111	0.9509	0.55	0.572	0.489	0.463
0.5326	0.59224	0.5548	0.92	0.851	0.838	0.130
32.666	21.000	31.000	0.475	0.528	0.450	0.5156

표 6. 결과의 비교
Table 6. Final result value.

Performance	Propagation delay time	Area	Output Voltage V_o
Lightner 결과	80	1800	-0.4
본 논문의 결과	76.110	1783.33	-1.3589

V. 結 論

본 논문에서는 yield의 최대화를 논하였으며 yield를 최대화하는 문제에서 함수가 non-convex일때도 yield를 구할 수 있는 multidimensional Monte Carlo 방법을 응용함으로써 집적회로에 적절한 yield를 구하였다.

출력전압은 본 논문¹⁵의 방법이 적절한 방법으로 구했으므로 본 논문의 결과가 Lightner, S.W Director의 결과보다 정확하다고 할 수 있다. 또한 yield 최대화시 다른 여러 방법에서는 yield gradient 식을 구하여 yield 최대화를 하였으나 본 논문에서는 새롭게 변형된 weight 선택알고리즘을 사용하여 새로운 결과를 구하였다. 또한 weight가 0.891, 0.8111, 0.9509, 0.5326, 0.51224, 0.5548 이고 yield(%)가 46.3, 13.0인 경우에는 조건식에 위배되므로 필요없는 yield 값이됨을 알 수 있다.

參 考 文 獻

[1] G.C. Themes and D.Y.F. Zai, "Least p-th approximation," *IEEE*, vol. CT-16, pp. 235-237, May 1969.
 [2] G. Hachtel, M. Lightner and H.J. Kelly, "Application of the optimization program AOP to design of the memory circuit,"

IEEE Trans. Circuit Theory and Systems, vol. CAS-20, Nov. 1973.
 [3] Lin, J.G., *Multi-objective Problems: Pareto-optimal Solutions by Method of Proper Equality Constraints*. *IEEE Trans. on Auto. Control* AC-21, 5, Oct. 1976.
 [4] Director, S.W. and G.D. Hachtel, *The Simplicial Approach to Design Centering*. *IEEE Trans. Cir. and Systems*, CAS-24, 7, July 1977.
 [5] Hachtel, G.D. and S.W. Director, *A Point Basis for Statistical Design*. *Proceedings 1978 IEEE International Symp. Circuits and Systems*, 165-169, 1978.
 [6] Director, S.W., G.D. Hachtel and L.M. Vidigal, *Computationally Efficient Yield Estimation Procedures Based Upon Simplicial Approximation*, *IEEE Trans. Cir. and Sys.*, CAS-25, 3, March 1978.
 [7] Pinel, J.F. and K. Singhal, *Efficient Monte Carlo Computation of Circuit Yield Using Importance Sampling*. *Proceedings 1977 IEEE Int. Symp. Cir. and Sys.*, 1977.
 [8] D.L. Feaser, Jr., *Modeling and Optimization of MOSFET LSI Circuit*. Ph.D. Dissertation, Univ. of Florida, 1977.
 [9] Michel R. Lightner and S.W. Director, "Multiple criterion optimization for the design of electronic circuits," *IEEE Trans., Circuit and Systems*, vol. CAS-28, pp. 169-179, March 1981.
 [10] R.K. Brayton and Spence, *Sensitivity and Optimization*, Elsevier Scientific Co., 1980.
 [11] S.S. Rao, *Optimization and Application*. Kapur, Indian Institute of Technology, 1978.
 [12] A.J. Strojwas and S.R. Nassit, and S.W. Director, *Optimization Design of VLSI Minicells using a Statistical Process Simulator*. in *Proceedings of 1983 ISCAS*. IEEE, Chicago, April 1983.
 [13] Antreich, K.J. and Kodlitz R.K.: "Design centering' by yield prediction", *IEEE Trans. Cir. Sys.*, CAS-29, 2, Feb. 1982.
 [14] Michel R. Lightner and S.W. Director, *Multiple Criterion Optimization with Yield Maximization*. *IEEE Trans. Cir. Sys.*, CAS-28, 8, Aug. 1981.
 [15] 김희석, 임세탁: Weight 최소화 法을 利用한 回路設計 對한 전자공학회 논문지 Vol. 22. 2 호 1985년 3월. *