

# 입출력값에 의한 상태공간 極配置 自己同調制御機 (State-Space Pole-Placing Self-Tuning Controller Using Input-Output Values)

金 榮 吉\*, 朴 玟 用\*, 李 相 培\*  
(Young Kil Kim, Mignon Park and Sang Bae Lee)

### 要 約

本 論文에서는 시스템 雜音과 測定雜音이 同時에 存在하는 상태공간형 單一入出力(SISO) 시스템에 대한 自己同調制御機 設計 方法을 다룬다. 원하는 위치에 閉루프 極을 配置하는 상태공간 方法을 使用하지만, 制御法則을 入力과 出力 測定값으로 구성시키므로서 상태벡터를 推定해야 하는 必要性을 없앤다. 또한, Beger<sup>[1]</sup>가 제시한 손실함수에 基準入力を 포함시켜 使用함으로써 상태공간 極配置 制御 方法의 결점인 基準入力 追跡의 어려움을 解決한다.

### Abstract

This paper describes a method for the design of a self-tuning controller of single-input/single-output systems with system noises and observation noises. The method uses state-space techniques to assign the closed-loop system poles to desired locations, but the control law is made up of process input and output measurement values, so that state estimation is unnecessary. Also the difficulties of tracking of reference inputs in state-space pole-placing control are tackled by including the reference input in the cost function proposed by Beger.<sup>[1]</sup>

### I. 序 論

아직까지 現代産業工程 制御에 간단한 PID 制御 方法이 많이 使用되고 있다. 그러나 좀 더 복잡한 制御 알고리즘을 使用하는 것이 바람직한 경우가 점점 증가하고 있다. 이 중의 한가지가 自己同調制御(self-tuning control; STC) 方法이다.

自己同調制御 方法은 시스템 내에 雜音이 존재할 때 시스템의 出力變動을 最小化 시키기 위한 것이다. 一

般的으로 STC는 每 制御 사이클 마다 順序적으로 처리되는 두가지 重要한 단계로 構成된다. 즉, 媒介變數 推定 단계와 制御入力 計算 단계이다. 이 두 단계에 대한 알고리즘은 시스템 모델에 따라 각각 달라질 수 있다.

랜덤雜音이 存在하는 SISO 시스템의 STC 方法으로 Astrom<sup>[2]</sup>은 出力變化를 最小化하는 最適 레귤레이터를 실현시켰고, Clarke<sup>[3]</sup>등은 一般的인 손실함수의 變化를 最小化하는 準最適 方法을 제시했다. Wellstead<sup>[4]</sup>등은 이와는 전혀 다른 전달함수 모델을 利用한 極配置(pole assignment) STC를 제안했으며, TSay<sup>[5]</sup>등은 상태공간형을 利用한 極配置 STC를 실현시켰다.

상태공간형으로 表現되는 시스템은 媒介變數 推定에

---

\*正會員, 延世大學校 電子工學科  
(Dept. of Electronics Eng., Yonsei Univ.)  
接受日字: 1984年 12月 14日

는 어려움이 있지만, 시스템내에 2가지 이상의 雜音源이 존재할 경우 취급하기 쉽고, 閉루프 때와 開루프 때의 시스템 次元이 同一하게 유지되며, SISO 시스템을 MIMO 시스템으로 쉽게 확장이 가능하다는 장점이 있다.

그러나 상태공간형 極配置 방법에는 상태벡터를 推定해야 하는 번거로움이 있으며, 基準入力を 追跡하는데 어려움이 있다. Tsay<sup>15)</sup> 등은 확장된 최소제곱(extended least-square) 방법을, Warwick<sup>16)</sup> 은 정상적인 최소제곱방법을 利用하여 각각 상태벡터를 推定하였다.

STC에서 상태공간형 極配置 방법을 사용하면서도 상태벡터 推定 과정을 생략할 수 있다. 즉, 시스템의 入力와 出力의 測定값만으로 閉루프의 極을 원하는 위치로 배치시키는 방법이다. Hesketh<sup>17)</sup> 는 入力, 出力값을 상태벡터로 하여 상태공간형 極配置 自己同調制御機를 入出力값에 의해 실현시켰으며, Beger<sup>11)</sup> 는 적당한 손실함수를 利用하여 入出力값에 의한 상태공간 極配置 방법을 適應制御(adaptive control)에 사용하였다.

본 論文은 Tsay<sup>15)</sup> 등이 제시한 상태공간 極配置 自己同調制御 방법에 Beger<sup>11)</sup> 가 제안한 理論을 도입함으로써 시스템 雜音과 出力雜音이 同時에 존재하는 상태공간형 시스템의 入出力 測定값에 의한 極配置 自己同調制御機를 실현한다. 더욱이, 從來의 상태공간형 極配置 방법에는 基準入력에 대해 一定한 條件을 부여할 수 있는 적당한 손실함수가 없었기 때문에 基準入력을 追適하는데 어려움이 있었지만 본 논문은 Beger가 使用한 손실함수에 基準入력을 포함시켜 줌으로써 계단 및 램프 基準入력에 대해서도 정확히 追適制御할 수 있다.

II. 시스템 媒介變數 推定을 위한 알고리즘

시스템 雜音과 出力雜音이 포함된 一般的인 상태공간 方程式에 의해 表現되는 SISO 시스템을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\mathbf{X}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{X}(k) + \mathbf{B}\mathbf{U}(k) + \mathbf{W}(k) \quad (1a)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}^T \mathbf{X}(k) + \mathbf{V}(k) \quad (1b)$$

여기서,  $\mathbf{X}(k); n \times 1$  상태벡터

$\mathbf{y}(k)$ ; 시스템 出力

$\mathbf{A}; n \times n$  시스템 行列

$\mathbf{B}, \mathbf{C}; n \times 1$  벡터

$\mathbf{W}(k), \mathbf{V}(k)$ ; 白色시스템 雜音 및 測定雜音으로 이들의 공분산(covariance)는

$$E \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{W}(k) \\ \mathbf{V}(k) \end{bmatrix} [\mathbf{W}^T(\ell) \mathbf{V}^T(\ell)] \right\} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^T & \mathbf{R} \end{bmatrix} \delta(k-\ell)$$

상기 시스템을 원하는 위치로 極을 배치시키기 위한 상태계환량을 얻기 위해서는 상태벡터  $\mathbf{X}(k)$  를 推定해야 한다. 이 경우 最適한 상태벡터를 推定하기 위해 kaiman filter가 使用될 수 있다. 이때 Kalman 利得은 시스템 媒介變數와 시스템 및 測定雜音 분산(variance)의 함수가 된다.<sup>18)</sup> 一般的으로 STC에서는 시스템 매개변수와 雜音의 공분산을 모르기 때문에 먼저 이들이 推定되어야 한다.

시스템 媒介變數 推定은 비교적 정상 편차가 적고, 收斂速度가 빠른 확장된 最小제곱법을 使用하는 것이 좋다. 이 方法을 利用하려면, 式(1)의 表現이 ARMA 모델로 바뀌어야 한다. 이를 위해 式(1)을 Kalman filter 表現式으로 바꾸면 式(2)와 같다.

$$\hat{\mathbf{X}}(k+1) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{X}}(k) + \mathbf{B}\mathbf{U}(k) + \mathbf{K}(k) \mathbf{e}(k) \quad (2a)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}^T \hat{\mathbf{X}}(k) + \mathbf{e}(k) \quad (2b)$$

여기서,  $\hat{\mathbf{X}}(k)$  는  $\mathbf{X}(k)$  의 推定값이며,

$$\mathbf{e}(k) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{C}^T \hat{\mathbf{X}}(k) \text{ 는 이노베이션雜音으로,}$$

$$E[\mathbf{e}(k)] = 0, \quad E[\mathbf{e}^T(k)] \triangleq \mathbf{6}_e^2(k) = \mathbf{C}^T \mathbf{P}(k) \mathbf{C} + \mathbf{6}_v^2$$

또한,  $\mathbf{P}(k)$  는 推定오차 공분산으로서,

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(k) &\triangleq E[(\mathbf{X}(k) - \hat{\mathbf{X}}(k)) (\mathbf{X}(k) - \hat{\mathbf{X}}(k))^T] \\ &= \mathbf{A}[\mathbf{P}(k-1) - \mathbf{P}(k-1) \mathbf{C}\mathbf{C}^T \mathbf{P}(k-1) / \mathbf{6}_e^2(k-1)] \mathbf{A}^T \\ &\quad + [\mathbf{S}\mathbf{C}^T \mathbf{P}(k-1) \mathbf{A}^T + \mathbf{A}\mathbf{P}(k-1) \mathbf{C}\mathbf{S}^T + \mathbf{S}\mathbf{S}^T] / \mathbf{6}_e^2(k) + \mathbf{Q} \end{aligned}$$

그리고  $\mathbf{K}(k)$  는 Kalman 利得으로

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{A}\mathbf{P}(k) \mathbf{C} / \mathbf{6}_e^2(k)$$

이제 式(2)를 유사변환(similarity transformation)에 의해 可觀測 基本形(observability canonical form)으로 변환하면 式(3)과 같다.<sup>15)</sup>

$$\hat{\mathbf{X}}_0(k+1) = \mathbf{A}_0 \hat{\mathbf{X}}_0(k) + \mathbf{B}_0 \mathbf{u}(k) + \mathbf{K}_0(k) \mathbf{e}(k) \quad (3a)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_0^T \hat{\mathbf{X}}_0(k) + \mathbf{e}(k) \quad (3b)$$

여기서,

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} -a_1 & & & & \\ & -a_2 & & & \\ & & \mathbf{I} & & \\ & & & \ddots & \\ -a_n & 0 & \dots & 0 & \end{bmatrix} \quad \mathbf{I}: \text{單位行列}$$

$$\mathbf{B}_0 = [b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_n]^T$$

$$\mathbf{C}_0 = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T$$

$$\mathbf{K}_0(k) = [k_1(k) \quad k_2(k) \quad \dots \quad k_n(k)]^T$$

$Z^{-1}$ 이 한 單位 지연시간을 나타내는 연산자라면, 式(3)의 出力  $\mathbf{y}(k)$  를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_0^T (\mathbf{I} - \mathbf{A}_0 Z^{-1})^{-1} \mathbf{B}_0 Z^{-1} \mathbf{U}(k) + (\mathbf{I} + \mathbf{C}_0^T$$

$$\begin{aligned} & \times (\mathbf{I} - \mathbf{A}_0 \mathbf{Z}^{-1})^{-1} \mathbf{K}_0(k) \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{e}(k) \\ & = \frac{b(\mathbf{Z}^{-1})}{a(\mathbf{Z}^{-1})} \mathbf{U}(k) + \frac{d(\mathbf{Z}^{-1})}{a(\mathbf{Z}^{-1})} \mathbf{e}(k) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,  $a(\mathbf{Z}^{-1}) = 1 + a_1 \mathbf{Z}^{-1} + \dots + a_n \mathbf{Z}^{-n}$   
 $b(\mathbf{Z}^{-1}) = b_1 \mathbf{Z}^{-1} + b_2 \mathbf{Z}^{-2} + \dots + b_n \mathbf{Z}^{-n}$   
 $d(\mathbf{Z}^{-1}) = 1 + d_1(\mathbf{Z}^{-1}) + \dots + d_n \mathbf{Z}^{-n}$   
 $d_i = a_i + k_i(k-1), i = 1, \dots, n.$

따라서 式(4)를 다시쓰면  
 $a(\mathbf{Z}^{-1})y(k) = b(\mathbf{Z}^{-1})U(k) + d(\mathbf{Z}^{-1})e(k) \quad (5)$

式(5)는 式(3)의 可觀測 基本形을 ARMA 表現式으로 바꾼 것이 된다. 이제 媒介變數 推定을 위해 式(5)를 다시 쓰면,

$$y(k) = \theta_0^T \psi(k) + e(k)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \theta_0 &= [a_1 \dots a_n \ b_1 \dots b_n \ d_1 \dots d_n]^T \\ \psi(k) &= [-y(k-1) \dots -y(k-n) \ U(k-1) \dots U(k-n) \ e(k-1) \dots e(k-n)]^T \end{aligned}$$

이제 확장된 最小제곱법을 利用한 媒介變數 推定 절차는 다음과 같다.

$$\hat{\mathbf{Q}}(k) = \hat{\mathbf{Q}}(k-1) + \mathbf{H}(k) \varepsilon(k)$$

여기서,  $\mathbf{H}(k) = \frac{\mathbf{R}(k-1) \psi(k)}{\lambda(k) + \psi(k)^T \mathbf{R}(k-1) \psi(k)}$

$$\mathbf{R}(k) = \frac{1}{\lambda(k)} \left[ \mathbf{R}(k-1) - \frac{\mathbf{R}(k-1) \psi(k) \psi(k)^T \mathbf{R}(k-1)}{\lambda(k) + \psi(k)^T \mathbf{R}(k-1) \psi(k)} \right]$$

$$\psi(k) = \hat{d}(\mathbf{Z}^{-1})^{-1} \hat{\psi}(k)$$

$$\hat{\theta}(k) = [\hat{a}_1(k) \dots \hat{a}_n(k) \ \hat{b}_1(k) \dots \hat{b}_n(k) \ \hat{d}_1(k) \dots \hat{d}_n(k)]$$

$$\hat{\psi}(k) = [-y(k-1) \dots -y(k-n) \ U(k-1) \dots U(k-n) \ \varepsilon(k-1) \dots \varepsilon(k-n)]^T$$

$$\varepsilon(k) = y(k) - \hat{\theta}(k-1) \hat{\psi}(k)$$

$$\hat{d}(\mathbf{Z}^{-1}) = 1 + \hat{d}_1(k) \mathbf{Z}^{-1} + \dots + \hat{d}_n(k) \mathbf{Z}^{-n}$$

이때  $\lambda(k)$ 는 망각함수(forgetting function)로서,

$$\lambda(k) = \lambda_0 \lambda(k-1) + (1 - \lambda_0)$$

여기서 初期條件  $0.9 < \lambda(0) < 1$ 이며, 항상인자(updating factor)  $0 < \lambda_0 < 1$ 이다.

### III. 入出力 測定값에 의한 閉루프 極配置

入力과 出力 測定값에 의해 閉루프 極들을 원하는 위치로 配置시키기 위하여 다음과 같이 입력雜音(혹은 시스템 雜音)과 출력雜音(혹은 測定雜音)이 포함된 可制御 基本形(controllability canonical form)을 고려한다.

$$\mathbf{X}_c(k+1) = \mathbf{A}_c \mathbf{X}_c(k) + \mathbf{B}_c U(k) + \mathbf{W}(k) \quad (6a)$$

$$y(k) = \mathbf{C}_c^T \mathbf{X}_c(k) + V(k) \quad (6b)$$

여기서,  $\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} -a_1 & \dots & -a_n \\ & & 0 \\ & \mathbf{I} & \\ & & \vdots \\ & & & 0 \end{bmatrix}$   $\mathbf{I}$ : 單位行列

$$\mathbf{B}_c = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T$$

$$\mathbf{C}_c = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_n]^T$$

式(6)을 式(3)의 Kalman 利得  $\mathbf{K}_0(k)$ 를 利用하여 Kalman filter 表現式으로 쓰면,

$$\hat{\mathbf{X}}_c(k+1) = \mathbf{A}_c \hat{\mathbf{X}}_c(k) + \mathbf{B}_c U(k) + \mathbf{K}_0(k) e(k) \quad (7a)$$

$$y(k) = \mathbf{C}_c^T \hat{\mathbf{X}}_c(k) + e(k) \quad (7b)$$

式(7)을 ARMA 모델로 表現하면,

$$a(z^{-1})y(k) = b(z^{-1})u(k) + c(z^{-1})e(k) \quad (8)$$

여기서,  $a(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}$

$$b(z^{-1}) = b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}$$

$$c(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_n z^{-n}$$

$$c_i = k_i(k-1), i = 1, \dots, n$$

이제 入出力 測定값에 의해 閉루프 極을 원하는 위치로 변경시킬 뿐만아니라, 基準入力を 정확히 追跡할 수 있도록 Beger<sup>11)</sup>가 제시한 손실함수를 다음과 같이 변경하여 使用한다.

$$J = \mathbf{T}^2(k+1) + g u^2(k) \quad (9)$$

여기서,  $\mathbf{T}^2(k+1) = f_1(y(k+1) - \gamma(k)) + f_2(y(k+2) - \gamma(k)) + \dots + f_n(y(k+n) - \gamma(k))$  (10)

이때,  $\gamma(k)$ 는 基準入力이다.

이제  $u(k+i) = 0, e(k+i) = 0, i > 0$  이라면 式(10)은 式(7)의 상태벡터를 利用하여 다음과 같이 간결하게 나타낼 수 있다.

$$J(k+1) = \mathbf{F}^T \mathbf{R} \mathbf{X}_c(k+1) - \mathbf{F}^T \mathbf{L} \gamma(k) \quad (11)$$

여기서,  $\mathbf{F}^T = [f_1 \ f_2 \ \dots \ f_n]$

$$\mathbf{R}^T = [\mathbf{C}_c^T \mathbf{A}_c^T \mathbf{C}_c^T \ \dots \ (\mathbf{A}_c^{n-1})^T \mathbf{C}_c^T]$$

$$\mathbf{L} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]$$

따라서 式(9)는

$$J = [\mathbf{F}^T \mathbf{R} \mathbf{X}_c(k+1) - \mathbf{F}^T \mathbf{L} \gamma(k)]^2 + g u^2(k) \quad (12)$$

그러므로 J를 最小로 하는 制御入力  $u(k)$ 를 구하면,

$$\begin{aligned} U(k) &= \frac{\mathbf{B}_c^T \mathbf{R}^T \mathbf{F} \mathbf{F}^T \mathbf{L}}{(\mathbf{B}_c^T \mathbf{R}^T \mathbf{F})^2 + g} \gamma(k) - \frac{\mathbf{B}_c^T \mathbf{R}^T \mathbf{F} \mathbf{F}^T \mathbf{R} \mathbf{A}_c}{(\mathbf{B}_c^T \mathbf{R}^T \mathbf{F})^2 + g} \mathbf{X}_c(k) \\ &= \mathbf{M}^T \gamma(k) - \mathbf{K}^T \mathbf{X}_c(k) \end{aligned} \quad (13)$$

여기서  $\mathbf{M}^T$ 와  $\mathbf{K}^T$ 는 式(13)에서 주어지며,  $\mathbf{M}^T$ 는 基準入力  $\gamma(k)$ 를 정확히 추적하기 위한 荷重이며,  $\mathbf{K}^T$ 는 閉루프 極들을 원하는 위치로 配置시키기 위한 상태게환량이다. 式(13)으로 부터 알 수 있듯이 모두  $\mathbf{F}$ 와  $g$ 값에 의해 決定됨을 알 수 있다.

이제 원하는 閉루프 極이 주어졌을 경우  $F$ 와  $g$ 를 구해보자.

式(13)의 두번째 項으로 부터

$$A_c^T R^T F F^T R B_c = K (B_c^T R^T F F^T R B_c + g)$$

정리하면,  $(A_c^T - K B_c^T) R^T F F^T R B_c = g K$  (14)

이때  $(A_c^T - K B_c^T)$ 는 閉루프 極의 위치를 說明하는 閉루프 시스템 行列로 미리 주어지는 값이다. 式(14)를 만족하는  $F$ 와  $g$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F = [(A_c - B_c K^T) R^T]^{-1} K$$

$$g = F^T R B_c$$

여기서  $F$ 가 존재하기 위해서는  $R$ 과  $(A_c - B_c K^T)$ 가 正則이어야 한다. 시스템이 可觀測하고 閉루프 極이 모두 0이 아니면  $R$ 과  $(A_c - B_c K^T)$ 는 正則이 된다. 閉루프 極들이 모두 0일 때는 데드비트 制御(dead beat control)라 하며, 이때  $F$ 와  $g$ 값은 다음과 같이 구한다.

式(14)에서  $g=0$ 으로 놓으면

$$(A_c - B_c K^T) R^T F = 0$$

이때,  $R^T = \begin{bmatrix} R_1^T & R_2^T \\ R_i^T & R_i^T \end{bmatrix}$ ,  $F = \begin{bmatrix} P \\ I \end{bmatrix}$  이라 놓으면

$$P = -[R_1^T]^{-1} R_2^T$$

이제 式(13)으로 주어지는 制御入력을 入力과 出力 測定값으로 구성시키기 위해 式(8)로 부터  $j$ 單位時間 後의 出力값  $y(k+j)$ 를 구하면,

$$y(k+j) = -a_1(j+1)y(k-1) \dots - a_n(j+1)y(k-n) + b_1(j+1)U(k-1) + \dots + b_n(j+1)u(k-n) + c_0(j+1)e(k) + c_1(j+1)e(k-1) + \dots + c_n(j+1)e(k-n) \dots \dots \dots (15)$$

여기서,  $a_i(j) = -\sum_{k=1}^{j-1} a_k a_i(j-k) + a_{i+j-1}$

$$b_i(j) = -\sum_{k=1}^{j-1} a_k b_i(j-k) + b_{i+j-1}$$

$$c_i(j) = -\sum_{k=1}^{j-1} a_k c_i(j-k) + c_{i+j-1}$$

단,  $a_{i+j-1} = b_{i+j-1} = c_{i+j-1} = 0$ ,  $i+j-1 > n$ 일 때 따라서,

$$F(k) = W_1 Y(k-1) + \dots + W_n Y(k-n) + V_1 U(k-1) + V_n U(k-n) + s_0 e(k) + \dots + s_n e(k-n) - F^T L Y(k-1) \quad (16)$$

여기서,  $W_i = \sum_{k=1}^n f_k a_i(k)$

$$V_i = \sum_{k=1}^n f_k b_i(k)$$

$$S_i = \sum_{k=1}^n f_k c_i(k)$$

그러므로 式(16)을 式(9)에 代入하여 손실 함수(J)를 最

小로 하는 制御入力  $u(k-1)$ 을 구하면,

$$u(k-1) = F^T L Y(k-1) - Q^T a \left( \frac{V_1}{V_2^2 + g} \right) \quad (17)$$

이때,  $Q^T = [y(k-1) \dots y(k-n) u(k-2) \dots u(k-n) e(k) \dots e(k-n)]$

$$a^T = [w_1 \dots w_n \quad v_2 \dots v_n \quad s_0 \dots s_n]$$

시스템이 可制御, 可觀測이면 入力測定값과 出力測定값만으로 구성된 式(17)의 制御入력에 의해 閉루프 極들을 임의의 위치로 이동시킬 수 있으며, 또한, 基準入력을 정확히 追跡할 수 있다. 이때  $Q$ 에 포함된 雜音項은 入出力값 測定時 고려해야 할 이노베이션 雜音이다.

#### IV. 컴퓨터 시뮬레이션

지금까지 유도된 制御 알고리즘의 유효성을 증명하기 위해 그림 1과 같은 방법으로 例에서 제시한 2가지 시스템에 대해 컴퓨터 시뮬레이션을 한다. 이때 推定 媒介變數 초기값은 시스템 媒介變數값의 1/2로, 推定利得 行列의 초기치는  $R(0) = \text{Diag}[50]$ 으로 각각 선택한다.

例1)  $A_0 = \begin{bmatrix} 1.8 & 1.0 \\ -0.8 & 0.0 \end{bmatrix}$ ,  $B_0 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ -0.4 \end{bmatrix}$ ,  $C_0 = [1.0 \quad 0.0]$

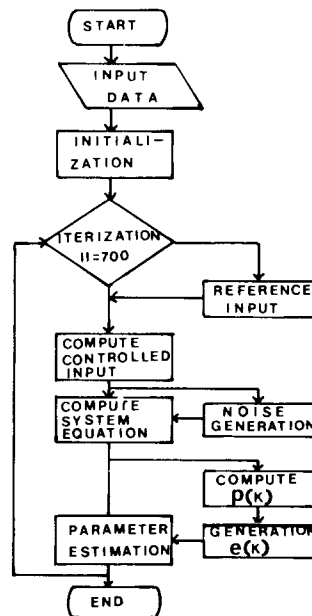


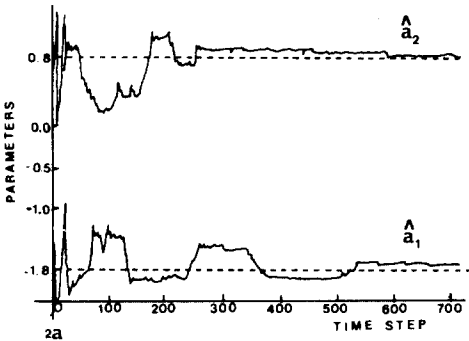
그림 1. 알고리즘의 상태 흐름도  
Fig. 1. A flow chart of the algorithm.

$$E \left\{ \begin{bmatrix} W(k) \\ V(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^T(l) & V^T(l) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.0 \\ 0.0 & 0.25 \end{bmatrix} \delta(k-l)$$

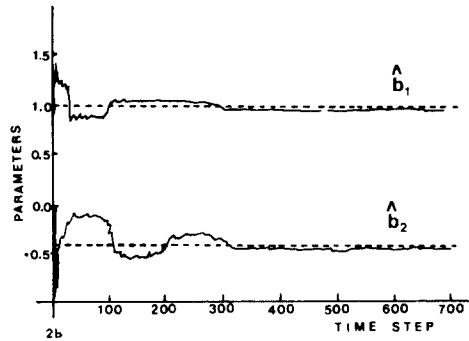
상기 시스템은 安定하고 最小위상을 갖는 시스템으로 데드빌 自己同調制御를 실현한다. 제안된 알고리즘에 의해 컴퓨터 처리된 推定 媒介變數와 自己同調 出力을 그림 2에 나타낸다. k=700에서 推定된 媒介變數값은 基準入力이 계단파인 경우 그림2a~2c에서

$$\hat{\Theta}(700) = \begin{bmatrix} -1.7621 & 0.8156 & 0.9821 & -0.5178 \\ -0.4975 & 0.1512 \end{bmatrix}$$

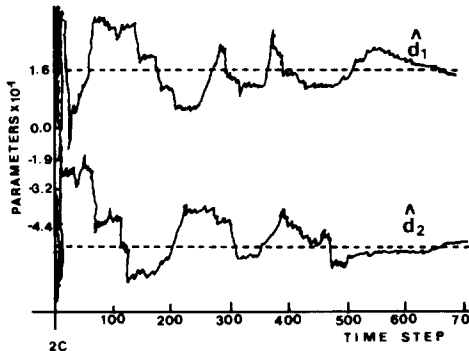
또한, 基準入力이 램프인 경우 k=700에서 媒介變數 推定값은



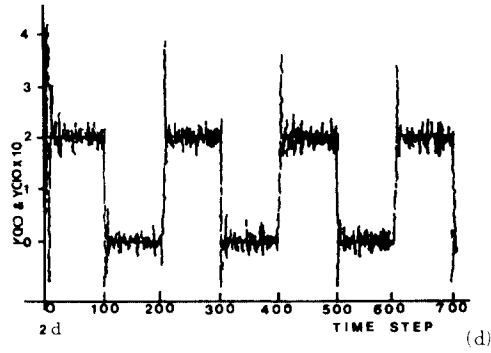
(a)



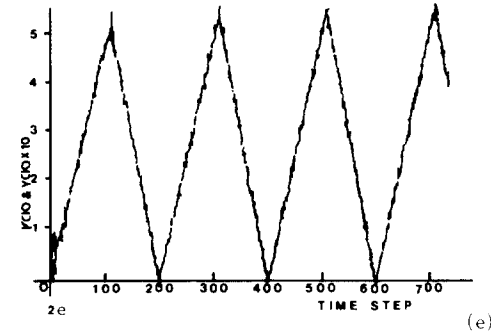
(b)



(c)



(d)



(e)

그림 2. 例 1의 시뮬레이션 결과  
a. b. c. 추정된 매개변수 ( $\hat{a}_1, \hat{b}_1, \hat{d}_1$ )  
d. 계단 기준입력  $r(k)$ 에 대한 출력  $y(k)$   
e. 램프 기준입력  $r(k)$ 에 대한 출력  $y(k)$

Fig. 2. Simulation results of example 2.  
a. b. c. Identified parameters ( $\hat{a}_1, \hat{b}_1, \hat{d}_1$ ).  
d. System output  $y(k)$  to step reference input  $r(k)$ .  
e. system output  $y(k)$  to ramp reference input  $r(k)$ .

$$\hat{\Theta}(700) = \begin{bmatrix} -1.7532 & 0.8117 & 0.9876 & -0.3917 \\ -0.5521 & 0.1453 \end{bmatrix}$$

이 推定값들은 시스템 방정식으로 부터 주어진 정확한 媒介變數값과 비교할 때 만족할 만한 結果이며, 또한 基準入力  $r(k)$ 와 閉루프 出力  $y(k)$ 를 비교하면 그림 2d와 2e에서 보이는 바와같이 정확히 追跡制御됨을 알 수 있다.

例2)  $A_0 = \begin{bmatrix} 1.0 & 1.0 \\ -2.0 & 0.0 \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ -2.0 \end{bmatrix},$   
 $C_0 = [1.0 \ 0.0]$   
 $E \left\{ \begin{bmatrix} W(k) \\ V(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^T(l) & V^T(l) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 0.16 & 0.0 \\ 0.0 & 0.04 \end{bmatrix} \delta(k-l)$

상기 시스템은 不安定하고 비최소위상을 갖는 시스템으로 閉루프 極을 (0.5 0.6)으로 위치시키는 極配

置 自己同調制御를 실현한다. 제안된 알고리즘에 의해 컴퓨터 처리된 推定 媒介變數와 自己同調 出力을 그림 3에 나타낸다.  $k=700$ 에서 推定된 媒介變數값은 基準 入力이 계단파인 경우 그림3a~3c에서 보는 바와같이  $\hat{\theta}(700) = (-0.9862 \quad 1.9801 \quad 1.1071 \quad -2.1281 \quad -0.2274 \quad 0.1772)$

또한, 基準 入力이 램프인 경우  $k=700$ 에서 媒介變數 推定값은

$$\hat{\theta}(700) = [-0.9817 \quad 1.9642 \quad 0.9780 \quad -1.9687 \quad -0.2412 \quad 0.2017]$$

이 推定값들은 시스템 방정식으로 부터 주어진 정확한 媒介變數값과 비교할 때 만족할 만한 結果이며, 또한 基準 入力  $r(k)$ 와 閉루프 出力  $y(k)$ 를 비교하면 그림3d와 3e에서 같이 정확히 追跡制御됨을 알 수 있다.

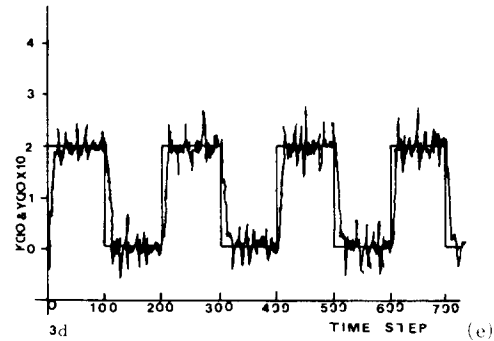
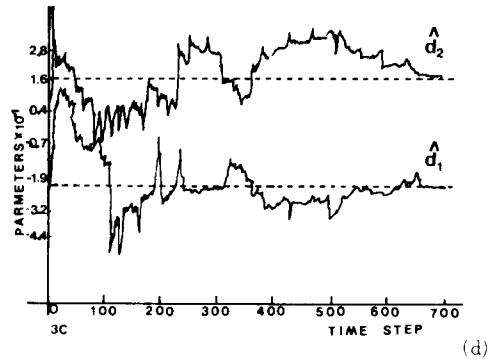
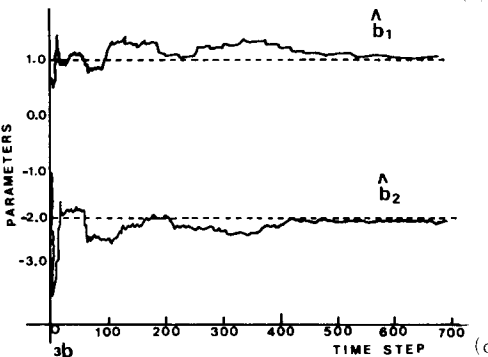
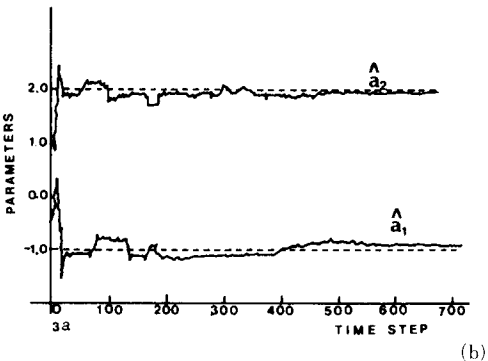
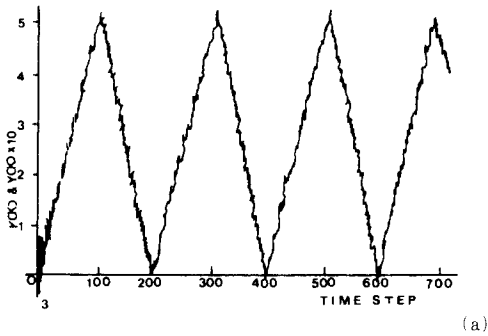


그림 3. 例 2의 시뮬레이션 결과  
a. b. c. 추정된 매개변수 ( $\hat{a}_1, \hat{b}_1, \hat{d}_1$ )  
d. 계단 기준입력  $r(k)$ 에 대한 출력  $y(k)$   
e. 램프기준입력  $r(k)$ 에 대한 출력  $y(k)$

Fig. 3. Simulation results of example 2.  
a. b. c. Identified parameters ( $\hat{a}_1, \hat{b}_1, \hat{d}_1$ ).  
d. system output  $y(k)$  to step reference input  $r(k)$ .  
e. system output  $y(k)$  to ramp reference input  $r(k)$ .

이상에서와 같이 본 制御機 알고리즘은 입력잡음(시스템 잡음)과 출력잡음(측정잡음)이 同時에 存在하는 상태공간형 시스템에서 계단형 및 램프基準 入力에 대해서도 안정하게 制御할 수 있음을 알 수 있다.

V. 結 論

본 論文에서는 시스템의 入出力 測定값에 의한 상태공간 極配置 自己同調制御機를 실현했다. 이 알고리즘은 시스템 雜音과 測定雜音이 同時에 存在하는 SISO 스토캐스틱 다이내믹 시스템을 制御하는데 사용될 수 있다. 이 알고리즘의 長点으로는

- i) 閉루프와 開루프 시스템 次元이 同一하게 유지되므로 계산이 편리하다.
- ii) 상태공간형이면서도 상태벡터 推定이 필요없다.

iii) 계단형 뿐만아니라 램프형 기준입력에 대해서도 정확히 追跡할 수 있다.

iv) 閉루프의 極들을 원하는 위치로 배치시킴으로서 과도응답 특성을 制御할 수 있다.

앞으로 MIMO 시스템에로의 확장뿐만 아니라 좀더 처리시간이 빠른 制御機 알고리즘 개발이 요구된다.

參 考 文 獻

[1] C.S. Beger, : *New Pole-Placement Design Method for Adaptive Controller*. Proc IEE 129 pp. 13-14 1982.  
 [2] Astrom, K.J., and Wittenmark, B.: *On Self-Tuning Regulators*. Automatica, pp. 185-199, Sept. 1973.  
 [3] Clarke, D.W., and Gawthrop, P.J.: *Self-*

*Tuning Controller*, Proc. IEE 122, pp. 929-934, Sept. 1975.  
 [4] Wellstead, P.E., and Zanker, P.: *Pole Assignment Self-Tuning Regulator*, Proc. IEE 126 pp. 781-787, 1979.  
 [5] Yih. T. Tsay, and Leang S. Shieh.: *State-Space Approach for Self-Tuning Feedback Control with Pole Assignment*. Proc. IEE 128, pp. 93-101, 1981.  
 [6] Warwick. K.: *Self-Tuning Regulator -- a State Space Approach*. Int. J. Control 33, pp. 839-858, 1981.  
 [7] T. Hesketh.: "State-space pole-placing self-tuning regulator using input-output values." *Proc. IEE* 129. no. 4. pp. 123-128, July 1982.  
 [8] Brain D.O Anderson and John B. Moore: *Optimal Filtering*, Prentice-Hall, 1979.