

電流形 DC-DC 컨버터의 安定性에 관하여

(On the Stability of the Push-Pull Current-Fed DC-DC Converter)

金 熙 峻*, 原田 耕介*

(Hee Jun Kim and Koosuke Harada)

要 約

DC-DC컨버터의 한가지 回路方式으로서 檢討되고 있는 電流形 DC-DC컨버터는 지금까지의 研究에 의하여 從來의 回路方式에 比하여 安定性이 가장 우수한 回路方式이란 點이 명백해졌다. 本稿에서는 스위칭 周波數의 高周波化에 의해 平滑콘덴서의 容量을 축소시킬 수 있다는 點을 前提로하여, 帰還回路에 位相지연 요소가 존재하고 平滑콘덴서의 等價直列抵抗을 고려한 경우, 安定성과 平滑콘덴서의 容量과의 關係를 解析에 의해 명백히 하였다. 그 結果 電流形 DC-DC컨버터는 平滑콘덴서의 容量을 축소한 경우에도 通常의 降壓形컨버터에 比하여 높은 安定성을 갖는 반면, 出力電壓의 리플이 出力電流의 增加에 따라서 增加하여 이것에 의하여 實用上의 限界가 존재한다는 點이 명백해졌다.

Abstract

From the foregoing papers, it has been clarified that the push-pull current-fed DC-DC converter is excellent in stability as compared with the other conventional DC-DC converters.

The relation between the stability of the converter and the capacitance of smoothing condenser is analyzed, considering the ESR of smoothing condenser and the 1st order phase lag of the feedback circuit.

From the results, it is known that when the capacitance of smoothing condenser is reduced, the stability of the converter is also excellent as compared with the conventional buck type converter, whereas there are limitations for practical use, since the ripple of output voltage increases by increasing of output current.

I. 序 論

最近 DC-DC컨버터의 回路方式으로서 電流形DC-DC컨버터가 檢討되고 있다.⁽¹⁻³⁾ 筆者들은 이 回路方式의 基本特性 및 安定性等을 解析하여 종래의 回路

方式에 比하여 電流形DC-DC 컨버터는 가장 安定性이 우수한 回路方式이란 點을 명백히 하였다.⁽¹⁾ 그러나 이 回路方式에 있어서 小形化를 위해, 스위칭 周波數를 높여서 平滑 콘덴서를 어느 정도까지 축소시킬 수 있을가에 대한 點은 實用上 重要한 문제이다. 本稿에서는 스위칭 周波數의 高周波化에 의하여 平滑콘덴서의 容量을 축소시킬 수 있다는 點을 전제로 하여, 帰還回路에 位相지연 要素가 존재하고 平滑 콘덴서의 等價直列抵抗(ESR)을 고려한 경우, 安定성과 平滑콘덴서의 容量과의 關係를 解析에 의해 명백히 하고,

*正會員, 九州大學 工學部 電子工學科
(Faculty of Engineering, Kyushu Univ. Fukuoka-city, 812, Japan.)

接受日字: 1984年 12月 13日

出力電壓의 리플值와의 關係에 있어서 通常의 降壓形의 回路方式에 比較하여 電流 DC-DC converter의 優劣을 論議한다.

II. 基本回路 및 가정

그림 1에 電流形 DC-DC converter의 基本回路를 示하였다. 병렬 인버터의 電源側에 2卷線 리액터 X가 삽입되어 있다. 스위치 Q₁ 또는 Q₂가 ON일때 변압기 T를 通하여 電力이 負荷에 전달된다. 이때 리액터 X에는 卷線 N_{x1}을 通하여 電力이 蓄積된다. 다음 Q₁ 및 Q₂가 OFF일때 리액터 X에 蓄積되었던 電力은 入力側에 回生된다. 스위치 Q₁ 또는 Q₂의 狀態로부터 그림 1의 回路의 狀態

狀態 I (DT_s): 스위치 Q₁ 또는 Q₂가 ON일때의 期間
 狀態 II: 스위치 Q₁ 및 Q₂가 OFF일때의 期間
 과 같이 定義했을 때,
 各 狀態에 對한 等價回路를 그림 2에 나타낸다.

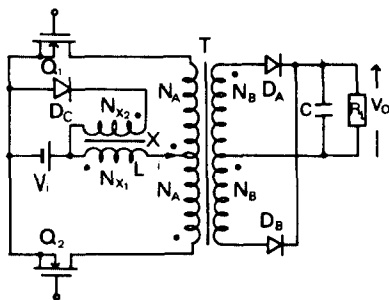
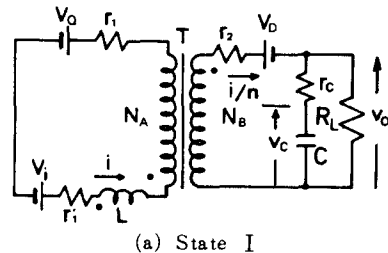


그림 1. 電流形 DC-DC converter의 基本回路
 Fig 1. Basic circuit of push-pull current-fed DC-DC converter.

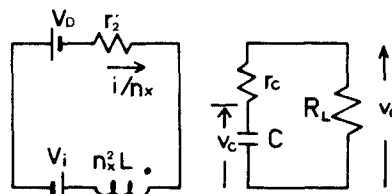
여기서,

- r₁: 변압기 T의 1次側捲線이 ON 狀態일때의 MOSFET를 포함한 内部抵抗
- r₂: 변압기 T의 2次側捲線이 ON 狀態일때의 다이오드를 포함한 内部抵抗
- r_i: 리액터 X의 1次側捲線, 電源을 포함한 内部抵抗
- r_s: 리액터 X의 2次側捲線과 電源이 ON 狀態일때의 다이오드를 포함한 内部抵抗
- r_c: 平滑 콘덴서의 等價直列抵抗 (ESR)
- V₀: 다이오드의 順方向 電壓降下
- V_q: MOSFET의 順方向 電壓降下
- i: 리액터를 흐르는 電流
- v_c: 平滑 콘덴서의 兩端間 電壓
- N_A: 변압기 T의 1次側捲數
- N_B: 변압기 T의 2次側捲數

- N_{x1}: 리액터 X의 1次側捲數
- N_{x2}: 리액터 X의 2次側捲數
- D: MOSFET의 스위치 Q₁ 및 Q₂의 ON時間의 時比率, D' = 1 - D
- T_s: 스위칭 周期, f_s = 1 / T_s



(a) State I



(b) State II

그림 2. 電流形 DC-DC converter의 等價回路
 Fig 2. Equivalent circuits of push-pull current-fed DC-DC converter.

그림 2의 等價回路로부터 다음의 狀態 方程式을 얻는다.

狀態 I에 대하여

$$\frac{dx}{dt} = A_1 x + b_1 V \tag{1}$$

狀態 II에 대하여

$$\frac{dx}{dt} = A_2 x + b_2 V \tag{2}$$

狀態 平均化法⁽⁴⁾에 의하여 式(1), (2)는 다음과 같이 하나의 狀態方程式으로 近似된다.

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = A\hat{x} + bV \tag{3}$$

여기서,

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{r_1}{L} & -\frac{R_L}{nLR} \\ \frac{R_L}{nCR} & -\frac{1}{CR} \end{bmatrix}, \quad b_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{1}{nL} & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{r_2}{n_x^2 L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{CR} \end{bmatrix}, \quad b_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{n_x L} & -\frac{1}{n_x L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$A = DA_1 + D'A_2, \quad b = Db_1 + D'b_2 \quad (6)$$

$$\begin{cases} x = [i, v_c]^T, \quad \hat{x} = [\hat{i}, \hat{v}_c]^T \\ V = [V_1, V_D, V_Q]^T \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} n = N_B/N_A, \quad n_x = N_{x2}/N_{x1}, \quad r_d = r_1 + r_2/n^2 + \\ \quad r_1' + r_c R_L/n^2 R \\ r_f = r_2', \quad R = r_c + R_L \end{cases} \quad (8)$$

한편, 出力電壓에 關하여는

$$\hat{v}_0 = \hat{v}_c + r_c C \frac{d\hat{v}_c}{dt} \quad (9)$$

가 된다.

Ⅲ. 平滑 콘덴서의 容量에 따른 共振特性的 변화

그림 1의 回路에 있어서 入力電壓, 時比率 및 負荷 抵抗에 微小變動이 생긴 경우 式(1), (2), (3)에 대하여 그 微小變動分에 있어서 高次의 項을 無視하여 線形近似化를 行하면 컨버터의 傳達함수로서 다음과 같은 式을 얻는다.⁽³⁾

$$\frac{\Delta \hat{x}(s)}{\Delta D(s)} \cong (S I - A)^{-1} [(A_1 - A_2) \cdot \hat{x} + (b_1 - b_2) V] \quad (10)$$

$$\frac{\Delta \hat{x}(s)}{\Delta V_1(s)} \cong (S I - A)^{-1} b \frac{\partial V}{\partial V_1} \quad (11)$$

$$\frac{\Delta \hat{x}(s)}{\Delta R_L(s)} \cong (S I - A)^{-1} \left(\frac{\partial A}{\partial R_L} \right) \hat{x} \quad (12)$$

특히 式(10)~(12)로부터 平滑 콘덴서의 電壓變動에 關한 이 컨버터의 各 傳達함수를 求하면,

$$G_c(s) = \frac{\Delta V_c(s)}{\Delta D(s)} = G_{c0} \frac{1 + s/\omega_z}{P(s)} \quad (13)$$

$$G_r(s) = \frac{\Delta V_c(s)}{\Delta V_1(s)} = G_{r0} \frac{1}{P(s)} \quad (14)$$

$$G_r(s) = \frac{\Delta V_c(s)}{\Delta R_L(s)} = G_{r0} \frac{1 + s/\omega_r}{P(s)} \quad (15)$$

가 된다.

여기서

$$\begin{cases} P(s) = 1 + \frac{2\delta}{\omega_0} s + \frac{1}{\omega_0^2} s^2, \quad 2\delta = \frac{L + r^* CR}{\sqrt{LCR^2}} \\ \omega_0 = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{R'}{LC}}, \quad G_{c0} = \frac{RR_E V_0}{DR'}, \quad \omega_z = \frac{R_E}{L} \\ G_{r0} = \frac{D(D-D')R_L R}{R'}, \quad G_{r0} = \frac{(r^* R^2 - r_c D^2 R_L^2)}{RR'R_L} V_0 \\ \omega_r = \frac{(r^* R^2 - r_c D^2 R_L^2)}{LR^2}, \quad R' = r^* R + D^2 R_L^2 \\ R_E = r_f + D^2 R_L \left(\frac{2V_1 - V_Q}{V_0} - \frac{R_L}{R} \right), \quad r^* = DR_d + D'r_f \\ n = n_x = 1 \end{cases} \quad (16)$$

한편, 式(9)에 $\hat{v}_0 \rightarrow V_0 + \Delta V_0$, $\hat{v}_c \rightarrow V_c + \Delta V_c$ 의 微小變動을 考慮하여 線形近似化를 行하면 다음式을 얻는다.

$$\Delta V_0(s) \cong (1 + r_c Cs) \Delta V_c(s) \quad (17)$$

이 컨버터에 出力電壓을 一定하게 하계끔 帰還을 걸고, 그 귀환루프는 利得K의 理想增幅器로 構成된다

고 하면

$$\Delta D(s) = -K \Delta V_0(s) \quad (18)$$

가 되고, 式(13)~(17)로부터 레귤레이타 全體系에 대한 전달함수는 다음과 같이 된다.

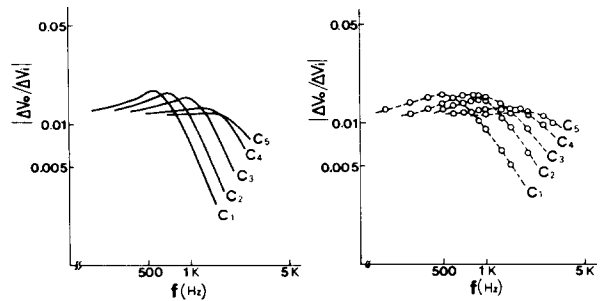
$$\frac{\Delta V_0(s)}{\Delta V_1(s)} = \frac{G_r(s)(1 + r_c Cs)}{1 + KG_c(s)(1 + r_c Cs)} \quad (19)$$

$$\frac{\Delta V_0(s)}{\Delta R_L(s)} = \frac{G_r(s)(1 + r_c Cs)}{1 + KG_c(s)(1 + r_c Cs)} \quad (20)$$

그림 3, 그림 4는 電流形 컨버터 및 降壓形 컨버터에 對하여, 平滑 콘덴서의 容量을 파라메트로 하고 주파수를 독립변수로 한 경우의 전달함수 式(19)의 計算 및 實驗結果를 나타내고 있다. 여기서 本稿의 實驗에 使用한 平滑 콘덴서의 容量値와 等價直列抵抗의 값을 표 1에 나타낸다.

표 1. 平滑 콘덴서의 容量 및 ESR

C	容量 (μf)	ESR (Ω)
C ₁	1470	0.02
C ₂	940	0.02
C ₃	503	0.025
C ₄	200	0.018
C ₅	130	0.018



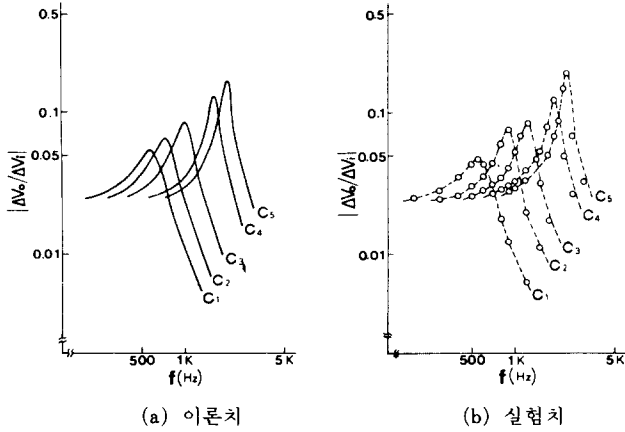
(a) 이론치

(b) 실험치

$V_0 = 5V, R_L = 10\Omega, r_1 = r_2 = 0.6\Omega, r_1' = r_2' = 0.5\Omega, V_1 = 10V$
 $V_0 = 0.4V, V_Q = 0.2V, L = 1.42mH, K = 1.54$

그림 3. ΔV_1 에 대한 ΔV_0 의 주파수 특성
 Fig. 3. Frequency response of ΔV_0 vs. ΔV_1 .

그림 3, 그림 4의 결과로부터 어떤 周波數에 對하여 共振現象이 나타나고, 平滑 콘덴서의 容量의 감소에 의하여 共振周波數는 높아지고 피크値는 電流形의 경우 점점 작아지고, 降壓形의 경우는 점점 커지는 것을 알 수 있다.



$V_0 = 5V, R_L = 10\Omega, r_1 = r_2 = 0.6\Omega, r'_1 = r'_2 = 0.5\Omega,$
 $V_1 = 10V, V_0 = 0.4V, V_0 = 0.2V, L = 1.42mH, K = 1.54$

그림 4. ΔV_0 에 대한 ΔV_i 의 주파수 특성
 Fig. 4. Frequency response of ΔV_0 vs. ΔV_i .

IV. 安定性 및 出力電壓 리플値의 檢討

전달함수의 식(19), (20)의 特性 방정식은

$$H(s) = 1 + KG_c(s) (1 + r_c C_s) = 0 \quad (21)$$

가 된다. 그러나 실제의 帰還制御系中에서 誤差增幅器로 사용되는 演算增幅器는 位相지연 要素를 갖고 있으며, 그것을 그림 5와 같이 가정하면 식(21)의 K는,

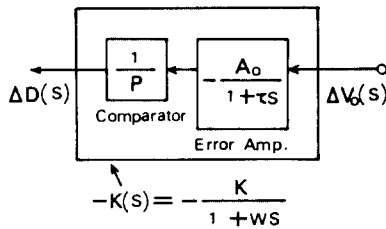


그림 5. 帰還回路의 블록선도
 Fig. 5. Block diagram of feedback circuit.

$$K(s) = \frac{K}{1+Ws} \quad (22)$$

로 치환할 수 있다. 따라서 식(21)의 K에 식(22)를 대입하여 정리하면 特性方程式은 다음과 같이 된다.

$$H'(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} a_3 &= W/\omega_0^2, a_2 = 1/\omega_0^2 + 2\delta W/\omega_0 + KG_{c0} r_c C/\omega_z \\ a_1 &= 2\delta/\omega_0 + W + KG_{c0}/\omega_z + KG_{c0} r_c C \\ a_0 &= 1 + KG_{c0} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

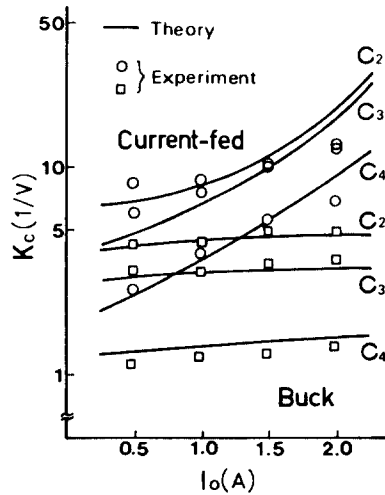
但, $W = PK/2\pi GB, 1/P$: 比較레이터의 利得
 GB = 誤差增幅器의 利得帶域幅積

安定性의 評價를 위하여, 式(23)에 Routh-Hurwitz의 判別法을 적용하여 求한 安定限界의 K를 K_c 라고 하면 다음과 같은 式을 얻을 수 있다.

$$b_2 K_c^2 + b_1 K_c + b_0 = 0 \quad (25)$$

여기서,

$$\left. \begin{aligned} b_2 &= a\beta - G_{c0} \gamma/\omega_0^2, b_1 = (\beta + 2\delta a - \gamma)/\omega_0^2 \\ b_0 &= 2\delta/\omega_0 + a = 2\delta\gamma/\omega_0 + G_{c0} r_c C/\omega_z \\ \beta &= \gamma + G_{c0}/\omega_z + G_{c0} r_c C, \gamma = P/2\pi GB \end{aligned} \right\} \quad (26)$$



$V_0 = 5V, r_1 = r_2 = 0.07\Omega, r'_1 = r'_2 = 0.1\Omega,$
 $V_1 = 10V, V_0 = 0.3V, V_0 = 0.1V$
 $GB = 2 \times 10^4 Hz, P = 3, L = 0.1mH$

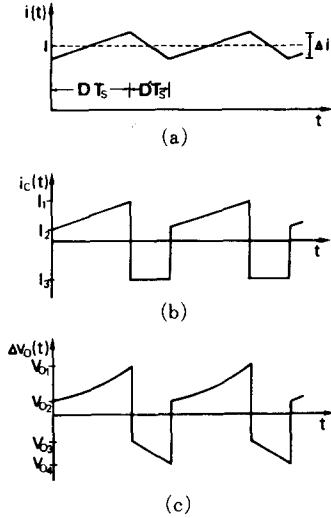
그림 6. 安定限界
 Fig. 6. Boundary of stability.

따라서 式(25)로부터 K_c 를 求할 수 있다. 그림 6에 平滑 콘덴서의 容量 $C = C_2, C_3, C_4$ 의 各各에 대하여 K_c 의 計算 및 實驗結果를 降壓形의 結果와 比較하여 나타내고 있다. 各 曲線에 대하여 위가 安定영역, 아래가 不安定 영역을 나타낸다.

이것으로 부터 電流形 DC-DC 콘버터는 平滑 콘덴서의 容量을 축소한 경우에도 降壓形에 比하여 높은 安定性을 갖고 있음을 알 수 있다.

그림 7에 理想化한 各部의 波形을 나타내고 있다. 여기서 (a)는 리액터電流 $i(t)$, (b)는 平滑 콘덴서를 흐르는 電流 $i_c(t)$, (c)는 出力 리플電壓 $\Delta v_0(t)$ 의 파형을 나타내고 있다. 그림 7 (a)로부터 리액터 電流의 리플値의 近似値를 다음과 같이 구할 수 있다.¹⁵⁾

$$\Delta i = i(DTs) - i(Ts) \approx -\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=Dts} \cdot D'Ts \quad (27)$$



$$I = I_o / D, \quad I_1 = I - I_o + \Delta i / 2, \quad I_2 = I - I_o - \Delta i / 2$$

$$V_{01} = r_c I_1 + D' T_s V_o / 2 C R_L, \quad V_{02} = r_c I_2 - D' T_s V_o / 2 C R_L$$

$$V_{03} = -r_c I_o + D' T_s V_o / 2 C R_L, \quad V_{04} = -r_c I_o - D' T_s V_o / 2 C R_L$$

그림 7. 各部의 파형
Fig. 7. Characteristic waveforms in the converter.

따라서 式(5)를 式(27)에 代입하여 整理하면 리액터 電流의 리플値는

$$\Delta i \approx D' T_s (r_f I + V_i + V_o) / L \quad (28)$$

가 된다.

但, $n = n_x = 1$

그림 7 (b)로부터 各 期間에 對한 平滑 콘덴서 電流 $i_c(t)$ 는 다음과 같이 된다.

$$0 < t \leq D T_s$$

$$i_c(t) \approx \frac{\Delta i}{D T_s} t + \left(I + I_o - \frac{\Delta i}{2} \right) \quad (29)$$

$$D T_s < t \leq T_s$$

$$i_c(t) \approx -V_o / R_L \quad (30)$$

出力 리플電壓 $\Delta v_o(t)$ 는 平滑 콘덴서의 等價直列抵抗에서의 電壓 강하와 平滑 콘덴서의 電壓의 合으로 나타낼 수 있다.

$$\Delta v_o(t) = \Delta v_{rc}(t) + \Delta v_c(t) = r_c i_c(t) + \frac{1}{C} \int i_c(t) dt \quad (31)$$

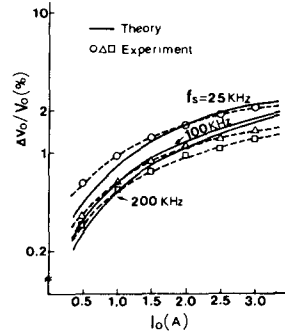
式(29), (30)을 式(31)에 代입하여 整理하면 各 期間에 對한 出力 리플電壓은 다음과 같다.

$$0 < t \leq D T_s$$

$$\Delta v_o(t) = \frac{\Delta i}{D T_s} t \left(r_c + \frac{t}{2C} \right) + \left(r_c + \frac{t}{C} \right) \left(I - I_o - \frac{\Delta i}{2} \right) - \frac{D' T_s V_o}{2 C R_L} \quad (32)$$

$$D T_s < t \leq T_s$$

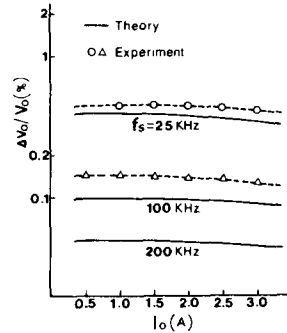
$$\Delta v_o(t) = -\frac{V_o}{R_L} \left[r_c + \frac{(t - D T_s)}{C} \right] + \frac{D' T_s V_o}{2 C R_L} \quad (33)$$



$$V_o = 5V, \quad r_1 = r_2 = 0.07\Omega, \quad r_i = r_j = 0.1\Omega, \quad V_i = 10V$$

$$V_o = 0.3V, \quad V_o = 0.1V, \quad L = 0.1mH, \quad C = C_s$$

그림 8. 出力 電壓의 리플率
Fig. 8. Ripple rate of output voltage.



$$V_o = 5V, \quad r_1 = r_2 = 0.07\Omega, \quad r_i = r_j = 0.1\Omega, \quad V_i = 10V$$

$$V_o = 0.3V, \quad V_o = 0.1V, \quad L = 0.1mH, \quad C = C_s$$

그림 9. 出力 電壓의 리플率
Fig. 9. Ripple rate of output voltage.

그림 8에 出力 電流 I_o 의 變化에 對한 出力電壓 리플率 $\Delta v_o / V_o$ 의 計算 및 實驗結果, 그림 9에는 降壓形의 結果를 나타내고 있다. 이 結果로부터 降壓形의 경우, 出力電壓의 리플率은 出力電流의 變化에 거의 關係없이 一定한 반면 電流形의 경우는 出力電流의 增加에 따라서 점점 增加함을 알 수 있다. 따라서 出力電壓의 리플에 關하여는 降壓形이 우수하다는 점을 알 게 된다.

V. 結 論

以上으로 부터 電流形 DC-DC 컨버터는 스위칭

주파수의 高周波化에 수반하여 平滑 콘덴서의 容量을 축소한 경우에도 降壓形에 비하여 높은 安定性을 얻을 수 있는 반면, 出力 리플電壓이 出力電流의 함수로서 增加한다는 점을 알게 됐다. DC-DC 콘버터를 설계 하는 경우 安定性이 중요한 포인트가 되므로 해서 이 面으로 부터는 本 回路方式의 채용이 바람직하다는 점을 알 수 있다. 그러나 設定한 出力조건에서 리플值가 그 허용值를 넘는 경우 그 대책이 앞으로의 과제가 될 것으로 생각된다.

參 考 文 獻

- [1] Redl, R. and Sokal, N.O. : "Push-pull Current-fed Multiple-output Power Converter with Only One Inductor and with 0-100% Duty Ratio. PESC Record, pp. 341-345 (1980).
- [2] Thottuvelli, V.J., Wilson T.G. and Owen, H.A. : *Small Signal Modeling of a Push-Pull Current-fed Converter*. PESC Record, pp. 224-239 (1982).
- [3] 原田, 金 : "プッシュプル電流形 DC-DC 컨버터의 解析". 信學論(c), J65-C, 12, pp. 991-996 (昭57-12).
- [4] Middlebrook, R.D. and Cuk, S.: *A General Unified Power Stage*. PESC Record, pp. 18-34 (1976).
- [5] 工宮 : "スイッチング" 레지 "컨버터의 基本特性と問題點", 電學誌, 100, 6, pp.29-36 (昭55-6).