

DC Motor 제어를 위한 상태궤환 변수의 최적제어 (Optimal Control of the State Feedback Variables for Controlling DC Motor)

崔 珍 富*

(Chin Buoo Choi)

要 約

DC motor를 제어하기 위하여, 두개의 feedback sensor 즉, potenfimeter와 tachometer를 사용하고 있다.

최적 제어치를 얻기위한 제어 방법으로써 선형계로써는 kalman regular type, 비 선형계로써는 on-off relay-type와 상태 궤환을 적용하였다. 역시, 추적각의 측정 방법으로서, 측정치를 이용한 위치와 속도, 미분치를 이용한 위치와 속도, 그리고 관측기를 이용한 위치, 속도와 오차제곱 분산치를 측정하여 추적각의 제어치를 비교 분석하였다.

Abstract

This paper used two feedback sensors, that is, potentiometer and tachometer in order to control DC motor. Also, the state feedback and kalman regular type in the linear system or the state feedback and on-off relay type in the non-linear system are used as control methods for optimal control values. This compared and analyzed the control estimate of tracking angles by the estimate of three branches of methods of position and speed measured, position and speed by PD and position, speed and covariance by an observer.

I. 序 論

지난 수년동안, 최적 오차 측정치에 관한 학설은 하나의 괄목할 만한 영향력 있는 실제적인 도구로써 급속히 발전해 왔으며 지금에는 누구에게나 알려진 사실이다.

여기에 적용되는 하나의 최적 제어치는 computational algorithm이며, 이것은 그 system내의 측정 오차

와 측정 dynamics에 관한 지식, 그 system내에 가정 한 외관에 따른 측정오차 통계치와 초기조건 자료 등을 적용하여^{1),2)}

① 측정치를 이용한 위치와 속도

② 미분치를 이용한 위치와 속도

③ 관측기를 이용한 위치, 속도와 오차 제곱 분산치 등 제어치들을 서로 비교 분석하여 특성을 밝히는데 있다. 하나의 단위계단 입력이 선형계 또는 비 선형계 상태에서 DC-motor계에 전송될 때, 세가지 방법에 의한 측정에서, 제어치를 비교·분석 함으로써, 오차가 거의 없는 최적 측정치를 얻고, 각 특성을 파악하는데 목적을 두고 있다.

특히, Digital계에서는 안정성에 대해서 특별히 관심

*正會員, 韓國科學技術院 시스템 工學센터
(System's Engineering Research Institute, KAIST)

接受日字: 1984年 11月 17日

을 기술하고 있다. 시간 영역에서, 안정성에 대한 평가 지표는, 응답시간 초과량비, 안정시간, 오차 제곱 분산치(covariance)의 평균치와 절대속도 평균치 등등을 적용하였다.^(3,4)

저자는 DC-motor 제어에서 상대제환과 측정 regular type 혹은 두개의 sensor 즉, potentiometer 와 tachometer가 달린, on-off relay type를 사용하여,

- ① 측정치를 이용한 위치와 속도
- ② 미분치를 이용한 위치와 속도
- ③ 관측기를 이용한 위치, 속도와 오차 제곱 분산치

등등의 최적 제어치를 얻는데 적절한 매개변수 예를 들면, 즉 위치 sensor gain과 속도 sensor gain을 적용하여 최적 측정치를 얻고 있다.

II. 이 론

1. Digital 제어계 구조와 조절기 Strategy

그림 1 과 그림 2 에서 보는 바와 같이, 두개의 제환 sensor 즉, potentiometer와 tachometer가 달린 digital 제어계를 이용하여, 최적 제어치를 구하고 있으며, 그것을 digital 제어기에 의해서 제어되는 DC-motor 제어계로써 구성되고 있다.^(5, 10, 11)

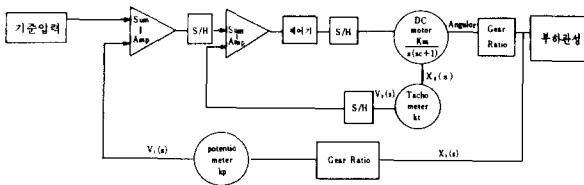


그림 1. 두개의 Sensor가 달린 DC-motor 제어계의 block diagram
Fig. 1. The block diagram of DC-motor control system with two sensors.

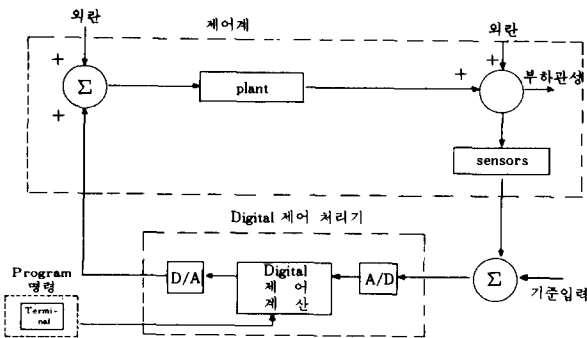


그림 2. 폐 Loop 제어계의 block diagram
Fig. 2. The block diagram in the closed-loop control system.

그림 1, 그림 2의 DC-motor control system을 전환한 등가 회로는 그림 3에 보여주고 있다.

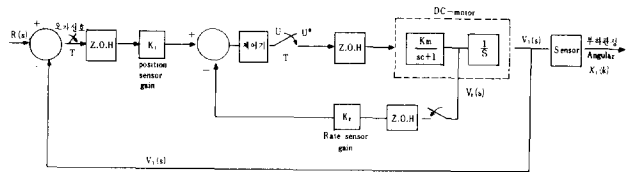


그림 3. Digital DC-motor 제어계
Fig. 3. A digital DC-motor control system.

그림 1 과 그림 3 에서 보여주는 매개 변수들은 다음과 같이 설명된다.

- U : power-amplifier에 공급되는 voltage
- C : motor시간 정수.
- T : sample주기
- Km : motor상수
- X1(s) : motor축을 이동 시키는 angular position
- X2(s) : motor축을 이동 시키는 angular speed
- Kp : potentiometer transfer function
- Kt tachometer transfer function
- V1(s) = KpX1(s) : potentiometer에 의해서 전환된 voltage.
- V2(s) = KtX2(s) : tachometer에 의해서 전환된 voltage.

- K1 : 전환된 등가 회로의 position sensor gain
- K2 : 전환된 등가 회로의 rate sensor gain.

그림 3, 그림 4, 그림 5에 보인 바와 같이 kalman regular type인 선형 strategy 즉, $F(K_1V_1(KT) + K_2V_2(KT)) = K_1V_1(KT) + K_2V_2(KT)$ ^(3, 11) 혹은 $F(K_1V_1(KT) + K_2V_2(KT)) = N(a(KT), a = K_1V_1(KT) + K_2V_2(KT))$ 의 switching curve를 선택하는 작용은^(10, 11) computer의 지시에 의하여 할 수 있다.

여기에, 저자는 그림 3에서 보여준 바와같이 digital technique를 적용하여 오차 신호를 얻고 있다.

게다가 computer는 오차를 감소 시키는데 결정을 내리며, D/A converter에 의해 하나의 analog 신호로 전환된 digital화된 오차신호를 나타낸다.

System을 작동 시키기 위해, teletype 위에 기준 입력, 제어 strategy와 매개 변수치들을 입력시켜 부하를 적절히 얻고 있다.

그림 3을 참조하여 조절기 strategy를 표시하면 다음과 같다.

선형 strategy는 kalman regular type에 적용되며, 상태 제환 vector는 $F(K_1V_1(K) + K_2V_2(K)) = K_1V_1$

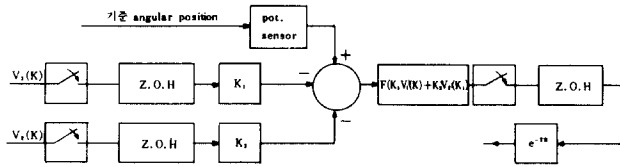


그림 4. 조절기 Strategy diagram.
Fig. 4. The regulator strategy diagram.

$$\begin{aligned} \text{Kalman : } & F(K_1V_1(K) + K_2V_2(K)) \\ & = K_1V_1(K) + K_2V_2(K) \\ \text{Relay : } & F(K_1V_1(K) + K_2V_2(K)) = N(a) \\ & a = K_1V_1(K) + K_2V_2(K) \end{aligned}$$

선형 strategy는 kalman regular type에 적용되며, 상태계환 vector는

$F(K_1V_1(k) + K_2V_2(k)) = K_1V_1(k) + K_2V_2(k)$ 형식이 될 수 있다. 상태 vector $V_1(K)$ 와 $V_2(K)$ 는 측정치와 미분치를 이용한 방법에서 구할 수 있다.

관측기를 이용한 kalman-bucy type^{[1], [7]}의 사용은 이런 선형제에서 적용할 수 있다.

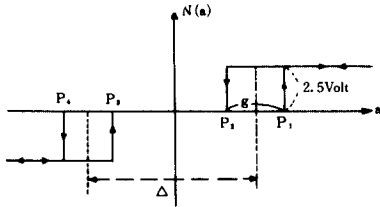


그림 5. On-off 스위치 곡선
Fig. 5. On-off switching curve.

2. 상태 변환 방정식 유도

그림 3에 보여주는 sampled-data 제어계를 고려하여, 상태 diagram을 구축하고, 그계의 상태 방정식을 구해보자.^{[8] - [10]}

Direct decomposition 방법을 사용하면, 제어 process의 전달함수.

$$G(s) = \frac{K_c C}{s(sc+1)}$$

보여주고 있다.

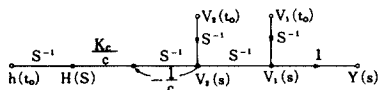


그림 6. $G(s) = \frac{K_c}{s(sc+1)}$ 의 상태 diagram
Fig. 6. A state diagram of $G(s) = \frac{K_c}{s(sc+1)}$

$$\text{여기서 } K_c = \frac{A_2 N_1 K_p K_m}{N_2} \text{ (그림12 참조)}$$

$t=KT, h(t_0)=h(KT)=U(KT)$, 그리고 $KT \leq t < (k+1)T$ 라 놓으면 변환 vector-matrix form의 상태 변환 방정식은 Mason's gain formula를 적용하여, 그림 6의 상태 diagram을 고찰하여, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \left| V_1(s) \right| &= \left| \frac{1}{S}, \frac{1}{s\left(s+\frac{1}{c}\right)} \right| \\ \left| V_2(s) \right| &= \left| 0, \frac{1}{s+\frac{1}{c}} \right| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left| V_1(KT) \right| &+ \frac{K_c}{C} \left| \frac{1}{s^2\left(s+\frac{1}{c}\right)} \right| U(KT) \\ \left| V_2(KT) \right| & \left| \frac{1}{s\left(s+\frac{1}{c}\right)} \right| \end{aligned} \quad (1)$$

for $KT \leq t \leq (k+1)T$

방정식 (1)의 양변에 Inverse laplace 변환을 취하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \left| V_1(t) \right| &= \left| 1, c\left(-e^{-\frac{t-KT}{c}}\right) \right| \\ \left| V_2(t) \right| & \left| 0, e^{-\frac{t-KT}{c}} \right| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left| V_1(KT) \right| &+ K_c \left| (t-KT) - C\left(1 - e^{-\frac{t-KT}{c}}\right) \right| U(KT) \\ \left| V_2(KT) \right| & \left| 1 - e^{-\frac{t-KT}{c}} \right| \end{aligned} \quad (2)$$

for $KT \leq t \leq (k+1)T$

sample 순간 응답만을 고려한다면, $t=(k+1)T$ 로 놓을 수 있으며, 방정식 (2)는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \left| V_1(k+1)T \right| &= \left| 1, c\left(1 - e^{-\frac{T}{c}}\right) \right| \\ \left| V_2(k+1)T \right| & \left| 0, e^{-\frac{T}{c}} \right| \\ \left| V_1(KT) \right| &+ K_c \left| T - c\left(1 - e^{-\frac{T}{c}}\right) \right| U(KT) \\ \left| V_2(KT) \right| & \left| 1 - e^{-\frac{T}{c}} \right| \end{aligned} \quad (3)$$

prediction estimation^[8]으로 가정할 때, 변환 vector-matrix form의 출력 상태 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Y(KT) = \left| 1, 0 \right| \begin{aligned} & \left| V_1(KT) \right| \\ & \left| V_2(KT) \right| \end{aligned} \quad (4)$$

선형 조절기의 Dynamic performance는 제어 sampled 입력 $U(KT) = K_1((R(KT) - V_1(KT)) - K_2V_2(KT))$ 를 방정식 (3)에 대입함으로써 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \left| V_1(k+1)T \right| &= \left| 1, c\left(1 - e^{-\frac{T}{c}}\right) \right| \\ \left| V_2(k+1)T \right| & \left| 0, -e^{-\frac{T}{c}} \right| \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} V_1(KT) \\ V_2(KT) \end{bmatrix} + K_c \begin{bmatrix} T - c(1 - e^{-\frac{T}{c}}) \\ 1 - e^{-\frac{T}{c}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1(R(KT) - V_1(KT)) - K_2 V_2(KT) \end{bmatrix} \quad (5)$$

방정식 (3), (4), (5)의 간략화된 vector-matrix form으로 표시하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} V((K+1)T) &= AV(KT) + BU(KT) \\ Y(KT) &= CV(KT) \\ V((K+1)T) &= AV(KT) + B[DR(KT) - GV(KT)] \end{aligned} \quad (6)$$

여기에서, parameter D는 $D = | \frac{b}{c} |$

제한 gain matrix는 $G = | K_1, K_2 |$ 로 표현하고 있다. 그러면 상태 관측기를 가진 digital 제어계 block diagram 그림 7을 참조하여 폐 loop 관측기 상태 방정식 (7)을 구할 수 있다.

$$V_e((k+1)T) = AV_e(KT) + B[U(KT) + L(CV(KT) - CV_e(KT))] \quad (7)$$

여기에서, L은 관측기 제한 gain matrix,

$$A = \begin{bmatrix} 1, c(1 - e^{-\frac{T}{c}}) \\ 0, e^{-\frac{T}{c}} \end{bmatrix}, \quad B = K_c \begin{bmatrix} T - c(1 - e^{-\frac{T}{c}}) \\ 1 - e^{-\frac{T}{c}} \end{bmatrix}$$

$$C = | 1, 0 |$$

비 선형 조절기 dynamic performance는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} V((K+1)T) &= AV(KT) + BU(KT) \\ \text{여기에서, } U(KT) &= F(a(KT)) = N(a(KT)) \\ a(KT) &= K_1[R(KT) - V_1(KT)] - K_2 V_2(KT) \\ F(a(KT)) &= N(a(KT)) = \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2.5 \text{ if } a(KT) > \frac{\Delta + g}{2} = p_1 \\ -2.5 \text{ if } a(KT) < -\frac{\Delta + g}{2} = p_4 \\ 0 \text{ if } -\frac{\Delta - g}{2} = p_2 < a(KT) < \frac{\Delta - g}{2} = p_3 \\ F[a((K-1)T)] \text{ if } p_2 < a(KT) < p_1 \\ \text{or } p_4 < a(KT) < p_3 \end{cases}$$

3. 상태 제한 sensor유도

방정식(6)에서 간략화된 선형 digital 방정식에서 제어 법칙을 적용하여 제한 sensor gain 즉, position sensor gain K_1 , rate sensor gain K_2 를 구해보자^(5,12) 제어 digital 입력

$$U(KT) = -GV(KT) = -|K_1, K_2| \begin{bmatrix} V_1(KT) \\ V_2(KT) \end{bmatrix}$$

로 놓고 방정식 (6)에 대입하면 다음과 같다.

$$V((K+1)T) = AV(KT) - BGV(KT) + DW \quad (8)$$

여기에서, 방정식 (8)은 외란의 영향, ω 를 고려한

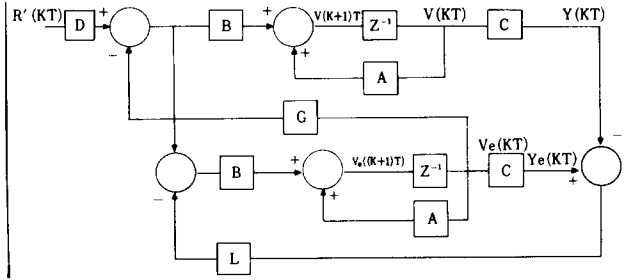


그림 7. 상태 관측기가 달린 digital 제어계. Fig. 7. Digital control system with state observer.

것이다. 초기 상태에서 하나의 pulse, $\omega = \omega_0 s_0$ 가 존재 한다면 방정식 (8)의 z-transform은 다음과 같다 $Z[V(z) - V(o)] = AV(z) - BGV(z) + DW$.

윗 식을 정리하면,

$$|ZI - A + BG|V(z) = ZV(o) + DW$$

초기 상태에서, $V(o) = 0$ 으로 놓으면,

$$|ZI - A + BG|V(z) = DW \quad (9)$$

이리하여, 폐 loop 제어계의 특성 방정식은

$$|ZI - A + BG| = 0 \quad (10)$$

제한 sensor gain의 선택은 특성 방정식의 근들 가운데 포함되고 있다.

특성 방정식의 근들을 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ 라고 하면, 하는 특성 방식식의 표현은 다음과 같다.

$$|ZI - A + BG| = (z - \alpha_1)(z - \alpha_2)(z - \alpha_3) \quad (11)$$

가령, 감쇠비 ξ , 음의 실수치 a, 그리고 sample 주기 T를 선택하여 구한 연속 전달 함수의 특성 방정식의 근을 방정식(10)에 적용하면,

$$(Z - e^{T(a + j\omega n \sqrt{1 - \xi^2})})(Z - e^{T(a - j\omega n \sqrt{1 - \xi^2})}) = 0 \quad (12)$$

여기에서, $z = e^{Ts}$, $s = -\xi \omega n \pm j \omega n \sqrt{1 - \xi^2}$

ω_n 은 선택된 a에 따른 제어계의 고유 주파수, 방정식(10)과 방정식 (12)를 연립하여 풀면 제한 sensor gain K_1, K_2 를 구할 수 있다.

그림 7, 방정식 (6)과 방정식 (7)을 참조하여, 관측기 상태 제한 sensor gain을 구하여 보자.

방정식 (6)에서 (7)을 빼면,

$$V((K+1)T) - V_e((K+1)T) = A(V(KT) - V_e(KT)) - BL(Y(KT) - Y_e(KT)) + DW$$

여기에서 $Y_e(KT) = CV(KT)$

위 방정식을 간략화 하면 다음과 같이 표시된다.

$$\tilde{V}((K+1)T) = A\tilde{V}(KT) - BL\tilde{C}\tilde{V}(KT) + DW$$

여기에서, 상태 제어치 오차 $= \tilde{V}(KT) = V(KT) - \tilde{V}(KT)$

$$-\tilde{V}(KT)$$

윗 방정식을 z-transform 하면,

$$Z[\tilde{V}(z) - \tilde{V}(o)] = A\tilde{V}(z) - BLC \cdot \tilde{V}(z) + DWo$$

윗 방정식을 정리하면,

$$|ZI-A+BLC|\tilde{V}(z) = Z\tilde{V}(0) + DW_0$$

초기 상태에서, 상태 제어치 오차 $\tilde{V}(0) = 0$ 라 하면,

$$|ZI-A+BLC|\tilde{V}(z) = DW_0 \quad (13)$$

윗 방정식을 참조하면, 관측기를 이용한 제어계는 상태제어치 오차를 극소화 시킬 수 있는, 특성 방정식(14) 근을 찾는 것이나 말할 수 있다.

$$|ZI-A+BLC| = 0 \quad (14)$$

원하는 관측기 상태 방정식의 근을 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \dots$ 라고 놓으면, 방정식 (14)는 다음과 같이 표현된다.

$$|ZI-A+BLC| = (z-\alpha_1)(z-\alpha_2)(z-\alpha_3) \quad (15)$$

제어기 보다 3.05배가 빠른 관측기 ($z=e^{TS} \rightarrow z=e^{3.0675S}$)에 관하여, 방정식 (15)를 풀면, 관측기 상태 회환 sensor gain L을 구할 수 있다.

4. Performance Index

여기에서 사용되는 단위계단 입력에 대한 과도응답의 performance Index는 response time, overshoot, settling time, mean value of absolute speed와 mean value of covariance^(6,11)를 사용하고 있다. 그림 8은 이들을 설명하기 위하여 연속함수를 예로 두고 표현하고 있다. response time은 단위계단 입력이 적용될 때, 최종 목표치의 10%에서 90%에 도달하는데 걸리는 시간을 말한다.

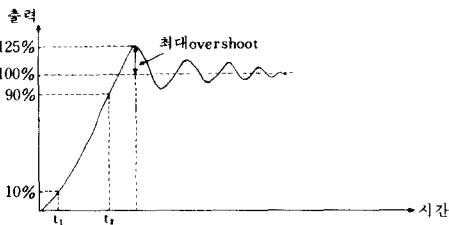


그림 8. 단위계단 응답에 따른 제어계의 출력
Fig. 8. The output of the control system to the unit step input.

그림 8에서 보면 응답시간 $t_r = t_2 - t_1$, overshoot는 과도기간 중 단위계단 입력을 초과하는 출력의 편차로써 정의된다. 여기에서는 최대 overshoot를 적용하고 있다. 그림 8에서 보면 overshoot는 $(125-100) = 25\%$ settling time은 단위계단 응답이 감소하여 응답이 최종치의 percent 이내에 도달하는데 필요한 시간으로 정의된다. 여기에서는 2% 이내로 취급하고 있다.

mean value of absolute speed는 sample주기에 따라 얻어지는 상태 절대제어치 평균 변화율을 의미한

다. mean value of covariance는 관측기를 이용한 제어기에서 sample 주기에 따라 얻어지는 covariance 값의 평균 값을 의미한다.

III. 작용제시

Digital 제어계의 한예로써, 그림 9의 tracking antenna⁽⁴⁾를 고려하자.

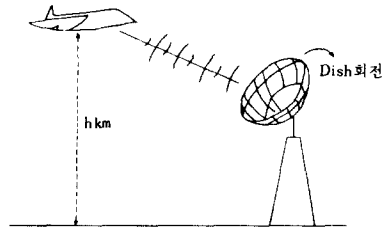


그림 9. 추적 Antenna
Fig. 9. A radar tracking antenna.

Antenna에서 방사된 신호 전파가 방사될 때, 신호 processing의 일부분은 voltage로 발전시켜, amplifier를 통하여 제어 motor로 변환한다. 제어 motor는 목표방향으로 gear를 맞춰 antenna dish를 움직인다. Antenna dish의 움직임은 potentiometer와 tachometer에 의해서 sensing되고 있으며, 그들의 출력은 amplifier의 입력에 제한되고 있다. 한계의 구조 Diagram이 그림 10에서 보여주고 있다. 그림 10에서 보여준 계의 작용에 따른 자료로 부터 component parameter들을 결정할 수 있다.

다음은 계를 작용하는데 필요한 component의 자료를 제시하고자 한다.

Antenna; 2.1 rad/sec의 각속도로 움직이는 antenna가 처음에는 2.1 rad 크기의 회전각을 앞뒤로 움직이고 있다. 목표물을 발견하면, antenna는 최저 4.83×10^{-6} rad/sec, 최고 약 0.2 rad/sec의 각속도로 목표물을 추적한다. 결과, antenna는 gearing을 통하여 부하관성과 최대부하 torque를 control motor에 전달해 주게 된다.

Antenna data.

1. Dish무게, counter weight와 gearing
 3.97×10^3 lb
2. 중심 무게의 유효거리
1.31 ft
3. 부하관성 I_L
 6.84×10^3 ft² · lb

4. 최대 부하 Torque, T_L

451.3 ft·lb重

그리고 motor의 특성은 다음과 같다.

제어 motor

1. DC motor with built in tacho-meter, electro craft. size, 962, 758 ft.lb/sec, 150 volt DC
2. 최대속력(2000rpm) $12 \times 10^{30}/\text{sec}$
3. motor 관성, $I_m 3.3 \times 10^{-1} \text{ft}^2 \cdot \text{lb}$
4. Continuous starting torque, $T_s 10\text{ft} \cdot \text{lb}$ 重 gear ratios

부하에 대한 motor의 Gear비율은 다음과 같이 선택할 수 있다.

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\text{motor starting torque}}{\text{Load torque}} = \frac{10}{458.4} \approx 0.022$$

부하에 대한 케환 potentiometer의 Gear비율은 1 : 1 비율로 선택한다.

즉, $\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{1}$

윗 자료를 갖고, motor constant k_m 와 time constant C 를 구하자.

$$k_m = \frac{\text{no load speed}}{\text{motor voltage}} = \frac{12 \times 10^{30} / \text{sec}}{150 \text{ Volt}} = \frac{209.3 \text{ rad/sec}}{150 \text{ volt}} = 1.4 \text{ rad/volt-sec}$$

$$C = \frac{(\text{total inertia})(\text{no load speed})}{\text{starting torque}} = \frac{0.6677 \times 209.44}{10 \times 32} = 0.43 \text{ sec}$$

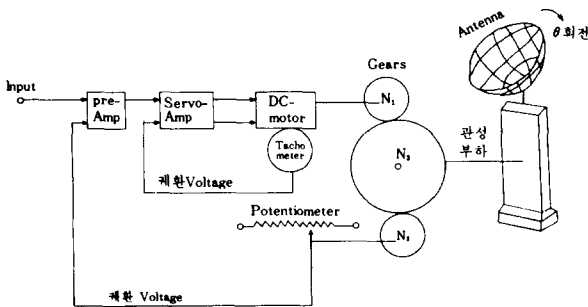


그림10. 목표물 추적계 구조 diagram
Fig. 10. Target tracking system diagram.

● 케환 Potentiometer :

케환 potentiometer는 6.2 rad 최대 회전각을 움직이는 정밀한 sensor이다. 12volt의 입력 신호가 발생하면 1.0466 rad 회전각으로 antenna를 움직인다. 그

러므로 케환 potentiometer의 전달함수 $k_p = 12/1.0466 = 11.46 \text{ volt/rad}$

● 케환 Tachometer :

케환 tachometer는 2000 rpm 최대 회전각속도로 움직이는 정밀한 sensor이다. 5volt의 입력 신호가 발생하면 1000 rpm 회전 각 속도로 antenna를 움직인다. 그러므로, 케환 tachometer의 전달함수 $k_t = 5 \text{ volt}/1000 \text{ rpm} = 47.77 \times 10^{-3} \text{ volt/rad/sec}$ 지금까지의 자료를 가지고 간략화된 목표물 추적 연속 제어기 block diagram을 그리면 다음과 같다.

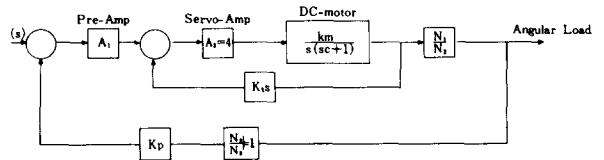


그림11. 목표물 추적 연속 제어계 block diagram
Fig. 11. Target tracking continuous control system block diagram.

그림11의 연속제어계 block diagram을 간략화 하기 위해서 변환된 등가회로의 block diagram은 다음과 같이 그려진다.

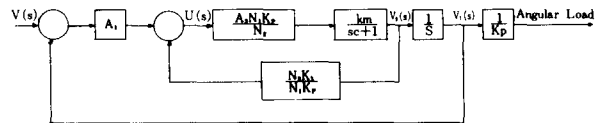


그림12. 그림11의 등가 block diagram.

Fig. 12. equivalent block diagram of Fig. 11.

그림12의 주어진 변환된 block diagram에서 position sensor gain, rate sensor gain은 다음과 같다.

$$K_1 = A_1, K_2 = \frac{N_2 K_t}{N_1 K_p}$$

Control 법칙에^(5,7) 의하여 $A_1, N_2 K_t / N_1 K_p$ 를 변화시켜 최적 제어가 될 수 있는 값을 택하면 다음과 같다.

$$K_1 = 3.5, K_2 = 0.9$$

여기에 감쇄비 $\xi = 0.746$, 음의 실수치 $a = -2.724$ 를 선택한다. 관측기를 설치하는 경우에 observer gain L 은 다음과 같다.⁽⁵⁾

$$L = 4$$

Sample 주기는 $T = 0.1 \text{ sec}$ 로 택한다.

Control input 초기치는 $U(0) = 2.5 \text{ volts}$ 로 놓고 있다.

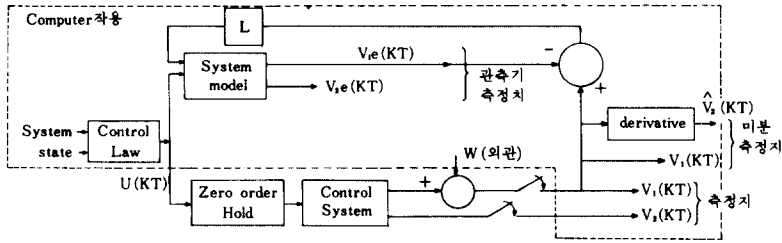


그림13. 상태 제어치 계산 strategies
Fig. 13. State control evaluation strategies.

On-off switch 계에서는 threshold voltage $\Delta = 2.5 \times 10^{-3}$ volt, hysteresis $g = 10^{-3}$ volt로 택하고 있다. 계에 가할 수 있는 impulse 외란을 10^{-3} 로 놓고 있다. 지금까지, 상태 제어치 계산 strategy들이 그림13에 보여주고 있다.

VI. 자료분석

지금부터 저자는 선형과 비 선형계에서 세가지 측정 방법에 따라 얻어진 자료를 갖고, performance index 즉 응답시간, overshoot 안정시간, 속도 평균치, covariance 평균치를 조사 분석 하고자 한다.^[9,11]

선형계에서는, 다음 순서로써 분석한다.

1. 측정 방법에 의해서 얻어진 위치와 속도의 자료분석.
2. PD 방법에 의해서 얻어진 위치와 속도의 자료분석.
3. 관측 방법에 의해서 얻어진 위치, 속도와 covariance의 자료분석.

표 1. 측정치에 의해서 얻어진 자료
Table 1. Data obtained by the method of measurement.

K	U1(K)	U2(K)
1	.037728	.726237
2	.143487	1.36405
3	.291909	1.59523
4	.449981	1.5671
5	.597578	1.39144
6	.724094	1.14809
7	.82552	.890227
8	.902085	.650161
9	.956447	.444827
10	.992406	.280511
11	1.01404	.156689
12	1.02516	.06894
13	1.02905	.0110327
14	1.02836	-.0236813
15	1.02509	-.0414153
16	1.02064	-.047499
17	1.01597	-.0462079
18	1.01164	-.0407713
19	1.00795	-.0334833
20	1.00501	-.0258625
21	1.00279	-.0188236
22	1.00123	-.0128379
23	1.00021	-8.07154E-03
24	.999596	-4.49687E-03
25	.999287	-1.97679E-03
26	.999185	-3.24569E-04
27	.999213	6.56427E-04
28	.999315	1.14843E-03
29	.999448	.0013068
30	.999586	1.25559E-03

1. 측정방법에 의해서 얻어진 위치와 속도의 자료 분석
측정방법에 의해서 얻어진 자료는 표1에 나타나 있다. 표1로부터 얻어진 자료를 가지고 digital 제어계의 performance index를 구할 수 있다. 측정치에 의해서 얻어진 자료에 대한 graph는 그림1에 보여주고 있다.

표1을 참조하면,

응답 시간 : $(7.6 - 1.5) \times 0.1 = 0.61$ 초
Overshoot : $(1.02905 - 1) \times 100 = 2.9\%$
안정 시간 : $16.4 \times 0.1 = 1.64$ 초
절대속도 평균치 : 0.353478volt/초

2. PD 방법에 의해서 측정된 위치와 속도 자료분석
PD 방법에 의해서 측정된 자료가 표2에 표시되고 있다. 표2를 참조하여, digital 제어계의 performance index를 구할 수 있다.

자료에 대한 graph가 그림15에 묘사되고 있다.

표 2. PD 방법에 의해서 얻어진 자료
Table 2. Data taken by the method PD.

K	U1(K)	U2(K)
1	.037728	.37728
2	.11709	.793623
3	.223756	1.06666
4	.345443	1.21687
5	.472067	1.26624
6	.59574	1.23672
7	.710649	1.14909
8	.812861	1.02212
9	.900071	.872102
10	.971328	.712569
11	1.02675	.554264
12	1.06728	.405245
13	1.09439	.271121
14	1.10993	.155348
15	1.11588	.0595665
16	1.11428	-.0160325
17	1.10704	-.0723732
18	1.09592	-.11117
19	1.08246	-.134647
20	1.06793	-.145297
21	1.05336	-.145681
22	1.03953	-.138278
23	1.027	-.125377
24	1.0161	-.108997
25	1.00701	-.0908506
26	.999779	-.0723261
27	.99433	-.0544941
28	.990517	-.0381273
29	.988144	-.023734
30	.986985	-.0115925

응답 시간 : $(8.7 - 1.6) \times 0.1 = 0.71$ 초
 Overshoot : $(1.11588 - 1) \times 100 = 11.588\%$
 안정 시간 : $23.5 \times 0.1 = 2.35$ 초
 절대속도 평균치 : 0.414927 volt/초

3. 관측방법에 의해서 측정된 위치, 속도와 covariance의 자료분석
 관측방법에 의해서 얻어진 자료가 표3에 표시되어 있다.

표 3. 관측 방법에 의해서 얻어진 자료
 Table 3. Data found by the method of an observer.

K	U01 (K)	U02 (K)	COVARIANCE
1	2.27684E-03	.0438392	.995452
2	.0667999	1.20178	.870863
3	.220572	1.8486	.607509
4	.415411	2.04075	.341744
5	.611647	1.8898	.150818
6	.781894	1.52911	.0475701
7	.911714	1.08449	7.79452E-03
8	.997831	.654505	4.70539E-06
9	1.04496	.301699	2.02121E-03
10	1.06223	.0534448	3.87311E-03
11	1.06008	-.0909986	3.60986E-03
12	1.04793	-.149941	2.29687E-03
13	1.03291	-.150284	1.08332E-03
14	1.01953	-.11856	3.8154E-04
15	1.00987	-.0763705	9.73826E-05
16	1.00422	-.0380765	1.78095E-05
17	1.00183	-.0108642	3.33358E-06
18	1.0015	-.0037741	2.24896E-06
19	1.0021	7.9222E-05	4.38001E-06
20	1.00276	5.48524E-03	7.63501E-06
21	1.00303	1.40305E-04	9.20514E-06
22	1.00278	-5.10271E-03	7.70434E-06
23	1.00209	-8.51675E-03	4.36004E-06
24	1.00118	-9.54226E-03	1.39985E-06
25	1.00028	-8.47407E-03	8.09024E-08
26	.999562	-6.06711E-03	1.91822E-07
27	.999105	-3.18186E-03	8.00746E-07
28	.998924	-5.36625E-04	1.15697E-06
29	.998972	1.41667E-03	1.05642E-06
30	.999171	2.51024E-03	6.87804E-07

표3으로 부터, digital 제어계의 performance index를 얻을 수 있다. 관측 방법에 의하여 얻어진 자료에 대한 graph는 그림 16에 묘사 되고 있다.

윗 자료를 가지고 다음과 같이 performance index를 계산할 수 있다.

응답 시간 : $(6.6 - 2.5) \times 0.1 = 0.41$ 초
 Overshoot : $(1.06223 - 1) \times 100 = 6.22\%$
 안정 시간 : $13.5 \times 0.1 = 1.35$ 초
 절대속도 평균치 : 0.37819 volt/초
 Covariance 평균치 : 0.101172 volt²

다음에는 비 선형계에서 다음 순서로써 취급하고자 한다.

1. 측정 방법에 의해서 얻어진 위치와 속도의 자료 분석.
2. PD 방법에 의해서 얻어진 위치와 속도와 자료분석.
3. 관측 방법에 의해서 얻어진 위치, 속도와 covariance의 자료분석.

1. 측정 방법에 의해서 얻어진 위치와 속도의 자료 분석

비 선형계에서 얻어진 자료는 표 4에서 보여주고 있다.

표 4. 측정 방법에 의해서 얻어진 자료
 Table 4. Data obtained by the method of measurement.

K	UM1 (K)	UM2 (K)
1	.037728	.726237
2	.140253	1.30178
3	.294131	1.75791
4	.488705	2.11938
5	.640096	.953382
6	.762888	1.4818
7	.857391	.448091
8	.935099	1.08135
9	.993873	.130738
10	.96783	-.622627
11	.950005	.232803
12	.933069	-.54174
13	.922461	.296906
14	.90658	.961537
15	1.03476	.035784
16	1.00025	-.697878
17	.975709	.173166
18	.953452	-.589002
19	.938627	.259451
20	.924068	-.520622
21	.915344	.313643
22	.901057	.9748
23	1.03032	.0462955
24	.996746	-.689548
25	.97295	.179768
26	.951282	-.583771
27	.936924	.263597
28	.922735	-.517336
29	.914304	.316247
30	.900249	.976864

표 4로 부터 다음과 같이 digital 제어계의 performance index를 취할 수 있다.

응답 시간 : $(7.5 - 1.3) \times 0.1 = 0.62$ 초
 Overshoot : $(1.03476 - 1) \times 100 = 3.476\%$

표 5. PD 방법에 의해서 얻어진 자료
 Table 5. Data obtained by the method PD.

K	UP1 (K)	UP2 (K)
1	.037728	.37728
2	.109118	.713902
3	.210543	1.01425
4	.338766	1.28223
5	.490898	1.52133
6	.664365	1.73466
7	.781429	1.17064
8	.84817	.667409
9	.87001	.218405
10	.927225	.572149
11	.940566	.133411
12	.990198	.496314
13	.996772	.0657481
14	.964931	-.318418
15	.974248	.093177
16	1.02029	.460416
17	1.02366	.0337184
18	.988962	-.346995
19	.99573	.0676793
20	.964061	-.316694
21	.973532	.0947148
22	1.01971	.461788
23	1.02321	.0349426
24	.988615	-.345903
25	.99548	.0686538
26	.963898	-.315825
27	.973447	.0954902
28	1.01969	.46248
29	1.02325	.0355601
30	.988716	-.345352

안정 시간 : 최종 목표치의 2%에 도달하는 시간이 존재하지 않으나, 시간이 지남에 따라 진동이 일정한 율로 감소되고 있다.

절대속도평균치 : 0.659802 volt/sec

2. PD 방법에 의해서 얻어진 위치와 속도의 자료 분석

PD 방법에 의해서 얻어진 자료는 표5에 표시되고 있다.

표5를 참조하면 다음과 같다.

응답 시간 : $(9.5 - 1.7) \times 0.1 = 0.78$ 초

Overshoot : $(1.02366 - 1) \times 100 = 2.366\%$

안정 시간 : 존재하지 않으나 시간이 지남에 따라 진동이 일정한 율로 감소

절대속도 평균치 : 0.462185 volt/초

3. 관측 방법에 의해서 얻어진 위치, 속도와 covariance의 자료분석

관측방법에 의해서 얻어진 자료는 표6에 묘사되고 있다.

표 6. 관측 방법에 의해서 얻어진 자료
Table 6. Data found by the method of an observer.

K	UO1 (K)	UO2 (K)	COV (K)
1	2.27684E-03	.0438392	.995452
2	.052233	.921306	.898262
3	.186751	1.73746	.661373
4	.397714	2.45404	.362749
5	.593581	1.50024	.165176
6	.775374	2.11192	.0504571
7	.931038	1.04277	4.75582E-03
8	.986604	.104879	1.79455E-04
9	.958682	-.634674	1.70716E-03
10	.940325	.233885	3.56117E-03
11	.999495	.922841	2.55236E-07
12	1.04011	-.0720683	1.60858E-03
13	.988859	-.920054	1.24118E-04
14	.944355	-5.44167E-03	3.09634E-03
15	.987044	.826977	1.67865E-04
16	1.02391	-.0555117	5.7161E-04
17	.978329	-.826237	4.69645E-04
18	.940826	.0425345	.0035016
19	.982206	.757391	3.16623E-04
20	1.00856	-.193558	7.32134E-05
21	1.02338	.464531	5.46593E-04
22	1.02455	-.407273	6.02911E-04
23	1.02628	.410176	6.90754E-04
24	1.02338	-.435492	5.46576E-04
25	1.0192	.322511	3.68547E-04
26	1.00616	-.549563	3.79033E-05
27	.990663	.210259	8.71874E-05
28	.967605	-.636537	1.04942E-03
29	.945134	.15826	3.01025E-03
30	.999092	.892462	8.24712E-07

위의 자료를 가지고 다음과 같이 performance index를 계산할 수 있다.

응답 시간 : $(6.7 - 2.5) \times 0.1 = 0.42$ 초

Overshoot : $(1.04011 - 1) \times 100 = 4.011\%$

안정 시간 : 존재하지 않으나 시간이 지남에 따라 진동이 일정한 율로 감소한다.

절대속도 평균치 : 0.66322 volt/sec

Covariance 평균치 : 0.105351 volt²

선형계에서 측정된 자료에 의한 graph가 다음과 같이 그려지고 있다.

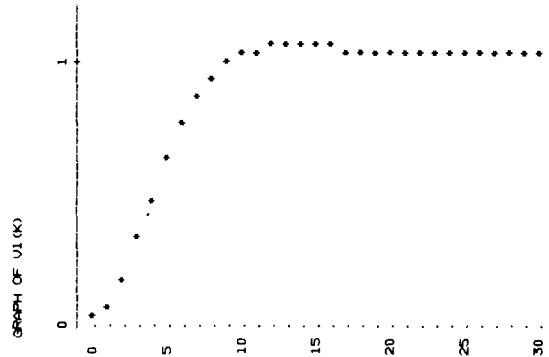


그림14. 선형계에서 측정된 위치
Fig. 14. Position measured in the linear state.

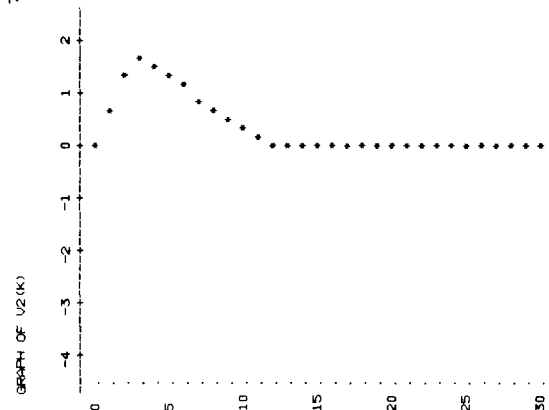


그림. 선형계에서 측정된 속도
Fig. 15. Speed measured in the linear state.

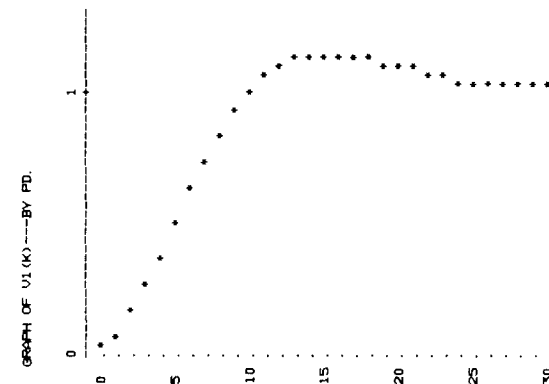


그림16. PD에 의해서 측정된 선형계의 위치
Fig. 16. Position measured by PD in the linear state.

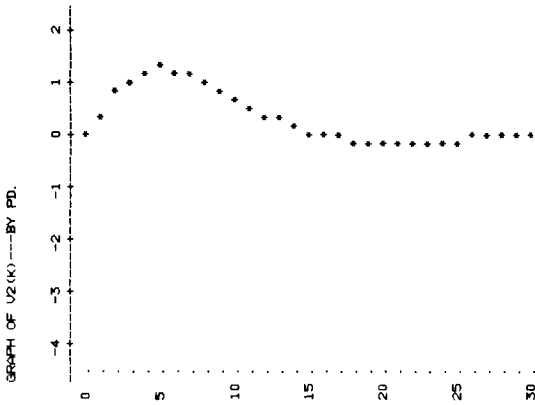


그림17. PD에 의해서 측정된 선형계의 속도
Fig. 17. Speed measured by PD in the linear state.

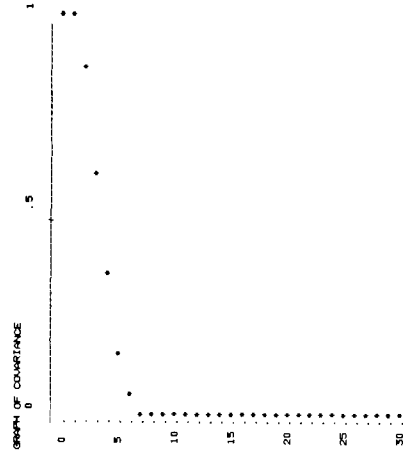


그림20. 관측기에 의해서 측정된 선형계의 covariance
Fig. 20. Covariance estimated by an observer in the linear state.

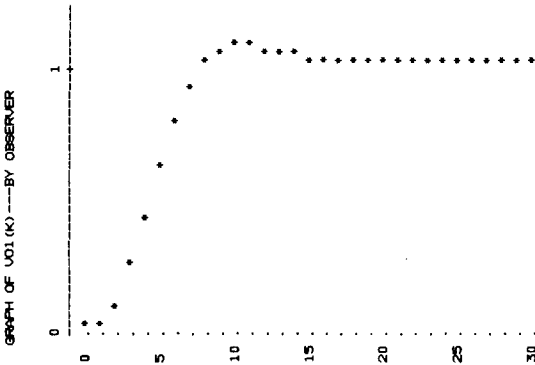


그림18. 관측기에 의해서 측정된 선형계의 위치
Fig. 18. Position estimated by an observer in the linear state.

비 선형계의 자료에 대한 graph가 다음과 같이 그려져 있다.

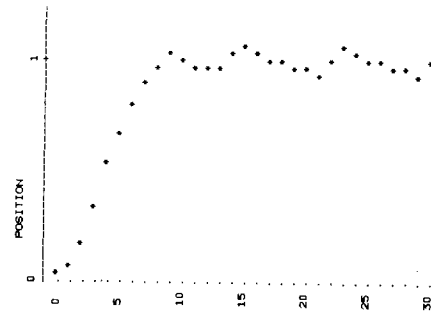


그림21. 비선형계에서 측정된 위치
Fig. 21. Position measured in the non-linear state.

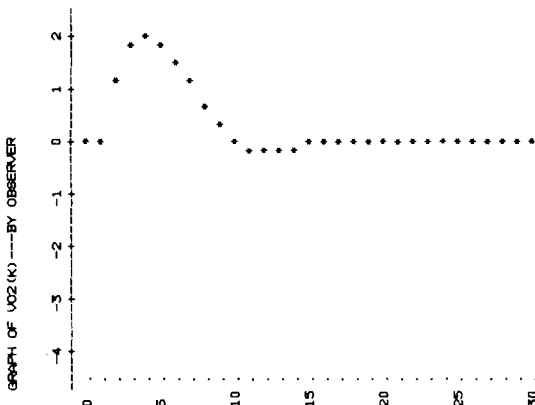


그림19. 관측기에 의해서 측정된 선형계의 속도
Fig. 19. Speed estimated by an observer in the linear state.

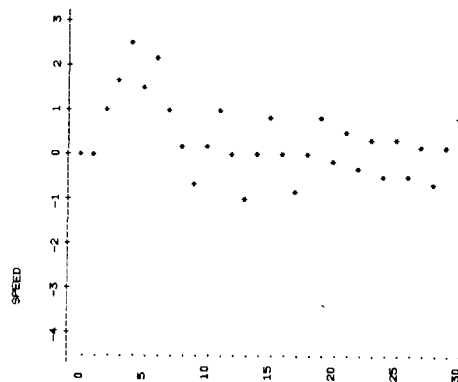


그림22. 비 선형계에서 측정된 속도
Fig. 22. Speed measured in the non-linear state.

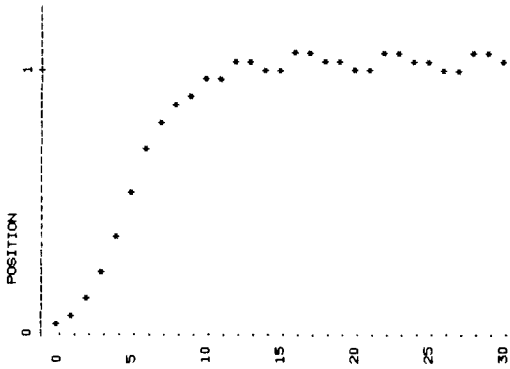


그림23. PD 방법에 의해서 측정된 비 선형계의 위치
Fig.23. Position measured by PD in the non-linear state.

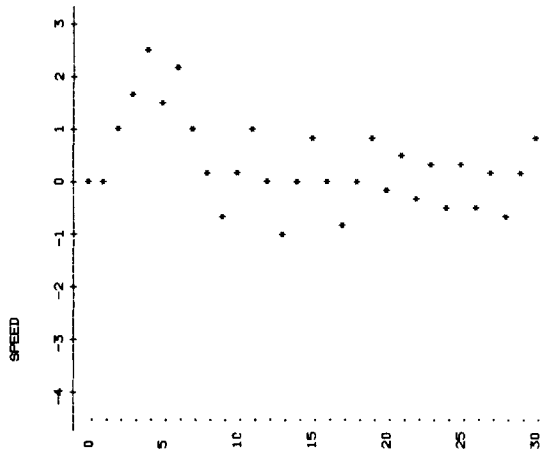


그림26. 관측기에 의해서 측정된 비 선형계의 속도
Fig.26. Speed estimated by an observer in the non-linear state.

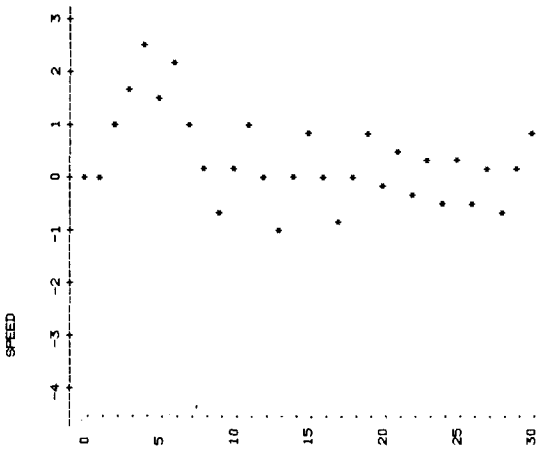


그림24. PD 방법에 의해서 측정된 비 선형계의 속도
Fig.24. Speed measured by PD in the non-linear state.

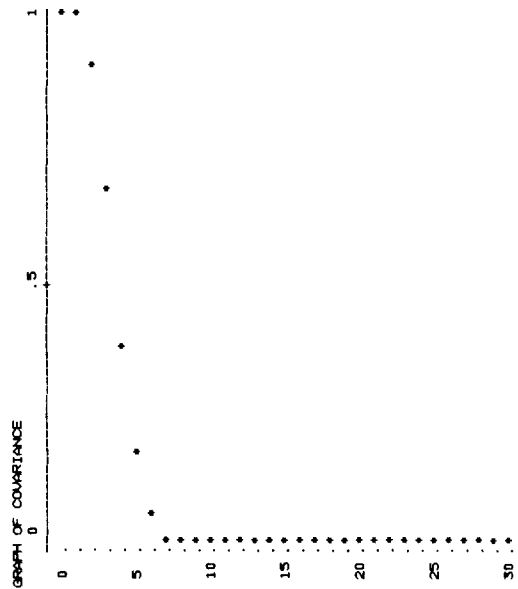


그림27. 관측기에 의해서 측정된 비 선형계의 covariance
Fig.27. Covariance estimated by an observer in the non-linear state.

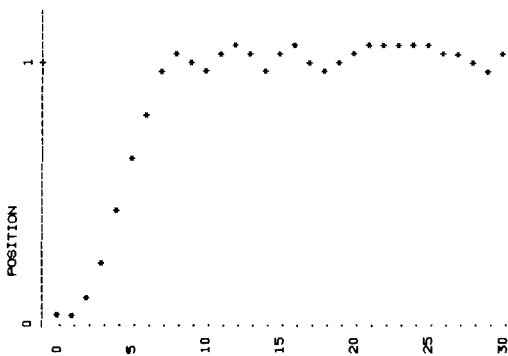


그림25. 관측기에 의해서 측정된 비 선형계의 위치
Fig.25. Position estimated by an observer in the non-linear state.

V. 結 論

자료 분석에서 보면, 선형 제어계에서 응답시간은 관측기 이용 측정 제어계, overshoot는 측정치를 이용한 제어계, 절대속도 평균치는 측정치를 이용한 제어계, 안정시간은 관측기 이용 측정제어계가 가장 짧았다.

비선형 제어계에서, 응답시간은 관측기 이용 측정 제어계, overshoot는 미분치 이용 측정 제어계, 안정시

간은 어느 제어계에서도 시간이 경과함에 따라 일정한 변화율로 진폭이 감소되는 진동을 하였다.

절대속도 평균치는 미분치 이용 측정제어계가, 가장 적은 performance Index를 나타냈다. 선형제어계와 비선형제어계의 performance Index를 비교하면, 과도기의 응답시간은 거의 비슷하며, 절대속도 평균치는 비선형계가 훨씬 컸다. 특히, 비선형 제어계의 안정시간은 진동의 영향때문에 최종목표치의 2% 이내에 도달하지 못하였다.

관측기 이용 측정 제어계에서, 비선형 제어계의 covariance 평균치는, 선형제어계의 covariance 평균치보다 비교적 컸다. 이것은 비선형계의 제어치가 비교적 큰 변화율로 진동해 가면서 점진적으로 안정권에 도달해 가는 것을 알 수 있다.

지금까지, 자료로 분석해보면, 비선형 제어계에 있어서, 관측기 이용 측정제어계는, overshoot와 절대속도 평균치가 다소 크다 하지만, 다른 performance Index를 비교해 볼때, 어느 제어계 보다 error가 적은 정확한 측정 제어계였다.

參 考 文 獻

- [1] Kalman, R.E. and Bucy, R., "New results in linear filtering and prediction," *Journal of Basic Engineering (ASME)*, vol. 83D, pp. 95-103.
- [2] Bryson, A.E., Jr., and Ho, Y.C., *Applied Optimal Control*. Blaisdwell Publishing Company, Waltham, Mass, pp. 366-368, 1969.
- [3] Kalman, R.E., "A new approach to linear filtering and prediction problems," *Journal of Basic Engineering (ASME)*, vol. 82D, pp. 35-45, March 1960.
- [4] A.C. McDonald/H. Lowe, *Feedback and Control Systems*. Reston Publishing Company, Inc. A Prentice-Hall Company Reston, Virginia, pp. 339-354, 1981.
- [5] Gene F. Franklin and J. David Powell, *Digital Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley Publishing Company, pp. 139-152, 1980.
- [6] Daniel P. Sante, *Automatic Control System Technology*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffe, New, Jersey, pp. 179-191, 1980.
- [7] Hostetter. Savant. Stefani, *Design of Feedback Control Systems*. Holt, Rinehart and Winston, pp. 463-476, 1982.
- [8] Abraham Peled/Bede Liu, *Digital Signal Processing*. John Wiley & Sons, pp. 6-13, 1976.
- [9] Benjamin C. Kuo, *Digital Control Systems*. Holt, Rinehart and Winston, Inc. pp. 346-352, 1980.
- [10] Romano M. De Santis, Richard Hurteau, and Gerard Authie, "A real-time computer control demonstrator for use in university control laboratory," *IEEE Tran.* vol. E-25, no. 1, February 1982.
- [11] Kwakernaak/Sivan, *Linear Optimal Control Systems*. Wiley-interscience, a Division of John Wiley & Sons, Inc. pp. 193-215, 1972.
- [12] Mischa Schartz/Leonard Shaw, *Signal Processing: Discrete Spectral Analysis Detection and Estimation*. Mcgraw-Hill Book Company, pp. 323-336, 1975.
- [13] Electro-craft Corporation. *DC Motors Speed Controls Servo Systems*. New York: Pergamon CH. 2, pp. 2-16, 2-28, 1977.
- [14] D Azzo & Houpis, *Linear Control System Analysis and Design: Conventional and Modern*. Mcgraw-Hill Book Company, pp. 51-61, 1975.
- [15] Arthur gelb, *Applied Optimal Estimation*, The, M.I.T. Press, pp. 156-164, 1974.
- [16] Katsuhiko Ogata, *Modern Control Engineering*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., pp. 695-713, 1970.
- [17] Brian D.O. Anderson John B. Moore, *Optimal Filtering*. Prentice-Hall Electrical Engineering Series, pp. 165-190, 1979.