

乘算器를 사용하지 않는 FIR 필터의 設計에 관한 研究 (A Study on the Design of Multiplierless FIR Filters)

申宰浩*, 李鍾珏**

(Jae Ho Shin and Chong Kak Lee)

要 約

本 論文에서는 FIR 필터係數의 符號化에 사용할 목적으로 modified delta modulation (MDM) 알고리즘을 제안하였으며, 그 알고리즘을 이용하여 乘算器를 사용하지 않는 FIR 필터의 새로운 設計方法을 제시하였다. Delta modulation (DM) 시스템의 量子化레벨은 出力符號 ± 1 의 두개로 구성되지만, MDM에서는 出力符號를 0 및 $\pm 2^n$, $n=0, 1, 2, \dots$ 로 하므로써 量子化레벨은 多數로 확장된다.

MDM 알고리즘을 적용시킨 FIR 필터의 周波數應答을 computer simulation에 의하여 구한 결과 비교적 양호한 응답이 나타났으며, 보통의 FIR 필터와 hardware素子數면에서 비교해 보면 記憶素子는 한두개 증가하지만 乘算器는 필터次數에 관계없이 하나만 필요로 한다.

Abstract

In this paper a new algorithm named modified delta modulation (MDM) for encoding filter coefficients is proposed. And this paper presents the designing method of multiplier less FIR filters using proposed MDM algorithm.

In the delta modulation (DM) system the quantization levels consist of two levels ± 1 , but in newly proposed MDM algorithm quantization levels are extended to many levels $0, \pm 2^n$, $n=0, 1, 2, \dots$.

It is recognized by the result of computer simulations that frequency response of multiplierless FIR filters designed by MDM algorithm is relatively good. And comparing with conventional FIR filters on the number of hardware devices, this filter needs a little increased memory, but regardless of filter order it needs only one multiplier which is used for signal scaling.

I. 序 論

FIR 디지털 필터는 安定性과 線型位相特性 등의 많은 장점을 갖고 있지만, 計算量이 많은 것이 큰 단점으로 되어 있다. FIR 필터를 실현할 때 계산량을 줄이는 방법은 주로 乘算을 하지 않거나 乘算回數를 줄이는 것

인데, 그 분야에서는 A/D變換方式으로 DM을 이용하는 것이 계속 연구되어 왔다. DM을 이용하는 방법에는 入力信號를 DM符號化하는 경우와 필터係數를 DM符號化하는 경우의 두종류로 나눌 수 있다.

入力信號를 符號化하는 경우로 Lockhart^[1]가 analog 신호를 filtering 하는데 LDM (Linear Delta Modulation) 을 이용하였으나 演算을 analog 방식으로 하여 analog 신호로 출력하였다. Lawrence와 Newcomb^[2]이 ADM (Adaptive Delta Modulation) 을 이용하기도 했으며, Peled와 Liu^[3]는 LDM을 사용하고 승산을 하지 않는 방법으로 lookup-table을 이용했다.

*正會員, 明知大學校 工科大學 電子工學科
(Dept. of Electronics Eng., Myong Ji Univ.)

**正會員, 서울大學校 工科大學 電子工學科
(Dept. of Electronics Eng., Seoul National Univ.)

接受日字: 1984年 11月 7日

필터계수를 부호화하는 경우로 Bateman과 Liu⁽⁴⁾가 DM出力符號 외에 0을 추가하여 필터계수를 표시하였다. 또한 Prezas와 Locicero⁽⁵⁾는 入力信號 및 係數를 동시에 ADM부호화하여 필터를 실현했다.

入力信號 부호화에서나 係數表示에 DM방식을 쓰면, DM의 특성에 의하여 PCM의 경우보다 標本周波數가 높아야 비슷한 결과를 얻을 수 있다. 入力信號 標本周波數와 system clock周波數의 관계에 있어서, analog 신호를 부호화하여 처리한 후 analog신호로 출력력을 얻을 경우에는 문제가 없으나, 이미 주어진 디지털신호일 경우는 interpolation과 decimation을 실행해야 하기 때문에 시스템이 복잡해지고 aliasing 誤差가 부가된다.

本 論文에서는 係數를 符號化하여 FIR필터를 실현하는 방법으로서, 그 係數符號化 알고리즘을 제안한다. 필터의 係數를 2의 冪乘數($2^n, n=0, 1, \dots$)로 하므로써 승산을 하지 않아도 되는데, 2^n 과 어떤 수의 곱은 그 수를 n-bit shift 하는 것이 곱한 결과와 같다는 이론을 이용한 것이다.

係數를 2의 冪乘數로 符號化하는 방법으로 제안하는 modified delta modulation(MDM)은 DM 시스템의 量子化部分을 수정한 것이다. 그리고 MDM알고리즘을 이용하여 필터를 실현하고 MDM-coefficient-filter(MDMCF)로 부르기로 한다. 또한 필터構造를 간단히 하기 위하여 FIR線型位相필터에서 처럼 係數를 對稱(symmetrical) 또는 反對稱(antisymmetrical) 성질을 만족하도록 결정한다.

II. MDM 알고리즘

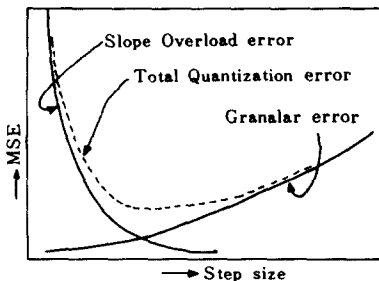


그림 1. DM시스템의 量子化誤差特性
Fig. 1. Quantization error characteristics of DM system.

그림 1은 DM의 특성으로서, DM의 量子化誤差는 granular誤差와 slope overload誤差로 구별할 수 있다. step size가 작을 수록 granular誤差는 감소하지만 slope

overload發生確率が 급격히 증가하고, step size가 클 수록 slope overload發生確率は 감소하지만 granular 誤差가 증가한다.

$$\hat{x}(n) = \hat{x}(n-1) + \Delta \cdot c(n-1) \quad (1)$$

$$\epsilon(n) = x(n) - \hat{x}(n) \quad (2)$$

$$c(n) = \text{Sgn}[\epsilon(n)] \quad (3)$$

- 단
- $x(n)$: 入力信號
 - $\hat{x}(n)$: 入力近似信號
 - $\epsilon(n)$: 誤差信號
 - $c(n)$: DM出力符號
 - Δ : step size

식 (1), (2), (3)에서 LDM시스템의 동작을 나타내었는데, 식(3)에서 보는 바와 같이 LDM의 出力符號는 ± 1 로서 入力近似信號의 變位가 반드시 한 step size가 된다. 이것을 0 및 2^n 의 여러가지 부호로 출력하므로써 近似信號의 最小變位를 0으로, 最大變位를 $M\Delta$ 로 확장한 것이 MDM이다. 여기서 M은 2^n 양자화의 출력부호중 최대정수로서 M이 8일 경우의 양자화 특성을 다음(식(4))에서 나타내고, 그림 2에서 시스템의 blockdiagram을 나타낸다.

$$c(n) = \begin{cases} 0 & \text{for } |\epsilon| \leq 0.5\Delta \\ \text{Sgn}[\epsilon(n)] & \text{for } 0.5\Delta < |\epsilon| \leq 1.5\Delta \\ 2 \cdot \text{Sgn}[\epsilon(n)] & \text{for } 1.5\Delta < |\epsilon| \leq 2.5\Delta \\ 4 \cdot \text{Sgn}[\epsilon(n)] & \text{for } 2.5\Delta < |\epsilon| \leq 3.5\Delta \\ 8 \cdot \text{Sgn}[\epsilon(n)] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

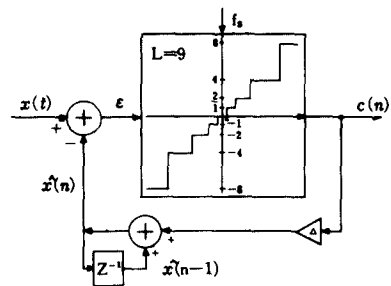


그림 2. MDM시스템의 블록도
Fig. 2. Block diagram of MDM system.

MDM은 LDM에 비하여 근사신호의 最小變位가 0이므로 그림 1의 granular誤差曲線에서 오차가 작아지는 방향으로 개선되며, 最大變位가 $M\Delta$ 이므로 slope overload誤差曲線에서도 오차가 작아지는 방향으로 개선되므로 全量子化誤差도 감소되고, dynamic range도 확장되는 효과가 있다. 이것은 ADM에서 step size를

변화시키는 것과 같은 효과인데, ADM은 出力符號가 ± 1 이므로 step size適應演算이 필요하지만, MDM은 量子化를 여러 단계로 하므로써 step size適應이 필요없다.

결국 MDM은 DM의 최대장점인 1bit符號化가 아닌 multi-bit符號化이므로 通信에서의 信號變換 및 傳送에는 효과가 좋지 않을지 모르나, 本論文에서 제안하는 것은 단지 주어진 시스템의 impulse response를 부호화하여 필터계수를 결정하는 알고리즘으로 이용하는 것이다.

임의의 信號列 $x(n)$ 을 MDM 알고리즘에 적용했을 때의 近似信號 $\hat{x}(n)$ 과 出力信號 $c(n)$ 은 식(1)에 의하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{x}(n) = \Delta \sum_{k=-\infty}^n c(k) \quad (5)$$

그러므로 $c(n)$ 의 z-變換으로부터 近似信號 $\hat{x}(n)$ 의 z-變換을 구할 수 있다.

$$\hat{X}(z) = \frac{\Delta c(z)}{1-z^{-1}} \quad (6)$$

$$\text{단 } C(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c(n) z^{-n}$$

DM이나 MDM은 入力信號의 變化量을 符號化하는 것이므로, 식(5)에서 보는 바와 같이 出力符號를 積分하여 近似信號를 얻는다. 마찬가지로 MDM符號化係數로써 필터를 실현하면 積分器를 연결해야 함을 알 수 있다.

III. 係數符號化 및 MDMCF

$$|H(j\Omega)| = \begin{cases} 1 & \Omega_{c1} \leq |\Omega| \leq \Omega_{c2} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

$$h_a(t) = \frac{\text{Sin}\Omega_{c2}t - \text{Sin}\Omega_{c1}t}{\pi t} \quad (8)$$

일반적으로 주파수응답이 식(7)과 같은 이상적 필터의 impulse response는 식(8)과 같이 우함수가 되는데, 그것은 무한기간함수이므로 標本化하여 rectangular window로 N-point만 택한 후, 우로 shift시켜 causal sequence의 $h(n)$ 을 定義하면 아래와 같다.

N이 홀수일 경우

$$h(n) = \begin{cases} T \text{ha}[(n-N_0)T] & \text{for } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

단 $N_0 = (N-1)/2$, T; Sampling interval

N이 짝수일 경우

$$h(n) = \begin{cases} T \text{ha}[(n-N_0 + \frac{1}{2})T] & \text{for } 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

단 $N_0 = N/2$

대칭impulse response $h(n)$ 을 MDM 알고리즘에 적용시켰을 때, 대부분은 비대칭근사 impulse response $\hat{h}(n)$ 이 나타나는데, slope overload 현상이 발생할 때는 특히 심한 歪曲이 나타난다. 近似impulse response에 대칭특성을 만족시키기 위하여 $h(n)$ 의 좌측 no-point만 MDM 알고리즘에 적용시키고, 우측 No-point를 대칭이 되도록 정한다. 그렇게 하므로써 MDM 出力符號는 $(N+1)$ -point의 反對稱형태가 되며, 아래와 같이 $\hat{h}(n)$ 과 $c(n)$ 의 관계를 有限級數로 쓸 수 있다.

$$\hat{h}(n) = \Delta \sum_{k=0}^n c(k) \quad (11)$$

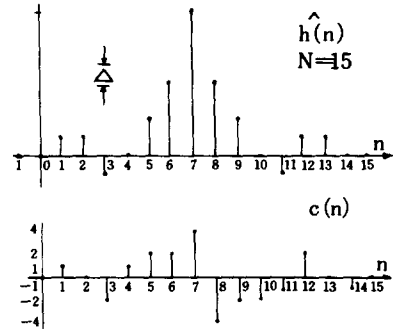


그림 3. 근사 impulse response와 MDM 출력부호

Fig. 3. Approximated impulse response and MDM output code.

그림 3과 식(11)로부터, 한 구간 지연된 근사 impulse response는 다음과 같이 된다.

$$\hat{h}(n-1) = \Delta \sum_{k=0}^{n-1} c(k) \quad (12)$$

여기서 $\hat{h}(n)$ 과 $\hat{h}(n-1)$ 의 z-變換을 각각 구하고, 그것으로써 근사system function을 구해보면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \tilde{H}(z) &= \sum_{n=0}^{N-1} \hat{h}(n) z^{-n} \\ &= \sum_{n=0}^N \hat{h}(n) z^{-n} \quad (\because \hat{h}(N) = 0) \\ &= \Delta \sum_{n=0}^N \sum_{k=0}^n c(k) z^{-n} \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z^{-1} \tilde{H}(z) &= \sum_{n=1}^N \hat{h}(n-1) z^{-n} \\ &= \sum_{n=0}^N \hat{h}(n-1) z^{-n} \quad (\because \hat{h}(-1) = 0) \\ &= \Delta \sum_{n=0}^N \sum_{k=0}^{n-1} c(k) z^{-n} \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1-Z^{-1})\tilde{H}(Z) &= \Delta \sum_{n=0}^N \sum_{k=0}^n c(k) z^{-n} \\ &\quad - \Delta \sum_{n=0}^N \sum_{k=0}^{n-1} c(k) z^{-n} \end{aligned}$$

$$= \Delta \sum_{n=0}^N c(n) z^{-n}$$

$$= \Delta C(z) \quad (15)$$

$$\tilde{H}(z) = \Delta C(z) (1-z^{-1})^{-1} \quad (16)$$

그리고 $c(n)$ 은 反對稱이므로 $0 \leq n \leq N$ 구간에서 $c(n) = -c(N-n)$ 을 만족하므로, $c(n)$ 의 z -變換을 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$C(z) = \sum_{n=0}^N c(n) z^{-n}$$

$$= \sum_{n=0}^{N_0} c(n) [z^{-n} - z^{-(N-n)}]$$

$$= (1-z^{-1}) C'(z) \quad (17)$$

N 이 홀수일때는 대칭중심인 $c(N_0)$ 가 반드시 0이므로 짝수일 경우와 마찬가지로 식(17)의 관계를 만족한다. 그러므로 식(16)의 근사system function에서 理想的積分器로 인한 $z=1$ 에서의 pole을 식(17)에서 나타난 $z=1$ 에서의 $C(z)$ 의 zero가 相殺한다. 그래서 $\omega=0$ 에서 주파수응답이 유한한 값으로 나타나고, 모든 pole이 原點에 존재하여 根本的으로 安定하다는 일반적인 FIR 필터의 특성을 MDMCF에서도 만족함을 나타낸다. 그리고 反對稱特性에 의하여 $c(n)$ 의 amplitude 함수를 구하면 다음과 같이 되므로 쉽게 근사주파수 응답을 구할 수 있다.

$$C(e^{j\omega}) \begin{cases} 2 \sum_{n=1}^{N_0} c(N_0-n) \sin(\omega n), & \text{for odd } N \\ 2 \sum_{n=1}^{N_0} c(N_0-n) \sin[\omega(n - \frac{1}{2})], & \text{for even } N \end{cases} \quad (18)$$

$$\tilde{H}(e^{j\omega}) = 2 \Delta (1-e^{-j\omega})^{-1} C(e^{j\omega}) \quad (19)$$

홀수對稱의 係數를 갖는 보통의 FIR 필터의 대응하는 짝수反對稱MDMCF의 構造를 보면 다음과 같다.

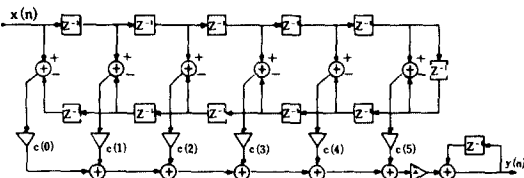


그림 4. MDMCF構造
Fig. 4. MDMCF Structure.

그림 4에서의 係數 $c(n)$ 은 0 또는 2^n 으로 표시되므로, 실제 hardware에서는 2^n 의 곱일 경우 n -bit 위로 가산기에 연결하면 되므로 shift register가 필요없고, 0의 곱일 경우는 가산기조차 필요없다. 보통의 필터에서도 overflow를 막기 위해 scalar를 쓰는데, 그림

4에서 step size를 곱하는 것을 scalar와 같이 쓸 수 있다.

보통의 FIR 필터경우에 비하여 MDMCF설계에는 量子化 level 수와 最適step size의 두가지 조건이 더 필요하다. 量子化時 granular誤差보다 slope overload오차가 더 심각한 영향을 미치므로 근사 impulse response의 最大變位가 理想的 impulse response의 最大變位보다 크도록 step size를 정한다.

$$M \Delta \geq \max_n |h(n) - h(n-1)| \quad (20)$$

여기서 全自乘平均誤差가 최소화되도록 약간의 조정이 필요하며, 특히 main lobe 및 그 근처에서 오차가 작도록 조정하여 最適step size를 정한다.

디지털 필터의 周波數應答에서 천이대역폭은 대체로 필터次數 N 과 標本周波數 ω_c 의 곱에 反比例한다. 그러므로 係數의 數(N)을 많이 할수록 양호한 응답을 얻을 수 있지만, MDMCF의 근사 impulse response의 變位는 적어도 한 step size이므로 필터次數의 한계가 생긴다. 즉 $n \rightarrow \infty$ 일때 $h(n)$ 은 0이므로 근사 impulse response $\hat{h}(n)$ 도 0이 되어야 한다. 그러니까 $n > Nm$ 에서 $|h(n)| < \frac{\Delta}{2}$ 일 경우 $\hat{h}(n)$ 은 계속 0을 유지한다.

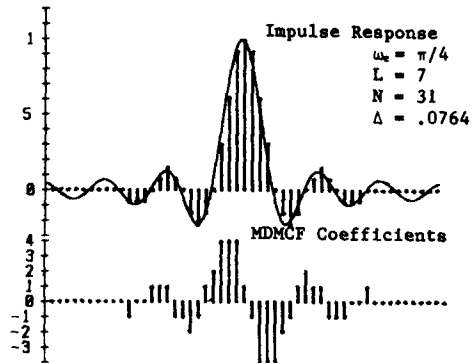


그림 5. $h(n)$, $\hat{h}(n)$, $c(n)$ 의 比較
Fig. 5. Comparison of $h(n)$, $\hat{h}(n)$, $c(n)$.

예를 들어 LPF의 경우, 正規化 impulse response는 다음과 같은 부등식을 만족한다. $n \geq Nm$ 에서 $\hat{h}(n) = 0$ 가 계속되는 조건 $|h(n)| \leq \frac{\Delta}{2}$ 를 적용시키면 한계치 Nm 을 구할 수 있다.

$$|h(n)| = \left| \frac{\sin \omega_c n}{\omega_c n} \right| \leq \frac{1}{\omega_c n} \quad (21)$$

$$Nm = \frac{2}{\omega_c \Delta} \quad (22)$$

대칭impulse response에서 $n=0$ 양쪽으로 같은 수를

택해야 하므로 필터次數의 한계를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$N_{max} = \frac{4}{\omega_c \Delta} \quad (23)$$

그러므로 MDMCF에서는 N_{max} 이내에서 필터次數가 높을수록 좋은 주파수응답이 나오지만, 그 이상일 경우 $\hat{h}(n)=0$ 만 유지하므로 주파수응답에 아무런 영향을 미치지 못한다. 반면에 DM 부호화 필터에서는 $h(n) \rightarrow 0$ 에서도 $\hat{h}(n)$ 은 ± 1 을 계속 반복해야 하므로 $\frac{\omega_c}{2}$ 근처의 성분이 증대되어 次數가 限界値보다 높아질때 오히려 주파수응답이 나빠지게 된다.

IV. Simulation 結課 및 檢討

實驗對象으로 세가지 차단주파수(ω_c) $\pi/8, \pi/4, 3\pi/8$ (rad)의 LPF를 선택하고, 필터次數(N)을 11, 21, 31, 41, 51을 택했다. 그리고 양자화 level 수(L)을 3, 5, 7, 9의 네가지 경우와 LDM으로 부호화했을 경우, infinite wordlength FIR 필터의 경우를 비교하기 위해 전체 90종의 주파수응답을 구해 보았다.

각 경우에 양자화오차가 최소화되는 最適 step size를 구해 본 결과, MDM level을 한단계 낮출 때 step size가 거의 두배가 되고, 또 통과대역폭이 두배로 늘어날 때도 step size가 거의 두배 가까이 되었다.

Table 1. 실험에 사용된 각 경우의 step size代表値

cutoff # of level	freq		
	$\pi/4$	$\pi/4$	$3\pi/8$
9	0.0206	0.04	0.055
7	0.0422	0.0764	0.1094
5	0.0993	0.1471	0.2543
3	0.1585	0.3067	0.3387

이상적 impulse response와 MDM 近似 impulse response 그리고 MDM 出力符號를 그림 6에서 graph로 낸다.

그리고 simulation으로 구한 MDMCF의 주파수응답을 그림 6, 7에 나타내었는데, 그림 7에서는 infinite word length FIR 필터의 응답(ideal response로 표시)과 비교하고, 그림 7에서는 LDMCF의 응답과 비교한다. 여기서 계산된 dB 값은 각경우의 $H(\omega)$, $\tilde{H}(\omega)$ 를 기준으로 한 것이다.

그리고 각경우에서 보통의 FIR 선형위상필터와 MDMCF에서 사용되는 hardware 소자수를 표 2에 나타내었다. 표에서 보는 바와 같이 記憶素子數는 한두개 증가

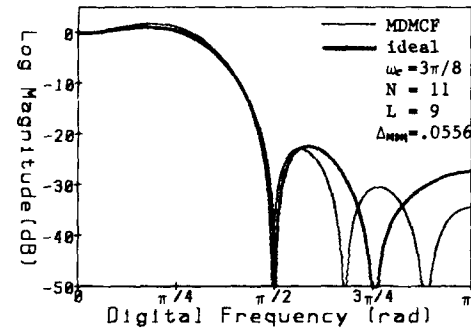
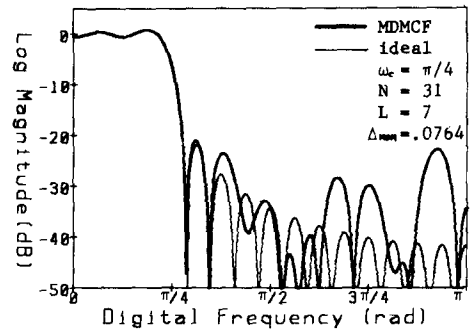
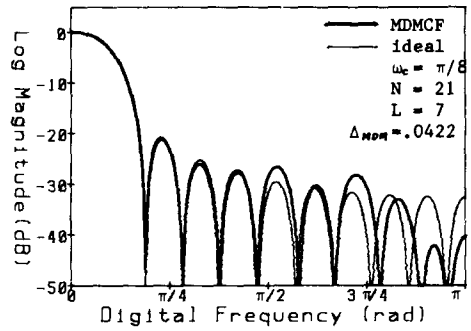


그림 6. MDMCF의 주파수응답(1)

Fig. 6. Frequency response of MDMCF(1).

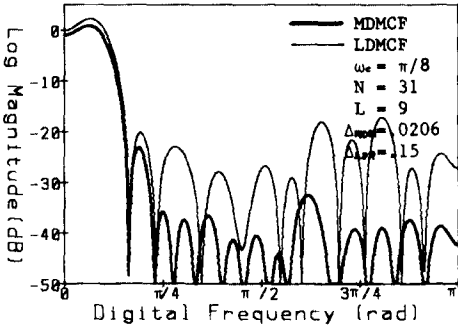
하지만, 乘算器는 共히 한개씩만 필요하다. 이것은 signal scaling 승산기가 step size의 곱을 동시에 수행한다.

각 경우의 주파수응답을 檢討해 보면 다음과 같다. 첫째로 차단주파수 $\pi/8$ 의 경우 LDMCF의 응답은 $L=3$ 인 MDMCF의 응답과 거의 비슷한 결과가 나왔으며, 또 낮은 次數에서는 level수가 증가해도 별로 응답이 개선되지 않았으며, 높은 次數에서 level수가 증

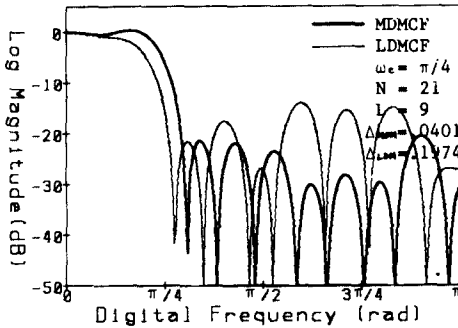
가하면 理想的 應答에 가깝게 되었다.

Table 2. Hardware 素子數 比較

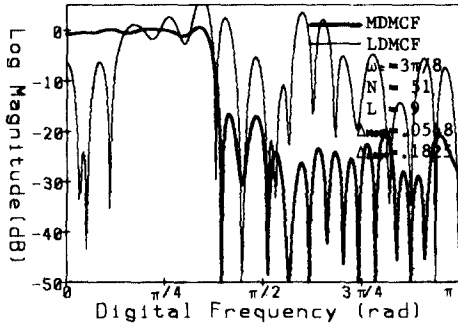
ω_c	구분		Conventional FIR filter			MDMCF		
	N	L	Memory	Adder	Multiplier	Memory	Adder	Multiplier
$\pi/8$	11	3	10	10	7	12	6	1
$\pi/8$	21	7	20	20	12	22	22	1
$\pi/4$	31	7	30	30	17	32	28	1
$\pi/4$	41	9	40	40	22	42	42	1
$3\pi/8$	21	9	20	20	12	22	20	1
$3\pi/8$	51	9	50	50	27	52	42	1



(a)



(b)



(c)

그림 7. MDMCF의 주파수응답(2)

Fig. 7. Frequency response of MDMCF(2).

둘째로 차단주파수 $\pi/4$ 의 경우 LDMCF의 應答은 낮은 차수에서 필터형태를 나타내지만, 차수가 높아질수록 거의 필터로서 가치가 없게 되었다. $L=3$ 인 MDMCF의 경우 $N=21, 31, 41, 51$ 네가지의 應答이 같게 나왔는데, 이 경우의 step size는 $\Delta=0.3067$ 로 식 (23)으로써 最大次數를 계산하면 $N_{max}=17$ 이 되어 $N=11$ 의 應答보다는 양호한 應答이지만 그 이상의 차수에서는 應答의 변화가 없었다. $L=5$ 인 경우도 $N=31$ 이상에서 같은 현상이 나타났다.

셋째 경우로 차단주파수 $3\pi/8$ 일 경우 LDMCF의 應答은 全次數에서 이미 필터로서 가치를 상실했으며, $L=3$ 또는 $L=5$ 의 MDMCF도 5 가지 차수에서 應答이 같고, 차단영역의 감쇄량도 $L=3$ 일 경우 10dB, $L=5$ 일 경우 15dB 정도 밖에 나오지 않았다. $L=7$ 또는 $L=9$ 일 경우도 -30 dB 정도의 noise floor가 생기는 것 같았으며, 통과대역폭이 넓을수록 level 수를 많이 해야만 應答이 잘 나왔다.

V. 結 論

本 論文에서는 FIR 필터의 係數符號化 알고리즘으로 MDM을 제안하였으며, 계수를 $0, \pm 2^n$ 으로 하여 승산기를 사용하지 않는 필터설계방법을 제시하였다.

이 방법으로 설계된 FIR 필터의 특성을 simulation으로 구해 본 결과 LDM 부호화의 경우 보다는 양호한 결과가 나왔으며, 그리고 차수를 증가시키고 level 수를 증가시키면 PCM 부호화 경우와도 유사하였다. 그러나 통과대역폭이 넓어질수록 차단대역에 noise floor가 차츰 높게 나타났다.

Hardware 실현에서는 記憶素子가 한두개 증가하지만, 승산기는 필터차수에 관계없이 한개만 필요하므로, 필터를 하나의 소자로서 집적회로화하는데 도움이 될 것이다.

入力신호의 word length에 대한 最適 level 수, 最適 step size를 유도할 수 있는 방법등이 앞으로 研究할 과제이다.

參 考 文 獻

[1] G.B. Lockhart, "Digital encoding and filtering using delta modulation," *Radio Electron. Eng.*, vol. 42, pp. 547-551, Dec. 1972.
 [2] W.F. Lawrence and R.W. Newcomb, *FIR Filter Hardware Reduction With Adaptive Delta Modulation*. Proc. 1979

- IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing, pp. 849-852, Apr. 1979.
- [3] A. Peled and B. Liu, "A New approach to the realization of nonrecursive digital filters," *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*, vol. AU-21, pp. 477-484, Dec. 1973.
- [4] M.R. Bateman and B. Liu, "An approach to programmable CTD filters using coefficient 0, +1 and -1," *IEEE Trans. circuits and systems*, vol. CAS-27, pp. 451-456, June 1980.
- [5] D.P. Prezas and J.L. LoCicero, "A delta modulation filter for speech-type signals," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-28, pp. 801-806, June 1980.
- [6] A. Antoniou, *Digital filters: analysis and design*, McGraw Hill, New York, 1979.
-