

Weight 最少化法을 利用한 回路 設計

(A Circuit Design Using Weight Minimization Method)

金 熙 碩*, 林 濟 澤*

(Hi Seok Kim and Je Tack Lim)

要 約

MCO 문제의 해석을 하기 위한 weight p-norm 방법을 연구하여 새로운 non-inferior 해를 구하였다.

Weight 최소화방법을 MOSFET NAND 게이트에 적용하여 최적 non-inferior 해를 구하였다. 또한 본 논문에서 응용한 최소화방법은 목적함수가 non-convex 일때도 적용된다. 본 논문의 최소화 방법의 결과를 Lightner의 결과와 비교하여 효율성을 입증하였다.

Abstract

A new non-inferior solution is obtained by investigating method of weight p-norm to explain the conception of MCO (multiple criterion optimization) problem. And then the optimum non-inferior solution is obtained by the weight minimization method applied to objective function of MOSFET NAND GATE. Also this weight minimization method using weight p-norm methods can be applied to non-convex objective function. The result of this minimization method shows the efficiency in comparison with that of Lightner.

I. 序 論

일반적으로 전자회로를 설계하기 위해서는 많은 절차가 필요하다. 즉 설계조건식인 최대전력소모(maximum power dissipation), 최대스위칭속도(maximum switching speed) 등을 만족할 수 있도록 설계를 해야 한다. 그러나 대규모 집적회로(LSI)가 출현하면서 집적회로를 설계하기 위한 회로 simulator^[1], 논리 simulator, 회로배치 및 배선프로그램 등과같은 CAD (computer aided design)의 필요성이 요구되었다. 이러한 분야중의 하나로 회로최적화(optimization)라는 개념이 도입되었다. 그러나 많은 회로설계자들은 이 최적화 개념을 적용했을때 초기의 회로설계 보다 특별히 개선된 점이 없었으므로 광범위하게 사용하지 않았

다. 이런이유로 새로운 최적화 이론 MCO(multiple criterion optimization)^[2]가 대두되었으며 초기에는 이 MCO 개념 역시 집적회로 설계자에게는 별로 관심을 끌지 못하였으나 최근에 Lightner^[3], Kelly 등이 이 개념을 적용하여 제어분야등에 응용하였으며 Fraser^[4], Lightner^[5]는 집적회로 설계에 이 이론(MCO)를 도입 응용하였다.

본 논문에서는 [8]이 제시한 MCO 방법중 weight가 합(加合)방법(weight sum method)과 weight max norm 방법을 기초로 하여 새로운 최적 non-inferior 해를 구하였다.

II. MCO의 기본 개념

여러 목적함수(objective function)를 동시에 최적화할 경우 MCO 개념이 응용되고있다. 이 MCO 개념은 다음과 같이 정의 할 수 있다. N개의 설계 파라미터 (design parameter) $X_i, (i=1, \dots, N)$ 는 N차원벡터 \bar{X} ,

*正會員, 漢陽大學校 工科大學 電子工學科
(Dept. of Electron. Eng., Han Yang Univ.)
接受日字: 1984年 11月 15日

$\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 로 정의하며 N 차원 입력공간(input space) iR^n 에 포함된다. m 개의 설계목적함수(design objective function) $f_j, (j=1, \dots, m)$ 는 m 차원벡터 $\bar{f}, \bar{f} = \bar{f}(\bar{x}) = (f_1(\bar{x}), f_2(\bar{x}), \dots, f_m(\bar{x}))$ 로 정의하며 \bar{f} 는 m 차원출력공간(output space) iR^m 에 포함된다. 따라서 \bar{f} 가 \bar{x} 의 함수이면 $\bar{f}: iR^n \rightarrow iR^m$ 로 되며 \bar{f} 는 비선형 함수이다.

MCO 문제를 조건식과 함께 표현하면 (1)식과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \min & \bar{f}(\bar{x}) \\ & \bar{g}(\bar{x}) \leq 0 \\ & \bar{h}(\bar{x}) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

이 MCO 문제에서는 최적(optimality) 개념을 대신하여 non-inferiority¹⁾ 개념, pareto-optimality²⁾ 개념, minimality³⁾ 개념을 MCO 문제의 해(solution)로 사용한다. 함수 $\bar{f}(\bar{x})$ 조건식 $\bar{g}(\bar{x}), \bar{h}(\bar{x})$ 를 convex 함수라면 non-inferior 개념을 다음과 같이 정의한다.

정의(1)⁴⁾ 입력공간 iR^n 에서 입력존재영역(feasible region)을 Ω 라 하면

$$\Omega = \{x | \bar{g}(\bar{x}) \leq 0, \bar{h}(\bar{x}) = 0\} \quad (2)$$

로 정의한다.

정의(2) 출력공간(iR^m)에서 출력존재영역을 \wedge (lamda)라 하면

$$\wedge = \{\bar{f} | \bar{f} = \bar{f}(\bar{x}), x \in \Omega\} \quad (3)$$

으로 정의한다.

조건식이 있는 MCO 문제를 해석하기 위해 Zadeh⁵⁾의 non-inferiority 개념을 논의하기로 한다.

정의(3) 어떤 점(point) $\bar{x}^* \in \Omega$ 에서 \bar{x}^* 근방에 $(\bar{x} + \Delta\bar{x}) \in \Omega$ 로 되는 $\Delta\bar{x}$ 가 존재하지 않으면 점 \bar{x}^* 는 국소(local) inferior점이다.

$$\begin{aligned} & \text{즉 } f_i(\bar{x} + \Delta\bar{x}) \leq f_i(\bar{x}^*), i=1, 2, \dots, m \\ & f_j(\bar{x} + \Delta\bar{x}) < f_j(\bar{x}^*) i \neq j \end{aligned} \quad (4)$$

정의(4) 어떤 점 $\bar{x}^* \in \Omega$ 에서 $\bar{x} \in \Omega$ 가 되는 점 \bar{x} 가 더 이상 존재하지 않으면 \bar{x}^* 는 광역(global) noninferior 점이다.

$$\begin{aligned} & \text{즉 } f_i(\bar{x}) \leq f_i(\bar{x}^*), i=1, \dots, m \\ & f_j(\bar{x}) < f_j(\bar{x}^*), i \neq j \end{aligned} \quad (5)$$

일반적으로 MCO문제에서는 수많은 non-inferior 해가 존재하며 non-inferior 해의 모임을 non-inferior 집합(set)이라고 하며 함수 \bar{f} 에 대한 non-inferior 집합의 상(image)을 non-inferior면(surface)이라 한다.

III. Weight P-Norm⁶⁾ 방법

먼저 Weight p-norm 방법을 논의하기 전에 고려할 조건은 출력공간내에 존재영역 \wedge 는 \bar{f} 의 성분($f_i \in \wedge$)을 포함하며 이때 non-inferior 점 \bar{f} 는 유일(unique)하며 \wedge 는 1상한(first quadrant)에 존재하는 조건 즉

$\bar{f}^* \in \wedge$ 이며 $\bar{f}^* > 0$ 이다. 이 조건에 따라 weight p-norm 함수 $U_p^w(\bar{f})$ 를 (6)식으로 표현한다.

$$U_p^w(\bar{f}) = \|\bar{W}\bar{f}\|_p, 1 \leq p < \infty \quad (6)$$

식(6)을 다시 표현하면

$$\|\bar{W}\bar{f}\|_p = \sum_{i=1}^m \left((w_i f_i)^p \right)^{\frac{1}{p}} \quad (7)$$

로 된다. 식(7)을 최소화하면 non-inferior 점이 생성된다. Level 집합 L_p^w 는 식(8)과 같이 표현하며 최소화 과정을 기하학적으로 해석한다.

$$L_p^w(\alpha) = \{\bar{f}^* | U_p^w(\bar{f}^*) \leq \alpha\} \quad (8)$$

식(8)에서 $p=1$ 이면

$$\begin{aligned} L_1^w(\alpha) &= \{\bar{f} | U_1^w(\bar{f}) \leq \alpha\} \\ &= \{\bar{f} | \|\bar{W}\bar{f}\|_1 \leq \alpha\} \end{aligned}$$

여기서 $\|\bar{W}\bar{f}\|_1 = \sum_{i=1}^m |w_i f_i|$ 이다.

같은 방법으로 $p=2, \infty$ 일때는 식(9)로 표현된다.

$$\begin{aligned} \|\bar{X}\bar{f}\|_2 &= \sum_{i=1}^m |w_i f_i|^2)^{1/2} \\ \|\bar{X}\bar{f}\|_\infty &= \max_{i=1, \dots, m} |w_i f_i| \end{aligned} \quad (9)$$

따라서 $\sum_{i=1}^m |w_i f_i|$ 가 unit norm, $i=1, 2$ 이면 그림1로 된다.

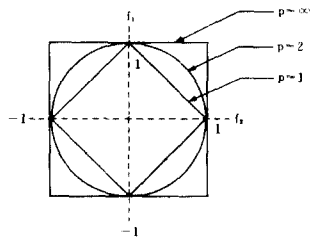


그림 1. Unity norm, $p=1, 2, \infty$ 의 level 집합
Fig 1. Level sets of the $p=1, 2, \infty$ with unity weights.

정리(5)⁴⁾ 출력공간内的 \wedge 에서 유일 최소치가 \bar{f}^* 이고 $\bar{W} > 0, \bar{W} = \text{diag}(\bar{w})$ 이면 $\bar{f}^* \in \wedge$ 는 non-inferior 점이다.

식(7)과 정리(5)에서 모든 non-inferior 점 \bar{f}^* 는 각각의 고유 weight를 갖는다. 만약 \bar{f}^* 가 $\|\bar{X}\bar{f}^*\|_\infty$ 의 유일 최소치이면 $\min \|\bar{W}\bar{f}^*\| = 1$ 이 성립한다. 이때 \bar{W}^* 는 $p=\infty$ 일때 non-inferior 해와 관련된 weight이므로 표준 weight(canonical-weight)라 한다. 그러므로 식(8)의 level 집합이 $L_{\infty}^w(1)$ 이면 $L_{\infty}^w(1)$ 은 정코너(positive coner)에서 점 \bar{f}^* 와 점점을 이룬다. 이 개념을 이용하여 식(10)이 만족되면 다음과 같은 정리가 성립한다.

$$L_{\infty}^w(\bar{f}^*) = \{\bar{f} | \|\bar{W}\bar{f}\|_\infty \leq \|\bar{W}\bar{f}^*\|_\infty\} \quad (10)$$

정리(6) 점 $\bar{f}^* \in \Lambda$ 는 $\bar{W} > 0$ 이고 $1 \leq p \leq \infty$ 이면 점 \bar{f}^* 는 non-inferior 점이다. 즉 $L_{\bar{W}}^p \bar{f}^* \cap \Lambda = \{\bar{f}^*\}$ (11) 이 된다.

IV. Non-Inferior에 대한 Weight 선택

II, III장에서 non-inferior 해에 대한 개념과 weight p-norm 방법에 대하여 논의하였다. 일반적으로 non-inferior 해는 무한히 존재한다. 이런 non-inferior 해를 구하기 위하여 weight p-norm 방법에서 $p=1$ 인 weight 가합방법 (weight sum methods)과 $p=\infty$ 인 weight max norm 방법에 대하여 논의하기로 한다. 먼저 weight 가합방법에서는 여러목적 함수를 단일목적함수 (single objective function)로 최적화 (최소화를 의미한다) 하는 식(12)로 표현한다.

$$\bar{f}(\bar{x}) = \sum_{i=1}^m W_i f_i(\bar{x}) \tag{12}$$

여기에서 $f_i(\bar{x})$ 는 convex 함수이다.

3 차원 출력공간 iR^3 에서 존재영역 Λ 에 boundary search⁽⁴⁾ 방법을 이용하여 초기 weight를 선택하면 식(13)으로 전개가 된다.

$$\begin{aligned} W_1 f_1^{\min} + W_2 f_2^{\max} + W_3 f_3^{\max} &= C \\ W_1 f_1^{\max} + W_2 f_2^{\min} + W_3 f_3^{\max} &= C \\ W_1 f_1^{\max} + W_2 f_2^{\max} + W_3 f_3^{\min} &= C \end{aligned} \tag{13}$$

$$\text{식(13)을 정리하면 } \frac{W_1}{W_2} = \frac{\Delta f_1(\bar{x})}{\Delta f_2(\bar{x})} \tag{14}$$

여기에서 $\Delta f_1(\bar{x}) = f_1^{\max} - f_1^{\min}$
 $\Delta f_2(\bar{x}) = f_2^{\max} - f_2^{\min}$ 이다.

$W_1 = 1 / \Delta f_1(\bar{x})$ 라면 식(12)는 식(15)로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\Delta f_1(\bar{x})}, & 0, & 0 \\ 0, & \frac{1}{\Delta f_1(\bar{x})}, & 0 \\ 0, & 0, & \frac{1}{\Delta f_3(\bar{x})} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1(\bar{x}) \\ f_2(\bar{x}) \\ f_3(\bar{x}) \end{bmatrix} \tag{15}$$

일반적으로 m 차원 ($m \geq 3$)의 weight는 식(16)로 표현한다.

$$\text{Diag}(W) = \text{Diag}\left(\frac{1}{\Delta f_1(\bar{x})}, \frac{1}{\Delta f_2(\bar{x})}, \frac{1}{\Delta f_3(\bar{x})}, \dots, \frac{1}{\Delta f_m(\bar{x})}\right) \tag{16}$$

따라서 (m+1)번째의 weight vector \bar{W}_{m+1} 은 식(17)로 된다.

$$\text{Diag}(\bar{W}_{m+1}) = \Delta f_1(\bar{x}) \cdot \text{Diag}(\bar{W}) = \text{Diag}\left(1, \frac{\Delta f_1(\bar{x})}{\Delta f_2(\bar{x})}, \frac{\Delta f_1(\bar{x})}{\Delta f_3(\bar{x})}, \dots, \frac{\Delta f_1(\bar{x})}{\Delta f_m(\bar{x})}\right) \tag{17}$$

위의 방법으로 구한 m개의 non-inferior 점을 출력 공간내의 Λ 에서 \bar{W} 와의 관계식으로 표현하면 식(18)로

된다.

$$\bar{W}^T \begin{bmatrix} f_1(\bar{x}^*) \\ f_2(\bar{x}^*) \\ \vdots \\ f_m(\bar{x}^*) \end{bmatrix} = 1 \tag{18}$$

두번째 weight 선택방법인 weight max norm (L_{∞}) 방법은 식(17)에서 $p=\infty$ 인 경우이므로 식(19)으로 표현된다.

$$\min ||W_i f_i(\bar{x})||_{\infty} = \min \max |W_i f_i(\bar{x})| \tag{19}$$

식(19)을 등식으로 표현하면 식(20)으로 된다.

$$\begin{aligned} \min \gamma \\ \text{조건식은 } \frac{1}{W_i} (\bar{f} - \bar{f}^*) \end{aligned} \tag{20}$$

식(20)에서 γ 는 첨가변수⁽⁷⁾이며 Goal attainment⁽⁴⁾ 방법으로 해를 구할 수 있다.

L_{∞} 의 non-inferior 해 \bar{f}^* 는 식(8)의 level 집합정의에 의하여 정코너 (positive coner)에서만 존재한다. 식(13)의 non-inferior 해 \bar{f}^* 와 표준 weight W_{ii}^* 는 다음과 같이 정의한다.

정의 (4-1) $\bar{f}^* \in \Lambda$ 이고 $\bar{W} = \text{Diag}(\bar{W}_{ii}^*)$, $i=1, 2, \dots, m$ 이면 표준 weight W_{ii} 는 $W_{ii} = \frac{1}{f_i^*}$ 이다.

식(8), (9)에서 구한 non-inferior 해 \bar{f}^* 는 유일 (unique) 하다. Lightner⁽⁴⁾는 함수 $\bar{f}(\bar{x})$ 가 convex 일때도 non-inferior \bar{f}^* 를 분리하여 각각 구하였으나 본 논문에서는 다음과 같은 정리에 의하여 non-inferior 해를 구하기로 한다.

정리 (7) 함수 \bar{f} 는 convex⁽⁴⁾, $\bar{f}^* \in \Lambda$, $||\bar{W}^T \cdot \bar{f}^*|| = 1$ 이 성립하면 $p=1, 2, \infty$ 일때의 non-inferior 해 \bar{f}^* 는 서로 일치한다.

(증명) non-inferior 해 \bar{f}^* 가 $\Delta \bar{x}$ 만큼 일치 않는다면 Taylor 전개식에 의하여

$$f(\bar{x}^* + \Delta \bar{x}) = \bar{f}(\bar{x}^*) + \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{x}} \Delta \bar{x} + \gamma$$

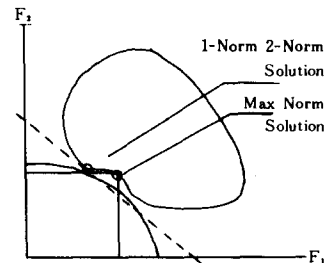


그림 2. $\bar{f} \in \Lambda$ 가 convex 함수가 아닌 경우 1, 2, ∞ norm 방법으로 구한 non-inferior 해
 Fig. 2. Non-inferior solution found to be minimizing 1, 2, ∞ norms over feasible nonconvex region. ($\bar{f} \in \Lambda$).

\bar{x}^* 에서 $\bar{W}^T \bar{f}(x)$ 가 최소이면 $\bar{W}^T \partial \bar{f} / \partial x = 0^{(1)}$ 이다. 따라서 $\bar{W}^T \bar{f}(\bar{x}^* + \Delta x) = \bar{W}^T \bar{f}(\bar{x}^*) + \bar{W}^T \gamma \geq \bar{W}^T \bar{f}(\bar{x}^*)$ 로 된다.

여기에서 \bar{f} 는 convex 함수이므로 γ (high order terms)은 0이 된다. 그러므로 각각의 non-inferior 해 \bar{f}^* 는 일치한다. Q. E. D

그림 2, 3에서 함수 \bar{f} 가 convex, non-convex일때 non-inferior \bar{f}^* 의 관계를 나타내었다.

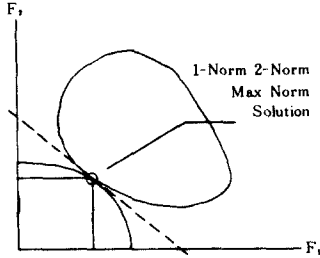


그림 3. $\bar{f} \in \wedge$ 에서 \bar{f} 가 convex 함수일때 1, 2, ∞ norm 방법으로 구한 non-inferior 해

Fig. 3. Non-inferior solution found to be minimizing 1, 2, ∞ norms over the feasible convex region ($f \in \wedge$).

정리 7을 이용하여 다음과 같은 새로운 non-inferior 해를 구하기로 한다. 출력 존재영역 \wedge 에 $\bar{f}(x_1, x_2)$ 가 존재하면 목적함수 $\bar{f}(x_1, x_2)$ 는 조건식 $\alpha_i \leq x_i \leq \beta_i, i=1, \dots, m$ 의 범위내에 목적함수가 그림 4, 5와 같이 형성된다. 그림 4, 5에서 함수 f 가

$$f_1(x_1, x_2), \alpha_1 \leq x_1 \leq \alpha_2, \beta_1 \leq x_2 \leq \beta_2$$

$$f_2(x_1, x_2), \alpha_3 \leq x_1 \leq \alpha_4, \beta_3 \leq x_2 \leq \beta_4$$

$$f_3(x_1, x_2), \alpha_5 \leq x_1 \leq \alpha_6, \beta_5 \leq x_2 \leq \beta_6$$

이면 식(14), (15)에 의하여

$$W_1 = \frac{1}{|f_1^{\max} - f_1^{\min}|} \quad (A = f_1^{\max}, B = f_1^{\min})$$

$$W_2 = \frac{1}{|f_2^{\max} - f_2^{\min}|} \quad (C = f_2^{\max}, D = f_2^{\min})$$

$$W_3 = \frac{1}{|f_3^{\max} - f_3^{\min}|} \quad (E = f_3^{\max}, F = f_3^{\min}) \quad (21)$$

이므로 $\Delta f_i(\bar{x}) = |f_i^{\max} - f_i^{\min}|$ 로 된다.

$\bar{f} \in \wedge$ 에서 목적함수 $\bar{f}(\bar{x})$ 에 weight 가합방법을 적용하여 $\|\bar{W}\bar{f}\|_1 = 1$ 이 성립하면 $\bar{f}(\bar{x})$ 는 convex 이므로 non-inferior 해를 구할 수 있다.

그러나 $\bar{f}(\bar{x})$ 가 convex가 아니면 그림 5와 같이 weight를 변환하여 유일(unique) non-inferior 해를 구하여야 한다.

따라서 정리 7로부터 다음과 같은 정리가 성립한다.

정의 8 \wedge 가 존재하고 $\bar{f}^* \in \wedge, \bar{W} = \text{Diag}(\bar{w})$ 이고 목적함수 $\bar{F}(\bar{x}) = \|\bar{W}\bar{f}(\bar{x})\|_1 = 1$ 이면 $\bar{f}(\bar{x})$ 는 convex

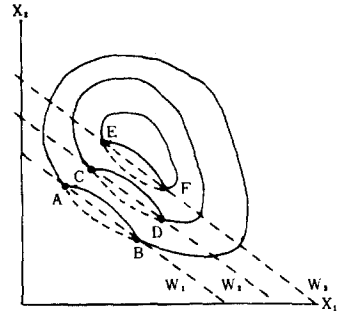


그림 4. $\bar{f} \in \wedge$ 이고 \bar{f} 가 convex 함수가 아닐때 weight 가합방법으로 구한 non-inferior 해

Fig. 4. Non-inferior solution by minimizing weight sum method over the non-convex function.

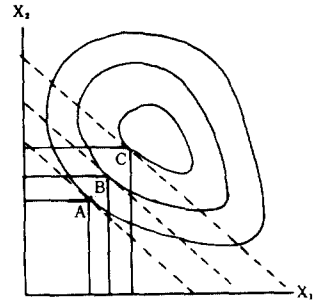


그림 5. $\bar{f} \in \wedge$ 이고 \bar{f} 가 convex 함수일때 weight 가합방법과 max norm 방법으로 구한 non-inferior 해

Fig. 5. Non-inferior solution by minimizing weight sum and max norm methods over the convex function.

함수이다.

식(21)로부터 $\|W_i f_i\|_1 = \lambda$ 이므로 $W_{ii} = 1/\lambda$ 로 선택하여 식(21)에 곱하면 식(22)로 된다.

$$W_{ii} \|W_i f_i(\bar{x})\|_1 = W_{ii} \lambda$$

$$\frac{1}{\lambda} \|W_i f_i(\bar{x})\|_1 = 1 \quad (22)$$

여기에서 $W_{ii} = W_i / \lambda$ 로 다시 선택하면 함수 $f(x)$ 는 정의(8)에 의하여 convex 함수로 전환이 된다. 따라서 표준 weight W_{ii} 와 1norm weight W_{ii} 는 $1/f_i(\bar{x}^*) = W_i / \lambda$ 이므로 식(23)이 성립한다.

$$\lambda = W_i f_i(\bar{x}^*), \quad i=1, \dots, m \quad (23)$$

정의(8)에 의하여 $\|\bar{w}\bar{f}\|_1 = 1$ 이 성립하지 않으면 f 는 convex 함수가 아니므로 새로운 weight W_{ii} 를 선택하여야 한다.

V. Weight 최소화법을 이용한 MOS-NAND 게이트 설계

이 장에서는 III, IV장에서 논의한 weight 최소화개념을

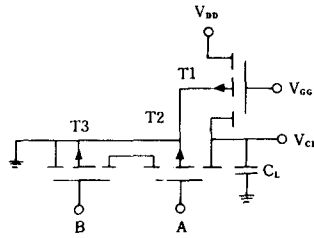


그림 6. P-MOS NAND 게이트
Fig. 6. Two input P-MOSFET NAND GATE.

MOS-NAND게이트의 최적설계에 응용하기로 한다. 응용한 MOS-NAND⁽⁸⁾ 게이트는 그림 6에 도시하였다.

MOS NAND게이트 설계에서 먼저 고려하는 것은 MOS트랜지스터모델과 MOS게이트 설계파라미터를 설정하는 것이다.

MOS트랜지스터모델⁽⁸⁾은 4 단자(terminal) 모델을 선택하였으며 표 1에서 NAND게이트의 설계에 필요한 파라미터와 조건식을 제시하였다.

표 1. MOS-NAND 게이트 설계 조건식
Table 1. MOS-NAND GATE Design constraints.

Parameter values, constants, and constraints MOSFET NAND GATE (4190) cell	
PSI=0.5771	Vin=-6(ON state)
K =0.5	Af =1.03657
GM =0.006	Cl =5pF
L1 =12.7microns	VFB=-0.837
L23 =5.08	5 ≤ W ≤ 50
VDD =-6.5	50 ≤ W23 ≤ 250
-15.01 ≤ VCC ≤ -14.5	

표 1에서 다른점⁽⁸⁾은 Director와 Hachtel⁽⁸⁾이 언급한 VFB(flat band voltage)를 조건식으로 정하지 않고 고정값으로 정한다. 그림 7에서 그림(6)의 P MOS NAND게이트의 기하학적 평면구조(layout)를 도시하였으며 MOS트랜지스터(transistor)T2, T3의 폭 W23과 T1의 폭 W1을 조건식으로 정하며 W2=W3로 설정한다. 또한 channel 길이(length)는 Lm=L1+2L23로 설정한다.

NAND게이트 목적함수 f1(x)는 게이트 전달 지연시간(propagation delay time) f1(x), 트랜지스터면적 f2(x), 출력포화전압(output saturation voltage) f3(x)로 설정하고 각각의 목적함수를 최소화하면 된다. 여기에서 f2(x), f3(x)는 D.C 해석만 하기로 한다. f1(x)에서 전달지연시간은 tpd=(tpdon+tpdoff)/2이므로 tpdon < tpdoff 일때는 tpd=tpdoff로 된다.

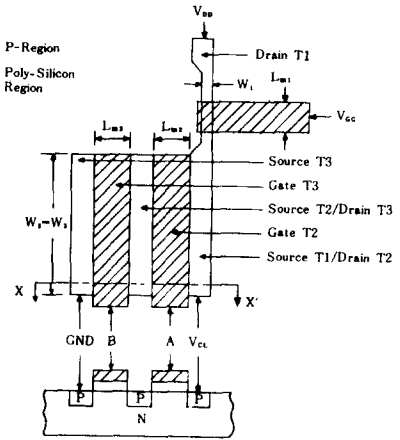


그림 7. NAND 게이트 기하학적 평면구조
Fig. 7. P MOS NAND GATE (4190) CELL.

따라서 회로의 조건을 고려하여 tpd는

$$t_{pd} = A_f \frac{L_1}{W_1} \frac{C_L}{G_M (V_T(0) - V_{CC}) (m-1)} L_n \left(\frac{m-2}{3m-4} \right) \text{ 이므로}$$

f1(x)는 식(24)로 표현한다.

$$f_1(\bar{x}) = T_{pd} = A_f \frac{L}{W_1} \tau \cdot \alpha \tag{24}$$

이러한 방법으로 목적함수 f2(x), f3(x)는 식(25), (26)로 된다.

$$f_2(\bar{x}) = W_1 L_1 + 2L_{23} W_{23} \tag{25}$$

$$f_3(\bar{x}) = -V_D = V_D_{SAT} \text{ (ON output voltage)} \tag{26}$$

식(24), (25), (26)를 이용하여 MCO문제로 표현하면 식(27)로 된다.

$$f(\bar{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\bar{x}) \\ f_2(\bar{x}) \\ f_3(\bar{x}) \end{bmatrix} \tag{27}$$

여기에서 조건식은 f1(x) ≤ 110(n sec), 5 ≤ X1 ≤ 50

$$X_1 = W_1$$

$$f_2(\bar{x}) \leq 2550 \text{ (Mils}^2) \text{ } 5 \leq x_1 \leq 50, 50 \leq x_2 \leq 250$$

$$f_3(\bar{x}) \leq |1.6| \text{ (Volt)} \text{ } -15.01 \leq x_1 \leq -14.95, x_1 = V_{CC}$$

식(24)의 해를 구하기 위해 제시된 weight 최소화법으로 non-inferior 해를 구하기로 한다. Weight 가함방법은 f1(x) = ||Wi f1(x)||, i = 1 to m 이므로 Brayton⁽¹⁰⁾에 의하여 ∂f/∂x = ∑ Wi ∂fi/∂x = 0이던 식(28)으로 된다.

$$f(\bar{x}) = \min \bar{X} ||Wi F_i(\bar{x})|| \tag{28}$$

식(28)을 (27)에 대입하면 식(29)으로 된다.

$$f(\bar{x}) = \min \bar{X} (W_1 f_1(\bar{x}) + W_2 f_2(\bar{x}) + W_3 f_3(\bar{x})) \tag{29}$$

조건식은 x ∈ Ω

$$\bar{x} = (W_1, W_{23}, V_{CC}) = (X_1, X_2, X_3)$$

식(30)을 최적화 하기 위한 방법에서 Fletcher Powell 방법⁽⁷⁾과 Gradient projection방법⁽¹¹⁾을 이용하기로 한

다. Powell방법, projection방법의 목적함수형은 2 차 함수(quadratic function)이면 조건식(constraints)은 Powell방법은 선형, 비선형에 관계없으나 projection방법은 조건식(G(x))이 반드시 선형이어야 한다. 여기에서는 프로그램의 단순화를 위해 gradient projection방법을 적용하기로 한다. Gradient projection방법을 간략하게 표현하면 다음과 같다.

- i) 초기치 $X_0 \in \Omega$, 한계치(limit), step간격S를 선정한다.
- ii) 경도(gradient) $\partial f_i / \partial x_i, i=1, \dots, N$ 으로 구하고 표준화(normalized)벡터 M_i 를

$$M_i = \frac{\frac{\partial f_i}{\partial x_i}}{\sqrt{\sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_i}\right)^2}} \text{ 로 정한다.}$$

- iii) 새로운 점 $X_{\text{new}} = X_i + SM_i$ 를 구한다.
- iv) 목적함수 $f_i(x_i+1) \in \Delta$ 이면 step간격을 $S=2 * S$ 로 하고 아니면 $S=0.5 * S$ 로 한다.
- v) $f_i(x_i+1) \in \Delta$ 가 아니면 목적함수 $f_i(x_i)$ 로 돌아가

$$M_i = \frac{\frac{\partial f_i}{\partial x_i} + \sum_{k=1}^i \lambda_k \frac{\partial G_k}{\partial x_i}}{\left[\sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_i} + \sum_{k=1}^i \left(\lambda_k \frac{\partial G_k}{\partial x_i} \right)^2 \right) \right]^{1/2}} \text{ 를 구한다.}$$

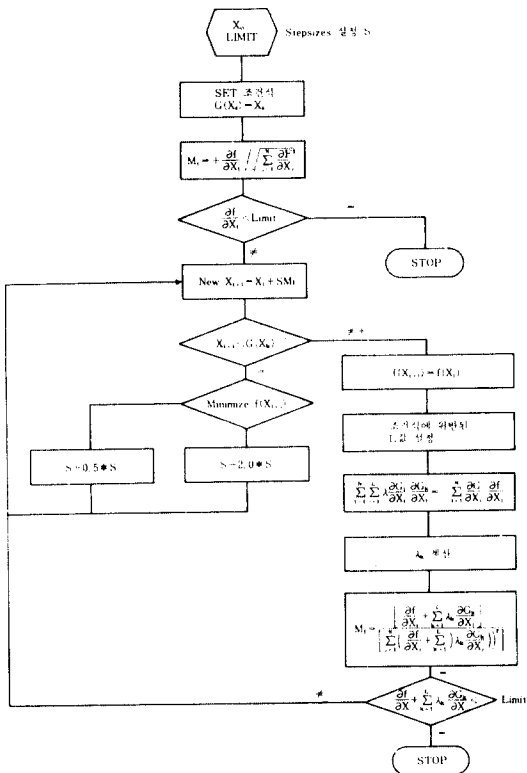


그림 8. Gradient projection 알고리즘 순서도
Fig. 8. Gradient projection algorithm flow-charts.

vi) λ_k 는 $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^i \left(\lambda_j \frac{\partial G_j}{\partial x_i} \frac{\partial G_k}{\partial x_i} \right) = - \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial G_k}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)$ 에서 정하며 수렴조건식 $\frac{\partial f}{\partial x_i} + \sum \left(\lambda_k \frac{\partial G_k}{\partial x_i} \right) \leq \text{limit}$ 이면 이때의 X_{i+1} 은 수렴치이다. 위의 수렴조건을 만족하지 않으면 i)로 돌아가 반복수행한다. 그림 8에 gradient-projection 알고리즘의 순서도가 나타내져 있다.

식(29)의 해를 구하기 위해 식(25)의 목적함수를 식(30)과 같이 변형할 수 있다.

$$f_1(\bar{x}) = W_1 [f_1(x_1) - f_1(x_1^*)]^2 = W_1 [X_1 - X_2]^2 \quad (30)$$

$$5 \leq X_1 \leq 50, 55 \leq X_2 \leq 110$$

식(26)에서 $f_2(\bar{x})$ 는 $f_2(\bar{x}) = W_2 [f_2(x_1, x_2, x_3) - f_2(x_1^*, x_2^*, x_3^*)]^2$ 이므로 식(31)로 된다.

$$f_2(\bar{x}) = W_2 (168.2 x_1^2 + 270.5 x_1 x_2 + 112.3 x_2^2 - 25.52 x_1 x_3 - 21.2 x_2 x_3 + x_3^2) \quad (31)$$

$$5 \leq x_1 \leq 50, 50 \leq x_2 \leq 250, 1250 \leq x_3 \leq 2550$$

식(27)로부터 목적함수 $f_3(\bar{x})$ 는 $f_3(\bar{x}) = V_0 = V_{GS} - V_T, V_T = V_{FB} - Q_d / C_1 + 2 \phi_p^{1/2}$ 이므로 V_T 값을 Minimos 디바이스 simulator에 의해 구한다 (표5 참조).

따라서 $f_3(\bar{x})$ 는 식(32)으로 된다.

$$f_3(\bar{x}) = W_3 [X_1 - X_2]^2 \quad (32)$$

$$-15.01 \leq X_1 \leq -14.95, -13.52 \leq X_2 \leq -13.51$$

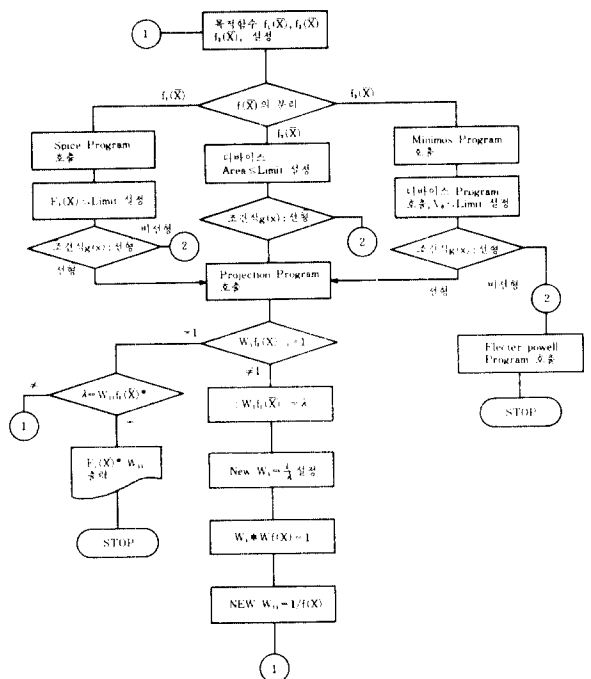


그림 9. 전체 순서흐름도
Fig. 9. System flow-charts.

표 2. Minimos 입력데이터
Table 2. Minimos input data.

```

Minimos 2.1      TU Vienna YE/MO/DA HO.MI.SE
Simulation of MOSFET
Device channel=P Gate Poly Tox=250. E-8 W=30. E-4
L=12.708E-4
Bias US=0, UB=0, UG=-14.5 UD=-6.5
Profile NB=1. E15 Temp=1000 Time=1500 NS=1. OE19
Output DC=Yes PSI=Yes Elat=Yes Etran=NO
Mobil=NO Jtran=NO
END
    
```

그림 9 에 전체순서흐름도(flow chart)를 작성하였다. 순서도에서 projection 프로그램은 10개의 부프로그램과 1개의 주프로그램으로 구성되어 있다. 이 알고리즘을 VAX-11/780 컴퓨터로 실행하여 결과를 표 4, 5, 6에 나타내었다.

표 4에서 목적함수 $\bar{f}(x)$ 를 weight 가합방법으로 해석 출력된 non-inferior 해를 나타내며 표 5에서 $\bar{f}(x)$ 가 convex함수로 변환하기 위한 새로운 weight W_{ii} 를 생성하는 과정을 나타내었다. 표 6에서 제시된

표 3. Minimos 출력 데이터
Table 3. Minimos output data.

```

Minimos 2.1      TU Vienna YE/MO/DA HO.MI.SE
Simulation of Mosfet                               Page 2
Source Voltage = 0.00(V)
Gate Voltage   = -14.50(V)
Drain Voltage  = -6.50(V)
Bulk Voltage   = 0.00(V)
Fermi Voltage  = -287.45(MV)
Built-in Voltage = -813.01(MV)
Flatband Voltage = -837.45(MV)
Thermal Voltage = 25.85(MV)
Oxid Capacitance = 1.38E-07(F/CM ** 2)
    
```

weight' 최소법을 응용 출력된 최종 non-inferior 해를 나타내었다. 출력 결과를 [8]의 논문과 비교하면 weight가 [1, 0, 0], [0, 1, 0], [0, 0, 1]일때 출력 non-inferior 해가 [8]논문의 결과보다 더 정확하다는 것을 알 수 있다. 목적함수 $\bar{f}_2(x)$ 에서 조건식과 $f_2(x)$ 를 일치하여 [8] 논문의 $f_2(x)$ 보다 더 적절한 non-inferior 해를 구하였으며 조건식 \bar{X} 를 분리한 결과 MOS-NAND 게

표 4. Weight 가합방법의 non-inferior 해
Table 4. Non-inferior solution of weight SUM method.

RUN	W ₁	Weight W ₂	W ₃	F ₁ (X)	F*(X)		X ₁ *	X ₂ *	X ₃ *	X ₄ *
					F ₂ (X) (AREA)	F ₂ (X) (VDSAT)				
1	1	0	0	57.105	2549.6	0.9695	15.208	48.206	182.5	14.49
2	0	1	0	112.019	1266.11	0.9695	7.7530	31.04	82.08	14.49
3	0	0	1	112.019	2549.6	1.812	7.7531	48.206	182.5	15.342
4	0.0398	0.00207	1.276	86.962	2069.49	1.753	9.9871	39.68	147.47	15.283
5	0.0293	0.00144	1.7050	77.959	1857.83	1.556	11.1433	39.67	127.49	15.086
6	0.0114	0.00134	1.8917	87.58	1805.034	1.4981	9.916	41.4	120.45	15.028
7	0.0293	0.02762	2.064	77.959	2513.88	1.4851	11.140	47.89	179.51	15.015
8	0.1538	0.00104	1.6789	105.55	1591.72	1.5651	8.228	45.50	95.51	15.095

표 5. 새로운 weight 생성표
Table 5. New weight generation table.

RUN	W ₁	Weight W ₂	W ₃	W ₁ F ₁ (X)	F(X) W ₂ F ₂ (X)	W ₃ F ₃ (X)	W ₄	W ₅	W ₆
1	1	0	0	57.105	0	0	0.01751	1/0=MAX	1/0=MAX
2	0	1	0	0	1266.11	0	1/0=MAX	0.000789	1/0=MAX
3	0	1	1	0	0	1.812	1/0=MAX	1/0=MAX	0.5518
4	0.0398	0.00207	1.276	3.461	4.283	2.236	0.288	0.233	0.4472
5	0.0293	0.00144	1.705	2.284	2.675	2.6529	0.4378	0.3738	0.3769
6	0.0114	0.00134	1.8917	0.998	2.418	2.8339	1.0020	0.4135	0.3528
7	0.0293	0.02762	2.064	2.284	67.942	3.0652	0.4378	0.01471	0.3262
8	0.0583	0.0104	1.6789	16.708	1.655	2.6276	0.05985	0.6042	0.3805

표 6. Weight 최소화법의 non-inferior 해
Table 6. Non-inferior solution of weight minimization method.

RUN	$W_1 \times W_4$	$W_2 \times W_5$	$W_3 \times W_6$	$F_1(X)$	$F_2(X)$	$F_3(X)$	$X_1^*(TPD)$	X_1^*	$X_2^*(AREA)$	$X_3^*(VG)$
1	0.01751	0	0	57.110	$\text{MAX} (=0)$	MAX	15.2074	48.201	182.5	14.49
2	0	0.000789	0	MAX	1267.427	MAX	7.7530	31.05	82.21	14.49
3	0	0	0.5518	MAX	MAX	1.812	7.7531	48.206	182.5	15.342
4	0.01146	0.000482	0.5706	87.260	2074.688	1.7525	9.9530	39.5	148.02	15.2725
5	0.01282	0.000538	0.6426	78.003	1858.736	1.5561	11.134	39.68	127.62	15.0761
6	0.01142	0.000554	0.6655	87.565	1805.054	1.5026	9.9183	41.3	120.47	15.0226
7	0.01202	0.000406	0.6732	78.003	2463.054	1.4854	11.134	47.05	175.23	15.0054
8	0.00947	0.000628	0.6388	105.596	1592.356	1.5654	8.2247	45.52	95.54	15.0854

이트의 면적이 조금 늘어남을 알 수 있었다.

$f_3(\bar{x})$ 에서는 $V_6 \approx V_{GS} - V_T$ 이므로 V_{GS} 변화에 따른 V_6 를 구하였다.

VI. 結 論

본 논문에서는 MOSFET NAND 게이트의 non-inferior 해를 구하는 방법을 제안하였으며 이 방법은 집적회로 설계시에 매우 유용함을 알 수 있었다.

Lightner[8] 논문에서는 MOS-NAND 게이트 설계시 weight max norm방법이 weight 가합방법보다 최적 non-inferior 해를 구하는 방법이라고 언급하였으나 본 논문에서는 두 weight방법을 응용 새로운 최적 결과를 얻을 수 있었다.

또한 본 논문에서 이용한 weight 최소화방법을 다른 MOS NAND 게이트(C-MOS, N-MOS)등에 적용하여 적절한 non-inferior 해를 구할 수 있다.

앞으로의 연구과제로는 본 논문에서 언급하지 못한 회로 tolerance문제를 바탕으로 통계적 회로설계(statistical circuit design)에 관하여 연구 검토하는 것이다.

參 考 文 獻

[1] G.C. Themes and D.Y.F. Zai, "Least pth approximation," *IEEE Trans. Circuits Theory*, vol. CT-16, pp. 235-237, May 1969.
 [2] G. Hachtel, M. Lightner and H.J. Kelly, "Application of the optimization program AOP to design of the memory circuits," *IEEE Trans. Circuit Theory and Systems*, vol. CAS-20, Nov. 1973.
 [3] J.G. Lin, "Multiple-objective problems: Pareto-optimal solutions by methods of proper equality constraints," *IEEE Trans. Automat. Contro.*, vol. AC-21, pp. 5, Oct. 1976.

[4] M. Averiel, *Nonlinear Programing, Analysis and Methods*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1976.
 [5] F.W. Gembicki and Y.Y. Haimes, "Approach to performance and sensitivity multiple objective optimization: the goal attainment methods," *IEEE Trans. Automat. Contro.*, pp. 769-771, Dec. 1975.
 [6] D.L. Fraser, Jr., *Modeling And Optimization of MOSFET LSI Circuits*. Ph.D. Dissertation, Univ. of Florida, 1977.
 [7] M.J.D. Powell, *A Fast Algorithm for Non-linearly Constrained Optimization Calculations in Numerical Analysis*, A. Dold and B. Eckmann Eds. Dundee, 630 Lecture Notes in Math., Springer-Verlag, 1977
 [8] Michel R. Lightner and S.W. Director, "Multiple criterion optimization for the design of electronic circuits," *IEEE Trans. Circuit and Systems*, vol. CAS-28, pp. 169-179, March 1981.
 [9] L.A. Zadeh, "Optimality and non-scalar-valued performance criteria," *IEEE Trans. Auto. Control*, vol. AC-8, Jan. 1963.
 [10] R.K. Bragton and Spence, *Sensitivity and Optimization*. Elsevier Scientific Co., 1980.
 [11] S.S. Rao, *Optimization Theory and Application*. Kapur, Indian Institute of Technology, 1978.
 [12] B.G. Strretman, *Solid State Electronic Devices*. Prentice-Hall, 1980.
 [13] A.J. Strojwas and S.R. Nassit, and S.W. Director, *Optimization Design of VLSI Minicells using a Statistical Process Simulator* in Proceedings of 1983 ISCAS. IEEE, Chicago, April 1983. *