論文 85-22-1-5

方向性 積線圖의 提案과 回路網 解析에의 應用(Ⅱ)

(A Proposal of the Directed Product Graph and its Applications to Network Analysis(Ⅱ))

全 純 美*, 金 秀 重**
(Sun Mi Jeon and Soo Joong Kim)

要　約

非可逆 回路網에 대한 回路網 函數의 分子를 구하기 위한 變形된 方向性 積線圖를 提案한다. 이를 이용하므로 位相數學的으로 Mason公式의 符號律에 관계없이 組織的으로 要求하는 回路網 函數의 分子를 구할 수 있다. 또한 各 節點에 대한 副線圖를 취함으로서 大部分의 消去項을 미리 機械的으로 除去할 수 있으며 그 만큼 간편하게 빨리 구할 수 있다. 또한 本 理論에 의한 回路網 函數를 구하는 方法은 過程全體를 通해서 주어진 回路網의 位相數學的 性質에 變化를 주지 아니한다.

Abstract

A modified directed product graph (DPGm) is proposed for the numerator of the network functions of a given non-reciprocal network. By this, the numerator can be obtained topologically and systematically without the sign rule of the Mason's formula and without the change of topological properties of the network throughout the processes.

And by taking the subgraph of the DPGm for each vertex, a number of cancelling terms can be removed mechanically from the DPGm beforehand and therefore the above can be acquired more simply and rapidly.

Ⅰ. 序　論

임의로 주어진 能動과 또는 結合性 素子를 포함한 回路網(이하 非可逆 回路網으로 表記)에 대한 回路網 函數(驅動點函數, 傳達函數)를 구하는 位相數學的 方法(topological method)으로는 이 回路網線圖(network graph)의 節點 어드미턴스 行列式(node admittance determinant)을 Binet-Cauchy의 定理 및 Maxwell公式에 의하는 一般 線圖理論(graph theory)[1,2,3]을 비롯해서 Mason graph, Coates graph, 및 이들의 變形된 線圖들에 의한 것이 있다.[3,4] 特히 最近에 발표된 線圖에는 1972년 J. E. Barbay 外 2人에 의해 제안된 것으로서, 주어진 回路網線圖의 임의의 나무(tree)에 대한 極組(cut-set)나 連組(tie-set) 關係만으로 容易하게 作成할 수 있는 積線圖가 있다.[5]

그 後 이 積線圖의 應用範圍를 擴張시킨 論文이 多數 發表되었으며[6,7,8,9], 이中에 1984년 論文[9]에서 提案한 方向性 積線圖(directed product graph)는 積線圖의 가지에 方向性을 첨부한 것으로 이로써 非可逆 回路網에서 回路網函數의 分母 各 項과 그 符號를 同時에 구할 수 있었다. 그러나 非可逆 回路網의 函數에서 그 分子項을 구하기 위한 積線圖의 提案이 없었다. 本 論文에서는 이러한 函數의 分子를 位相數學的으로

*正會員, 盛智工業專門大學 電子科
(Dept. of Electron. Sungji Junior Tech. College.)
**正會員, 慶北大學校 電子工學科
(Dept. of Electron. Eng., Kyung Pook National Univ.)
接受日字：1984年 7月 11日

구할 수 있는 變形된 方向性 積線圖를 提案하며, 이를 이용하므로 非可逆 回路網의 函數中에서 분자의 各項과 그 符號를 位相數學的으로 간편하고 組織的으로, 또한 Mason公式의 符號律에 관계없이 同時에 구할 수 있음을 보인다.

II. 變形된 方向性 積線圖 DPGm의 提案

1. 方向性 積線圖 DPG의 作成

一般的으로 非可逆 回路網은 位相數學的으로 解析하기 위해 非結合性 手動素子만의 線圖로 나타내면 方向性 電壓線圖 G^v 및 電流線圖 G^i로 分離해서 表現된다.[2] 이러한 주어진 非可逆 回路網에 대한 方向性 線圖G (G^v 및 G^i)에서 同一하게 나무를 適切히 택하고 나무가지(tree branch)를 임피던스(Z)로, 補木가지(co-tree branch)를 어드미턴스(Y)로 取한다.[5,6,7,8] 이들 나무가지(Z) 各各에 대해 絶組를 行하여 絶組關係에 있는 모든 Z, Y가지 및 이 가지들사이에 方向性 一致與否를 調査한다.[9] 이제 가지 Z 및 Y를 節點(vertex) Z 및 Y로 取하여 左右에 配列시킨 後 G(G^v 및 G^i)로 부터 各各 調査된 자료를 이 節點들사이의 연결가지 및 그 方向性으로 나타내어 方向性 積線圖(directed product graph) DPG(DPG^v 및 DPG^i)를 얻는다. 特히 이 때 DPG^v와 DPG^i에서 節點(Z 및 Y)의 配列順序는 반드시 같게 해야 한다.[9]

2. 變形된 方向性 積線圖 DPGm의 提案

주어진 非可逆 回路網의 임의의 두 入出力 端子사이에서 回路網 函數의 分子를 구하는 方向性 線圖는 이 入力과 出力端子에 該當하는 線圖G(G^v 또는 G^i)의 가지에 能動性 가지를 各各 分離하여 삽입하므로 나타낼 수 있다.[2] 그런데 주어진 回路網 線圖에서 入力가지의 切斷入口(pliers entry)에 電壓電源을 또는 入力가지의 接合入口(solder entry)에 電流電源을 印加하면 이 線圖의 位相數學的 性質이 變하지 아니하므로[1] 이 性質을 이용하여 非可逆 回路의 各 函數의 分子에서 要求되는 變形된 線圖와 이에 相當하는 變形된 方向性 積線圖를 얻는다. 지금 주어진 非可逆 回路網의 G(G^v 및 G^i)에서 가지k의 切斷入口(接合入口)에 電壓(電流)電源이 印加되었다고 할 때, 入力가지(k)와 出力가지(l) 사이에서 이 回路網의 임의의 函數式을 구한다 하자. 電源이 除去된 이 回路網의 線圖G(G^v 및 G^i)에서 나무는 電壓(電流)電源이 걸려있는 入力가지와 出力電流(電壓) 測定가지가 반드시 補木가지 Y_k, Y_l (나무가지 Z_k, Z_l)로 되도록 選定해야 하며 能動性 가지의 삽입은 다음과 같이 한다.

1) 線圖G^v(G^i)의 Y_k(Z_k)가지에 印加되는 電壓(電流) 電源 位置에 나무가지Z_s(補木가지Y_s)를 代身 삽입시키며 이 가지Z_s(Y_s)의 方向性은 代置시킨 電壓(電流)電源의 極性(흐름)方向과 같도록 한다.
2) 線圖G^i(G^v)의 가지Y_l(Z_l)의 切斷入口(接合入口)에도 Y_k(Z_k)가지와 同一하게 나무가지Z_s(補木가지Y_s)를 삽입시키며 이 가지Z_s(Y_s)의 方向性은 가지 Y_l(Z_l)과 같도록 한다.

이렇게 作成된 線圖가 주어진 回路網의 線圖G(G^v 및 G^i)의 變形된 線圖Gm(G_m^v 및 G_m^i)이며 이로부터 구한 積線圖, 즉 節點Y_s 또는 節點Z_s가 導入된 方向性 積線圖가 이 回路網 函數의 分子를 구하기 위한 變形된 方向性 積線圖(modified directed product graph) DPGm(DPG_m^v 및 DPG_m^i)이다.

III. 분자項 및 各 項의 符號決定

非可逆 回路網의 線圖G (G^v 및 G^i)의 變形된 方向性 積線圖 DPGm(DPG_m^v 및 DPG_m^i)에서 다음과 같이 各 節點에 대한 副線圖를 作成하고 그 다음 이들로부터 入力가지(k)와 出力가지(l) 사이에 要求되는 回路函數式의 分子項과 各 項의 符號를 구한다.

i) 節點Y_s(Z_s)에 대한 副線圖는 DPGm(DPG_m^v 및 DPG_m^i)에서 이 Y_s(Z_s)에 隣接된 節點 Z_q(Y_q)의 다른 모든 가지를 해당 DPGm에서 除去시켜 얻는다.

節點Y_s 또는 Z_s에 대한 副線圖로부터 各 節點 Y에 대한 副線圖를 다음과 같이 구한다.

ii) 節點Y_s는 또는 Z_s에 대한 DPGm(DPG_m^v 또는 DPG_m^i 各各)의 副線圖에서 隣接節點Z들이 모두 같은 節點Y들을 모아서 集合을 만든다.
iii) ii)에서 만들어진 모든 集合들로부터 임의의 한 要素Y_p에 대해서 이 Y_p가 屬해 있는 모든 集合들의 要素로 이루어진 合集合을 만든다.
iv) 이와 같이 各 Y_p에 대해 만들어진 合集合의 크기 順序에 따라 該當Y_p에 대한 副線圖를 구한다. 즉, 이 合集合에서 Y_p를 除外한 나머지 Y要素들을 i)에서 구한 副線圖들에서 同時에 除去시켜 얻는다.
v) 이미 副線圖를 구한 節點Y_p들은 다른 節點Y_p에 대한 副線圖에서는 모두 除去시킨다.

節點Z에 대해서도 副線圖를 취할 수도 있으나 반드시 節點 Z 또는 Y 中에 한쪽에 대해서만 취하여야 하며 消去되는 量이 많은 쪽을 택한다. 또한 어느 副線圖에서나 節點Z_s 또는 Y_s는 반드시 存在해야 한다.

節點Z_p(Y_p)에 대한 副線圖로부터 分子項들은

다음과 같이 구한다.

vi) DPGm(DPG_m^v 및 DPG_m^i 各各)의 副線圖에서 가지의 接續이 없는 節點이나 單獨環路를 포함치 아니하며, 또한 該當節點 $Z_p(Y_p)$ 및 節點 Z_s 또는 Y_s를 포함하는 가지들의 모든 次數의 곱항을 구하며 이들의 共通項을 취하여 分子項으로 한다. 이와 같이 구한 임의의 項의 符號는 다음과 같이 決定한다.

vii) 各 項의 構成要素(節點)만으로 이루어진 DPGm (DPG_m^v 및 DPG_m^i 各各)의 副線圖에서 가지끝 節點이 겹치지 않으며 모든 節點이 포함되도록 가지를 택하되 多重環路의 共通가지는 除外한다.

viii) 택한 가지들의 交叉回數 C 및 이 가지들의 符號를 [Z←Y : (−), Z→Y : (+)]로 取하여 (가지 符號들의 곱)·$(-1)^c$를 구한다.

ix) 各 項의 두 副線圖에서 各各 구한 이들 값을 서로 곱하여 該當項의 符號로 한다.

Ⅳ. 各 回路 函數의 決定

一般 線圖理論[1,2]에 의하면 주어진 回路網의 線圖 G에서 임의의 入力가지(k)와 出力가지(l)사이의 傳達임피던스(M_{kl}^z)와 傳達어드미턴스(M_{kl}^Y)를 位相數學的으로 구하는 式은

$$M_{kl}^z = \frac{\sum(\pm)G_{sk}\text{와 } G_{sl}\text{의 CTYP}}{\sum(\pm)G\text{의 TYP}} \qquad (2)$$

$$M_{kl}^Y = \frac{\sum(\pm)G_{ok}\text{와 } G_{ol}\text{의 CLZP}}{\sum(\pm)G\text{의 LZP}} \qquad (3)$$

여기서,

$G_{sk}(G_{sl})$; 入力(出力)가지 k(l)를 短絡시킨 線圖 G

$G_{ok}(G_{ol})$; 入力(出力)가지 k(l)를 開放시킨 線圖 G

CTYP, TYP ; 共通나무 어드미턴스積, 나무 어드미턴스積

CLZP, LZP ; 共通고리 임피던스積, 고리 임피던스積

이다.

그런데, 非可逆 回路網의 線圖 G는 等價的으로 非結合性 手動素子 線圖 G^v와 G^i로 分離 表現되며 $G_{sk}(G_{sl})$는 $G_m^i(G_m^v)$에서 그 삽입된 가지 Y_s의 값을 無限大로 취해주므로 같아지고 $G_{ok}(G_{ol})$는 $G_m^v(G_m^i)$에서 그 삽입된 가지 Z_s의 값을 無限大로 취해주므로 같아진다. 따라서 式(2) 및 式(3)을 다시 쓰면

$$M_{kl}^z = \frac{-1}{Y_s}\cdot\frac{\sum(\pm)G_m^v\text{ 및 }G_m^i\text{의 가지 }Y_s\text{를 포함하는 CTYP}}{\sum(\pm)G^v\text{ 및 }G^i\text{의 CTYP}} \qquad (4)$$

$$M_{kl}^Y = \frac{-1}{Z_s}\cdot\frac{\sum(\pm)G_m^v\text{ 및 }G_m^i\text{의 가지 }Z_s\text{를 포함하는 CLZP}}{\sum(\pm)G^v\text{ 및 }G^i\text{의 CLZP}} \qquad (5)$$

과 같이 표현된다.

단, 式(2), (3), (4), (5)에서 各 項의 符號는 符號順列로써 決定된다. 따라서 주어진 非可逆 回路網의 電源이 除去된 線圖 G(G^v 및 G^i)에서 취해주는 入力가지(k)의 이미턴스(immittance) (Z_k 또는 Y_k)와 出力가지(l)의 이미턴스(Z_l 또는 Y_l)에 따라, 이 線圖 G 및 Gm에서 작성되는 積線圖 DPG 및 DPGm으로 부터 分母項 및 分子項을 구하고, 이들로써 구성되는 函數式을 $M_{kl}(S)$ (S ; Z_s 또는 Y_s)라 하자. 그러면 式(4) 및 (5)로 부터 各 回路網函數는 다음과 같이 決定된다.

i) 入力 및 出力가지가 Z_k 및 Z_l이면 傳達 임피던스函數는

$$M_{kl}^z = -M_{kl}(Y_s)\cdot 1/Y_s \qquad (6)$$

이고, 특히 가지 k와 l이 같으면 式(6)은 驅動點 임피던스函數 M_{kk}^z로 된다.

ii) 入力 및 出力가지가 Y_k 및 Y_l이면 傳達 어드미턴스函數는

$$M_{kl}^Y = -M_{kl}(Z_s)\cdot 1/Z_s \qquad (7)$$

이고, 특히 가지 k와 l이 같으면 式(7)은 驅動點 어드미턴스 函數 M_{kk}^Y로 된다.

또한 電流傳達比는 式(6)으로 부터

$$M_{kl}^i = Y_l\cdot M_{kl}^z \qquad (8)$$

로 구해지고, 電壓傳達比는 式(7)로 부터

$$M_{kl}^v = Z_l\cdot M_{kl}^Y \qquad (9)$$

로써 구해진다.

Ⅴ. 例 題

주어진 그림 1의 回路網은 電壓궤환 트랜지스터 증폭회로이다. 이 能動性 回路網의 線圖 G는 그림 2와 같다. 그림 2에서 가지 2와 가지 5 사이에는 能動性 가지의 結合關係에 있음을 화살로 나타내 보이고 있다. 여기서 節點 d는 트랜지스터 等價回路內에서 나타난다. 이 線圖 G를 非結合性 手動素子 線圖인 方向性 電

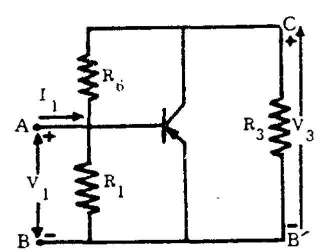


그림 1. 전압궤환 트랜지스터 增幅回路

Fig. 1. A transistor amplifier with voltage feedback.

壓線圖G^v와 方向性 電流線圖G^i로 나타내면 그림 3 의 (a) 및 (b)와 같다. 이 경우는 나무를 가지 1, 3, 4로 택하여 작성한 것이다.

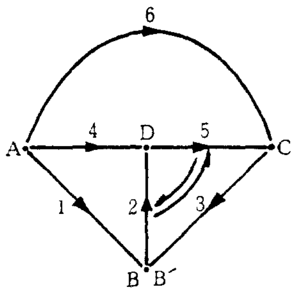
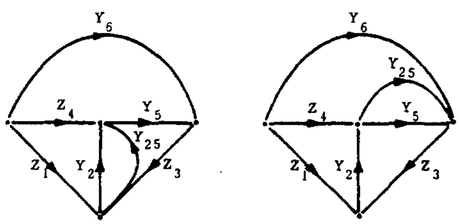


그림 2. 그림 1 의 가지사이에 結合性을 나타낸 線圖

Fig. 2. A graph, represented couplings between branches of Fig. 1.



(a) (b)

그림 3. 그림 2 의 (a)方向性 電壓線圖 G^v 및 (b)方向性 電流線圖G^i

Fig. 3. (a) Directed voltage graph G^v and (b) Driected current graph G^i of Fig. 2.

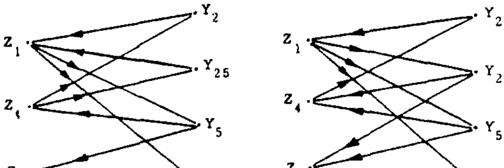
그림 3 의 方向性 線圖G^v 및 G^i로 부터 方向性 電壓積線圖 DPG^v 및 方向性 電流積線圖 DPG^i를 작성하면 그림 4 의 (a) 및 (b)와 같다.

이렇게 작성된 DPG^v 및 DPG^i로부터 가지의 接續이 없는 節點이나 單獨還路를 구성치 아니하는 가지들의 모든 次數의 곱항들을 구하고 이들의 共通項 및 그 符號를 취하면 주어진 回路網 線圖에서 구해지는 回路網 函數의 分母(△)는

$$\begin{aligned}\Delta = 1 &+ Z_1Y_2 + Z_4Y_2 + Z_1Y_2Z_3Y_5 + Z_1Y_2Z_3Y_6 + Z_1Y_2Z_4 \\ &Y_5Z_3Y_6 + Z_4Y_2Z_3Y_5 + Z_4Y_2Z_3Y_6 + Z_4Y_2Z_1Y_6 - Z_1 \\ &Y_{25} - Z_4Y_{25}Z_1Y_6 - Z_4Y_{25}Z_3Y_6 + Z_4Y_5Z_1Y_6 + Z_1Y_5 \\ &+ Z_4Y_5 + Z_3Y_5 + Z_4Y_5Z_3Y_6 + Z_1Y_6 + Z_3Y_6\end{aligned}$$

으로 된다.

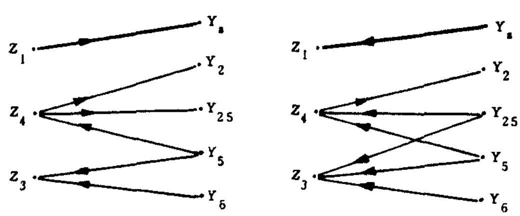
이제, 그림 1 의 回路網에서 端子 A 및 B 사이의 驅動點 임피던스 函數(V_1/I_1)를 구하기로 한다. 이 函數式의 分子를 구하기 위한 變形된 方向性 積線圖 DPG^v_m 및 DPG^i_m을 작성하면 그림 5 의 (a) 및 (b)와 같다. 즉 分母를 위한 方向性 積線圖 DPG^v 및 DPG^i 各各에 대해 節點Y_s를 같은 位置에 追加시키고 이 節點과 節點Z_1을 가지로 연결한 후 節點Z_1에 接續된 다른 모든 가지는 除去시킨 것이다. 새로 形成된 가지의 方向性은, DPG^i_m에서는 印加되는 電流電源의 方向性과 入力가지의 方向性을 고려하면 $(Z_1 \leftarrow Y_s)$로 되며 DPG^v_m에서는 出力가지의 方向性과 같게 취해 주므로$(Z_1 \rightarrow Y_s)$로 된다.



(a) (b)

그림 4. 그림 3 의 (a)方向性 電壓積線圖 DPG^v 및 (b)方向性 電流 積線圖 DPG^i

Fig. 4. (a) Directed voltage product graph DPG^v and (b) Directed current product graph DPG^i Fig. 3.



(a) (b)

그림 5. 驅動點 임피던스(V_1/I_1)를 구하기 위한 變形된 方向性 積線圖 (a) DPG^v_m 및 (b) DPG^i_m

Fig. 5. (a) DPG^v_m, modified DPG^v and (b) DPG^i_m, modified DPG^i for driving point impedance (V_1/I_1).

그림 5 의 變形된 方向性 積線圖는 간단하므로 各 節點에 對한 副線圖는 작성하지 아니한다. 이들로 부터 節點Y_s를 포함하는 가지들의 모든 次數의 곱항들을 구하고 이들의 共通項 및 그 符號를 分母의 경우와 같이 구하면 分子項은

$$\begin{aligned}\Delta_{11}(Y_s) = &- Z_1Y_s - Z_1Y_sZ_4Y_2 - Z_1Y_sZ_4Y_2Z_3Y_5 \\ &- Z_1Y_sZ_4Y_2Z_3Y_6 + Z_1Y_sZ_4Y_{25} + Z_1Y_sZ_4Y_{25} \\ &\cdot Z_3Y_6 - Z_1Y_sZ_4Y_5 - Z_1Y_sZ_4Y_5Z_3Y_6 - Z_1Y_sZ_3 \\ &\cdot Y_5 - Z_1Y_sZ_3Y_6 - Z_1Y_sZ_4Y_6\end{aligned}$$

와 같다.

따라서 이 回路網의 端子 A, B 사이의 驅動點 임피

턴스函數(V_1/I_1)은 式(6)에 의해서

$$M^{z}_{11}=\frac{\begin{array}{l}Z_1(1+Z_4Y_2+Z_4Y_2Z_3Y_5+Z_4Y_2Z_3Y_6-Z_4Y_{25}\\-Z_4Y_{25}Z_3Y_6+Z_4Y_5+Z_4Y_5Z_3Y_6+Z_3Y_5+Z_3Y_6)\end{array}}{\begin{array}{l}1+Z_1Y_2+Z_4Y_2+Z_1Y_2Z_3Y_5+Z_1Y_2Z_3Y_6+Z_1Y_2\\\cdot Z_4Y_5Z_3Y_6+Z_4Y_2Z_3Y_5+Z_4Y_2Z_3Y_6+Z_4Y_2Z_1Y_6\\-Z_1Y_{25}-Z_4Y_{25}-Z_4Y_{25}Z_1Y_6-Z_4Y_{25}Z_3Y_6+Z_4Y_5\\\cdot Z_1Y_6+Z_1Y_5+Z_4Y_5+Z_3Y_5+Z_4Y_5Z_3Y_6+Z_1Y_6+\\Z_3Y_6\end{array}}$$

이제 또 그림 1의 回路網에서 端子 A 및 B와 端子 B' 및 C사이의 傳達 임피던스 函數(V_3/I_1)를 구하기로 한다. 이 函數의 分子를 구하기 위한 變形된 方向性 線圖 G^v_m 및 G^i_m와 이로 부터 작성되는 變形된 方向性 積線圖 DPG^v_m 및 DPG^i_m는 그림 6의 (a), (b), (c) 및 (d)와 같다. 그림 6의 (c) 및 (d)에서 點線部分을 除去하면 節點Y_s에 대한 DPG^v_m 및 DPG^i_m의 副線圖를 各各 나타낸다.

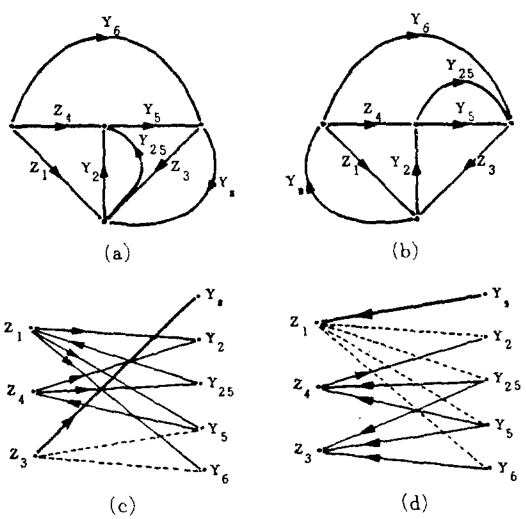


그림 6. 그림 3의 (a)變形된 方向性 電壓線圖 G^v_m 및
(b)變形된 方向性 電流線圖 G^i_m
(c)變形된 方向性 電壓積線圖 DPG^v_m 및
(d) 變形된 方向性 電流積線圖 DPG^i_m

Fig. 6. (a) Modified directed voltage graph G^v_m and
(b) Modified directed current graph G^i_m of Fig. 3.
(c) Modified directed voltage product graph DPG^v_m and
(d) Modified directed current product graph DPG^i_m.

點線이 除去된 그림 6의 (c) 및 (d)로부터 節點Y_s를 포함한 各 共通項과 그 符號를 보다 간편하게 구하기 위해 節點Y_s를 除外한 節點Y들에 대해 副線圖를 作成한다.

이들 變形된 積線圖에서 隣接節點 Z들이 모두 같은 節點Y들의 集合들은 그림6(c)에서 (Y_2, Y_{25}, Y_5) 뿐이고, 그림6(d)에서 (Y_{25}, Y_5)뿐이다. 이들 두 集合으로부터 各 要素에 대한 合集合을 作成하면 그 크기가 가장 큰 合集合은 節點Y_{25}와 節點Y_5에 대한 것임을 알 수 있다. 따라서 節點Y_{25}에 대한 副線圖부터 먼저 구한다. 節點Y_{25}에 대한 合集合은 (Y_{25}, Y_2, Y_5) 이므로 點線이 除去된 그림 6의 (c) 및 (d) 各各에서 節點 Y_2 및 Y_5를 除去하여야 하며 그 結果는 그림 7과 같다.

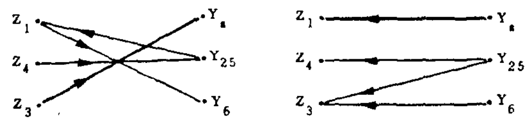


그림 7. 그림 6의 節點 Y_{25}에 대한 (a) DPG^v_m의 副線圖 및 (b) DPG^i_m의 副線圖

Fig. 7. (a) Subgraph of DPG^v_m and (b) subgraph of DPG^i_m about vertex Y_{25} of Fig. 6.

그림 7의 (a) 및 (b)로 부터 節點Y_s와 이 副線圖의 該當 節點Y_{25}를 포함하는 가지들의 모든 次數 곱항들을 구하고 이들의 共通項 및 그 符號를 함께 취하면 $(+Z_1Z_3Y_sY_{25}+Z_1Z_3Z_4Y_sY_{25}Y_6)$이다. 이와 같은 方法으로 節點$Y_2$, Y_5, Y_6에 대한 各 副線圖로부터 節點 Y_s와 各 副線圖의 該當 Y節點을 포함하는 項과 부호를 구하여 모두 더하면 分子項은

$$\begin{aligned}\triangle_{13}(Y_s)=&+Z_1Z_3Y_sY_{25}+Z_1Z_3Z_4Y_sY_{25}Y_6-Z_1Z_3Y_sY_5\\&-Z_1Z_3Z_4Y_sY_5Y_6-Z_1Z_3Y_sY_6-Z_1Z_3Z_4Y_sY_2\\&\cdot Y_6\end{aligned}$$

으로 된다. 따라서 이 回路網의 端子 A 및 B와 端子 B' 및 C 사이의 傳達 임피던스 函數(V_3/I_1)는 式(6)에 의해서

$$M^{z}_{13}=\frac{\begin{array}{l}-Z_1Z_3Y_{25}-Z_1Z_3Z_4Y_{25}Y_6+Z_1Z_3Y_5+Z_1Z_3Z_4Y_5\\\cdot Y_6+Z_1Z_3Y_6+Z_1Z_3Z_4Y_2Y_6\end{array}}{\begin{array}{l}1+Z_1Y_2+Z_4Y_2+Z_1Y_2Z_3Y_5+Z_1Y_2Z_3Y_6+Z_1Y_2Z_4\\\cdot Y_5Z_3Y_6+Z_4Y_2Z_3Y_5+Z_4Y_2Z_3Y_6+Z_4Y_2Z_1Y_6-Z_1\\\cdot Y_{25}-Z_4Y_{25}-Z_4Y_{25}Z_1Y_6-Z_4Y_{25}Z_3Y_6+Z_4Y_5Z_1Y_6\\+Z_1Y_5+Z_4Y_5+Z_3Y_5+Z_4Y_5Z_3Y_6+Z_1Y_6+Z_3Y_6\end{array}}$$

와 같이 된다.

이제, 이 구한 項들의 符號決定 方法을 說明한다. 項은 그림 7에서 구한$(+Z_1Z_3Z_4Y_sY_{25}Y_6)$로 한다.

그림7(a)에서 가지선택을 $\overrightarrow{(Z_3Y_s)}$, $\overrightarrow{(Z_1Y_6)}$, $\overrightarrow{(Z_4Y_{25})}$로 하면 가지의 交叉回數C는 3이고 그림7(b)에서 가지선택을 $\overleftarrow{(Z_1Y_s)}$, $\overleftarrow{(Z_4Y_{25})}$, $\overleftarrow{(Z_3Y_6)}$로 하면 가지의 交

又回數 C는 0이다. 따라서 이 項의 符號는

$$[(+1)\cdot(+1)\cdot(+1)\cdot(-1)^{3}]\cdot[(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)^{0}] = (+1)$$

로 決定된다.

이제까지 구한 M^{z}_{11} 및 M^{z}_{13}의 分子項을 이 回路網의 信號흐름線圖(Mason graph)에 의한 方法과 比較하여 본다. 주어진 回路網(그림 1)의 信號흐름線圖는 그림 8과 같다.

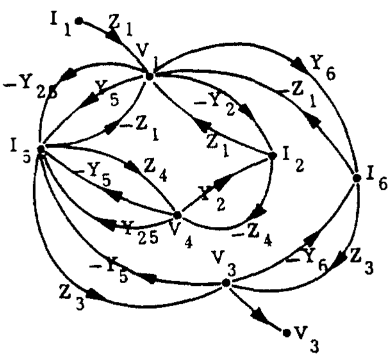


그림 8. 주어진 回路網(그림 1)의 信號흐름선도
Fig. 8. A signal-flow graph of a given network (Fig. 1).

그림 8로부터 먼저 驅動點 임피던스 函數(V_3/I_1)의 分子項을 Mason公式($\sum M_k\Delta_k$)에 의해 구하면

$$M_1 = Z_1$$

$$\Delta_1 = 1-(-Z_4Y_2 - Z_4Y_5 + Z_4Y_{25} - Z_3Y_5 - Z_3Y_6) + (Z_4 \cdot Y_2Z_3Y_5 + Z_4Y_2Z_3Y_6 + Z_4Y_5Z_3Y_6 - Z_4Y_{25}Z_3Y_6)$$

따라서 Mason公式에 의한 分子項은

$$\sum M_k\Delta_k = Z_1\cdot(1 + Z_4Y_2 + Z_4Y_5 - Z_4Y_{25} + Z_3Y_5 + Z_3Y_6 + Z_4Y_2Z_3Y_5 + Z_4Y_2Z_3Y_6 + Z_4Y_5Z_3Y_6 - Z_4Y_{25}Z_3 \cdot Y_6)$$

와 같이 되며 앞에서 구한 M^{z}_{11}의 分子項과 一致하고 있다.

또한 그림 8로 부터 傳達 임피던스 函數(V_3/I_1)의 分子項을 Mason公式에 의해 구하면

$$M_1 = Z_1\cdot Y_5\cdot Z_3 \qquad \Delta_1 = 1-(-Z_4Y_2)$$

$$M_2 = Z_1\cdot(-Y_{25})\cdot Z_3 \qquad \Delta_2 = 1-(-Z_4Y_2)$$

$$M_3 = Z_1\cdot(-Y_2)\cdot(-Z_4)\cdot(-Y_5)\cdot Z_3 \qquad \Delta_3 = 1$$

$$M_4 = Z_1\cdot(-Y_2)\cdot(-Z_4)\cdot Y_{25}\cdot Z_3 \qquad \Delta_4 = 1$$

$$M_5 = Z_1\cdot Y_6\cdot Z_3 \qquad \Delta_5 = 1-(-Z_4Y_5 + Z_4Y_{25} - Z_4Y_2)$$

따라서 Mason公式에 의한 分子項은

$$\sum M_k\Delta_k = Z_1Z_3Y_5\cdot(1) - Z_1Z_3Y_{25}\cdot(1) + Z_1Z_3Y_6\cdot(1 + Z_4 \cdot Y_5 - Z_4Y_{25} + Z_4Y_2)$$

와 같으며 앞에서 구한 M^{z}_{13}의 分子項과 一致하고 있음을 보인다. Mason公式에 의해 구한 項中에 4個의 消去項이 발생했음을 알 수 있다.

Ⅵ. 結 論

非可逆 回路網에 대한 回路網 函數의 分子를 구할 수 있는 變形된 方向性 積線圖를 提案하였다. 이를 이용하므로서 非可逆 回路網에 대한 函數式의 分子를 종전의 位相數學的 方法보다는 간단하고 빨리 구할 수 있었으며 Mason公式의 符號律에 關係없이 分子 各項과 그 符號를 同時에 구할 수 있었다. 또한 分母의 경우와 같이, 分子를 위한 變形된 方向性 積線圖에서도 各 Y(Z)節點에 대한 副線圖를 取하므로 大部分의 消去項이 積線圖로 부터 미리 機械的으로 除去되었고, 따라서 그 만큼 간편하고 빨리 各 項과 그 符號를 구할 수 있었다. 또한 本 理論에 의해 回路網函數의 分子를 구하는 과정은 주어진 回路網의 位相數學的 性質에 變化를 주지 아니하였다.

이 理論은 모든 一般 電氣回路網에 適用할 수 있으며, 예제에서 주어진 能動性 回路網의 函數를 本 論文에서 提案한 理論에 의해서 실제 구해 보였고, 그 結果는 從前의 方法에 의해 구한 것과 一致하였다.

參 考 文 獻

[1] J.B. Murdoch, Network Theory, Chap. 6, 1970.
[2] W. Mayeda, Graph Theory, Chap. 8, 1971.
[3] W.K. Chen, Applied Graph Theory, Chap. 3,4, 1976.
[4] Mason S.J., "Feedback theory; Further properties of signal-flow graph," *Proc. I.R.E.*, vol. 44, no. 7, pp. 920-926, July, 1956.
[5] J.E. Barbay, G.V. Lago and R.W. Becker, *Product Graph*. Proc. of the 15th Symp. on Circuit Theory, Univ. of Missouri, 1972.
[6] 金秀重, 李柱根, "積線圖에 의한 回路網 函數의 決定", KIEE, vol. 15, no. 6, pp. 48-51, 12, 1978.
[7] 金秀重, "能動과/또는 結合性 回路網에 대한 積線圖", KIEE, vol. 14, no. 4, pp. 32-37, 10, 1977.
[8] B.G. Lee, "The product matrices and new gain formulas," *IEEE Trans., on Circuits and System*, vol. CAS-27, no.4, pp.284-292, Apr., 1980.
[9] 全純美, 金秀重, "方向性 積線圖의 提案과 回路網 解析에의 應用(I)", KIEE, vol. 21, no. 2, pp. 19-23, 3, 1984. *