<論 文>

接觸 離脫 現象에 의한 非線型 硏削 채터의 解析 理論

金 玉 鉉*·金 聖 淸*·林 永 顥**

(1985年 7月 19日 接受)

A Theory of Nonlinear Grinding Chatter Due to Loss of Contact between Grinding Wheel and Workpiece

Ock Hyun Kim, Sung Chung Kim and Young Ho Lim

Key Words: Nonlinear Grinding Chatter(非線型 硏削채터), Loss of Contact(接觸 離脫), Describing Function Method(記述函數 方法), Numerical Simulation(數値 시뮬레이션), Irregular Chatter(不規則 채터), Limit Cycle Chatter(限界사이클 채터)

Abstract

It is clear that when the amplitude of grinding chatter increases enough the contact between grinding wheel and workpiece cannot be sustained and the loss of contact occurs during a period of grinding chatter. In this paper the behavior of nonlinear grinding chatter due to the loss of contact has been studied.

A nonlinear grinding chatter loop is developed where the loss of contact is considered as a nonlinear element of asymmetrical gain. The analysis is carried out in the time domain by numerical simulation and also in the complex domain by use of describing function method. The results show that two typical patterns of nonlinear grinding chatter can originate from the nonlinearity. One is an irregular chatter which is characterized by the fact that with progressing grinding time the high chatter frequency at starting stage decreases to the natural frequency of grinding structure while the chatter amplitude increases and decreases repeatedly. The other is a limit cycle chatter of which the amplitude and frequency converge to constant and remain. This nonlinear behavior of grinding chatter has been well analized by the describing function method and confirmed by the numerical simulation.

記 號 說 明

n : 숫돌차 표면 굴곡의 갯수

f : 채터 振動數(Hz)

Ω : 숫돌차 회전속도 (rev/sec)

F_c : 숫돌차와 工作物의 接觸力

δ : 接觸部의 탄성변형량

x_m : 硏削構造物의 變位量

U_0 : 숫돌차의 總 移送距離

ΔU_s : 숫돌차의 순간적 마멸량

ΔU_w : 工作物의 순간적 切削量

W_s : 숫돌차의 總 마멸량

* 正會員, 忠北大學校 工科大學 機械工學科
** 正會員, 崇田大學校 工科大學 機械工學科

W_w　: 工作物의 總 切削量
T_s　: 숫돌차의 1회전 時間
T_w　: 工作物의 1회전 時間
k_s　: 숫돌차의 마멸강도
k_w　: 工作物의 절삭강도
K　: 接觸部의 탄성변형강도
k_e　: k_s, k_w, K 직렬연결의 등가 강도
ω　: 채터 振動數(rad/sec)
μ_s　: 숫돌차의 오우버랩핑 계수
μ_w　: 工作物의 오우버랩핑 계수
G_m　: 硏削構造物의 컴플라이언스
k_m, ζ, ω_n　: 硏削構造物의 변형강도, 감쇄비, 固有振動數(rad/sec)
k_{mc}, ζ_c, ω_{nc}　: 接觸 維持時 硏削構造物의 등가 변형강도, 감쇄비, 固有振動數(rad/sec)
p　: 숫돌차의 移送速度
ν　: 치우침 크기
a　: 사인파 振幅
N_ν　: 치우침 入力의 게인
N　: 사인파 入力의 게인
N_i　: 增分 記述 函數

1. 序　論

硏削工程에서는 作業時 旋削, 밀링 등 다른 切削工程과 區別되는 독특한 現象이 發生한다. 즉 숫돌차의 硏削粒子는 충분히 마멸되면 숫돌차로 부터 떨어져 나가고 새로운 粒子가 切削作用을 하게 되는 소위 自生(self-resharpening)現象이 發生한다. 이와같은 독특한 切削 現象에 의해 硏削工程에서 發生하는 채터(chatter)는 몇가지 독특한 特徵을 갖는다. 이를 要約하면[1,2,3]

(1) 일반적인 硏削作業 條件에서 대부분 채터가 發生한다.

(2) 채터의 發展 速度는 매우 느리며 채터의 振幅은 어느정도 증가한 후에는 감소하고 증가하는 現象이 반복된다.

(3) 채터의 振動數는 發生 初期에는 높은 값을 가지다가 時間이 경과함에 따라 감소하여 硏削 構造物의 固有振動數로 근접한다.

(4) 숫돌차 원주 표면에 불규칙 마멸에 의해 굴곡이 形成되며 굴곡의 갯수 n은 近似的으로 $n=f/\Omega$의 관계식을 만족한다. 여기서 f는 채터의 振動數(H_z)이며 Ω는 숫돌차의 回轉速度(rev/sec)이다.

지금까지의 硏削 채터에 관한 硏究 內容은 대부분 硏削工程의 線型모델에 基礎하고 있다. G. Sweeny[2], Susumu Shiozaki[4], R.A. Thompson[5,6]등은 解析的인 方法으로, 또한 B. Bartalucci[3], R. Snoeys[7]등은 硏削工程의 블록선도를 구하고 그 特性方程式을 解析하여 硏削系의 安定性을 解析하고 있다. 이렇게 함으로써 이들은 主要 硏削 變數가 系의 安定性에 미치는 영향을 解析하고 채터의 發生 없이 硏削할 수 있는 條件區間을 구하고 있다. 그러나 실제로 發生하는 工作機械의 채터 現象은 系의 線型모델로는 說明될 수 없는 경우가 많으며[8,9] 硏削 채터의 경우도 앞서 언급한 바와 같은 채터振幅이 증가하고 감소하는 現象이나 振動數가 變하는 現象등은 線型모델로써는 그 解析이 不可能하다. 따라서 채터 現象을 보다 깊이 理解하기 위해서는 채터의 非線型性 考察이 必要하게 된다. N. H. Hann, S.A. Tobias는 밀링工程에서 構造物의 變型强度와 工作物의 切削强度에 非線型性을 考慮하였으며[9] N. Saravanja, A.F. D'Souza는 旋削工程에서 切削强度의 非線型性을 考慮하여 채터 現象을 解析하였다[10]. 보다 최근에 J. Tlusty, F. Ismail은 旋削 및 밀링工程에서 채터 振幅이 충분히 증가한 후에 切削工具가 工作物의 切削面으로 부터 離脫하는 現象에 의한 非線型 效果를 數値 시뮬레이션으로 解析한 바 있으며[11] Y. Kondo, O. Kawano, H. Sato는 이와 같은 非線型 效果를 중복 再生效果(multiple regenerative effect)라고 이름 붙여 旋削 채터에서 그 效果를 數値 시뮬레이션으로 解析하였다[12]. 硏削工程에서의 接觸面離脫 現象에 관한 硏究는 R. Fukuda에 의해 수행된 바 있으나[13] 이 硏究에서는 硏削 채터의 主要 發生 原因인 再生效果(regenerative effect)가 考慮되지 않고 있으며 또한 이들의 硏究는 모두 數値 시뮬레이션에 의해 時間 영역에서만 수행되었기 때문에 그 結果는 數値 시뮬레이션에서 주어진 條件의 경우로 制限되어 非線型 效果에 관한 충분한 解析이 곤란하였다.

本 論文에서는 硏削工程에서 채터의 振幅이 충분히 증가하면 숫돌차와 工作物의 接觸이 더이상 유지되지 못하고 서로 떨어지게 되는 소위 接觸 離脫 現象에 의한 非線型 채터에 관한 硏究를 수행하였다. 非線型 要素인 非對稱 게인(asymmetrical gain)[14]을 使用하여 非線型 채터루우프를 유도 하였으며 記述 函數 方法(describing function method)[14]에 의해 복소수 평면에서의 解析을 수행 하였다. 또한 數値 시뮬레에션에 의한 時間 영역에서의 解析을 수행 하였으며 그 結果를 서로 比較하였다. 이와같은 硏究를 통하여 그 非線型 效果에 의해 發生되는 硏削 채터의 特徵的 現象을 究明

하였다.

2. 非線型 채터 루우프

Fig. 1에서 보인 바와 같은 硏削系를 생각하자. 그림에서와 같이 숫돌차와 工作物 사이의 접촉력 $F_c(t)$에 의해 접촉부위의 탄성변형 $\delta(t)$, 構造物의 變位 $x_m(t)$, 숫돌차의 마멸량 $\Delta U_s(t)$, 工作物의 切削量 $\Delta U_w(t)$가 發生한다. 숫돌차와 工作物이 最初로 접촉하기 시작하는 시각을 $t=0$로 하여 幾何學的 考察을 하면 現在 시각 $t=t$에서의 숫돌차 總 移送量 $U_0(t)$는 現在의 숫돌차 總 마멸량 $W_s(t)$, 工作物 總 切削量 $W_w(t)$, 接觸變形量 $\delta(t)$, 構造物 變位 $x_m(t)$의 合과 같아야 함을 알 수 있다. 즉,

$$U_0(t)=W_s(t)+W_w(t)+\delta(t)+x_m(t) \qquad (1)$$

現在의 숫돌차 總 마멸량 $W_s(t)$는 숫돌차 1회전 前의 總 마멸량과 現在의 瞬間的 마멸량 $\Delta U_s(t)$의 合으로 表示되고 마찬가지로 現在의 工作物 總 切削量 $W_w(t)$는 工作物 1회전 前의 總 切削量과 現在의 瞬間的 切削量 $\Delta U_w(t)$의 合으로 表示된다.

$$W_s(t)=W_s(t-T_s)+\Delta U_s(t)$$
$$W_w(t)=W_w(t-T_w)+\Delta U_w(t) \qquad (2)$$

여기서 T_s는 숫돌차의 1회전 시간이며 T_w는 工作物의 1회전 시간이다. 보통의 作業條件에서 接觸力과 숫돌차 마멸량, 工作物 切削量, 接觸變形量과의 관계는 線型的인 관계를 보이며[3,7] 이것으로 부터 다음의 관계식을 세운다.

$$\Delta U_s(t)=\frac{1}{k_s}F_c(t)$$
$$\Delta U_w(t)=\frac{1}{k_w}F_c(t) \qquad (3)$$
$$\delta(t)=\frac{1}{K}F_c(t)$$

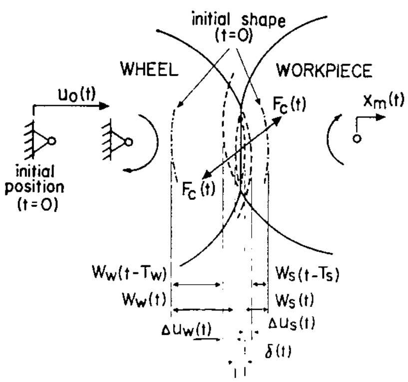


Fig. 1 Model of grinding system

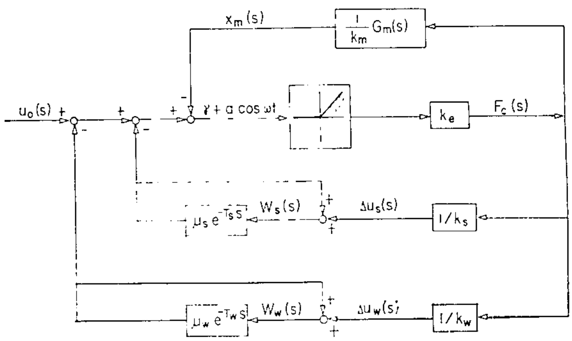


Fig. 2 Block diagram of the nonlinear grinding chatter

여기서 k_s는 숫돌차의 마멸강도, k_w는 工作物의 切削强度, K는 접촉부의 탄성 변형강도이다.

Fig. 1에서 보인 $\Delta U_s(t)$, $\Delta U_w(t)$, $\delta(t)$는 物理的으로 항상 陽의 값을 갖는다. 이를 考慮하여 式(2)를 式(1)에 代入하면 숫돌차와 工作物이 接觸하기 위한 다음과 같은 條件式을 얻는다.

$$U_0(t)-W_s(t-T_s)-W_w(t-T_w)-x_m(t)\geq 0 \qquad (4)$$

이제 式(2), (3)을 式(1)에 代入하여 정리하면 아래와 같은 接觸力 $F_c(t)$의 式을 얻는다.

$$F_c(t)=k_e[U_0(t)-W_s(t-T_s)-W_w(t-T_w)-x_m(t)] \qquad (5)$$

여기서 $k_e=(1/k_s+1/k_w+1/K)^{-1}$이며 이것은 k_s, k_w, K를 직렬연결했을때의 等價 강도와 같다.

숫돌차는 條件

$$U_0(t)-W_s(t-T_s)-W_w(t-T_w)-x_m(t)<0 \qquad (6)$$

이 만족될때 工作物과의 接觸 離脫 現象이 發生하며 이때에 接觸力은 存在하지 않으므로

$$F_c(t)=0 \qquad (7)$$

構造物의 變位 $x_m(t)$와 接觸力과의 관계는 構造物의 컴플라이언스를 $G_m(s)$로 表示하면 아래와 같이 規定된다.

$$\frac{x_m(s)}{F_c(s)}=\frac{1}{k_m}G_m(s) \qquad (8)$$

여기서 s는 Laplacian operator, k_m은 構造物의 변형강도이다.

위의 式들을 Laplace變換하고 式(4)~(7)을 非線型要素인 非對稱 게인[14]으로써 表示하면 Fig. 2와 같은 非線型 채터루우프를 얻는다. 그림에서 μ_s, μ_w는 각각 숫돌차와 工作物 側의 오우버랩핑 계수(overlapping factor)이다[7].

3. 數値 시뮬레이션

研削 構造物의 動特性을 Fig. 3에 보인 바와 같이 간단한 線型 1自由度系의 모델로 가정하자. 이 모델로 부터 構造物의 컴플라이언스 $G_m(s)$는 아래의 式으로 表示된다.

$$G_m(s)=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2} \tag{9}$$

여기서 $\zeta=c/2\sqrt{mk_m}$: 減衰比, $\omega_n=\sqrt{k_m/m}$: 固有振動數이다.

숫돌차와 工作物의 接觸이 維持되는 경우에 式(5), (9)를 式(8)에 代入하면 다음과 같은 式을 얻는다.

$$\ddot{x}_m(t)+2\zeta_c\omega_{nc}\dot{x}_m(t)+\omega_{nc}^2x_m(t)=\frac{\omega_{nc}^2}{k_{mc}}F_e(t) \tag{10}$$

여기서 $k_{mc}=k_m+k_e$, $\zeta_c=c/2\sqrt{mk_{mc}}$, $\omega_{nc}=\sqrt{k_{mc}/m}$, $F_e=k_e[U_0(t)-W_s(t-T_s)-W_w(t-T_w)]$이다.

위의 式(10)을 살펴보면 研削 채터는 Fig. 4에 보인 바와 같이 構造物의 강도가 k_e만큼 증가되고 時間 遲延(time delay)에 의한 再生効果가 加振力으로 作用하고 있는 强制 振動系가 됨을 알 수 있다. 研削 채터가 교란(disturbance)에 의해 發生되어 再生効果에 의해 發展됨을 考慮할때[15] 發生 初期의 채터振動數는 Fig. 4에 보인 構造物의 固有振動數, 즉

$$\omega_{nc}=\sqrt{k_{mc}/m}=\omega_n\sqrt{1+\frac{k_e}{k_m}} \tag{11}$$

에 近接할 것을 예측할 수 있다. 채터의 振幅이 충분히 증가하면 숫돌차는 工作物로 부터 離脫하게 되며 離脫 상태에서의 채터는 振動數 $\omega_d=\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$를 갖는 研削 構造物의 自由 振動이다. 따라서 채터의 發生初期에는 그 振幅이 작으므로 숫돌차와 工作物의 接觸이 維持되어 振動數는 式(11)과 같이 構造物의 固有振動數 w_n보다 높은 값을 갖게되나 振幅이 증가함에 따라 接觸 離脫의 時間이 증가하게 되므로 振動數는 감소하여 構造物의 固有振動數로 近接하게 됨을 알 수 있다.

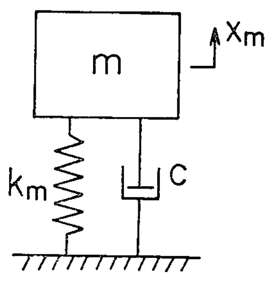


Fig. 3 Model of the structure dynamics

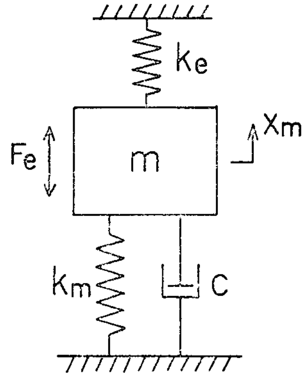


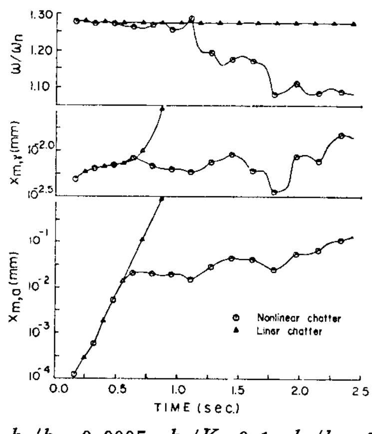
Fig. 4 Vibratory model of grinding chatter

이제 플런지 圓筒 研削에서 숫돌차가 一定 速度로 移送되는 경우를 생각하자. 이때 $\mu_s=\mu_w=1$이 되며 總移送 距離 $U_0(t)$는 다음과 같이 表示된다.

$$U_0(t)=p\cdot t \tag{12}$$

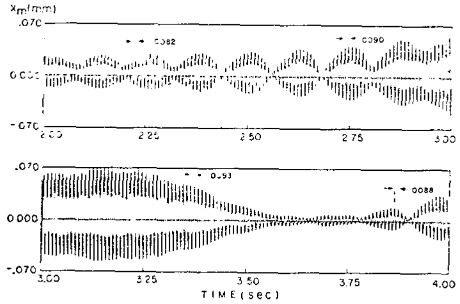
여기서 p는 常數로 주어진 移送速度이다. 式(1)～(9), (12)를 모든 初期 條件을 0으로 하여 4次 Runge-Kutta 方法으로 그 解 $x_m(t)$를 구하였다.

Fig. 5에 接觸 離脫 現象을 考慮한 경우와 考慮하지 않은 경우의 結果를 比較하고 있다. 그림에서 $x_{m,\nu}$는 $x_m(t)$의 치우침(bias) 成分의 크기, $x_{m,a}$는 사인파(sinusoid)成分의 振幅, ω는 채터 振動數이며 그림의 結果는 每 10 사이클의 평균값을 취해 그려졌다. 이 結果로 부터 接觸 離脫에 의한 非線型 効果에 의해 채

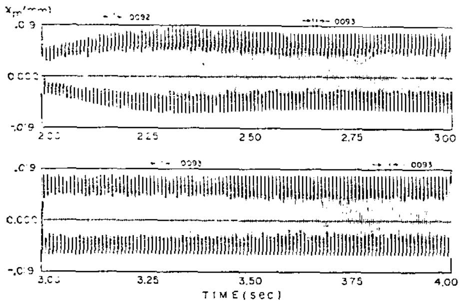


$k_w/k_s=0.0005$, $k_w/K=0.1$, $k_w/k_m=0.45$,
$k_m=1000$kg/mm, $p=0.1$mm/sec,
$T_s=0.04$sec, $T_w=0.1$sec

Fig. 5 Nonlinear behavior of grinding chatter



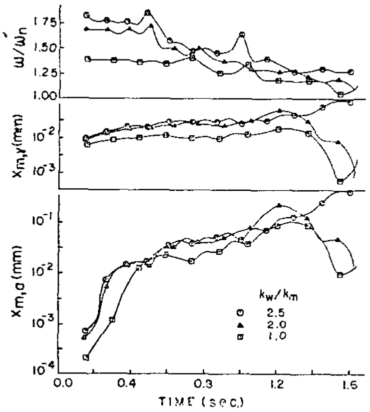
(a) $k_w/k_m=0.45$



(b) $k_w/k_m=0.20$

$k_w/k_s=0.0005$, $k_w/K=0.1$, $k_m=1000$kg/mm, $p=0.1$mm/sec, $T_s=0.04$sec, $T_w=0.1$sec

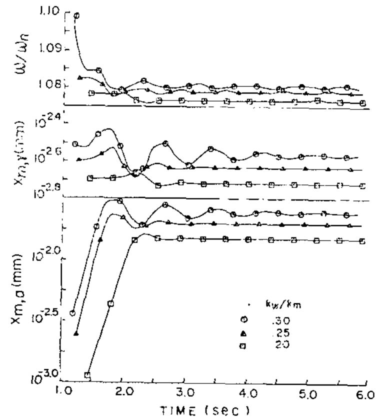
Fig. 6 Typical pattern of nonlinear chatter



$k_w/k_s=0.0005$, $k_w/K=0.1$, $k_m=1000$kg/mm, $p=0.1$mm/sec, $T_s=0.04$sec, $T_w=0.1$sec

Fig. 7 Behavior of irregular chatter

터 振幅은 무한대로 증가하지 않고 어느정도 증가하였다가 감소하는 現象이 반복되며 發生 初期은 높은 振動數는 감소하여 構造物의 固有振動數에 近接하게 됨을 알 수 있다. 數値 시뮬레이션의 結果 이 非線型 効果에 의한 硏削 채터는 두가지 形態가 存在함을 알 수 있었으며 Fig. 6에 그 形態를 보이고 있다. 그 한가지 形態는 Fig. 6(a)에 보인 바와 같이 振幅과 振動數가



$k_w/k_s=0.0005$, $k_w/K0.1$, $k_m=1000$kg/mm, $p=0.1$mm/sec, $T_s=0.04$sec, $T_w=0.1$sec

Fig. 8 Behavior of limit cycle chatter

불규칙적으로 변하는 소위 不規則 채터이며 다른 하나는 Fig. 6(b)와 같이 振幅과 振動數가 一定하게 維持되는 限界 사이클(limit cycle) 채터이다. Fig. 7에 不規則 채터 경우의 몇가지 數値 시뮬레이션 結果를 도시하였다. 그림의 條件에서 $k_w/k_m=1.0, 2.0, 2.5$일 때 式(11)로 예측한 發生 初期의 채터 振動數 ω_{nc}와 構造物 固有 振動數 ω_n과의 比를 구하면 $\omega_{nc}/\omega_n=1.38, 1.68, 1.81$을 얻으며 이 값은 Fig. 7에 표시한 發生 初期의 振動數와 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 8에 限界 사이클 채터의 경우를 표시하였으며 그림에서와 같이 振幅과 振動數는 一定한 값으로 수렴하여 계속 維持됨을 나타내고 있다. 다음 節에 記述函數方法을 이용하여 限界 사이클 채터 解析을 수행하였다.

4. 限界 사이클 채터 解析

記述函數方法은 非線型 要素를 近似的으로 線型化하여 線型系의 解析 方法을 적용하는 非線型系 解析에 널리 이용되고 있는 方法이다[14]. Fig. 2에서와 같은 非線型 要素인 非對稱 게인에 치우침 ν와 사인파 $a\cos\omega t$가 함께 入力된다고 하자. 이때 記述函數는 치우침 入力에 대한 게인 $N_\nu(a,\nu)$와 사인파入力에 대한 게인 $N(a,\nu)$로 구성되며 다음과 같이 決定된다[14].

$$N_\nu(a,\nu)=\begin{cases}0, & \dfrac{\nu}{a}<-1\\ \dfrac{1}{2}+\dfrac{a}{\pi\nu}\left[\dfrac{\nu}{a}\sin^{-1}\dfrac{\nu}{a}+\left(1-\dfrac{\nu^2}{a^2}\right)^{1/2}\right], & \left|\dfrac{\nu}{a}\right|<-1 \\ 1, & \dfrac{\nu}{a}>1\end{cases} \quad (13)$$

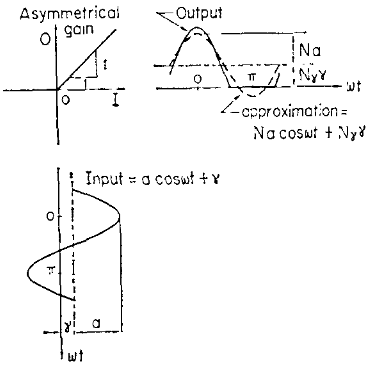


Fig. 9 Input-output relationship of asymmetrical gain

$$N(a,\ \nu)=\begin{cases}0, & \dfrac{\nu}{a}<-1\\ \dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{\pi}\Big[\sin^{-1}\dfrac{\nu}{a} \\ \quad +\dfrac{\nu}{a}\Big(1-\dfrac{\nu^2}{a^2}\Big)^{1/2}\Big], & \Big|\dfrac{\nu}{a}\Big|<1 \\ 1, & \dfrac{\nu}{a}>1\end{cases} \tag{14}$$

Fig. 9에 이 非線型 要素의 入力-出力 관계와 記述函數에 의한 解析을 例示하였다.

이제 Fig. 2로 부터 아래와 같은 非線型 채터 루우프의 特性方程式과 치우침式을 구한다.

特性方程式;

$$1+N(a,\nu)G(s)=0 \tag{15}$$

치우침式;

$$U_0(s)-\nu[1+N_\nu(a,\nu)G(s)]=0,\ \ s=0 \tag{16}$$

여기서

$$G(s)=k_e\Big[\frac{1}{k_s}\ \frac{\mu_s e^{-T_s s}}{1-\mu_s e^{-T_s s}}+\frac{1}{k_w}\ \frac{\mu_w e^{-T_w s}}{1-\mu_w e^{-T_w s}} +\frac{G_m(s)}{k_m}\Big] \tag{17}$$

플런지 圓筒硏削의 경우로 하면 $\mu_s=\mu_w=1$이 되며 이때 치우침式 式(16)은 다음과 같이 바뀐다.

$$pT_sT_w-k_e\nu N_\nu(a,\nu)\ (T_w/k_s+T_s/k_w)=0 \tag{18}$$

式(15)에 $s=j\omega$를 入代하고 이 式과 式(9), (13), (14), (17), (18)로 부터 數値 解法으로 ν, a, ω를 구하면 限界 사이클 채터가 決定된다. 實數根이 存在하지 않을 경우 硏削系는 安定하여 채터가 發生하지 않게 된다.

以上에서 說明한 바와 같은 方法으로 구한 限界사이클 채터가 실제로 存在할 수 있는가를 판정하기 위해서는 限界 사이클 채터 自體의 安定性을 解析하여야 한다. 限界 사이클의 安定性을 解析하는 方法으로는 Loeb 判定法과 增分 記述 函數(incremental describing function)方法이 흔히 利用되고 있다[14]. Loeb 判定法은 硏削系의 경우와 같이 時間 遲延이 存在하는 系의 解析에는 적합치 않은 것으로 알려져 있다[16]. 그러므로 이곳에서는 增分 記述 函數 方法으로써 限界 사이클 채터의 安定性을 解析한다. Fig. 2의 非對稱 게인의 增分 記述 函數 $N_i(a,\nu)$를 구하면,

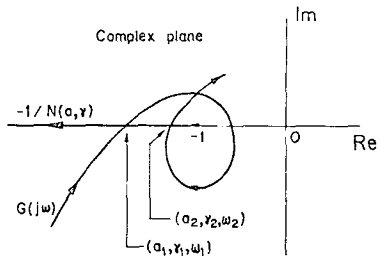


Fig. 10 Graphical interpretation of describing function method

$$N_i(a,\ \nu)=\begin{cases}0, & \dfrac{\nu}{a}<-1\\ \dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{\pi}\sin^{-1}\dfrac{\nu}{a}, & \Big|\dfrac{\nu}{a}\Big|<1\\ 1, & \dfrac{\nu}{a}>1\end{cases} \tag{19}$$

增分 記述 函數의 定義로 부터 限界 사이클(a_k, ν_k, ω_k)의 安定性은 다음의 特性方程式으로 부터 決定된다.

$$1+N_i(a_k,\nu_k)G(s)=0 \tag{20}$$

Fig. 10에 記述 函數 方法에 의한 解析을 圖示하였다. 즉 $-1/N(a,\nu)$와 $G(j\omega)$의 交點의 a, ν, ω 값이 限界 사이클의 解가 되며 交叉하지 않을때 系는 安定하여 채터는 發生하지 않게 된다. 그림에서와 같이 各 交叉點을 좌측으로 부터 차례로 (a_1, ν_1, ω_1), $(a_2, \nu_2\omega_2)$, …로 하면 特性方程式 式(20)으로 부터 限界 사이클이 安定하기 위한 다음의 條件式를 얻는다.

$$N_i(a_k,\nu_k)G(j\omega_1)>-1,\ \ k=1,2,\cdots \tag{21}$$

式(14)로 부터 ν/a가 1에서 -1로 감소함에 따라 $-1/N(a,\nu)$는 -1에서 $-\infty$로 변함을 알 수 있으며 이것으로 부터 다음의 式을 얻는다.

$$-1<\frac{\nu_1}{a_1}<\frac{\nu_2}{a_2}<\frac{\nu_3}{a_3}<\cdots<1 \tag{22}$$

式(19)와 式(22)로 부터

$$0<N_i(a_1,\nu_1)<N_i(a_2,\nu_2)<\cdots<1 \tag{23}$$

따라서 式(21), (23)으로 부터 安定한 限界사이클 채터가 存在하기 위한 條件式은 다음과 같이 구해진다.

$$N_i(a_1,\nu_1)G(j\omega_1)>-1 \tag{24}$$

앞 節의 數値 시뮬레이션에서와 같은 條件에서 式(24)로 부터 安定한 限界 사이클 채터가 存在하기 위한 k_w/k_m

Table 1 Comparison of limit cycle solutions
$\zeta=0.05$, $\omega_n=628$rad/sec, $k_m=1000$kg/mm, $p=0.1$mm/sec, $T_s=0.04$sec, $T_w=0.1$sec, $k_w/k_s=0.0005$

$\frac{k_w}{K}$	$\frac{k_w}{k_m}$	$X_{m,a}\times10^2$mm		$X_{m,b}\times10^3$mm		ω/ω_n	
		DF	Simulation	DF	Simulation	DF	Simulation
0.1	0.15	0.9150	0.9715	1.4981	1.4790	1.0737	1.0733
	0.20	1.3599	1.4890	1.9975	1.9126	1.0773	1.0765
	0.25	1.7751	1.9772	2.4969	2.3237	1.0800	1.0790
	0.30	2.1832	2.4216	2.9963	2.7205	1.0821	1.0804
1.0	0.40	2.2378	2.3620	3.9950	3.9506	1.0853	1.0847
	0.45	2.7002	2.8634	4.4944	4.3774	1.0865	1.0857
	0.50	3.1295	3.3202	4.9938	4.7900	1.0875	1.0864

값을 구하면 $k_w/k_m<0.416$을 얻으며 이것은 Fig. 5~8의 結果와 잘 일치한다. 즉 安定한 限界 사이클이 存在하지 않는 경우가 不規則 채터임을 알 수 있다. Table 1에 記述函數 方法으로 구한 限界 사이클의 解와 數値 시뮬레이션으로 구한 解를 比較하였으며 그 結果는 서로 잘 一致함을 보이고 있다.

5. 結 論

本 硏究에서는 硏削工程에서 채터의 振幅이 충분히 증가 했을때 發生하는 숫돌차와 工作物의 接觸 離脫 現象에 의한 非線型 채터 特性을 記述 函數 方法과 數値 시뮬레이션 方法으로 解析하였다. 그 結果 接觸 離脫에 의해 硏削 채터의 振幅은 무한대로 증가하지 않고 증가, 감소 現象을 반복하며 또한 振動數는 發生 初期에 높은 값을 갖으나 채터가 發展함에 따라 감소하여 硏削 構造物의 固有 振動數로 近接함을 보였다.

또한 이 非線型 効果에 의해 振幅과 振動數가 一定하게 維持되는 소위 限界 사이클 채터가 發生될 수 있음을 알 수 있었으며 限界 사이클 채터는 記述 函數 方法에 의해 훌륭히 解析되었고 그 結果는 數値 시뮬레이션에 의한 것과 잘 一致하였다.

參 考 文 獻

(1) S.A. Tobias, Machine-Tool Vibration, Blackie & Son LTD., 1965

(2) G. Sweeny, "Grinding Instability", Proceeding of the 6th International M.T.D.R. Conference, Manchester, Sep. pp. 557~580, 1965

(3) B. Bartalucci and G.G. Lisini, "Grinding Process Instability", Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, Series B, Vol. 91, No. 3, pp. 597~606, 1969

(4) Susumu Shirozaki, Masakazu Miyashita and Yuji Furukawa, "Generation and Growing Up Process of Self-Excited Chatter Vibration in Grinding", Bulletin of the JSME, Vol. 13, No. 63, pp. 1139~1150, 1970

(5) R.A. Thompson, "The Dynamic Behavior of Surface Grinding Part 1, 2", Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, Series B, Vol. 93, No. 2, pp. 485~497, 1971

(6) R.A. Thompson, "On the Doubly Regenerative Stability of a Grinder: the Combined Effect of Wheel and Workpiece Speed", Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, Series B, Vol. 99, No. 1, pp. 237~241, 1977

(7) R. Snoeys and D. Brown, "Dominating Parameters in Grinding Wheel-and Workpiece Regenerative Chatter", Proceedings of the 10th International M.T.D.R. Conference, pp. 325~348, 1969

(8) C.J. Hooke and S.A. Tobias, "Finite Amplitude Instability-A New Type of Chatter", Proceedings of the 4th International M.T.D.R. Conference, Pergamon Press, 1963

(9) N.H. Hanna and S.A. Tobias, "A Theory of Nonliner Regenerative Chatter", Trans. ASME, Joural of Engineering for Industry Series B, Vol. 96, No. 1, pp. 247~255, 1974

(10) N. Saravanja-Fabris and A.F. D'Souza, "Nonlinear Stability Analysis of Chatter in Metal

Cutting", Trans. ASME, Joural of Engineering for Industry, Series B, Vol. 96, No. 2, pp. 670 ～675, 1974

(11) J. Tlusty and F. Ismail, "Basic Non-Linearity in Machining Chatter", Annals of C.I.R.P., pp. 299～304, 1981

(12) Y. Kondo, O. Kawano and H. Sato, "Behavior of Self-Excited Chatter Due to Multiple Regenerative Effect", Trans. ASME, Journal of Engineering for Industry, Series B, Vol. 103, No. 3, pp. 324～329, 1981

(13) R. Fukuda, "The Loss of Contact between Grinding Wheel and Workpiece during Grinding and its Effect on Chatter Vibration", Bulletin of JSPE, Vol. 10, No. 1, pp. 8～14, 1976

(14) D.P. Atherton, Nonlinear Control Engineering, London, Van Nostrand Reinhold Company, 1978

(15) Pahlitzsch, G., and Cuntze, E. "Reduction of Chatter Vibration During Cylindrical and Plunge Grinding Operation", Proceedings of the 6th International M.T.D.R. conference, Manchester, pp. 507～523, 1965

(16) R.A. Johnson and B.W. Leach, "Stability of Oscillations in Low-Order Nonlinear Systems", IEEE Trans., Automatic Control, Vol. AC-72, pp. 672～675, 1972