

<技術論文>

熱交換週기가 짧은 蓄熱式熱交換器의 傳熱解析에 관한 研究

徐 廷 一\* · 金 光 洙\*\* · 李 正 萬\*\*\*

(1984年 4月 17日 接受)

A Study on Heat Transfer Analysis for a Regenerative Heat Exchanger Having Short Transfer Period

J.I. Seoh, K.S. Kim and J.M. Lee

Abstract

On two type regenerator which is represented by their parameters  $f(t)$ ,  $f(x,t)$  for generalized regenerating heat exchanger, the temperature distributions are studied analytically in this paper. For  $f(x, t)$  regenerator type, particularly, we are able to induce the simplified temperature distribution and convection heat transfer coefficient in heating which apply on condition that regenerator having short transfer period from above theoretical analysis.

As follows  $\Phi_h = e^{-\frac{x}{l}} = e^{-N\tau v x}$  and  $\alpha_h = \frac{W_h}{A_0} \ln \frac{\theta_{h1}}{\theta_{h2}}$

記 號 說 明

$A$  : 無次元常數( $A = W_s / \alpha_h \tau_h A_0$ )

$B$  : 無次元常數( $B = W_h / \alpha_h A_0$ )

$C$  : 無次元常數( $C = W_s / \alpha_c \tau_c A_0$ )

$D$  : 無次元常數( $D = W_c / \alpha_c A_0$ )

$A_0$  : 蓄熱體길이 및 단위 길이에서의 傳熱面積(m, m<sup>2</sup>)

$C_p$  : 比熱(kcal/kg°C)

$f, g$  : 函數

$I_0$  : 變形 第一種 Bessel 函數

$l$  : 蓄熱體두께 (m)

$M_s$  : 蓄熱體 重量(kg)

NTU : 熱傳達 變數( $NTU = \alpha_h A_0 / W_h$ )

$N_u$  : Nusselt 數( $N_u = 4r_h \alpha / \lambda$ )

$P$  : Laplace 演算子

$P_0$  : 空隙率

$Q_0$  : 全交換 熱量(kcal/h)

$Q_{sw}$  : 排熱量(kcal/h)

$R_e$  : Reynolds 數( $R_e = 4r_h v_m / \nu$ )

$r_h$  : 水力半徑

$S$  : Laplace 演算子

$T_h$  : 無次元常數( $T_h = \frac{t_h}{\tau_h}$ )

$t$  : 時間(h)

$v_m$  : 流速(m/sec)

$W$  : 水當量(kcal/h°C)

$W_h$  : 作動流體의 水當量(kcal/h°C)

$W_s$  : 蓄熱體의 水當量(kcal/°C)

$x$  : 길이(m)

\*正會員, 漢陽大學校 工科大學

\*\*正會員, 漢陽大學校 大學院

\*\*\*에너지管理公團

- $X$  : 無次元常數 ( $X = \frac{x}{A_0}$ )
- $\alpha$  : 對流熱傳達係數 (kcal/m<sup>2</sup>h°C)
- $\gamma$  : 比重量 (kg/m<sup>3</sup>)
- $\theta$  : 溫度 (°C)
- $\lambda$  : 熱傳導係數 (kcal/mh°C)
- $\nu$  : 動粘性係數 (m<sup>2</sup>/s)
- $\xi$  : 變數
- $\tau_c$  : 受熱時間 (h)
- $\tau_h$  : 加熱時間 (h)
- $\phi$  : 無次元常數 ( $\phi = \frac{\theta}{\theta_{h1}}$ )
- $\psi$  : 變數 ( $\psi = \frac{T_h}{A}$ )

添字

- $c$  : 受熱
- $h$  : 加熱
- $s$  : 蓄熱體
- 1 : 入口
- 2 : 出口
- I :  $f(t)$ 函數型
- II :  $f(x, t)$ 函數型

1. 序 論

蓄熱式 熱交換器의 理論은 Hausen, Nusselt, Schumann 等의 研究로 이루어 졌으며 Nusselt 는 熱交換器 溫度 分布式을 Riemann 積分으로 誘導하였고 이들은 주로 熱交換器의 溫度分布를 解析하였다. 그 後 小形 熱交換器가 開發됨에 따라 Coppage 와 London 은 以前의 資料들을 分析 綜合하고 여러가지 實驗을 통한 溫度分布로써 效率을 얻는 方法 및 흐름 抵抗概念을 追加 導入하였다. 또한 Kays 와 London 은 小形 密集化한 熱交換器에 있어서 여러 類型을 檢討하여 이에 대한 設計資料를 提供하므로써 價熱效率 및 흐름 抵抗을 調和 시킨 最適 設計 方案을 提示하였다. 이들의 結果들은 直交流形 熱交換器, 週期流形 熱交換器, 回轉形 蓄熱器 등에 適用하였고 이에 대한 解析 및 實驗結果들을 發表하였다. 그러나 最近에 注目을 받고 있는 스티얼링 機關用 蓄熱式 熱交換器와 같이 週期가 매우 짧은 境遇에 대하여는 解析的인 研究가 거의 없으므로 本 研究에서는 蓄熱式 熱交換器에 대한 理論解析에 2個의 變數를 適用하여 週期가 긴 境遇에 適用되는 蓄熱體의 熱傳導係數가 큰 熱交換器인 境遇  $f(t)$ 函數型<sup>(1)</sup>, 週期가 긴 境遇 또는 짧은 境遇에 適用될 수 있는 熱傳導係數가 작은 境遇  $f(x, t)$ 函數型<sup>(2)</sup>으로 各各 區分하여 이에대한 正確解를 구하였다. 특히  $f(x, t)$ 函數型에서

2次元 Laplace 變換技法에 의한 Bessel 函數가 包含된 式을 얻고, Laplace 1次 變換溫度에서 얻은 式을 級數展開<sup>(2)</sup>하여 整理한 式으로 부터 加熱週期에 있어서 週期가 짧은 蓄熱體에 適用되어질 수도 있는 近似式인 簡單한 溫度分布式과 이로부터 對流熱傳達係數式을 얻었다. 그러나 泉 亮太郎<sup>(2), (3)</sup>등은 週期가 긴 境遇 즉 一般 蓄熱體에 대한 理論解析 結果와 週期가 짧은 境遇 즉 8分 週기로 實驗하여 比較한 結果가 一致함을 發表하였다. 이들 研究結果를 參酌할 때 週期가 짧은 境遇에서의 實驗結果와도 比較的 一致한 것으로 期待할 수 있어서 中島尙正<sup>(4)</sup>의 스티얼링 機關 實驗에 使用된 蓄熱器의 諸元을 利用하여 計算한 結果, 위에서 구한 溫度分布式은 一致하였고 對流熱傳達係數式에 대하여는 다른 實驗值<sup>(5), (6)</sup>보다 接近함을 確認하였다. 또한 위 機關實驗值를 對流熱傳達係數式에 代入하여 위 機關의 全交換 熱量을 計算한 結果, 스티얼링 機關用 蓄熱器에서 蓄熱比의 最適值 430%<sup>(7)</sup>와 거의 一致하였다. 따라서 理論解析으로부터 구한 溫度分布式과 對流熱傳達係數式의 有用性을 立證할 수 있었다.

2. 理論解析

蓄熱式 熱交換器 特性 解析에 대한 假定은 다음과 같다.

- (1) 加熱 및 受熱週期에 대한 作動流體의 流入溫度와 流量은 一定하다.
  - (2) 蓄熱體 및 流體의 物性値는 週期에 대하여 變化하지 않고 蓄熱體 全體길이에 있어서 一定하다.
  - (3) 熱交換에 의한 殘留流體의 影響을 無視한다.
- 蓄熱體길이  $A_0$ 와 直角 方向의 長이를 單位長이 1로 하고 作動流體가 Fig. 1과 같이 作動할 때 다음과 같은 境遇에 대하여 考察하기로 한다.

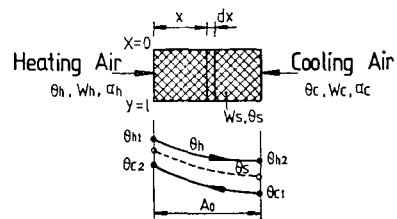


Fig. 1 Temperature distributions on the regenerating heat exchanger

2. 1. 蓄熱體의 熱傳導係數가 큰 一般 蓄熱式 熱交換器인 境遇

- (1) 加熱週期

加熱週期에서의  $dx$  面の 單位 두께 당 熱平衡式은

$$\alpha_h(\theta_h - \theta_s) = -W_h \frac{d\theta_h}{dx} \quad (1)$$

作動流體 흐름方向으로 熱傳導係數가 큰 境遇, 蓄熱體의 溫度  $\theta_s$  는 時間  $t$  에 대한 函數 즉  $f(t)$  이므로 式 (1)에서

$$\theta_h - \theta_s = (\theta_{h_1} - \theta_s) e^{-\frac{\alpha_h}{W_h} x} \quad (2)$$

境界條件  $\begin{cases} x=0, \theta_h = \theta_{h_1} \\ x=A_0, \theta_h = \theta_{h_2} \end{cases}$  를 式 (2)에 代入하면

$$\theta_{h_1} - \theta_{h_2} = (\theta_{h_1} - \theta_s) (1 - e^{-\frac{\alpha_h}{W_h} A_0}) \quad (3)$$

이때 加熱 作動流體의 入熱量중 時間  $t$  를 考慮한 蓄熱體가 吸收한 傳熱式은

$$W_h(\theta_{h_1} - \theta_{h_2}) = W_s \frac{d\theta_s}{dt} \quad (4)$$

式 (4)에서 境界條件  $t_h = 0, \theta_s = \theta_{s_0}$  를 利用하여  $\theta_s$  를 求하면

$$\theta_s = \theta_{s_0} - (\theta_{h_1} - \theta_{s_0}) e^{-\frac{W_h}{W_s} (1 - e^{-\frac{\alpha_h}{W_h} A_0}) t_h} \quad (5)$$

또한 式 (2)에 式 (5)의  $\theta_s$  를 代入하면

$$\theta_h = \theta_{h_1} - [(\theta_{h_1} - \theta_{s_0}) (1 - e^{-\frac{\alpha_h}{W_h} x})] e^{-\frac{W_h}{W_s} (1 - e^{-\frac{\alpha_h}{W_h} A_0}) t_h} \quad (6)$$

式 (6)에서 出口側 溫度  $\theta_{h_2}$  는  $x=A_0$  일 때이므로  $\theta_{h_2}$  는 다음과 같다.

$$\theta_{h_2} = \theta_{h_1} - [(\theta_{h_1} - \theta_{s_0}) (1 - e^{-\frac{\alpha_h}{W_h} A_0})] e^{-\frac{W_h}{W_s} (1 - e^{-\frac{\alpha_h}{W_h} A_0}) t_h} \quad (7)$$

(2) 受熱週期

熱平衡式

$$\alpha_c(\theta_s - \theta_c) = -W_c \frac{d\theta_c}{dx} \quad (8)$$

$$W_c(\theta_{c_2} - \theta_{c_1}) = -W_s \frac{d\theta_s}{dt} \quad (9)$$

에서 同一한 方法으로  $\theta_{c_2}$  및  $\theta_{s_2}$  를 求하면

$$\theta_{c_2} = \theta_{c_1} + (\theta_{s_1} - \theta_{c_1}) (1 - e^{-\frac{\alpha_c}{W_c} A_0}) e^{-\frac{W_c}{W_s} (1 - e^{-\frac{\alpha_c}{W_c} A_0}) t_c} \quad (10)$$

$$\theta_{s_2} = \theta_{c_1} + (\theta_{s_1} - \theta_{c_1}) e^{-\frac{W_c}{W_s} (1 - e^{-\frac{\alpha_c}{W_c} A_0}) t_c} \quad (11)$$

## 2. 2. 蓄熱體의 熱傳導係數가 작은 蓄熱式 熱交換器인 境遇

(1) 加熱週期

作動流體 흐름方向으로 熱傳導係數가 작은 境遇, 蓄熱體의 溫度  $\theta_s$  는  $x$  方向 및 時間  $t$  에 대한 函數, 즉  $f(x, t)$  이므로 加熱週期에서의 熱平衡式은

$$\alpha_h(\theta_h - \theta_s) = -W_h \frac{\partial \theta_h}{\partial x} = \frac{W_s}{A_0} \frac{\partial \theta_s}{\partial t} \quad (12)$$

여기서  $A_0$  는 蓄熱體의 單位 길이에서의 傳熱面積이고 이때의 境界條件은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x=0, \theta_h &= \theta_{h_1} \\ t_h=0, \theta_s &= f(x) \end{aligned}$$

式 (12)에서  $\theta_h = \theta_s + \frac{W_s}{\alpha_h A_0} \frac{\partial \theta_s}{\partial t}$  를 얻고 이를 式 (12)의  $\theta_h$  에 代入하고 無次元 常數를 使用하면 다음과 같은 偏微分方程式을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \Phi_s}{\partial X \partial T_h} + \frac{1}{B} \frac{\partial \Phi_s}{\partial T_h} + \frac{1}{A} \frac{\partial \Phi_s}{\partial X} = 0 \quad (13)$$

$X$  및  $T_h$  에 대한 Laplace 演算子를 各各  $P, S$  로 表記하고 이때의 無次元 境界條件  $\begin{cases} X=0, \Phi_h=1 \\ T_h=0, \Phi_s=f(X)/\theta_{h_1} \end{cases}$  및 初期條件  $\Phi_h(0, 0) = 1$  과 式 (12)의  $\Phi_h = \theta_h + A \frac{\partial \Phi_s}{\partial T_h}$  를 利用하여  $\Phi_s(p, s)$  와  $\Phi_h(p, s)$  를 求하면

$$\Phi_s(p, s) = \frac{B/S + A(1+BP)f(p)/\theta_{h_1}}{AS + BP(1+AS)} \quad (14)$$

$$\Phi_h(p, s) = \frac{B/S + AB + Af(p)/\theta_{h_1}}{AS + BP(1+AS)} \quad (15)$$

式 (15)의  $\Phi_h(p, s)$  를 項別로  $T_h$  에 대하여 逆變換한  $X$  에 대한 1次 變換溫度는

$$\begin{aligned} \Phi_h(P, T_h) &= \frac{AB}{A(1+BP)} e^{-\frac{BPT_h}{A(1+BP)}} \\ &+ \frac{B}{A(1+BP)} e^{-\frac{BPT_h}{A(1+BP)}} * 1 \\ &+ \frac{f(p)/\theta_{h_1}}{B} \frac{AB}{A(1+BP)} e^{-\frac{BPT_h}{A(1+BP)}} \end{aligned} \quad (16)$$

다시  $P$  에 대하여 逆變換하면  $\Phi_h(X, T_h)$  에 대한 正確解는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Phi_h(X, T_h) &= e^{-\frac{T_h}{A} - \frac{X}{B}} \left[ I_0 \left( 2\sqrt{\frac{T_h X}{AB}} \right) + \frac{1}{A} \int_0^{T_h} e^{\frac{\tau}{A}} I_0 \left( 2\sqrt{\frac{X(T_h - \tau)}{AB}} \right) d\tau + \frac{1}{B\theta_{h_1}} \int_0^X e^{\frac{\xi}{B}} f(\xi) I_0 \left( 2\sqrt{\frac{T_h(X - \xi)}{AB}} \right) d\xi \right] \end{aligned} \quad (17)$$

그러나 式 (17)은 各 項이 積分項을 包含하므로 實際適用이 困難하다. 따라서 式 (17)을 計算이 便利한 級數解法<sup>(2)</sup>으로 求하면, 式 (16)의 各 項들은  $e^{-\frac{BPT_h}{A(1+BP)}}$  를 包含하고 있으므로 이를  $1/P$  로 展開하여 整理하면  $\Phi_h(X, T_h)$  는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Phi_h(X, T_h) &= 1 - e^{-\frac{BPT_h}{A(1+BP)}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \\ &\frac{(m+n)! (m+n+1)!}{(m!)^2 n! [(m+n+1)!]^2} \left( \frac{\phi X}{B} \right)^m \left( \frac{1}{B} \right)^{n+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{B\theta_{h_1}} e^{-\phi} \int_0^X f(\xi) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^n \\
 & \frac{1}{(m!)^2 n!} \left(\frac{\phi}{B}\right)^m (X-\xi)^n \left(\frac{X-\xi}{B}\right)^n d\xi \quad (18)
 \end{aligned}$$

또한  $\phi_s(X, T_h)$ 는

$$\begin{aligned}
 \phi_s(X, T_h) &= 1 - e^{-\phi} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^n \right. \\
 & \frac{(m+n-1)!(m+n)!}{m!n!(m-1)![(m+n)!]^2} (\phi)^n \left(\frac{X}{B}\right)^{m+n} \left. \right\} \\
 & + \frac{f(X)}{\theta_{h_1}} e^{-\phi} + \frac{1}{B\theta_{h_1}} e^{-\phi} \int_0^X f(\xi) \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^n \\
 & \frac{(m+n)(m+n-1)!(m+n)!}{m!n!(m-1)![(m+n)!]^2} (\phi)^n \\
 & \left(\frac{X-\xi}{B}\right)^{m+n-1} d\xi \quad (19)
 \end{aligned}$$

(2) 受熱週期

같은 方法으로 受熱週期에서의 熱平衡式은

$$\alpha_c(\theta_s - \theta_c) = -W_c \frac{\partial \theta_c}{\partial x} = -\frac{W_s}{A_0} \frac{\partial \theta_s}{\partial t_c} \quad (20)$$

이때 境界條件은

$$\begin{cases} x = A_0, \theta_c = 0 \\ t_c = 0, \theta_s = g(x) \end{cases}$$

式 (20)에 無次元常數를 使用하면

$$\phi_s - \phi_c = -C \frac{\partial \phi_s}{\partial T_c} = -D \frac{\partial \phi_c}{\partial X} \quad (21)$$

無次元 境界條件은

$$\begin{cases} X = 1, \phi_c = 0 \\ T_c = 0, \phi_s = g(X)/\theta_{h_1} \end{cases}$$

또한  $X$ 와  $T_c$ 의 Laplace 演算子를  $P, S$ 로 表記하고 同一 方法으로  $\phi_c$ 를 구하면<sup>(2)</sup>

$$\phi_c(P, S) = \frac{-Cg(P)/\theta_{h_1}}{-CS + DP(1+CS)} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 \phi_c(X, S) &= \frac{C/\theta_{h_1}}{D(1+CS)} \\
 & \int_0^1 g(\xi) e^{-\frac{CS}{D(1+CS)}(X-\xi)} d\xi \quad (23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \phi_c(X, T_c) &= \frac{1}{D\theta_{h_1}} \int_0^1 e^{-\frac{X-\xi}{D}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m+n} \\
 & \frac{[(m+n)!]^2}{(m!)^2 n! [(m+n)!]^2} \left(\frac{X-\xi}{D}\right)^m \left(\frac{T_c}{C}\right)^{m+n} \\
 & g(\xi) d\xi \quad (24)
 \end{aligned}$$

式 (21)의  $\phi_s = \phi_c - D \frac{\partial \phi_c}{\partial X}$ 에서  $\phi_s(X, T_c)$ 는

$$\begin{aligned}
 \phi_s(X, T_c) &= \frac{1}{D\theta_{h_1}} \int_0^1 e^{-\frac{X-\xi}{D}} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^{m+n-1} \\
 & \frac{m[(m+n)!]^2}{(m!)^2 n! [(m+n)!]^2} \left(\frac{X-\xi}{D}\right)^{n-1} \left(\frac{T_c}{C}\right)^{m+n} \\
 & g(\xi) d\xi
 \end{aligned}$$

$$+ \frac{g(X)}{\theta_{h_1}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n!} \left(\frac{T_c}{C}\right)^n \quad (25)$$

加熱週期에 關한 式 (18), (19)에서  $f(X) = 0$ 으로 하면

$$\begin{aligned}
 \phi_h(X, T_h) &= 1 - e^{-\phi} \left[ \frac{X}{B} - \left(\frac{1}{2!}\right)^2 \left(\frac{X}{B}\right)^2 (2-2\phi) \right. \\
 & + \left(\frac{1}{3!}\right)^2 \left(\frac{X}{B}\right)^3 (6-12\phi+3\phi^2) \\
 & - \left(\frac{1}{4!}\right)^2 \left(\frac{X}{B}\right)^4 (24-72\phi+36\phi^2-4\phi^3) \\
 & + \left(\frac{1}{5!}\right)^2 \left(\frac{X}{B}\right)^5 (120-480\phi+360\phi^2-80\phi^3+5\phi^4) \\
 & \left. -, +, \dots \right] \quad (26)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \phi_s(X, T_h) &= 1 - e^{-\phi} \left[ 1 + \phi \left(\frac{X}{B}\right) \right. \\
 & - \left(\frac{1}{2!}\right)^2 \left(\frac{X}{B}\right)^2 (2\phi - \phi^2) \\
 & + \left(\frac{1}{3!}\right)^2 \left(\frac{X}{B}\right)^3 (6\phi - 6\phi^2 + \phi^3) \\
 & - \left(\frac{1}{4!}\right)^2 \left(\frac{X}{B}\right)^4 (24\phi - 36\phi^2 + 12\phi^3 - \phi^4) \\
 & + \left(\frac{1}{5!}\right)^2 \left(\frac{X}{B}\right)^5 (120\phi - 240\phi^2 + 120\phi^3 - 20\phi^4 + \phi^5) \\
 & \left. -, +, \dots \right] \quad (27)
 \end{aligned}$$

가 된다. 式 (26), (27)에  $X=1$ 을 代入하면 加熱週期에서의 出口側 無次元溫度  $\phi_{h_2}$  및  $\phi_{s_2}$ 를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \phi_{h_2} &= 1 - e^{-\phi} \left[ \frac{1}{B} - \left(\frac{1}{2!}\right)^2 \frac{1}{B^2} (2-2\phi) \right. \\
 & + \left(\frac{1}{3!}\right)^2 \frac{1}{B^3} (6-12\phi+3\phi^2) \\
 & - \left(\frac{1}{4!}\right)^2 \frac{1}{B^4} (24-72\phi+36\phi^2-4\phi^3) \\
 & + \left(\frac{1}{5!}\right)^2 \frac{1}{B^5} (120-480\phi+360\phi^2-80\phi^3+5\phi^4) \\
 & \left. -, +, \dots \right] \quad (28)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \phi_{s_2} &= 1 - e^{\phi} \left[ 1 + \frac{\phi}{B} - \left(\frac{1}{2!}\right)^2 \frac{1}{B^2} (2\phi - \phi^2) \right. \\
 & + \left(\frac{1}{3!}\right)^2 \frac{1}{B^3} (6\phi - 6\phi^2 + \phi^3) \\
 & - \left(\frac{1}{4!}\right)^2 \frac{1}{B^4} (24\phi - 36\phi^2 + 12\phi^3 - \phi^4) \\
 & + \left(\frac{1}{5!}\right)^2 \frac{1}{B^5} (120\phi - 240\phi^2 + 120\phi^3 - 20\phi^4 + \phi^5) \\
 & \left. -, +, \dots \right] \quad (29)
 \end{aligned}$$

또한 式 (26)에서 熱交換 週期가 매우 짧은 境遇에는  $\phi$ 는 0에 收斂하므로

$$\begin{aligned} \phi_n &= 1 - \frac{X}{B} + \frac{1}{2!} \left(\frac{X}{B}\right)^2 - \frac{1}{3!} \left(\frac{X}{B}\right)^3 + \frac{1}{4!} \left(\frac{X}{B}\right)^4 \\ &\quad - \frac{1}{5!} \left(\frac{X}{B}\right)^5 + \dots \\ &= -\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n!} \left(\frac{X}{B}\right)^n \end{aligned} \quad (30)$$

또는

$$\phi_h = e^{-\frac{x}{B}} = e^{-NTUX} \quad (31)$$

本稿에서 式 (31)은 熱交換 週기가 짧은 蓄熱器에 있어서 加熱週期の 近似式인 溫度分布式이다. 또한 式 (31)로 부터  $NTU = \frac{\alpha_h}{W_h} A_0$  이므로 對流熱傳達係數를 구하면

$$\alpha_h = \frac{W_h}{A_0 X} l_n \frac{\theta_{h1}}{\theta_h} \quad (0 < X \leq 1) \quad (32)$$

여기서  $X=1$  인 境遇

$$\alpha_h = \frac{W_h}{A_0} l_n \frac{\theta_{h1}}{\theta_{h2}} \quad (33)$$

式 (33)은 週기가 짧은 蓄熱器에서 近似式인 加熱週期の 出口側 對流熱傳達係數式이다.

### 3. 解析例의 結果 및 討論

#### 3.1. 一般 蓄熱式 熱交換器인 境遇

一般 蓄熱器에 대한 理論解析으로부터 同一 諸元을 가진 蓄熱器에 대하여 덕트 內에 蓄熱體를 作動流體 흐름 方向에 대하여 平行으로 設置한  $f(t)$  函數型(I type)과 垂直方向인  $f(x, t)$  函數型(II type)으로 區分하고 이들에 대한 溫度分布를 나타내면 Fig. 2 와 같다. 위의 結果에 대하여, 加熱週期에서는 式 (7) 및 式 (28)을 使用하였다. 여기서  $\alpha_h$ 는 實驗式  $N_u = \frac{1}{60} R_o^{0.88(5)}$ 에서,  $\theta_{i0}$ 는 周圍流體의 溫度로 하였다. 또한 受熱週期에서는 實驗值를 나타내었다.

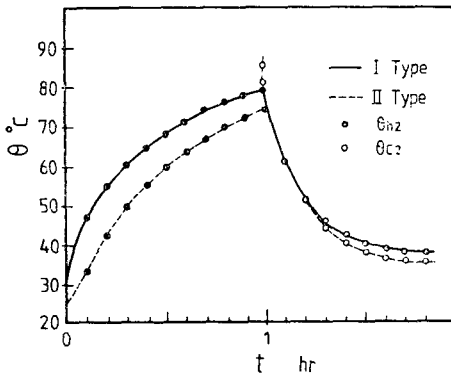


Fig. 2 Comparison of temperature distributions at two type regenerator

Fig. 2로 부터 出口側 溫度分布는 II type이 I type보다 떨어짐을 알 수 있다. 그리고 熱交換器 性能을 評價하는 主要因子는 效率이며 이에 關한 式은  $\eta = 1 - \frac{\theta_{h2}}{\theta_{h1}}$  이므로 Fig. 2의  $\theta_{h2}$ 를 比較하여 보면 II type이 I type보다  $\theta_{h2}$ 의 溫度가 낮으므로 熱交換器 效率는 II type의 蓄熱體가 性能이 優秀함을 알 수 있다.

#### 3.2. 週기가 짧은 蓄熱式 熱交換器인 境遇

理論解析으로부터 구한 週기가 짧은 蓄熱式 熱交換器에 使用되어 질 수 있는 簡單한 近似式인 式 (31)과 式 (33)에 대하여 中島尙正의 스테어링 機關試作 實驗結果(4)로써 檢討하였다. 이에 대한 諸元은 Table 1과 같다.

Table 1 Conditions of experiments, physical data and heat transfer rate from experiments for the stiring engine

Conditions of experiments	$N_2$ gas		$H_2$ gas	
	He- Coo- ater ler	He- Coo- ater ler	He- Coo- ater ler	He- Coo- ater ler
Revolution (rpm)	640		648	
$T_{wz}$ Wall temp ( $^{\circ}C$ )	406		410	
$T_E$ Expansion area temp ( $^{\circ}C$ )	350		343	
$T_{RB}$ Regenerator in temp ( $^{\circ}C$ )	367		390	
$T_{wc}$ Wall temp ( $^{\circ}C$ )	15		16	
$T_C$ Compression area temp ( $^{\circ}C$ )	25		32	
$T_{RC}$ Regenerator out temp ( $^{\circ}C$ )	36		38	
$P_0$ Porosity	0.824		0.824	
$A_0$ Heat transfer area ( $m^2$ )	1.66		1.66	
* $\alpha_h$ Convection heat transfer coeff ( $kcal/m^2h^{\circ}C$ )	1.08		1.46	
$W_h$ Thermal capacity rate ( $kcal/h^{\circ}C$ )	0.77		1.04	
Mean velocity (m/s)	6.64	5.31	6.73	5.38
Heat transfer rate (kcal/h)	272	225	410	194

\*式 (33)을 利用하여 구한 出口側  $\alpha_h$

(1) 加熱週期에서의 溫度分布式

近似式(31)에서 次元 溫度分布式은

$$\theta_h = \theta_{h1} e^{-NTUX} \quad (34)$$

이 式에서 NTU項에 나타나는  $\alpha_h$ 는 式 (33)에서 구하였으며 Table 1의 實驗結果를 式 (34)에 適用한 結果는 Table 2 및 Table 3에 나타나 있다. 이 結果  $X=1$ 인 境遇 즉 加熱週期에서의 出口側溫度  $\theta_{h2}$ 는  $N_2$  가스에서  $35.8^{\circ}C$ 로써 實驗值와의 相對誤差 0.56%,

Table 2 Temperature distribution for the Stirling engine regenerator

(N<sub>2</sub> gas)

X	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
θ <sub>h</sub> (°C)	367	290.8	230.4	182.5	144.6	114.6	90.8	71.9	57.0	45.2	35.8

Table 3 Temperature distribution for the Stirling engine regenerator

(H<sub>2</sub> gas)

X	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
θ <sub>h</sub> (°C)	390	308.9	244.7	193.8	153.5	121.6	96.3	76.3	60.4	47.9	37.9

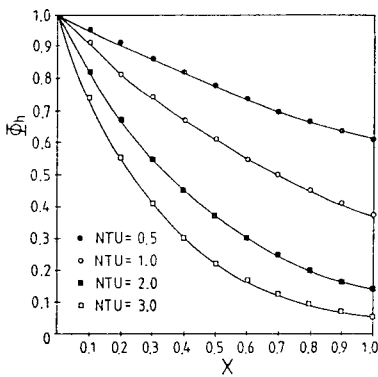


Fig. 3 Comparison of dimensionless temperature distributions according to NTU

H<sub>2</sub> 가스에서 37.9°C로서 相對誤差 0.26%로써 實驗値와 一致하였다. Fig. 3은 週期가 짧은 境遇 加熱週期에 있어서 NTU變化에 따른 溫度分布를 나타낸 것이다. 이 結果 NTU가 增加할수록  $\theta_h$ 는 指數函數型으로 減少하였다. 또한 Fig. 4와 Fig. 5는 週期가 짧은 境遇에서 一定한 蓄熱器의 傳熱面積 A<sub>0</sub>에 대한 水當量

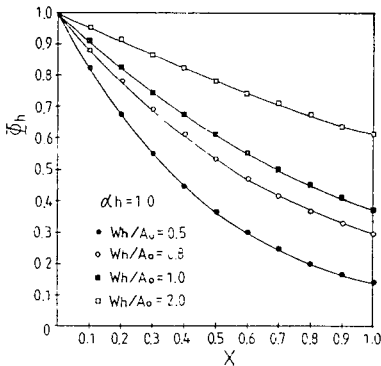


Fig. 4 Comparison of dimensionless temperature distributions according to  $\frac{W_h}{A_0}$  using  $\alpha_h=1$

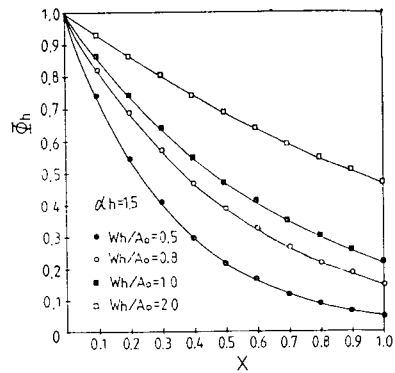


Fig. 5 Comparison of dimensionless temperature distributions according to  $\frac{W_h}{A_0}$  using  $\alpha_h=1.5$

W<sub>h</sub>와 對流熱傳達係數  $\alpha_h$ 와의 關係를 圖示한 것이다. 이들의 結果,  $\alpha_h$ 가 크고 W<sub>h</sub>가 적을수록  $\theta_h$ 는 減少하였다.

(2) 加熱週期에서의 對流熱傳達係數

式 (34)에서 出口側 溫度  $\theta_{h2}$ 는

$$\theta_{h2} = \theta_{h1} e^{-NTU} \tag{35}$$

蓄熱器 入出口 溫度를 式 (35)에 代入하여 NTU를 얻고 이를 式 (34), (32), (33)에 適用하면 週期가 짧은 境遇 加熱週期에서의 近似的인 對流熱傳達係數를 求할 수 있다. 스티어링 機關試作 實驗結果<sup>(4)</sup>로써 N<sub>2</sub> 가스인 境遇에 대하여 式 (33)에서 求한  $\alpha_h$ 와  $\alpha$ 에 關한 實驗式<sup>(5), (6)</sup> 結果와 比較하면,

$$N_{22} = \frac{1}{60} R_{22}^{0.88(5)}$$

$$\text{Kays 實驗圖表}^{(6)} \alpha : 0.59(\text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C})$$

$$\text{式 (33)} \alpha : 1.08(\text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C})$$

式 (33)에서 求한  $\alpha_h$ 는 Kays 實驗圖表 結果에 接近함을 알 수 있다. 또한 위에서 求한  $\alpha_h$ 를 適用하여 週期가 짧은 스티어링 機關 蓄熱器의 全交換 熱量을 考

慮하면,

$$Q_0 = GC_p \theta_{h_1} \quad (36-a)$$

$$Q_0 - Q_{zw} = \alpha_h A_0 (\theta_{h_1} - \theta_{h_2}) \quad (36-b)$$

위의 機關에서는 1週期당 加熱과 冷却이 隨半되므로 加熱週期에서 蓄熱體가 얻은 熱量은 受熱週期에서 잃은 熱量和 같으므로<sup>(6)</sup> 1週期당 蓄熱容量은 式(36-b)의 2倍가 된다. 이를 計算한 結果는 Table 4와 같다.

**Table 4** Comparison of  $\alpha_h$  and regenerative rate for the Stirling engine regenerator

Item	$Eg.$	$N_2$ gas	$H_e$ gas
$\alpha_h$	(33)	1.08	1.46
Regenerative rate	$2 \frac{Q_0 - Q_{zw}}{Q_0}$	4.4	4.2

이 結果는 스텔링 機關用 蓄熱器에서 蓄熱比의 最適值 430%<sup>(7)</sup>와 거의 一致하였다.

#### 4. 結 論

蓄熱體의 熱傳導係數에 따른 函數型, 즉  $f(t)$ 와  $f(x, t)$  函數로 表現된 蓄熱式 熱交換器에서 얻은 結果는

(1) 本論文에서 誘導한 式(31), 式(33)은 熱交換週기가 짧은 境遇에 適用되는 加熱週期에서의 溫度分布式, 出口側의 對流熱傳達係數式이다.

(2) 週기가 긴 一般 蓄熱式 熱交換器인 境遇, 蓄熱體를 作動流體 흐름方向에 平行 또는 垂直으로 配置함에 따라  $f(t)$  函數型과  $f(x, t)$  函數型의 熱交換器로 區分되며 熱交換器 性能은  $f(x, t)$  函數型이 優秀하였다.

(3) 週기가 짧은 蓄熱式 熱交換器인 境遇, 一定한 蓄熱體 傳熱面積에 대한 加熱週期에서의 溫度分布는 NTU가 增加할수록, 즉  $\alpha_h$ 가 크고  $W_h$ 가 적을수록 減少하였다.

#### 後 記

本 研究 遂行에 많은 도움을 주신 日本 名古屋 大學 校 泉 亮太郎 教授께 感謝드립니다.

#### 附 錄

式(13)에 대한 2次元 Laplace 變換은 다음과 같이 表記할 수 있다<sup>(1)</sup>.

$$\frac{\partial^2 \phi_s}{\partial X \partial T_h} + \frac{1}{B} \frac{\partial \phi_s}{\partial T_h} + \frac{1}{A} \frac{\partial \phi_s}{\partial X} = 0 \quad (A-1)$$

$X$  및  $T_h$ 에 대한 Laplace 演算子를  $P, S$ 로 하면

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial X} [S\phi_s(P, S) - \phi_s(P, 0)] \\ & + \frac{1}{B} [S\phi_s(P, S) - \phi_s(P, 0)] \\ & + \frac{1}{A} [P\phi_s(P, S) - \phi_s(0, S)] = 0 \end{aligned} \quad (A-2)$$

式(A-2)를  $X$ 에 대하여 Laplace 變換하면

$$\begin{aligned} & [PS\phi_s(P, S) - S\phi_s(0, S) - P\phi_s(P, 0) + \phi_s(0, 0)] \\ & + \frac{1}{B} [S\phi_s(P, S) - \phi_s(P, 0)] \\ & + \frac{1}{A} [P\phi_s(P, S) - \phi_s(0, S)] = 0 \end{aligned} \quad (A-3)$$

여기서 Laplace 變換한  $\phi_s(0, S)$  및 初期條件  $\phi_s(0, 0)$ 은 無次元 境界條件  $\left. \begin{matrix} X=0, \phi_h=1 \\ T_h=0, \phi_s=f(X)/\theta_{h_1} \end{matrix} \right\}$  및 初期條件  $\phi_h(0, 0)=1$ 과 式(12)를 利用하여 구한다. 즉 式(12)를 Laplace 變換하면

$$\phi_h(P, S) = \phi_s(P, S) + A[S\phi_s(P, S) - \phi_s(P, 0)] \quad (A-4)$$

式(A-4)에서 境界條件  $P=0, S=0$ 로 하면  $\phi_h(0, 0) = \phi_s(0, 0)[1 - A + AS]$  여기서  $\phi_h(0, 0)=1$ 이므로

$$\phi_s(0, 0) = \frac{1}{1 - A + AS}$$

또한 式(A-4)에서 境界條件  $P=0$ 로 하면

$$\phi_h(0, S) = \phi_s(0, S) + AS\phi_s(0, S) - A\phi_s(0, 0)$$

여기서  $\phi_h(0, S) = \frac{1}{S}$

이고 위에서 구한  $\phi_s(0, 0)$ 를 代入하면

$$\phi_s(0, S) = \frac{1 - A + 2AS}{S(1 + AS)(1 - A + AS)}$$

따라서 Laplace 變換한 境界條件 및 初期條件은

$$\begin{aligned} \phi_s(0, S) &= \frac{1 - A + 2AS}{S(1 + AS)(1 - A + AS)} \\ \phi_s(P, 0) &= \frac{f(P)}{\theta_{h_1}} \\ \phi_s(0, 0) &= \frac{1}{1 - A + AS} \end{aligned} \quad (A-5)$$

式(A-5)를 式(A-3)에 代入하고  $\phi_s(P, S)$ 에 대하여 整理하면

$$\phi_s(P, S) = \frac{B/S + A(1 + BP)f(P)/\theta_{h_1}}{AS + BP(1 + AS)} \quad (A-6)$$

式(12)에서 Laplace 變換한 式(A-4)에 式(A-6)의  $\phi_s(P, S)$ 와 式(A-5)의  $\phi_s(P, 0)$ 를 代入하면

$$\phi_h(P, S) = \frac{B/S + Af(P)/\theta_{h_1} + AB}{AS + BP(1 + AS)} \quad (A-7)$$

式(A-7)을 項別로 分離하여 逆變換하면

$$\begin{aligned} \frac{AB}{AS+BP(1+AS)} &= \frac{AB}{S[A(1+BP)]+BP} \\ &= \frac{AB/1/A(1+BP)}{S+BP/A(1+BP)} = \frac{AB}{A(1+BP)} \\ &= \frac{1}{\left(P+\frac{1}{B}\right)} e^{-\frac{BP}{A(1+BP)}T_h} = \frac{1}{P+\left(\frac{1}{B}\right)} e^{-\frac{BP}{AB\left(P+\frac{1}{B}\right)}T_h} \\ &= \frac{1}{\left(P+\frac{1}{B}\right)} e^{-\frac{T_h-(1+BP)T_h}{AB\left(P+\frac{1}{B}\right)}} \end{aligned} \quad (A-8)$$

式 (A-8)을 積分公式<sup>(8)</sup>  $\frac{1}{P+\alpha} e^{-\frac{\beta x}{P+\alpha}} = L\{e^{-\alpha t} I_0[2(\beta x t)^{\frac{1}{2}}]\}$ 을 利用하여 다시 逆變換하면

$$\begin{aligned} &\frac{1}{P+\frac{1}{B}} e^{-\frac{T_h}{AB\left(P+\frac{1}{B}\right)}} e^{-\frac{-(BP+1)T_h}{AB\left(P+\frac{1}{B}\right)}} \\ &= \frac{1}{P+\frac{1}{B}} e^{-\frac{\frac{1}{AB}T_h}{P+\frac{1}{B}}} e^{-\frac{T_h}{A}} \bullet \rightarrow \circ \frac{1}{P} e^{-\frac{T_h}{A}} e^{-\frac{x}{B}} I_0\left(2\sqrt{\frac{T_h X}{AB}}\right) \end{aligned} \quad ①$$

同一한 方法으로 式 (A-7)의 나머지 項은

$$\begin{aligned} &\frac{B}{[AS+BP(1+AS)]S} \bullet \rightarrow \circ \frac{1}{P} e^{-\frac{T_h}{A}} e^{-\frac{x}{B}} \\ &\int_0^{T_h} e^{\frac{\tau}{A}} I_0\left[2\sqrt{\frac{X(T_h-\tau)}{AB}}\right] d\tau \quad ② \\ &\frac{Af(P)/\theta_{h1}}{[AS+BP(1+AS)]} \bullet \rightarrow \circ \frac{1}{P} e^{-\frac{T_h}{A}} e^{-\frac{x}{B}} \\ &\frac{1}{B\theta_{h1}} e^{-\frac{T_h}{A}-\frac{x}{B}} \int_0^x e^{\frac{\xi}{B}} I_0\left[2\sqrt{\frac{T_h(X-\xi)}{AB}}\right] f(\xi) d\xi \quad ③ \end{aligned}$$

그러므로 式 (A-7)을 逆變換한 結果는

$$\begin{aligned} \phi_h(X, T_h) &= e^{-\frac{T_h}{A}-\frac{x}{B}} \left\{ I_0\left(2\sqrt{\frac{T_h X}{AB}}\right) \right. \\ &\left. + \frac{1}{A} \int_0^{T_h} e^{\frac{\tau}{A}} I_0\left[2\sqrt{\frac{X(T_h-\tau)}{AB}}\right] d\tau \right. \\ &\left. + \frac{1}{B\theta_{h1}} \int_0^x e^{\frac{\xi}{B}} f(\xi) I_0\left[2\sqrt{\frac{T_h(X-\xi)}{AB}}\right] d\xi \right\} \end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{B\theta_{h1}} \int_0^x e^{\frac{\xi}{B}} f(\xi) I_0\left[2\sqrt{\frac{T_h(X-\xi)}{AB}}\right] d\xi \}$$

參 考 文 獻

- (1) 坪内爲雄, 熱交換器, 朝倉書店, pp. 89~110, 1968
- (2) 泉 亮太郎外 2 人, “蓄熱式 熱交換器の研究”, 日本機械學會論文集, 第 35 卷, 第 276 號, pp. 1723~1731, 1969
- (3) 泉 亮太郎外 1 人, “傳熱問題における ラプラス變換の應用例”, 山形大學紀要(工學), 第 7 卷, 第 1 號, pp. 213~218, 1962
- (4) 中島尙正外 2 人, “スターリング機關實驗における 非定常傳熱特性”, 日本船用機關學會誌, Vol. 15, No. 1, pp. 28~33, 1980
- (5) 泉 亮太郎外 2 人, “蓄熱式 熱交換器の研究(續報)”, 日本機械學會論文集, 第 36 卷, 第 289 號, pp. 1543~1550, 1970
- (6) W.M. Kays & A.L. London, “Compact Heat Exchangers”, McGraw-Hill, 2nd ed., pp. 16~18, 243~257, 1964
- (7) G. Walker, Stirling Engines, Clarendon Press, Oxford, pp. 47~65, 1980
- (8) H.S. Carslaw & J.C. Jaeger, “Conduction of Heat in Solids”, 2nd ed., pp. 391~393, 1973
- (9) 山下巖, “スターリングエンジンの現状”, 機械の研究, 第 33 卷, 第 11 號, pp. 1243~1250, 1981
- (10) W.M. Kays & M.E. Crawford, “Convective Heat and Mass Transfer”, McGraw-Hill, 2nd ed., 1980
- (11) M.R. Spiegel, Laplace Transform, McGraw-Hill, 1965