

<論 文>

2-方程式 모델에 의한 二相亂流 제트流動의 數值解析

梁 善 奎* · 崔 英 惇**

(1985年 7月 23日 接受)

Calculation of Two-Phase Turbulent Jet with a Two-Equation Model

Sun Kyu Yang and Young Don Choi

Key Words: Turbulent Jet(亂流 噴出), Two-Phase Flow(二相 流動), Two-Equation Model (2-方程式 模型), Spectrum(分光)

Abstract

Two-phase (air-solid, air-liquid droplet) turbulent round jet has been analyzed numerically using two equation turbulence model. The mean motion of suspending particles in air has been treated as the secondary fluid with virtual density and eddy viscosity. In this paper, the local mean velocity of secondary fluid is not assumed to be the same as that of the primary one.

Dissipation rate of turbulent kinetic energy which arises because the particles can not catch up with the turbulent fluctuations of the primary fluid has been modelled by using the concept of Kolmogorov's spectral energy transfer. Numerical computations were performed for flows with different volume fraction of the dispersed phase and the diameter of particle.

Results show that the total rate of turbulent energy dissipation, turbulent intensities and spreading rate of jets are reduced by the increase of volume fraction of dispersed phase. However it does not show consistent tendency with increasing the particle diameter.

This investigation also shows that presence of particles in the fluid modifies the structure of the primary fluid flow significantly. Predicted velocity profiles and turbulence properties qualitatively agree with available data.

記 號 說 明

A : 第1 流體의 搖動成分의 振幅
 a : 第2 流體의 搖動成分의 振幅

* 正會員, 高麗大學校 大學院

** 正會員, 高麗大學校 工科學科 機械工學科

C_{e1} : 모델 常數
 C_{e2} : 모델 常數
 C_{μ} : 모델 常數
 D : 노즐의 直徑
 d : 固體粒子의 直徑
 $E(k)$: 에너지 스펙트럼

- K_f : 第1 流體의 亂流 運動에너지
- K_p : 第2 流體의 亂流 運動에너지
- k : 웨이브數(wave number)
- k_0 : 에너지 스펙트럼이 最大가 되는 웨이브數
- l_f : 第1 流體의 混合거리
- l_p : 第2 流體의 混合거리
- r : 半徑方向의 座標
- t^* : Stokesian relaxation time = $\frac{d^2 \rho_s}{18 \nu_f \rho_f}$
- \bar{U}_f : 第1 流體의 軸方向 平均速度
- u_f' : 第1 流體의 軸方向 擾動速度
- \bar{U}_p : 第2 流體의 軸方向 平均速度
- u_p' : 第2 流體의 軸方向 擾動速度
- \bar{V}_f : 第1 流體의 半徑方向의 平均速度
- v_f' : 第1 流體의 半徑方向의 擾動速度
- \bar{V}_p : 第2 流體의 半徑方向의 平均速度
- v_p' : 第2 流體의 半徑方向의 擾動速度
- $\Delta x, \Delta \omega$: 制御體積의 x, ω 方向의 길이
- ϕ : 體積分 (volume fraction)
- ϕ_0 : 初期體積分 (initial volume fraction)
- x : 軸方向의 座標
- δ_{ij} : Kronecker delta (1 for $i=j$, 0 for $i \neq j$)
- ϵ_f : 第1 流體의 亂流運動에너지 消滅率
- ϵ_{ft} : 第1 流體의 總亂流運動에너지 消滅率 (total turbulent energy dissipation rate)
- $\epsilon_{f,a}$: 粒子的 添加로 第1 流體에 依해 附加되는 亂流運動에너지 消滅率
- ϵ_p : 第2 流體의 亂流運動에너지 消滅率
- $\epsilon_{p,a}$: 粒子的 添加로 第2 流體에 依해 생기는 第1 流體의 單位體積當 附加되는 亂流에너지 消滅率
- ω : 無次元화된 流線函數 (Fig. 1)
- ω : 角速度 (附錄)
- ν_f : 動粘性係數
- ν_{ft} : 第1 流體의 亂流渦粘性
- ν_{pt} : 第2 流體의 亂流渦粘性
- ν_{f1} : 第1 流體의 層流動粘性係數
- $\bar{\rho}_f$: 第1 流體의 平均密度
- ρ_p : 第2 流體의 密度 ($\rho_p = \rho_s \phi$)
- $\bar{\rho}_p$: 第2 流體의 平均密度
- ρ_p' : 第2 流體의 擾動密度
- ρ_s : 浮上되는 固體粒子 혹은 液滴의 密度
- δ : 軸方向 速度가 軸方向 最大速度의 1/2 이 되는 r 座標

- σ_p : 프란틀수
- σ_c : 모델常數
- σ_r : 모델常數
- 下添子
- a : 添加
- f : 第1 流體
- k : 웨이브數
- m : 最大速度
- n : 周波數
- p : 第2 流體
- RMS : Root Mean Square

1. 緒 論

粒子가 混合된 二相亂流 流動이 포함된 例로는 石炭을 粉末化하여 運送하는 過程, 보일러 燃燒室에서 燃料의 噴射過程, 燃燒가스와 蒸發器壁사이의 熱傳達過程등을 들 수 있다.

이와같은 過程들이 包含된 열유체기체들이 개선된 성능을 갖도록 설계하거나 혹은 효율적으로 운전하기 위해서는 二相流動의 流動특성과 난류특성에 대해 더 깊은 이해가 필요하며 또 二相流動의 특성과 난류특성을 이론적으로 정확히 예측할 필요성이 있다.

本 二相亂流 流動의 數值解析에서 空氣는 第1 流體流動으로 하고 添加되는 液滴이나 固體粉末의 흐름은 密度(ρ_p)와 渦粘性係數(ν_{pt})를 갖는 第2 流體流動의 흐름으로 盾做하였다.

지금까지 二相亂流 流動에 대한 많은 연구가 행해져 왔으나 난류 流體에 粒子가 浮上되면 第1 流體와 第2 流體사이의 상호작용, 第2 流體들 사이의 상호작용, 그리고 第2 流體와 壁면의 상호작용등이 복잡하게 발생하여 난류구조를 이론적으로 예측하거나 실험적으로 명확히 규명하기 매우 어려워서 연구에 큰 진전이 되어 있지 않은 상태이다.

입자형의 第2 流體의 침가가 第1 流體의 난류구조에 미치는 영향에 대한 실험적 연구의 대표적인 예의 하나는 Hetsroni and Sokolov⁽²⁾가 亂流 제트流動에 미세한 油滴이 混合된 경우 流動의 平均速度와 亂流에너지, 油滴의 濃度を 測定하는 實驗을 하여 油滴의 濃도가 增加할 수록 퍼짐율이 적어지며, 油滴의 添加는 亂流抑制를 가져온다는 것을 觀察하였다.

Popper, Abuaf and Hetsroni⁽²⁾는 레이저 도플러 속도계로 油滴의 速度分布를 測定하여 노즐의 出口부근에서는 空氣의 速度가 油滴의 速度보다 빠르나 速度分

布가 完全確立된 區域에서는 油滴의 速度가 空氣의 速度보다 빠름을 測定하였다.

過去の 二相流動의 난류구조에 대한 理論的 연구로는 Taweel and Landau⁽³⁾가 Kolmogorov의 스펙트럼 理論을 適用하여 第1流體와 第2流體의 摩擦에 依해서 亂流에너지 消滅이 增加되어 第1流體의 亂流에너지가 減少함을 計算한 것이 있다.

그러나 이들은 이 理論을 實際 二相亂流 流動의 해석에 適用하여 速度分布와 亂流特性의 變化를 計算하지는 않았다.

過去の 二相流動의 速度分布를 理論的으로 解析한 연구로는 Melville and Bray⁽⁴⁾와 Choi and Chung⁽⁵⁾이 혼합거리 모델을 수정하여 사용하였고 Danon 등⁽⁶⁾은 1-方程式모델에 의해 해석하였으며 Elghobashi 등^(7,8)은 2-方程式모델을 사용하여 速度分布, 亂流에너지등을 계산하였다.

Elghobashi 등은 第2流體의 渦粘性계수를 Peskin⁽⁹⁾의 실험식에 의해 구한 반면 본 해석에서는 第2流體의 亂流에너지방정식을 풀어서 구하였다.

본 해석에서는 입자가 부상된 2상유동의 해석에서 여러유동조건의 유동을 공동적으로 해석할 수 있고 또 유동의 난류구조를 규명할 수 있도록 하기 위해서 2-方程式 난류모델을 적용하였고 또 지배방정식들 속에 나타나는 1流體와 2流體의 2차 상관관계들을 모형화 할 때 Taweel and Landau의 스펙트럼 이론을 확장발전시켜 적용하였다.

이 해석결과 第2流體의 첨가에 의한 속도분포와 난류구조의 변화를 정성적으로 일치하게 예측할 수 있었다.

그리고 이 스펙트럼 이론을 좀 더 수정 보완하면 第1流體와 第2流體의 상호작용에 의해 발생하는 2차 상관 관계와 그 이상의 상관 관계를 정확히 모형화할 수 있는 가능성을 보여주고 있다.

2. 理論解析

Fig. 1은 亂流제트流動의 概略圖이며 이 그림에는 速度의 境界層과 본 解析에서 사용한 格子點이 나타나 있다.

2.1 基本方程式

本 二相제트流動의 解析에서 第1流體流動의 密度는 一定하다고 假定하였다. 그러나 第2流體의 體積分이 크게되면 第1流體流動의 密度變化를 考慮해야 하므로

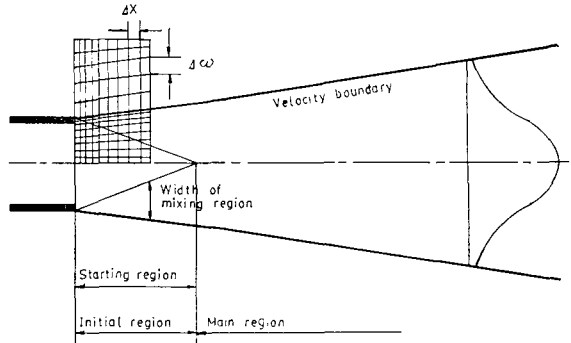


Fig. 1 Typical nodal locations for finite difference equations and jet configuration

이 假定은 第2流體流動의 體積分이 작을 경우에만 適用된다⁽¹⁰⁾. 그리고 第2流體는 不連續인 粒子들의 集合이므로 層流粘性係數는 없다고 假定하였다. 레이놀즈 方法에 의하여 平均한 二相流動이 連續方程式, 運動量方程式은 다음과 같다.

第1流體

$$\frac{\partial \bar{U}_f}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{V}_f) = 0 \quad (1)$$

$$\bar{\rho}_f \bar{U}_f \frac{\partial \bar{U}_f}{\partial x} + \bar{\rho}_f \bar{V}_f \frac{\partial \bar{U}_f}{\partial r} = \bar{\rho}_f \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\nu_{f1} \frac{\partial \bar{U}_f}{\partial r} - \overline{u'_f v'_f} \right) \right\} + \frac{z}{t^*} (\bar{U}_p - \bar{U}_f) \bar{\rho}_p \quad (2)$$

第2流體

$$\bar{U}_p \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x} + \bar{V}_p \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{\rho}_p \overline{u'_p v'_p}) - \bar{\rho}_p \frac{\partial \bar{U}_p}{\partial x} - \frac{\bar{\rho}_p \bar{V}_p}{r} - \bar{\rho}_p \frac{\partial \bar{V}_p}{\partial r} \quad (3)$$

$$\bar{\rho}_p \bar{U}_p \frac{\partial \bar{U}_p}{\partial x} + \bar{\rho}_p \bar{V}_p \frac{\partial \bar{U}_p}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{\rho}_p \overline{u'_p v'_p}) - \bar{\rho}_p \overline{u'_p v'_p} \frac{\partial \bar{U}_p}{\partial r} - \frac{z \bar{\rho}_p}{t^*} (\bar{U}_p - \bar{U}_f) \quad (4)$$

$$\bar{\rho}_p \bar{U}_p \frac{\partial \bar{V}_p}{\partial x} + \bar{\rho}_p \bar{V}_p \frac{\partial \bar{V}_p}{\partial r} = -\bar{\rho}_p \overline{u'_p v'_p} \frac{\partial \bar{V}_p}{\partial x} - \bar{\rho}_p \overline{u'_p v'_p} \frac{\partial \bar{V}_p}{\partial r} - \frac{\partial \bar{\rho}_p \overline{u'_p v'_p}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{\rho}_p \overline{u'_p v'_p} \bar{U}_p}{\partial x} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \{ r \bar{V}_p \overline{\rho'_p v'_p} \} - \frac{z}{t^*} \{ (\bar{V}_p - \bar{V}_f) \bar{\rho}_p \} \quad (5)$$

여기서 z는 Stokes 항력 법칙의 수정계수로서 입자 레이놀즈수의 함수이다. 본 해석에서는 입자의 직경이 작고, 第2流體의 體積分이 적은 경우이므로 입자 레이놀즈수가 매우 작게되어 수정계수 z는 1로 하였다.

이 方程式들은 Von Mises變換을 하게되면 第1流體의 半徑方向 速度成分(\bar{V}_f)는 消滅되므로 이 速度成分에 對한 運動量方程式은 표시하지 않았다.

2.2 亂流모델

레이놀즈應力項은 Boussinesq의 모델

$$-\overline{u_{fj}'u_{fj}'} = \nu_{ft} \left(\frac{\partial \overline{U}_{fj}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_{fj}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} K_f \delta_{ij} \quad (6)$$

를 사용하여 모형화 하였으며, 第2 流體의 密度의 亂流物質傳達率은

$$\overline{u_p' \rho_p'} = -\frac{\nu_{pt}}{\sigma_\rho} \frac{\partial \overline{\rho}_p}{\partial x} \quad (7)$$

$$\overline{v_p' \rho_p'} = -\frac{\nu_{pt}}{\sigma_\rho} \frac{\partial \overline{\rho}_p}{\partial r} \quad (8)$$

로 모형화 하였다. 渦粘性係數 ν_{ft} 는 $K-\epsilon$ 모델⁽¹¹⁻¹³⁾에서

$$\nu_{ft} = C_\mu \frac{K_f^2}{\epsilon_{ft}} \quad (9)$$

으로 계산하였으며, 第2 流體의 渦粘性係數 ν_{pt} 는 渦粘性係數가 亂流運動에너지에 비례한다는 理論⁽⁴⁾에서

$$\nu_{pt} = \nu_{ft} \frac{K_p}{K_f} \quad (10)$$

으로 計算하였다. 여기서 ϵ_{ft} 은 總 에너지消滅率(total turbulent energy dissipation rate)을 나타낸다.

亂流運動에너지

第1 流體

$$\begin{aligned} \overline{\rho_f \overline{U}_f} \frac{\partial K_f}{\partial x} + \overline{\rho_f \overline{V}_f} \frac{\partial K_f}{\partial r} &= -\overline{\rho_f u_f' v_f'} \frac{\partial \overline{U}_f}{\partial r} \\ &- \overline{\rho_f} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{v_f' K_f'}) - \overline{\rho_f} \epsilon_f \\ [A] &\left[\begin{array}{l} + \frac{1}{f^*} (\overline{U}_p - \overline{U}_f) \overline{u_p' \rho_p'} + \frac{1}{f^*} (\overline{V}_p - \overline{V}_f) \overline{v_p' \rho_p'} \\ \text{I} \\ + \frac{1}{f^*} \overline{u_{fi}' (u_{pi}' - u_{fi}') \rho_p} \\ \text{II} \\ + \frac{1}{f^*} \overline{u_{fi}' (u_{pi}' - u_{fi}') \rho_p} \\ \text{III} \end{array} \right. \end{aligned} \quad (11)$$

第2 流體

$$\begin{aligned} \overline{\rho_p \overline{U}_p} \frac{\partial K_p}{\partial x} + \overline{\rho_p \overline{V}_p} \frac{\partial K_p}{\partial r} &= -\overline{\rho_p u_p' v_p'} \frac{\partial \overline{U}_p}{\partial r} \\ &- \overline{\rho_p u_p'} \overline{U}_p \frac{\partial \overline{U}_p}{\partial x} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{\rho_p v_p' K_p'}) \\ [A]' &\left[\begin{array}{l} - \frac{1}{f^*} (\overline{U}_p - \overline{U}_f) \overline{u_p' \rho_p'} - \frac{1}{f^*} (\overline{V}_p - \overline{V}_f) \overline{v_p' \rho_p'} \\ \text{I}' \\ - \frac{1}{f^*} \overline{u_{pi}' (u_{fi}' - u_{pi}') \rho_p} \\ \text{II}' \\ - \frac{1}{f^*} \overline{u_{pi}' (u_{fi}' - u_{pi}') \rho_p} \\ \text{III}' \end{array} \right. \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 $K_f' = \frac{1}{2} u_{fi}'^2$, $K_p' = \frac{1}{2} u_{pi}'^2$ 으로 定義된다.

式(11), (12)에서 $[A]$, $[A]'$ 는 第2 流體의 添加로 因해 附加되는 第1 流體와 第2 流體의 亂流에너지 消滅項 혹은 生成項이며, III, III' 項은 第1 流體와 第2 流體의 搖動速度的 差와 第2 流動密度의 搖動사이의 相互作用으로 發生하는 3次相關關係(triple correlation)로 一般的으로 2次相關關係인 II, II' 項보다 작은 값을 가지므로 무시하였다. 附加되는 亂流에너지消滅項의 解析은 Taweel and Landau의 方法을 따랐다. 第1 流體의 搖動을 正弦波로 盾做하고, 第2 流體의 搖動도 역시 第1 流體보다 振幅이 減縮되고 位相이 差異가 있는 正弦波로 考慮하여 式(11), (12)의 II, II' 項들을 다음과 같이 解析하였다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{f^*} \overline{u_{fi}' (u_{pi}' - u_{fi}') \rho_p} &= -\frac{1}{f^*} (\overline{u_{fi}'^2} - \overline{u_{fi}' u_{pi}'}) \overline{\rho_p} \\ &= -\frac{1}{f^*} (2\overline{K_f} - \overline{u_{fi}' u_{pi}'}) \overline{\rho_p} \\ -\frac{1}{f^*} \overline{u_{pi}' (u_{pi}' - u_{fi}') \rho_p} &= -\frac{1}{f^*} (\overline{u_{pi}'^2} - \overline{u_{fi}' u_{pi}'}) \overline{\rho_p} \\ &= -\frac{1}{f^*} (2\overline{K_p} - \overline{u_{fi}' u_{pi}'}) \overline{\rho_p} \end{aligned} \quad (13)$$

위 項들에서 나타나는 $\overline{u_{fi}' u_{pi}'}$ 는 Taweel and Landau의 理論을 적용하여 전개하면

$$\overline{u_{fi}' u_{pi}'} = \int_0^\infty 2 \left(\frac{a_k}{A_k} \cos \theta_k \right) E(k) dk \quad (15)$$

이 된다(附錄참조).

本 解析에서 매 格子마다 式(15)를 k 에 關해 積分하여 $\overline{u_{fi}' u_{pi}'}$ 를 구하려면 計算時間이 대단히 많이 소요된다. 윗 식에서 $\frac{a_k}{A_k} \cos \theta_k$ 의 $E(k)$ 에 對한 可重平均값을 알면 쉽게 積分할 수 있는데 이 평균값은 역시 式(15)를 積分해야 구할 수 있다. 따라서 本 해석에서는 $\frac{a_k}{A_k} \cos \theta_k$ 의 平均값으로 $E(k)$ 가 最大되는 k_* 에서의 $\frac{a_k}{A_k} \cos \theta_k$ 를 택하여 式(15)를

$$\int_0^\infty 2 \frac{a_k}{A_k} \cos \theta_k E(k) dk \approx 2 \left(\frac{a_{k_*}}{A_{k_*}} \cos \theta_{k_*} \right) \int_0^\infty E(k) dk \quad (16)$$

로 가정하여 概算하였는데, 完全積分한 것과 큰 오차가 없었으며, 전체 유동구역에 적용하여도 式(15)에 의한 것과 정성적으로 잘 일치함을 보인다.

한편 $E(k)$ 의 定義에 의하면

$$\int_0^\infty E(k) dk = K_f \quad (17)$$

이 되므로 式(15)의 最終表現은

$$\overline{u_{fi}' u_{pi}'} = 2 \left(\frac{a_{k_*}}{A_{k_*}} \cos \theta_{k_*} \right) K_f \quad (18)$$

Table 1 Values of empirical constants in the K, ϵ equation

C_μ	σ_k	σ_ϵ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	σ_ϕ
0.09	1.0	1.3	1.44	1.92	0.7

이 된다. $E(k)$ 가 최대가 되는 k_e 는 Hinze⁽¹⁴⁾가 제안한 식

$$k_e = \frac{0.51 \epsilon_f}{\alpha u'^3}$$

$$u' = \sqrt{\bar{u}_{fi}'^2} = \sqrt{\frac{2}{3} K_f} \quad (19)$$

을 사용하였으며, α 는 Heisenberg의 상수로 Pao가 제안한 0.4를 사용하였다.

亂流運動에너지 消滅率方程式

$$\rho_f \bar{U}_f \frac{\partial \epsilon_f}{\partial x} + \rho_f \bar{V}_f \frac{\partial \epsilon_f}{\partial r} = \rho_f \left\{ -\frac{C_{\epsilon 1} \epsilon_f}{K_f} \frac{\bar{u}_f' v_f'}{\bar{u}_f'} \frac{\partial \bar{U}_f}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_f' \epsilon_f') - \frac{C_{\epsilon 2} \epsilon_f^2}{K_f} \right\}$$

$$[B] \left[\begin{array}{l} + \frac{2}{f^*} \nu_f \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\bar{u}_f'}{\bar{\rho}_p} \right) \left(\frac{\partial (\bar{U}_p - \bar{U}_f)}{\partial r} \right) \\ + \frac{2}{f^*} \nu_f \frac{\partial \bar{u}_{fi}'}{\partial x_k} \frac{\partial (u_{pi}' - u_{fi}')}{\partial x_k} \bar{\rho}_p \\ \text{I} \\ + \frac{2}{f^*} \nu_f \frac{\partial \bar{u}_{fi}'}{\partial x_k} (u_{pi}' - u_{fi}') \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x_k} \\ \text{II} \end{array} \right] \quad (20)$$

여기서 $\epsilon_f' = \nu_f \frac{\partial \bar{u}_{fi}'}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{u}_{fi}'}{\partial x_k}$ 로 定義된다.

위 方程式에서 [B]項은 第2流體의 添加에 依해 附加되는 第1流體의 亂流에너지 消滅率의 消滅項과 生成項이며, I, II項들은 式(15)의 解析과 같은 方法으로 다음과 같이 表現할 수 있다(附錄참조).

$$\frac{2}{f^*} \nu_f \frac{\partial \bar{u}_{fi}'}{\partial x_k} \frac{\partial (u_{pi}' - u_{fi}')}{\partial x_k} \bar{\rho}_p = \left(-\frac{2}{f^*} \right) \left(1 - \frac{a_k}{A_k} \cos \theta_k \right)_{k_e} \epsilon_f \bar{\rho}_p \quad (21)$$

$$\frac{2}{f^*} \nu_f \frac{\partial \bar{u}_{fi}'}{\partial x_k} (u_{pi}' - u_{fi}') \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x_k} = \left(-\frac{2}{f^*} \right) \left(\frac{a_k}{A_k} \frac{\sin \theta_k}{k} \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x_k} \frac{1}{\bar{\rho}_p} \right)_{k_e} \epsilon_f \bar{\rho}_p \quad (22)$$

$K-\epsilon$ 모델에 適用된 實驗常數는 Table 1과 같다. 이 값들은 Launder 등⁽¹⁵⁾ Launder and Spalding⁽¹¹⁾ 등이 제안한 것이다.

3. 數值解析

앞에서 誘導한 基本方程式, 亂流에너지 方程式, 亂流에너지 消滅率方程式을 Von Mises變換과 Patankar-Spalding^(16~18)變換을 하여 GENMIX⁽¹⁸⁾ 프로그램을 사용하여 해석하였으며 初期條件으로 노즐의 出口에서 完全確立된 管流動의 狀態를 假定⁽⁵⁾하였다. Fig. 2는 第1流體와 第2流體의 速度, Fig. 3은 亂流에너지의 노즐出口條件을 나타낸다.

4. 解析結果 및 考察

流動條件은 直徑이 25mm, 레이놀즈수가 75,000인 난류제트유동에서 第2流體의 體積分을 2.16×10^{-6} , 3.08×10^{-6} , 1.0×10^{-5} 로 변화시키고 粒子直徑을 13 μm , 20 μm , 30 μm , 40 μm 로 變化시키며 計算하였다.

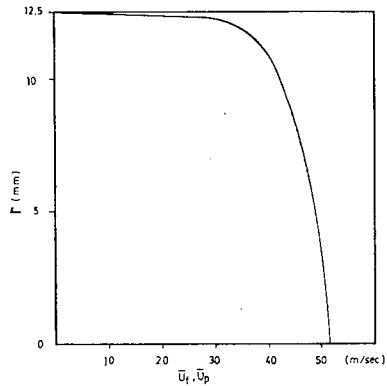


Fig. 2 Velocity profile at nozzle exit

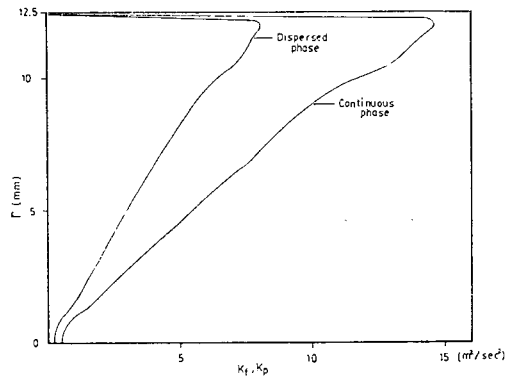


Fig. 3 Distribution of turbulent kinetic energy at nozzle exit

Fig. 4, Fig. 5는 본 解析結果에서 얻어진 x -方向 速度 分布로 粒子的 直徑이 커짐에 따라 第1 流體의 速度 分布는 거의 變化가 없으나 粒子的 速度는 增加함을 나타내준다. Fig. 4와 Fig. 5에서 流動이 진행함에 따라 第2 流體의 速度가 第1 流體의 속도보다 빨라지는 현상은 Popper 등의 실험결과와 그 경향이 일치한다.

Fig. 6, Fig. 7은 粒子直徑에 따른 半徑方向 速度 分布로 直徑이 커짐에 따라 第2 流體의 半徑方向 速度가 커지며 粒子가 커지면 노즐出口에서 攪拌력이 크기 때

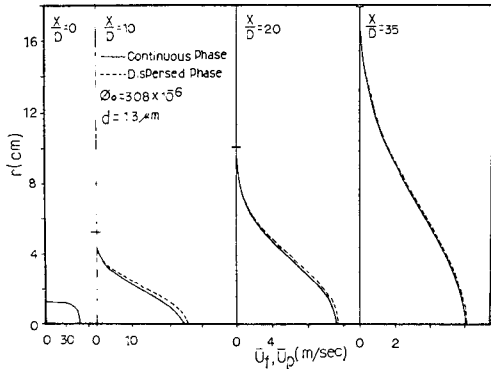


Fig. 4 Distribution of axial velocities

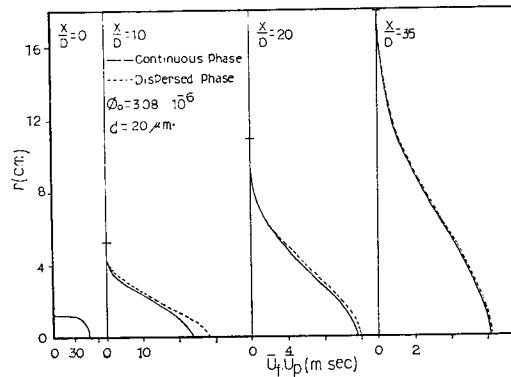


Fig. 5 Distribution of axial velocities

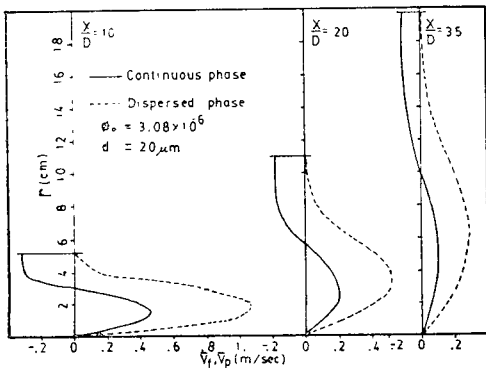


Fig. 6 Distribution of radial velocities

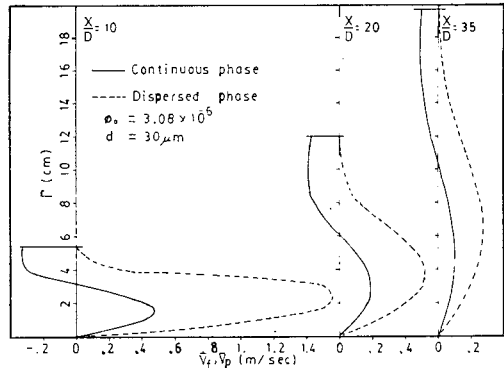


Fig. 7 Distribution of radial velocities

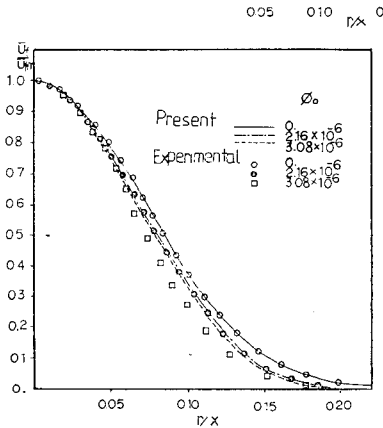


Fig. 8 Distribution of local mean velocity in a single and two phase jet at $X/D=35$

문에 第1 流體와 第2 流體의 速度差가 커지게 됨을 알 수 있다. Fig. 8은 x 方向 速度의 實驗값과의 比較圖인데 第2 流體의 체적분이 증가함에 따라 제트유동의 퍼짐율이 감소하는 경향이 서로 일치함을 알 수 있다. 그러나 예측결과는 실험결과 보다 퍼짐율의 감소가 적게 나타나고 있는데 그 원인은 아직 확실치 않으나 第2 流體의 난류와 점성계수의 式(10)의 부정확성에 기인된 것으로 추정되어 이 모델에 대해 더 연구가 요구된다.

Fig. 9는 Elghobashi 등의 方法에 의해 계산한 것으로 본 해석의 速度分布, Fig. 8보다 퍼짐율의 감소 경향이 적음을 알 수 있다. 이는 Elghobashi 등의 方法이 입자의 직경이 작고, 體積分이 작을때 定量的으로 실험값과 일치하지 않음을 보여주어, 그의 方法이 모든 流動조건에 대해 公通적으로 적용될 수 있는 一般의 方法이 되지 못함을 나타내주고 있다.

Fig. 10는 입자의 유동율에 대한 Hetsroni and Sokolov

의 실험값을 해석결과와 비교한 것인데 본 해석결과는 실험값의 범위에 들어 있음을 알 수 있다.

Fig. 11은 體積分의 변화에 따른 第1流體의 亂流運動에너지의 변화에 대한 예측값을 Hetsroni and Sokolov의 실험과 비교한 것이다. 이 경우도 속도분포에서와 같이 體積分이 增加함에 따라 亂流에너지가 감소하는 경향은 예측값과 실험값이 서로 일치하며 예측값에서 체적분의 증가에 따른 난류에너지 감소율이 적음을 알 수 있으며 그 원인도 속도분포에서의 감소가

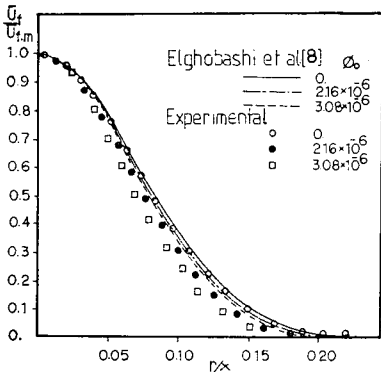


Fig. 9 Distribution of local mean velocity in a single and two phase jet at $X/D=35$ (Elghobashi et. al.)

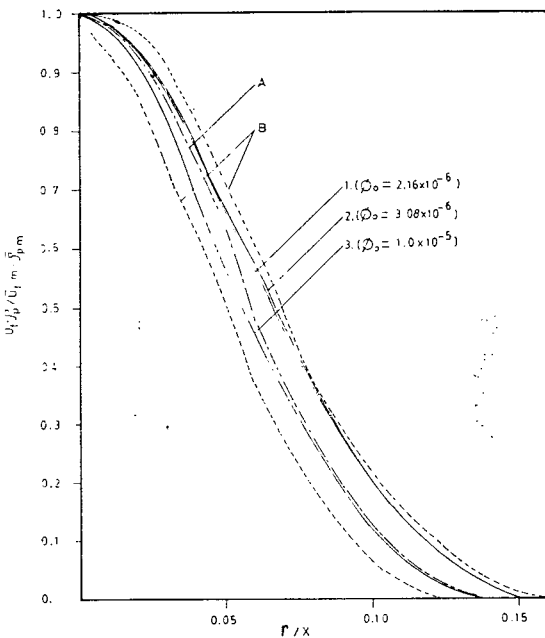


Fig. 10 Distribution of droplets flux across the jet 1, 2, 3=calculated; A, average of experimental data(Hetsroni and Sokolov); B, bounds of experimental data

실험값보다 적은 원인과 같을 것으로 생각된다.

Fig. 12는 Elghobashi 등의 方法에 의한 계산으로 Fig. 11과 같은 경향을 보인다.

Fig. 13은 체적분의 변화에 따른 第2流體의 난류에너지의 변화를 예측한 값이며 그 변화의 경향은 第1流體에서와 같다. 이와같이 第2流體 첨가되어 第1流

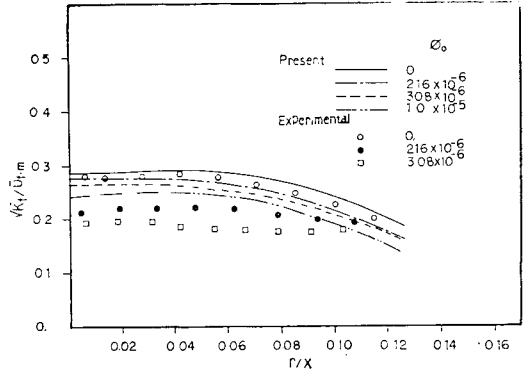


Fig. 11 Distribution of kinetic energy of continuous phase across the jet at $X/D=35$, for various concentrations of droplets

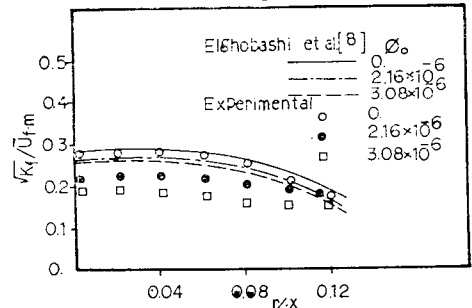


Fig. 12 Distribution of kinetic energy of continuous phase across the jet at $X/D=35$, for various concentrations of droplets(Elghobashi et al.)

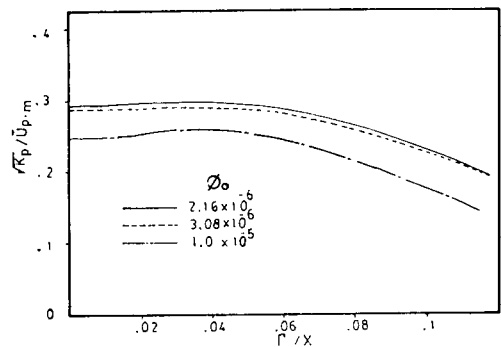


Fig. 13 Distribution of kinetic energy of dispersed phase across the jet at $X/D=35$, for various concentrations of droplets

體와 第2 流體의 난류에너지가 감소하는 것은 第1 流體와 第2 流體사이의 마찰에 의해 부가되는 난류에너지 소멸율이 증가되기 때문이다. 즉 式(11), (12)의 $[A], [A]'$ 항에 그 원인이 있다. Fig. 14, Fig. 15는 레이놀즈應力으로 역시 體積分(volume fraction)의 增加함에 따라 第1 流體와 第2 流體의 레이놀즈應力이 감소함을 알 수 있다.

Fig. 16은 體積分에 따른 亂流에너지 消滅率을 圖示한 것으로 ϵ_f 는 亂流에너지 소멸율方程式으로 부터 求해지는 第1 流體流動 自體의 마찰에 의한 난류에너지 消滅을 나타내며 $\epsilon_{f,a}, \epsilon_{p,a}$ 는 粒子의 添加로 第1 流體와 第2 流體사이의 마찰에 의해 附加되는 소멸율이며 $\epsilon_{f,a}$ 는 第1 流體에 依해, $\epsilon_{p,a}$ 는 第2 流體에 依해 第1 流體의 單位體積당에 附加되는 亂流에너지 消滅率이다. $\epsilon_{f,a}, \epsilon_{p,a}$ 는 앞서서 誘導한 式(11), 式(12)에서 다음에 해당하는 값이다.

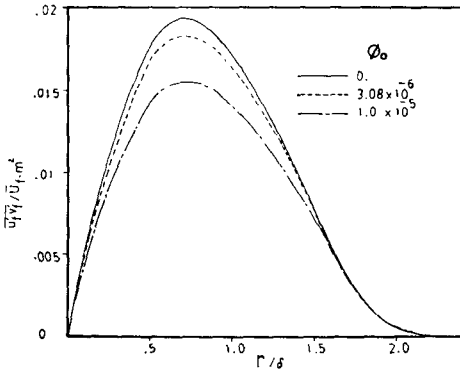


Fig. 14 Reynolds stress of continuous phase across the jet, for various concentrations of droplets

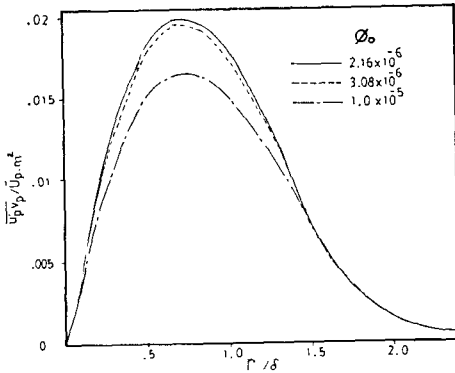


Fig. 15 Reynolds stress of dispersed phase across the jet, for various concentrations of droplets

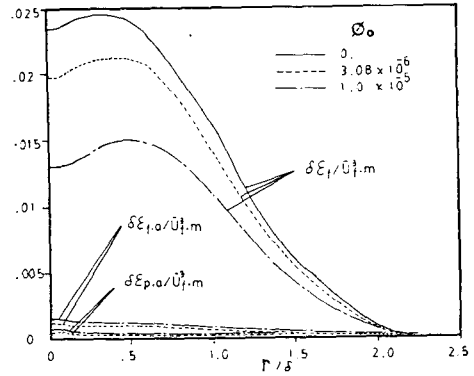


Fig. 16 Distribution of dissipation, added dissipation due to particles

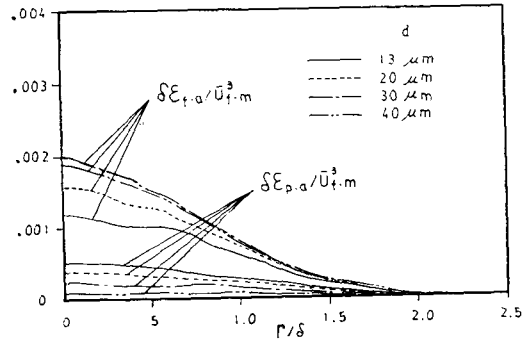


Fig. 17 Distribution of added turbulent kinetic energy dissipation for various particle diameters

$$\epsilon_{f,a} = -\frac{1}{t^* \bar{\rho}_f} (\bar{U}_p - \bar{U}_f) \overline{u'_f \rho'_p} - \frac{1}{t^* \bar{\rho}_f} (\bar{V}_p - \bar{V}_f) \overline{v'_f \rho'_p} - \frac{1}{t^* \bar{\rho}_f} \overline{u'_{fi} (u'_{pi} - u'_{fi})} \bar{\rho}_p \quad (23)$$

$$\epsilon_{p,a} = \frac{1}{t^* \bar{\rho}_f} (\bar{U}_p - \bar{U}_f) \overline{u'_p \rho'_p} + \frac{1}{t^* \bar{\rho}_f} (\bar{V}_p - \bar{V}_f) \overline{v'_p \rho'_p} + \frac{1}{t^* \bar{\rho}_f} \overline{u'_{pi} (u'_{pi} - u'_{fi})} \bar{\rho}_p \quad (24)$$

Fig. 16에서 第1 流體 自體의 난류에너지 消滅率은 體積分의 증가에 따라 減少하나 附加되는 亂流에너지 消滅率은 增加한다. 無次元化한 $\delta \epsilon_f / \bar{U}_f m^3$, $\delta \epsilon_{f,a} / \bar{U}_f m^3$, $\delta \epsilon_{p,a} / \bar{U}_f m^3$ 을 合하면 總亂流에너지 消滅率을 나타내게 되는데, 粒子가 添加되지 않았을 때의 消滅率(그림에서 實線)을 粒子가 添加되었을 때의 總亂流에너지 消滅率과 比較해 보면 單相제트일 때의 亂流에너지 消滅率이 크다는 것을 알 수 있다. 이와같은 事實로 流動에 粒子가 添加되면 第1 流體의 總 亂流에너지 消滅率은 減少함을 알 수 있다.

Fig. 17은 粒子에 따른 附加에너지 消滅率을 나타낸 것으로 粒子가 커짐에 따라 $\delta \epsilon_{p,a} / \bar{U}_f m^3$ 는 減少하나,

$\delta \varepsilon_{r, a} / \bar{U}_{r, m}^3$ 는 증가했다가 다시 감소하여 일관성을 보이지 않고 있다.

이상의 本 解析結果에 의하면 粒子가 혼합된 二相亂流 제트流動의 해석에서 2-方程式모델과 스펙트럼이론은 정량적으로는 완전히 일치하지 않지만 第2流體의 체적분의 증가에 따른 속도분포의 변화와 난류강도변화의 경향은 정성적으로 일치하게 예측해 주고 있다. 이것은 本 해석에서 사용한 2-方程式모델과 스펙트럼이론을 좀 더 수정하면 2상난류제트유동을 정확히 해석을 해 줄 수 있다는 것을 시사해 준다. 그러나 本 解析에서의 모델을 여러가지 형태의 유동을 정확히 예측해 줄 수 있는 모델로 발전시키기 위해서는 여러가지 유동조건에 대해서 다각적으로 시험해 보아야 한다. 특히 입자의 크기와 레이놀즈수가 난류강도와 속도분포에 미치는 영향에 대한 수치해석결과와 실험결과를 비교 검토하는 연구가 필요하다. 本 해석에서 사용된 난류 모델에서 그 정확성의 신빙성이 가장 의심되는 것은 式(10)의 第2流體의 와점성계수모델이다. 왜냐하면 이 식은 와점성계수가 난류에너지에 비례한다는 가정에서 나온 것인데 이 가정은 난류에너지 소멸과 생성이 평형을 이루고 혼합거리 모델이 정확히 적용되는 유동구역에서 성립되지만 2상제트유동의 전 구역에서 이 가정이 성립된다고 볼 수 없기 때문이다. 式(10)의 第2流體의 와점성계수모델의 代案으로 대두되는 방법의 하나는 와점성계수가 $\sqrt{K}l$ 에 비례한다는 가정을 사용하여 第2流體의 와점성계수를

$$\nu_{p1} = \nu_{r1} \frac{\sqrt{K_p} l_p}{\sqrt{K_r} l_r}$$

로 계산하며 이 식에서 $\frac{l_p}{l_r}$ 는 스펙트럼이론에서 구하는 것이고 또 하나의 方法은 第2流體에 대해서도 第1流體와 같이 난류에너지소멸을 방정식을 유도하고 이 방정식을 풀어서 난류에너지소멸율을 구하여 第2流體의 와점성계수를

$$\nu_{p1} = C_{\mu p} \frac{K_p^2}{\varepsilon_p}$$

로 계산하며 이 식에서 $C_{\mu p}$ 는 실험으로 결정하는 方法이다. 위의 모델들에 대해서는 앞으로 연구하고자 한다.

5. 結 論

二相亂流 제트流動에 關한 數直解析을 한 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 第1流體 流動에 粒子가 添加되면 單相 제트流動

일 때 보다 퍼짐율이 減少며 體積分이 增加하면 역시 퍼짐율은 減少한다.

(2) 體積分이 增加하면 最大速度的 減少率は 減少한다.

(3) 第2流體의 添加는 第1流體의 亂流에너지를 減少시키며, 體積分이 增加할 수록 第1流體와 第2流體의 亂流에너지는 減少된다.

(4) 粒子가 커지면 第2流體의 亂流에너지는 減少한다.

(5) 第2流體의 添加는 第1流體의 總亂流에너지 消滅率을 減少시키며 體積分의 增加에 따라 第1流體의 總亂流에너지 消滅率은 減少한다.

Reference

- (1) G. Hetsroni and M. Sokolov, Distribution of Mass, Velocity and Intensity of Turbulence in a Two-Phase Turbulent Jet, J. Appl. Mech. Vol. 93, pp. 315~327, 1971
- (2) J. Popper, N. Abuaf and G. Hetsroni, Velocity Measurements in a Two-Phase Turbulent Jet. Int. J. Multiphase Flow, Vol. 1, pp. 715~726, 1974
- (3) A.M. Al Taweel and J. Landau, Turbulence Modulation in Two-Phase Jets, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 3, pp. 341~351, 1977
- (4) W.K. Melville and K.N.C. Bray, A Model of the Two-Phase Turbulence Jet. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 22, pp. 647~656, 1979
- (5) Young Don Choi, Myung Kyoon Chung, Analysis of Turbulent Gas-Solid Suspension Flow in a Pipe, Trans. Journal of Fluids Engineering, ASME, 105, September, pp. 329~334, 1983
- (6) H. Danon, M. Wolfshtein and G. Hetsroni, Numerical Calculations of Two-Phase Turbulent Round Jet, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 1, pp. 223~234, 1977
- (7) S. Elghobashi and T. Abou-Arab, A Two-Equation Turbulence Model for Two-Phase Flows, Phys. Fluids, 26 (4), pp. 931~938, 1983
- (8) S. Elghobashi, T. Abou-Arab, M. Rizk and A. Mostafa, Prediction of the Particle-Laden Jet with a Two-Equation Turbulence Model, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 10, pp. 697~710, 1984

- (9) R.L. Peskin, Air: I. Pollution Control and Clean Energy, AIChE Symposium Series, Vol. 71, No. 147, pp.52~59, 1975
- (10) L. Douglas Smoot and David T. Pratt, Pulverized-Coal Combustion and Gasification (Theory and Application for Continuous Flow Process) Plenum Press New York London, 1979
- (11) B.E. Launder and D.B. Spalding, The Numerical Computation of Turbulent Flows, Comp. Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 3, p. 269, 1974
- (12) B.E. Launder and D.B. Spalding, Mathematical Models of Turbulence, Academic Press London and New York, 1972
- (13) W.P. Jones and B.E. Launder, The Prediction of Laminarization with a Two-Eqn. Model of Turbulence, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15, pp. 301~314, 1972
- (14) J.O. Hinze, Turbulence. An Introduction to Its Mechanism and Theory, McGraw Hill New York, 1975
- (15) B.E. Launder, A. Morse, W. Rodi and D.B. Spalding, The Prediction of free shear flows NASA-SP-321, 1973
- (16) S.V. Patankar and D.B. Spalding, Heat and Mass Transfer in Boundary layer, 2nd Edn. Intertext London, 1970
- (17) M.E. Crawford and W.M. Kays, A Program for Numerical Computation of Two-Dimensional Internal/External Boundary Flows, Rept. HMT-23. Stanford Univ. California, 1975
- (18) D.B. Spalding, GENMIX, A General Computer Program for Two-Dimensional Parabolic Phenomena, HMT Vol. 1, Pergamon Press, 1977
- (19) C.M. Tchen, Mean Value and Correlation Problems Connected with the Motion of Small Particles suspended in a Turbulent Fluid (c.f. J.O. Hinze, Turbulence) McGraw Hill, New York, 1947

附 錄

1. 粒子의 搖動에 의한 亂流에너지消滅에 관한 理論

亂流搖動이 局部的으로 等方性을 이루며, 均質하고 定常狀態일 때 Tchen⁽¹⁹⁾이 誘導한 運動方程式은

$$\frac{dU_{pi}}{dt} = \alpha(U_{fi} - U_{pi}) + \eta \frac{dU_{fi}}{dt} + \delta \int_{t_0}^t \frac{dU_{fi}/dT - dU_{pi}/dT}{\sqrt{(t-T)}} \cdot dt \quad (A.1)$$

여기서

$$\alpha = \frac{18\nu_f}{d^2(\rho_s/\rho_f + \chi)}$$

$$\eta = \frac{1 + \chi}{\rho_s/\rho_f + \chi}$$

$$\delta = \frac{9\sqrt{(\nu_f/\pi d^2)}}{\rho_s/\rho_f + \chi}$$

$$\chi = 0.5 + 9\sqrt{\nu_f/2\omega d^2}$$

이 되며, 粒子와 流體의 速度는 平均項과 搖動項으로 나타낼 수 있어

$$U_{pi} = \bar{U}_{pi} + u_{pi}' \quad (A.2)$$

$$U_{fi} = \bar{U}_{fi} + u_{fi}' \quad (A.3)$$

와 같이 表現되는데 여기서 u_{pi}', u_{fi}' 는 搖動成分으로 位相差가 있는 正弦派로 나타낼 수 있다.

$$u_{fi}' = \sum_{n=1}^{n_{max}} A_{ni} \omega \sin(2\pi n t + \lambda_n) \quad (A.4)$$

$$u_{pi}' = \sum_{n=1}^{n_{max}} a_{ni} \omega \sin(2\pi n t + \lambda_n - \theta_{ni}) \quad (A.5)$$

式(A.1)으로 부터 搖動方程式을 誘導한 후 式(A.4), (A.5)를 代入하여 θ_n 과 振幅比 a_{ni}/A_{ni} 을 求하면 다음과 같다.

$$\theta_{ni} = \tan^{-1} \frac{(\alpha' + \delta')(1 + \delta') - (\alpha' + \delta')(\eta + \delta')}{(\alpha' + \delta')^2 + (1 + \delta')(\eta + \delta')} \quad (A.6)$$

$$\frac{a_{ni}}{A_{ni}} = \frac{(\alpha' + \delta')^2 + (1 + \delta')(\eta + \delta')}{[(\alpha' + \delta')^2 + (1 + \delta')^2] \cos \theta_n} \quad (A.7)$$

여기서

$$\alpha' = \alpha/\omega d^2 (\rho_s/\rho_f + \chi)$$

$$\delta' = \sqrt{(\pi/2\omega)} \delta = 9\sqrt{(\nu_f/2\omega d^2)} / (\rho_s/\rho_f + \chi)$$

2. $\overline{u_{fi}' u_{pi}'}$ 의 모델

u_{fi}' 와 u_{pi}' 에 式(A.4), (A.5)를 代入하여 전개한다.

$$(u_{fi}' u_{pi}')_n = \sum_{i=1}^3 [A_{ni} \omega \sin(2\pi n t + \lambda_n)$$

$$(a_{ni} \omega \sin(2\pi n t - \lambda_n - \theta_{ni}))]$$

$$= \sum_{i=1}^3 [a_{ni} A_{ni} \omega^2 \sin(2\pi n t + \lambda_n)^2 \cos \theta_{ni} - A_{ni} a_{ni} \omega^2 \sin(2\pi n t + \lambda_n) \cos(2\pi n t + \lambda_n) \sin \theta_{ni}] \quad (\text{A}\cdot 8)$$

式(A·8)를 t 에 關하여 平均하면

$$\overline{(u_{fi}' u_{pi}')}_n = \sum_{i=1}^3 \frac{(A_n \omega)^2}{2} \left(\frac{a_n}{A_n} \cos \theta_n \right)_i \quad (\text{A}\cdot 9)$$

가 되며 $(u'_{fnRMS})^2 = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{A_n \omega}{\sqrt{2}} \right)_{ni}^2$ 인 關係가 成立하고 式

(A·7)에서 $\frac{a_{ni}}{A_{ni}} \cos \theta_{ni}$ 는 단지 입자 와 第 1 流體 의 特 性 函 數 이 故 로

$$\overline{(u_{fi}' u_{pi}')}_n = \left(\frac{a_n}{A_n} \cos \theta_n \right) u'^2_{fnRMS} \quad (\text{A}\cdot 10)$$

가 된다.

웨이브 數 k 는 周波數를 局部流體平均速度로 나누어 $k = 2\pi n / \bar{U}_f$ 로 表現되므로 式(A·10)는

$$\overline{(u_{fi}' u_{pi}')}_n = \left(\frac{a_k}{A_k} \cos \theta_k \right) u'^2_{fkRMS} \quad (\text{A}\cdot 10)'$$

이 되며 單位 웨이브 數當으로 式(A·10)'를 나타내면

$$\overline{(u_{fi}' u_{pi}')}_{\text{unit wave number}} = \frac{1}{k} \left(\frac{a_k}{A_k} \cos \theta_k \right) u'^2_{fkRMS} \quad (\text{A}\cdot 11)$$

한편 $E(k) = u'^2_{fkRMS} / 2k^{(3)}$ 이 成立하므로 式(A·11)은

$$\overline{(u_{fi}' u_{pi}')}_{\text{unit wave number}} = \left(\frac{a_k}{A_k} \cos \theta_k \right) 2 E(k) \quad (\text{A}\cdot 12)$$

가 되며 $\overline{(u_{fi}' u_{pi}')}_n$ 의 값을 구하기 위해서는 式(A·12)를 全 웨이브 數에 걸쳐서 積分해야 하므로

$$\overline{(u_{fi}' u_{pi}')}_n = \int_0^\infty 2 \left(\frac{a_k}{A_k} \cos \theta_k \right) E(k) dk \quad (\text{A}\cdot 13)$$

이 된다.

$$3. \nu_f \frac{\partial u_{fi}'}{\partial x_k} \frac{\partial (u_{pi}' - u_{fi}')}{\partial x_k} \bar{\rho}_p,$$

$$\nu_f \frac{\partial u_{fi}'}{\partial x_k} (u_{pi}' - u_{fi}') \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x_k} \text{의 모델}$$

u_{fi}' 와 u_{pi}' 에 式(A·4), 式(A·5)를 代入하여 전개한 다음 式(A·9), (A·10), (A·11), (A·12), (A·13)과정을 거치면

$$\begin{aligned} & \nu_f \frac{\partial u_{fi}'}{\partial x_k} \frac{\partial (u_{pi}' - u_{fi}')}{\partial x_k} \bar{\rho}_p \\ &= - \left\{ 2\nu_f \int_0^\infty k^2 \left(1 - \frac{a_k}{A_k} \cos \theta_k \right) E(k) dk \right\} \bar{\rho}_p \quad (\text{A}\cdot 14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \nu_f \frac{\partial u_{fi}'}{\partial x_k} (u_{pi}' - u_{fi}') \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x_k} \\ &= - \left\{ 2\nu_f \int_0^\infty k^2 \left(\frac{a_k}{A_k} \frac{\sin \theta_k}{k} \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x_k} \frac{1}{\bar{\rho}_p} \right) E(k) dk \right\} \bar{\rho}_p \quad (\text{A}\cdot 15) \end{aligned}$$

이 된다. $\left(1 - \frac{a_k}{A_k} \cos \theta_k \right)$ 와 $\left(\frac{a_k}{A_k} \frac{\sin \theta_k}{k} \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x_k} \frac{1}{\bar{\rho}_p} \right)$ 의 加重平均값을 취하고

$$\varepsilon_f = 2\nu_f \int_0^\infty E(k) k^2 dk \quad (\text{A}\cdot 16)$$

의 관계식을 代入하면

$$\begin{aligned} & \nu_f \frac{\partial u_{fi}'}{\partial x_k} \frac{\partial (u_{pi}' - u_{fi}')}{\partial x_k} \bar{\rho}_p \\ &= - \left(1 - \frac{a_k}{A_k} \cos \theta_k \right)_k \varepsilon_f \bar{\rho}_p \quad (\text{A}\cdot 17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \nu_f \frac{\partial u_{fi}'}{\partial x_k} (u_{pi}' - u_{fi}') \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x_k} \\ &= - \left(\frac{a_k}{A_k} \frac{\sin \theta_k}{k} \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x_k} \frac{1}{\bar{\rho}_p} \right)_k \varepsilon_f \bar{\rho}_p \quad (\text{A}\cdot 18) \end{aligned}$$

이 된다. 여기서 $E(k)$ 는 3次元 에너지 스펙트럼이다.