64 大韓機械學會論文集 第9卷 第1號 pp. 64~70, 1985.

<論 文>

管內噴流에서의 循環流에 대한 수치해석

李 忠 求*·徐 正 閏**

(1984年 11月 13日 接受)

Numerical Analysis of Recirculating Flow of a Confined Jet in a Circular Pipe

Chung Gu Lee and Jeong Yun Seo

Key Words: 管內噴流, Reynolds應力모델, 循環流動, Craya Curtet 수, 再附差點, 剝離點

Abstract

Full Reynolds Stress model is applied to predict recirculation pattern, velocity and Reynolds shear stress distributions in a circular jet coaxially confined in a round pipe. It is found that the generation of vorticity region depends on Curtet number(Ct).

It is also found that the Reynolds shear stress and velocity distributions in the inital jet region depend strongly on the Curtet number up to about $X/D \simeq 2.0$ but they are almost independent of the Curtet number further downstream.

記 號 說 明

A_0 : Duct 斷面積
Ct : Craya-Curtet 수
D : Duct 직경
k : 난류운동에너지
P : 靜壓
Δp : 壓力補正量
r : 半徑方向座標
R_e^* : 特性 Reynolds 수
U : x 방향 평균속도
u_f : 周圍流速度
u_J : 噴流速度
u^* : 管內噴流特性速度
U_τ : 마찰속도
u_d : 운동량 평균속도
u_s : 초기의 분류속로
u_k : 유량 평균속도
$\overline{u^2}$: x 방향 Reynolds 應力
$\overline{uv}$: Reynolds 剪斷應力
$\overline{V}$: r 방향 평균速度
$\overline{v^2}$: r 방향 Reynolds 應力
$\overline{w^2}$: 원주방향 Reynolds 應力
x : 軸方向座標
ε : 난동운동에너지의 消散率
μ : 粘性係數
ρ : 밀도
τ_w : 壁面剪斷應力

*正會員, 忠北大學校 工科大學 機械工學科
**正會員, 仁荷大學校 工科大學 機械工學科

1. 서　　론

管內噴流에서는 噴流速度가 周圍流速度에 비해 충분히 큰 경우에 循環流가 발생하며 Curtet[1], Becker[2] 등은 流動場에 관하여, Kang[3] 등은 벽면에서의 열전달에 대한 실험적 연구에서 열전달계수의 최대 위치가 循環流內部에 존재한다는 것을 제시하였고 Laser Doppler Velocimeter를 사용해서 관내분류의 速度場을 측정하였다. 그런데 Kang은 亂流運動 에너지(k)와 消散率 (ε)에 의한 2방정식 모델을 사용해서 관내분류의 속도장에 대한 수치해석을 하였으나 각 방향 성분에 대한 인자의 영향을 고려하지 않았다. 그러므로 k 대신에 各 座標軸 方向成分을 고려하여 亂流應力 $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$, $\overline{w^2}$, $\overline{uv}$ 및 ε의 5개 量에 관한 5방정식 모델을 사용할 때 이 모델은 실제 문제에서 多數의 未知定數를 포함하여 지배방정식이 복잡해 진다. 따라서 亂流量에 관한 보다 상세한 해를 얻어서 관내분류에 의해 형성되는 循環流動場을 究明하는 것은 매우 중요하다고 생각 된다.

본 연구에서는 管內噴流에 관한 수치 해석을 Reynolds應力 모델 즉 5방정식 모델을 사용하여 흐름의 특성을 究明키로 하였다.

2. 관내분류의 특성

Fig. 1은 관내분류 유동의 槪略圖이며 中心線에서 上部에는 流線, 下部에는 速度分布를 나타내었다. 噴流速度 u_j가 충분히 클 경우 A 부분과 같은 순환류가 形成되며 A_1은 剝離點, A_2는 再附着點이다.

관내분류의 흐름을 규정하는 무차원 parameter로서 Craya Curtet數(Ct 수)는 다음과 같이 정의된다[1),(3].

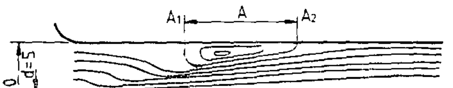

Fig. 1 Outlined view of confined jet flow pattern

$$Ct=\frac{u_k}{u^*}$$

$$u_k=\frac{1}{A_0}\int_{A_0} u\,dA$$

$$u^*=\left(u_d^2-\frac{1}{2}u_k^2\right)^{1/2}$$

$$u_d^2=\frac{1}{A_0}\int_{A_0}\left(u^2-\frac{1}{2}u_f^2\right)dA$$

여기서 A_0는 관의 단면적, u_f는 周圍流速度이고, u_k는 단면 전체의 유량평균속도, u_d는 운동량 평균속도이다. u^*는 관내분류의 특성을 표시하는 속도이다. 周圍流와 噴流의 속도는 각각 u_f, u_j이며 같은 초기속도 분포를 가진다면 그 때의 Ct수 ($\alpha=d/D$)[3]는

$$Ct=\frac{u_k}{\left\{(u_j^2-u_f^2)\alpha^2+\frac{1}{2}u_f^2-\frac{1}{2}u_k^2\right\}^{1/2}}$$

$$u_k=(u_j-u_f)\alpha^2+u_f$$

이다. α가 충분히 작을 경우에는 Ct수가 관내분류의 흐름을 규정하는 相似 parameter이다. 순환류의 存在有無를 의미하는 임계 Ct수는 실험적 결과에 의하면 $Ct=0.75$ 정도 이하에서 순환류가 발생하며 $Ct=0.26$과 0.82의 두 가지 경우에 대한 본 실험[4]에서는 $Ct=0.26$일때만 순환류가 발생하였다.

본 연구에서는 실험과 비교하기 위하여 주로 $Ct=0.26$, 0.82에 대하여 계산하였다. 그때의 분류속도, 주위류속도, 특성속도 및 특성속도를 代表速度로, 管의 직경을 대표 길이로 하여 Reynolds수를 나타내면 Table 1과 같다.

Table 1 Conditions for flow

Ct	u_j m/s	u_f m/s	u^* m/s	R_e^*
0.26	8.96	0.08	0.370	34200
0.82	8.83	0.28	0.361	33300

3. 解析方法

3.1. 기초식

해석에 사용된 流體는 물이며 비압축성 유체의 外力이 없는 경우의 Navierstokes방정식은

$$\rho\left(\frac{\partial u_i}{\partial t}+u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)=-\frac{\partial P}{\partial x_i}+\mu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j\partial x_j} \tag{1}$$

와 같다. 各變數를 平均量과 變數量으로 표시하고 시간평균을 취하면 식 (1)은

$$\rho\left(\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial t}+\overline{u_j}\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial x_j}\right)=-\frac{\partial P}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu\frac{\partial\overline{u_i}}{\partial x_j}-\rho\overline{u_i'u_j'}\right) \tag{2}$$

되며 亂流變動相關量 $\overline{u_i'\,u_j'}$를 Reynolds應力이라고하는데 일반적으로 未知量이다.

본 연구에 사용한 Reynolds應力모델[12]은

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U\overline{u^2})+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho V\overline{u^2})=D(C_s\overline{u^2})+P_{11}+R_{11}-\frac{2}{3}\rho\varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U\overline{v^2})+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho V\overline{v^2})=D(C_s\overline{v^2})+P_{22}+R_{22}-\frac{2}{3}\rho\varepsilon-2\rho\frac{C_sk\overline{w^2}}{\varepsilon}\frac{(\overline{v^2}-\overline{w^2})}{r^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U\overline{w^2})+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho V\overline{w^2})=D(C_s\overline{w^2})+P_{33}+R_{33}-\frac{2}{3}\rho\varepsilon+2\rho\frac{C_sk\overline{w^2}}{\varepsilon}\frac{(\overline{v^2}-\overline{w^2})}{r^2} \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U\overline{uv})+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho V\overline{uv})=D(C_s\overline{uv})+P_{12}+R_{12}-\rho\frac{C_sk\overline{w^2}}{\varepsilon}\frac{\overline{uv}}{r^2} \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U\varepsilon)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\rho V\varepsilon)=D(C_s\varepsilon)+\frac{\varepsilon}{k}(C_{\varepsilon_1}P-C_{\varepsilon_2}\rho\varepsilon) \quad (7)$$

식 (3)~(7)에서 左邊의 2개 항은 對流項이고 右邊 제 1항은 擴散項이다.

擴散項의 式은 Daly-Harlow[12]의 근사식 $D_{(\phi)}=\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\rho k}{\varepsilon}\left(\overline{u^2}\frac{\partial\phi}{\partial x}+\overline{uv}\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)\right]+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{\rho k}{\varepsilon}\left(\overline{v^2}\frac{\partial\phi}{\partial r}+\overline{uv}\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)\right]$를 적용한다. P_{ij}는 각각의 亂流에너지 생성항이며

$$P_{11}=-2\rho\left(\overline{u^2}\frac{\partial U}{\partial x}+\overline{uv}\frac{\partial U}{\partial r}\right) \quad (8)$$

$$P_{22}=-2\rho\left(\overline{v^2}\frac{\partial V}{\partial r}+\overline{uv}\frac{\partial V}{\partial x}\right) \quad (9)$$

$$P_{33}=-2\rho\overline{w^2}\frac{V}{r} \quad (10)$$

$$P_{12}=-\rho\left(\overline{u^2}\frac{\partial V}{\partial x}+\overline{v^2}\frac{\partial U}{\partial r}-\overline{uv}\frac{V}{r}\right) \quad (11)$$

이다. R_{ij}는 난류에너지의 再分配項이다. 즉 압력변동으로 方向成分間에 에너지의 교환이 일어 나며 그 결과 Reynolds 剪斷形力의 緩和 또는 增大가 생기는 것을 나타내는 항이며 Launder, Reece와 Rodi[5]에 의하면

$$R_{11}=-C_{\phi_1}\frac{\rho\varepsilon}{k}\left(\overline{u^2}-\frac{2}{3}k\right)-B_1\left(P_{11}-\frac{2}{3}P\right)-2B_2\rho k\frac{\partial U}{\partial x}+2B_3\left(\rho\overline{u^2}\frac{\partial U}{\partial x}+\rho\overline{uv}\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{1}{3}P\right) \quad (12)$$

$$R_{22}=-C_{\phi_1}\frac{\rho\varepsilon}{k}\left(\overline{v^2}-\frac{2}{3}k\right)-B_1\left(P_{22}-\frac{2}{3}P\right)-2B_2\rho k\frac{\partial V}{\partial r}+3B_3\left(\rho\overline{v^2}\frac{\partial V}{\partial r}+\rho\overline{uv}\frac{\partial U}{\partial r}-\frac{1}{3}P\right) \quad (13)$$

$$R_{33}=-C_{\phi_1}\frac{\rho\varepsilon}{k}\left(\overline{w^2}-\frac{2}{3}k\right)-B_1\left(P_{33}-\frac{2}{3}P\right)-2B_2\rho k\frac{V}{r}+2B_3\left(\rho\frac{\overline{w^2}V}{r}+\frac{1}{3}P\right) \quad (14)$$

$$R_{12}=-C_{\phi_1}\frac{\rho\varepsilon}{k}\overline{uv}-B_1P_{12}-B_2\rho k\left(\frac{\partial U}{\partial r}+\frac{\partial V}{\partial x}\right)+B_3\rho\left\{\overline{u^2}\frac{\partial U}{\partial r}+\overline{v^2}\frac{\partial V}{\partial x}+\overline{uv}\left(\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial r}\right)\right\} \quad (15)$$

으로 근사적인 표현을 할 수 있다. 여기서 $P=\frac{1}{2}(P_{ii})$이며 식 (3), (4), (5) 중 우변의 $-\frac{2}{3}\rho\varepsilon$은 名方向의 난류에너지消散의 2倍量을 나타내는 항이며, 각식의 定數係數는 Launder, Reece 그리고 Rodi[5]에 의한 $\left(C_s=0.25,\ C_{\varepsilon_1}=1.45,\ C_{\varepsilon_2}=1.9,\ C_{\phi_1}=1.5,\ C_{\phi_2}=0.4,\ B_1=\frac{1}{11}(C_{\phi_2}+8),\ B_2=\frac{1}{55}(30C_{\phi_2}-2),\ B_3=\frac{1}{11}(8C_{\phi_2}-2)\right)$값을 사용하였다.

3.2. 差分化

支配方程式은 非線型偏微分方程式이며 차분법에 따라 格子點에서의 값을 구하였다. 위에 열거한 지배방정식은 Gosman, Pun과 Spalding의 方法을 적용하면 다음과 같은 형태로 변환할 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U\phi)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\rho rV\phi)-\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_\phi\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)=S_\phi \quad (16)$$

左邊 제1, 2항은 對流項이고, 제3, 4항은 擴散項이며 右邊은 生成項이다. Γ_ϕ는 ϕ에 對應하는 擴散係數이며 格子點의 표시는 Fig. 2와 같다. P의 인접격자점을 각각 N, S, E, W로 표시하면 식 (16)의 차분방정식은

$$(A_P-S_P)\phi_P=A_N\phi_N+A_S\phi_S+A_E\phi_E+A_W\phi_W+S_U \quad (17)$$

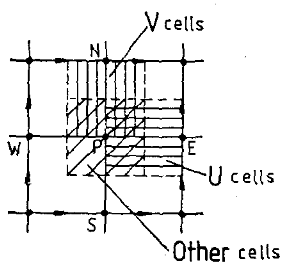

Fig. 2 Grid points

이 되며 여기서 A_P는 다음 관계를 나타낸다.

$$A_P=A_N+A_S+A_E+A_W \quad (18)$$

그리고 生成項의 差分은

$$S=S_U+S_P\phi_P \quad (19)$$

로 선형화 한다. 全體格子點을 포함하는 수렴해의 계산은 Pun, Spalding(Code2/E/FIX)[6]의 프로그램을 사용하여 구하였으며 그 계산 순서는 다음과 같다.

(1) 壓力의 초기치로서 P^*를 가정한다.

(2) P^*를 사용해서 운동량 방정식을 풀고 속도 U^*, V^*를 구한다.

(3) U^*, V^*를 사용해서 壓力補正方程式을 풀고 Δp를 구한다.

(4) P^*에 Δp를 더해서 壓力 P를 구한다.

(5) Δp에 의해서 U^*, V^*를 補正하고 U, V를 구한다.

(6) 變數($\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$, $\overline{w^2}$, $\overline{uv}$, ε)를 구한다.

(7) P를 P^*로 해서 2에 돌아간다.

이때 Δp값이 0으로 접근함에 따라 U, V는 연속방정식을 만족한다고 가정하면 Δp의 초기값은 0으로 생각할 수 있다.

여기서 境界條件은 다음과 같다.

(1) 계산범위는 噴流出口에서 下流方向으로 1 m로 한다.

(2) 入口에서의 속도 측정은 노즐벽에서 관벽까지의 수직거리(流路幅)를 10등분하여 $\frac{1}{10}$거리 마다 측정하였다.

(3) U의 경계층내의 속도분포는 $\frac{1}{7}$승 법칙을 따른다고 본다.

(4) 반경방향 속도 V는 0으로 하고 경계층내에서의 $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$, $\overline{w^2}$의 값은 Klebanoff[7]의 실험 결과를 적용한다.

(5) 出口의 흐름은 난류유동이 충분히 전개되어 벽면에 평행한 유동이 되고 다른 모든 난류항들도 x방향에 따라 더 이상의 전개가 없다고 보아 각 변수의 x방향 구배를 0으로 한다.

(6) 軸에서는 軸對稱流이기 때문에 中心軸上에서는, $\frac{du}{dr}=0$, $V=0$, $\overline{uv}=0$으로 한다.

(7) Reynolds응력모델은 국소 Reynolds수가 작은 경우에는 적합치 못하므로 벽면 가까이에서는 계산을 생략하고 벽면으로부터 $\frac{1}{10}D$만큼 떨어진 점부터 계산을 하였다. 이때 $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$, $\overline{w^2}$, $\overline{uv}$, ε의 경계조건은 다음의 Launder, Reece와 Rodi[5]의 관계식을 이용했다.

$$\overline{u^2}=5.1\,U_\tau^2,\quad \overline{v^2}=1.0\,U_\tau^2,\quad \overline{w^2}=2.3\,U_\tau^2$$

$$\overline{uv}=-U_\tau^2+\frac{y}{\rho}\frac{dP}{dx},\quad \varepsilon=-\overline{uv}\frac{dU}{dr}$$

단 U_τ는 마찰속도이다.

4. 결과 및 고찰

Fig. 3,4에는 Ct=0.26, 0.82에 대한 X/D=0.33, 0.61, 1.03, 1.46, 1.96에서의 속도분포를 나타냈다. X/D가 작을수록 축근방의 속도분포는 크고, Ct=0.26인 경우에 X/D=0.33, 0.61, 1.03에서 循環流가 발생하고 Ct=0.82에서는 순환류가 발생하지 않는다.

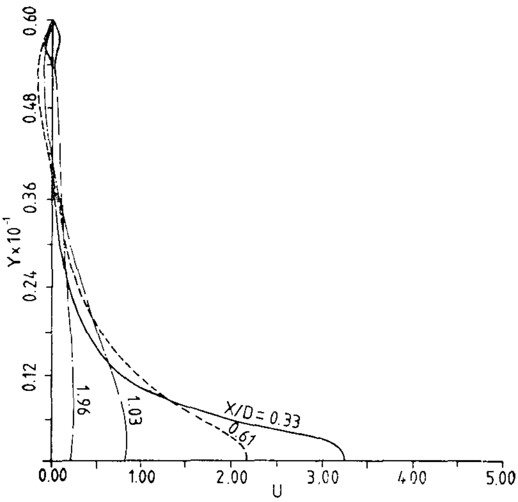

Fig. 3 Velocity distributions: u m/sec(Ct=0.26)

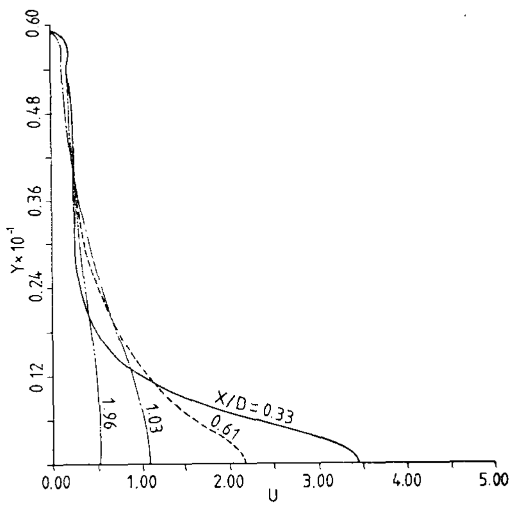

Fig. 4 Velocity distributions: u m/sec(Ct=0.82)

Fig. 5, 6은 $Ct=0.26$, 0.82일 때 $X/D=1.33$에서의 속도분포를 실험치와 5방정식 모델을 사용한 이론치를 비교한 것으로 $Ct=0.26$인 경우는 10.26%, $Ct=0.82$인 경우는 21.36%의 오차가 나타 났다. 또한 순환류 발생은 Ct수의 함수임을 알 수 있다. Kang은 $k-\varepsilon$ 2방정식 난류모델에 의한 관내분류의 속도장에 대한 수치해석만을 하였으나 본 연구에서는 각 좌표축

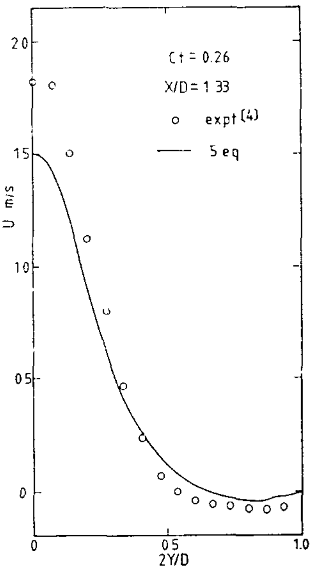

Fig. 5 Velocity distributions: u m/sec($Ct=0.26$, $X/D=1.33$)

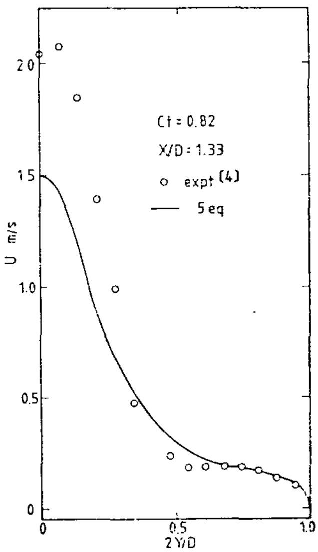

Fig. 6 Velocity distributions: u m/sec($Ct=0.82$, $X/D=1.33$)

방향성분을 고려하여 $Ct=0.26$인 경우에 대한 난류응력 $\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$, $\overline{w^2}$, $\overline{uv}$ 및 ε의 5개 量에 대한 5방정식 모델을 사용하여 얻은 분포를 Figs. 7~11에 자세하게 나타 내었다.

역시 X/D가 작을수록 축근방의 속도분포는 크며 $X/D=1.33$에서는 벽면을 향하여 직선적으로 감소하고 있다. $Ct=0.26$, 0.82에 대한 속도분포 및 Reynolds 응력분포는 각각 $X/D=0.33$, 0.61, 1.03, 1.46, 1.96, 2.96 및 $X/D=0.54$, 0.92, 1.33, 1.83, 2.33까지 구하였으나 변화가 없는 단면은 그림에 나타내지 않았다.

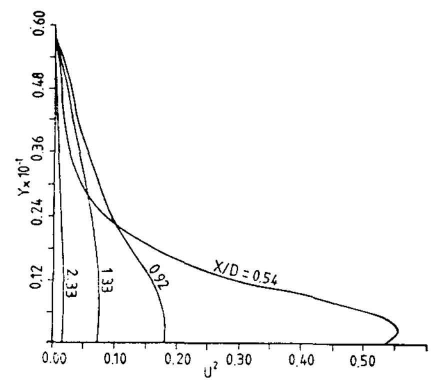

Fig. 7 Reynolds stress distributions: $\overline{u^2}$ m^2/s^2 ($Ct=0.26$)

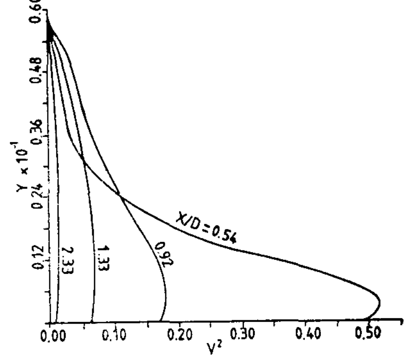

Fig. 8 Reynolds normal stress distributions: $\overline{v^2}$ m^2/s^2($Ct=0.26$)

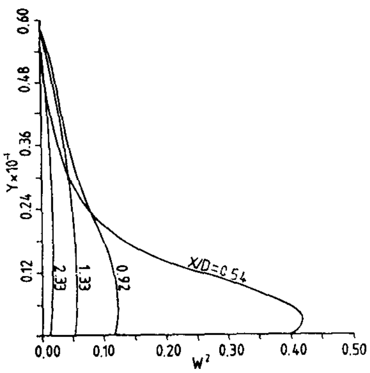

Fig. 9 Reynolds normal stress distributions: $\overline{w^2}$ m^2/s^2(Ct=0.26)

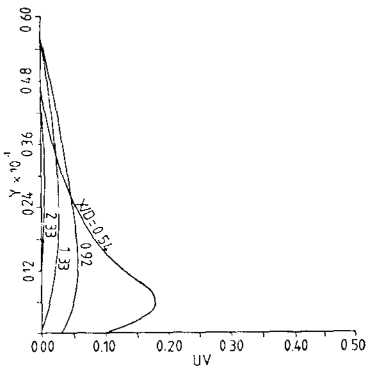

Fig. 10 Reynolds shear stress distributions: $\overline{uv}$ m^2/s^2(Ct=0.26)

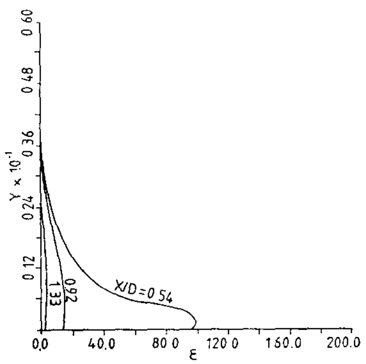

Fig. 11 Distributions of rate of kinetic energy dissipation: ε m^2/m^3(Ct=0.26)

5. 結 論

관내분류에 관한 본 연구에서 속도분포, Reynolds응력분포 및 순환류에 관하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 순환류의 발생은 Curtet수(Ct수)에 의해 변화하며 Ct=0.26인 경우에 오차 10.26% 범위에서는 실험결과와 근사적으로 일치한다.

(2) Reynolds응력분포는 Ct=0.26, 0.82의 경우 X/D=1.33까지에서는 변화가 나타났으나 그 이상의 범위에서는 변화가 거의 없고 노즐 가까운 곳에서 커짐을 알 수 있다.

(3) Ct=0.26, 0.82의 두 경우에 대한 평균속도분포는 X/D=0.33~2.96에서 각각 X/D=1.96까지 변화가 있으며 그 이상의 범위에서는 변화가 거의 없음을 알 수 있다.

參 考 文 獻

(1) R. Curtet, "Confined Jet and Recirculation Phenomena with Cold Air," Combust. Flame, Vol. 2, pp. 383~411, 1958

(2) H.A. Becker, H.C. Hottel, and G.C. Williams, "Mixing and Flow in Ducted Turbulent Jets," 9th Symp.(Int) Combust., pp. 7~20, 1963

(3) Y. Kang, T. Miwa, Y. Fujiwara, K. Suzuki and T. Sato, "Heat Transfer from the wall in a Confined Jet," JSME, Vol. 45~398, pp. 1473, 1979

(4) 李忠求, "循流環에서의 亂流熱傳達에 對한 硏究" 忠北大學校 工科大學 建設技術硏究 論文集 第3輯, pp. 83~89, 1984

(5) Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W., "Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure," J. Fluid Mech., Vol. 68, pp. 537~566, 1975

(6) Pun, W.M. and Spalding, D.B., "A General Computer Program for Two-Dimensional Elliptic Flows," Imperial College Heat Transfer Sec. Report. HTS/76/2, 1976

(7) Klebanoff, P.S., "Characteristics of Turbulence in a Boundary layer with Zero Pressure Gradient," NACA Tech. Repts. No. 1247, 1955

(8) Gosman, A.D., Pun, W.M., Runchal, A.K., Spalding, D.B. and Wolfshtein, M., "Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows," Academic Press, 1969

(9) Launder, B.E. and Spalding, D.B., "Mathemalical Models of Turbulence," Academic Press, 1972

(10) Y. Kang, K. Suzuki, T. Sugimoto and T. Sato, "Heat Transfer in the downstream of an orifice inserted in a circular Tube," Trans. JSME, B. 48~425 pp. 97, 1982

(11) Launder, B.E. nad Morse, A., "Numerical Prediction of Axisymmetric Free Shear Flows with a Reynolds Stress closure," Turbulent shear Flows I(F. Dust et al, ed), Spriger-Verlag, pp. 279~294, 1979

(12) Pope, S.B. and Whitelaw, J.H., "The Calculation of Near-Wake Flows," J. Fluid Mech., Vol. 73, pp. 9~32, 1976

(13) Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow." McGRAW-Hill. 1980

(14) 谷一郎 編, "流體力學の進步 流亂", 1979

(15) Daly, B.J., Harlow, F.H. "Transport equations of turbulence." Phys. Fluids Vol. 13, p. 2634, 1970