

<論 文>

氣體-固體의 二相流動解析을 위한 混合距離모델의 改善

李 啓 馥* · 鄭 明 均**

(1985年 1月 28日 接受)

Refinement of Mixing Length Model for Prediction of Gas-Particle Flow in a Pipe

Gye Bok Lee and Myung Kyoon Chung

Key Words: Two-Fluid Equation Model(二流體 方程式 모델), Stokes Number (Stokes 數), Loading Ratio(負荷度)

Abstract

A "two-fluid" equation model originally proposed by Choi and Chung and later refined by Sung and Chung for gas-solid suspension flow is applied to predict the pressure drops and the mean velocity profiles in a pipe. The refined eddy viscosity model is based on an approximate kinetic energy equation. Particle velocity is treated as being different from that of the primary conveying air flow and the boundary condition of the particle velocity at the wall is given by $\frac{d\bar{U}_r}{dr}=0.8 \frac{d\bar{U}_f}{dr}$ rather than $\bar{U}_p=0$ which permits slip velocity of the particle phase.

The results show that the pressure drop is much better predicted by the present method and that it is significantly reduced for larger relative particle size, which is consistent with experimental observation.

記 號 說 明

a, b, K : 常數

A : 管의 斷面積

D : 管의 直徑

d_p : 固體粒子的 直徑

f : $1 + 0.15 Re_p^{0.687}$

F_{pi} : Stokes 의 抵抗力

k : 亂流運動에 너지

l_f : 第一流體의 混合距離

P : 壓力

R : 管의 半徑

Re_o : Reynolds 數 $(= \frac{\bar{\rho}_f \bar{U}_f D}{\mu})$

Re_p : 固體粒子的 Reynolds 數 $(= \frac{\bar{\rho}_f |\bar{U}_p - \bar{U}_f| d_p}{\mu})$

Re_t : $\frac{\bar{\rho}_f \bar{U}_f d_p}{\mu}$

S_t : Stokes 數 $(= \frac{\rho_s d_p^2 \bar{U}_f}{18 \mu D})$

t^* : Stokesian relaxation 시간 $(= \frac{\rho_s d_p^2}{18 \mu f})$

t_l : Lagrangian 積分시간

\bar{U}, \bar{V} : 軸方向과 半徑方向의 管內에서 平均速度

u', v' : 軸方向과 半徑方向의 速度變動成分

\bar{U}_t : 單一粒子의 終末速度

x, r : 軸과 半徑座標

z : 負荷度 $(= \bar{\rho}_p / \bar{\rho}_f)$

α : 單位體積當 固體粒子的 體積率 $(= \bar{\rho}_p / \rho_s)$

δ_{99} : 境界層두께

ϵ : 渦粘性 係數

ϵ : 亂流運動에 너지의 消滅率

* 韓國科學技術院 機械工學科

** 正會員, 韓國科學技術院 機械工學科

- ν_{f1} : 第一流體의 層流動粘性係數
 ν_{f2} : 第二流體의 層流動粘性係數
 $\kappa, \lambda, \epsilon_{pe}, \epsilon_{pe}'$: 모델 常數
 μ : 第一流體의 粘性係數
 $\bar{\rho}_f$: 第一流體의 密度
 ρ_s : 固體粒子的 密度
 $\bar{\rho}_p$: 第二流體의 密度
 σ_p : Schmidt 數

下添字

- ()_{eff} : 有效
 ()_f : 第一流體
 ()_o : 固體粒子가 없는 氣體
 ()_p : 第二流體
 ()_s : 固體粒子

1. 序 論

固體粒子가 浮上된 二相 管內流動은 遠心分離器(cyclone separators), 分類器(classifiers), 空氣에 의한 粒子輸送(pneumatic transport), 모래噴射器(sand blasting), 未燃燒된 空冷式 原子爐의 冷却裝置등 여러産業分野에서 일어나고 있으며 점차로 그 重要性이 增大되고 있다. 二相流動은 相異한 相사이에서 質量傳受(mass coupling), 運動量傳授(momentum coupling), 熱傳受(thermal coupling)등 複雜한 相互作用이 일어나므로 理論的 解析보다는 實驗的 研究가 주로 이루어져 왔다.

이 分野에 대한 實驗的 研究는 Depew와 Farbar⁽¹⁾, Boothroyd⁽²⁾, Lee⁽³⁾, Yutaka와 Yoshinobu⁽⁴⁾, Cape와 Nakamura⁽⁵⁾등에 의하여 壓力降下, 速度分布, 管摩擦係數가 測定되어 왔다. 理論的 研究는 크게 두가지로 區分되는데, 하나는 Crowe 등⁽⁶⁾에 의하여 提案된 粒子 軌道모델(particle trajectory model)로, 固體粒子的 영향을 氣相流動에 대한 質量 및 運動量, 에너지의 源泉項(source term)으로 作用한다고 보는 모델이다.

이 모델을 사용한 計算모델로는 CONVAS⁽⁶⁾(Conservative Variable and Source)모델, PSI-cell⁽⁷⁾(Particle Source In-cell)모델 등이 있다.

이에 대하여 固體粒子群의 流動을 第二流體의 흐름(secondary fluid)으로 보고, 固體粒자를 실어나르는 氣相流體(第一流體, primary fluid)와 第二流體사이에는 서로 質量과 運動量 및 에너지의 相互作用이 있다고 보는 二流體方程式모델(two-fluid equation model)이 있다.

後者의 方式은 Melville과 Bray⁽⁸⁾가 처음 사용하였는데 그들은 Owen⁽⁹⁾과 Meek와 Jones⁽¹⁰⁾의 渦粘性係數모델을 사용하여 二相 噴流流動을 解析하였다.

Elghobashi와 Abou-Arab⁽¹¹⁾은 第一流體의 亂流運動에너지 k 와 그에 대한 消滅率 ϵ 를 支配하는 方程式을 誘導함으로써 二相流動에 대한 $k-\epsilon$ 方程式모델로 亂流 噴流流動을 解析하였다.

한편 Choi와 Chung⁽¹²⁾은 Melville과 Bray⁽⁸⁾가 提案한 渦粘性係數모델(eddy viscosity model)을 修正하여 壁面이 存在하는 二相 管內流動을 解析하였는데, 固體粒子和 氣體의 流動速度가 같다는 平衡流動(equilibrium flow)의 假定下에서 混合距離모델(mixing length model)을 使用하였다. 그러나 固體粒子가 비교적 커지고 運搬流體의 平均速度가 느리면 Stokes 數가 增加되어 固體粒子들이 第一流體의 變化를 따라갈 수 없게되어 平衡流動 狀態로 假定할 수 없다. 또한 여기서 提案된 渦粘性係數모델에서는 亂流에너지 生成이 第一流體의 平均速度勾配뿐만 아니라 第二流體의 平均速度勾配에 의해서 같은 메카니즘으로 일어나며 亂流運動에너지의 消滅은 주로 第一流體에 의해서 일어난다고 假定한다.

그러나 Elghobashi와 Abou-Arab⁽¹¹⁾이 理論적으로 誘導한 亂流運動에너지 方程式에 의하면 에너지의 消滅은 第一流體와 第二流體사이의 순간적인 相對速度의 變動에 의해서도 크게 支配됨을 알 수 있다. 이 理論式에 根據하여 Sung과 Chung⁽¹³⁾은 보다 理論에 充實한 渦粘性係數모델을 誘導하여 벤츨리관을 통과하는 二相流動 문제를 成功的으로 解析하였다.

本 研究에서는 개선된 Sung과 Chung⁽¹³⁾의 모델을 이용하여 Choi와 Chung⁽¹²⁾이 취급한 直管에서의 壓力降下의 速度分布를 再解析하고 그 結果를 Choi와 Chung⁽¹²⁾의 結果와 比較함으로써 개선된 Sung과 Chung의 모델이 좀더 正確한 解를 주는지의 與否를 考察하기로 한다.

2. 二相流動의 解析

2.1. 二相流動의 基本方程式

浮上된 固體粒子가 負荷度(loading ratio, $\bar{\rho}_s/\bar{\rho}_f$)가 작고, 粒子도 상당히 작은 境遇, 流動 시스템의 特性時間에 대한 空氣力學的(aero-dynamic)反應時間의 比로 定義되는 Stokes 數가 매우 작게되어 固體粒자는 第一流體에 完全히 浮上되어 流動은 서로 같은 速度를 가지는 平衡流動(equilibrium flow) 狀態로 假定할 수

있다.

그러나 粒子가 비교적 커지고 運搬流體의 平均速度가 느리면 Stokes 數가 增加되어 위와같은 平衡流動狀態로 假定할 수 없다. 따라서 이 境遇에는 固體粒子들의 流動相을 다른 하나의 連續體相(continuum suspension of particles; 第二流體相)으로 보고 第一流體와 第二流體사이에 서로 質量과 運動量이 相互交換되고 있다고 보는 二流體方程式모델(two-fluid equation model)을 使用하여 流動을 解析한다. 여기서 考慮하는 境遇는 粒子에 대한 Reynolds 數(particle Reynolds number) R_{ep} 가 比較的 작은 境遇이다.

二次元 管内流動을 支配하는 二流體方程式모델의 連續方程式과 平均亂流項($\overline{u'_i v'_j}$, $\overline{u'_i u'_j}$, $\overline{v'_i v'_j}$, $\overline{\rho'_i u'_j}$, $\overline{\rho'_i v'_j}$)을 包含하는 運動量方程式은 여러가지 形態로 表現되고 있으나 附加的 質量效果(added mass effect)와 바셋힘(Basset force)을 無視하고 重力效果를 考慮하면 다음과 같이 나타낼 수 있다⁽¹⁴⁾.

(第一流體)

$$\frac{\partial \bar{U}_f}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{V}_f) = 0 \quad (1)$$

$$\bar{\rho}_f \bar{U}_f \frac{\partial \bar{U}_f}{\partial x} + \bar{\rho}_f \bar{V}_f \frac{\partial \bar{U}_f}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \bar{\rho}_f \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\nu_{f1} \frac{\partial \bar{U}_f}{\partial r} - \overline{u'_i v'_j} \right) \right] + \frac{F_{pi}}{1-\alpha} \quad (2)$$

(第二流體)

$$\bar{U}_p \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x} + \bar{V}_p \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{\rho'_i v'_j}) - \frac{\bar{\rho}_p \bar{V}_p}{r} - \bar{\rho}_p \frac{\partial \bar{V}_p}{\partial r} - \bar{\rho}_p \frac{\partial \bar{U}_p}{\partial x} \quad (3)$$

$$\bar{\rho}_p \bar{U}_p \frac{\partial \bar{U}_p}{\partial x} + \bar{\rho}_p \bar{V}_p \frac{\partial \bar{U}_p}{\partial r} = -\alpha \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \bar{\rho}_p \left(\nu_{p1} \frac{\partial \bar{U}_p}{\partial r} - \overline{u'_i v'_j} \right) \right] - \overline{\rho'_i v'_j} \frac{\partial \bar{U}_p}{\partial r} - g(\bar{\rho}_p - \alpha \bar{\rho}_f) - F_{pi} \quad (4)$$

$$\bar{\rho}_p \bar{U}_p \frac{\partial \bar{V}_p}{\partial x} + \bar{\rho}_p \bar{V}_p \frac{\partial \bar{V}_p}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{V}_p \overline{\rho'_i v'_j}) - \frac{\partial}{\partial x} (\bar{U}_p \overline{\rho'_i v'_j}) - \frac{1}{f^*} [(\bar{V}_p - \bar{V}_f) \bar{\rho}_p] \quad (5)$$

여기서 第二流體를 構成하는 固體粒子의 形態는 球形이고, 크기는 均一하며 또한 粒子相互間의 衝突은 없다고 假定한다.

만일 單位體積當 固體粒子들이 차지하는 體積率(volume fraction, $\alpha = \bar{\rho}_p / \rho_s$)이 대단히 클 境遇는 第一流體의 單位體積當 質量으로 定義되는 $\bar{\rho}_f$ 의 變化를 考慮해야하나, 本 研究에서는 $\alpha < 3 \times 10^{-3}$ 이므로 $\bar{\rho}_f$ 는 一定하다고 假定하고, 第二流體의 密度變化만 考慮하

였다.

앞 식에 나타나는 F_{pi} 는 第一流體와 第二流體의 速度差에 依하여 發生하는 Stokes의 抵抗力이다.

이것은 粒子의 Reynolds 數(R_{ep})에 따라 달라지나 R_{ep} 가 700보다 작은 境遇는 다음과 같이 나타낼 수 있다⁽¹⁴⁾.

$$F_{pi} = \bar{\rho}_p (\bar{U}_p - \bar{U}_f) / t^* \quad (6)$$

t^* 는 Stokesian relaxation 時間이며, 靜止狀態에 있는 固體粒子가 주위 流動의 速度의 63%까지 도달하는데 걸리는 時間으로 $\rho_s d_p^2 / 18 \mu f$ 로 定義된다. 여기서 R_{ep} 가 700보다 작은 境遇 f 는 $(1 + 0.15 R_{ep}^{0.687})$ 로 表示된다⁽¹⁴⁾.

\bar{U} , \bar{V} 는 x, r 方向의 平均速度成分이고 u', v' 는 순간 速度變動成分이며, 下添字 f, p 는 第一流體와 第二流體를 가리키며, ν_{f1} 과 ν_{p1} 은 第一流體와 第二流體의 層流動粘性係數이다.

式 (1)~(5)誘導過程에서 x 方向에 따른 變化量은 r 方向에 따른 變化量보다 매우 작으므로 無視하였고 ($\frac{\partial}{\partial r} \gg \frac{\partial}{\partial x}$), 三次擴散傳達量($\overline{\rho'_i u'_j v'_k}$, $\overline{\rho'_i v'_j^2}$, ...)은 다른 項들에 비해 크기가 相對적으로 작고, 正確한 情報가 缺如되어 있으므로 無視하였다⁽¹³⁾.

2.2. 亂流모델의 設定

支配方程式 (1)~(5)를 數值的으로 解析하려면 亂流傳達項인 $\overline{u'_i v'_j}$, $\overline{u'_i v'_j^2}$, $\overline{\rho'_i u'_j}$, $\overline{\rho'_i v'_j}$ 등에 대한 모델이 必要하다.

本 研究에서는 簡單한 方法으로서 Boussinesq의 過粘性係數모델을 使用하였다⁽¹³⁾.

$$\overline{u'_i v'_j} = -\epsilon_f \frac{\partial \bar{U}_f}{\partial r} \quad (7)$$

$$\overline{u'_i v'_j^2} = -\epsilon_p \frac{\partial \bar{U}_p}{\partial r} \quad (8)$$

$$\overline{\rho'_i u'_j} = -\frac{\epsilon_p}{\sigma_\theta} \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x} \quad (9)$$

$$\overline{\rho'_i v'_j} = -\frac{\epsilon_p}{\sigma_\theta} \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial r} \quad (10)$$

여기서 ϵ_f 와 ϵ_p 는 第一流體와 第二流體의 스칼라渦粘性係數(scalar eddy viscosity)이며, $\epsilon_p / \sigma_\theta$ 는 第二流體의 渦擴散係數(eddy diffusivity)이다. Schmidt 數인 σ_θ 는 Melville과 Bray⁽⁸⁾가 사용한 0.7을 여기서도 使用하였다.

ϵ_f 와 ϵ_p 에 관한 모델은 Owen⁽⁹⁾의 假定을 使用하여 Melville과 Bray⁽⁸⁾에 의하여 처음으로 開發되었다.

本 研究에서는 최근에 Elghobashi와 Abou-Arab⁽¹¹⁾

가 固體粒子가 浮上된 流動에 대하여 理論的으로 구한 亂流運動에너지方程式에 根據하여 Sung과 Chung⁽¹³⁾이 提案한 模型을 使用하기로 한다.

이들에 의하면 第二流體에 의한 亂流운동에너지의 生成率은 $\bar{\rho}_f \epsilon_f \left(\frac{k}{\varepsilon} \right) \frac{d}{dr} \left[\epsilon_f \frac{d}{dr} \left(\frac{\bar{\rho}_p}{\rho_s} \right) \right] \left(\frac{d\bar{U}_f}{dr} \right)^2$ 에 比例하며 亂流運動에너지의 消滅率은 第一流體 그 自體 뿐만 아니라 第一流體와 第二流體사이의 相對運動에 의하여 일어나므로 平衡狀態의 亂流運動에너지 方程式에 混合距離模型을 適用하여 새로운 模型을 設定하였다.

即, 亂流運動에너지의 生成項 P 와 消滅項 ε 는 다음과 같이 近似的으로 表現될 수 있다⁽¹¹⁾.

$$P = \bar{\rho}_f \epsilon_f \left(\frac{d\bar{U}_f}{dr} \right)^2 + 0.1 \bar{\rho}_f \epsilon_f (k/\varepsilon) \left[\frac{\epsilon_f}{\sigma_\phi} \frac{d^2}{dr^2} (1-\alpha) \right] \left(\frac{d\bar{U}_f}{dr} \right)^2 \quad (11)$$

$$\varepsilon = \bar{\rho}_f \varepsilon - K \frac{\bar{\rho}_p}{t_*^*} \overline{u_f(u_p - u_f)} \quad (12)$$

亂流가 等方性이라고 假定하여 $k = \frac{3}{2} u_f^2$ 로 놓고 ε 에 대한 非粘性評價式 $\varepsilon = 0.08 k^{3/2}/l_f$ 을 使用하여 윗式을 簡略化하면,

$$P = \bar{\rho}_f \epsilon_f \left(\frac{d\bar{U}_f}{dr} \right)^2 + 1.02 \bar{\rho}_f \epsilon_f^2 \frac{l_f}{u_f} \frac{d^2(1-\alpha)}{dr^2} \left(\frac{d\bar{U}_f}{dr} \right)^2 \quad (11)'$$

$$\varepsilon = 0.147 \bar{\rho}_f u_f^3 / l_f + c_{pe} \frac{\bar{\rho}_p}{t_*^*} \overline{(u_f - u_p) u_f} \quad (12)'$$

따라서 亂流平衡關係($P = \varepsilon$)를 使用하면

$$\bar{\rho}_f u_f l_f \left[1 - 1.02 l_f^2 \frac{d^2(\bar{\rho}_p/\rho_s)}{dr^2} \right] \left(\frac{d\bar{U}_f}{dr} \right)^2 = 0.147 \bar{\rho}_f u_f^3 / l_f + c_{pe} \frac{\bar{\rho}_p}{t_*^*} \overline{(u_f - u_p) u_f} \quad (13)$$

여기서 u_f 와 u_p 는 第一流體, 第二流體의 亂流特性速度 尺度이고 l_f 는 第一流體의 亂流特性길이 尺度이다. 또 c_{pe} 는 0(1)정도의 값을 갖는 常數이다.

$\epsilon_f \sim u_f l_f$, $\epsilon_{f0} \sim l_f^2 \left| \frac{d\bar{U}_f}{dr} \right|$ 의 渦粘性係數 關係式을 使用하면 固體粒子가 浮上되어 있는 流體의 스칼라渦點性係數는 다음과 같이 表示된다.

$$\frac{\epsilon_f}{\epsilon_{f0}} = \left[\frac{6.8 - 6.8 l_f^2 \frac{d^2}{dr^2} \left(\frac{\bar{\rho}_p}{\rho_s} \right)}{1 + c_{pe} \frac{\bar{\rho}_p}{\rho_s} \frac{t_l}{t_*^*} \left(1 - \frac{\epsilon_p}{\epsilon_f} \right)} \right]^{1/2} \quad (14)$$

c_{pe} '는 常數이며 t_l 는 Lagrangian 積分特性時間(integral time scale)이다.

$\alpha \ll 1$ 인 境遇, 分子項의 둘째項은 매우 작으므로 省略될 수 있다.

固體粒子가 浮上되지 않은 流動에서 渦粘性係數 ϵ_{f0} 는 일반적으로 사용되고 있는 混合距離模型을 使用하여 구하였다.

$$\epsilon_{f0} = \kappa^2 (R-r)^2 D^2 \left| \frac{d\bar{U}_f}{dr} \right| \text{ for } (R-r) < \frac{\delta_{09}}{\kappa} \quad (15)$$

$$= \nu_{f1} a R \epsilon^b \text{ for } (R-r) > \frac{\lambda \delta_{09}}{\kappa} \quad (16)$$

여기서 D 는 Van Driest 減衰函數이며 $\alpha = 0.005$, $b = 0.9$, 이고 κ 는 Von Karman 常數인데 0.41이다. δ_{09} 는 境界層두께로 여기서는 管의 半徑을 使用하였고 λ 는 위 두 式이 부드럽게 連結되도록 定하였다.

第二流體의 渦粘性係數는 지금까지의 研究 結果를 綜合하여 보면 Lagrangian 積分時間에 대한 Stokesian relaxation 時間의 比의 函數로 表示된다.

이 關係를 一般的인 形態로 나타내면

$$\frac{\epsilon_p}{\epsilon_f} = \frac{1}{1 + \alpha \left(\frac{t^*}{t_l} \right)^\beta}$$

로 되고 α, β 는 常數로서 $\alpha = 1$, $\beta = 2$ 를 택하였다⁽¹²⁾.

流體의 層流流動에서 固體粒子가 浮上되어 흐르는 境遇 固體粒子주위의 流動場이 변하여 速度勾配에 대한 剪斷應力의 比와 運動에너지의 消滅率이 增加하는데 이것을 固體粒子의 存在에 의한 層流動粘性係數의 增加라고 한다⁽¹⁵⁾.

이와같이 固體粒子의 存在로 因하여 發生하는 層流動粘性係數의 增加量을 第二流體의 層流動粘性係數(ν_{p1})라고 定義한다. 層流流動의 速度勾配가 크지 않을 境遇 固體粒子의 添加에 의한 層流動粘性係數의 變化에 대해서는 Happel⁽¹⁵⁾, Frankel과 Acrivos⁽¹⁶⁾의 理論的 解析이 있는데, 그들은 固體粒子가 添加된 流動의 層流動粘性係數는 固體粒子의 負荷度의 增加에 따라 커지는 것을 보여주었다.

그러나 本 研究에서는 考慮해야될 곳이 壁 근처이기 때문에 速度勾配가 매우 커서 위의 理論을 그대로 適用할 수는 없다. 壁 근처에서는 양력(lift force), re-entrainment, deposition 등의 매우 複雜한 현상이 일어나 모델하기가 어렵다. 따라서 Choi와 Chung⁽¹²⁾의 모델대로 固體粒子의 運動이 亂流때문에 일어나므로 層流動粘性係數를 周圍亂流에 依存한다고 假定하여 다음과 같이 놓는다⁽¹³⁾.

$$\frac{\nu_{p1}}{\epsilon_p} = \frac{\nu_{f1}}{\epsilon_f} \quad (18)$$

3. 數值解析方法

本 解析에서는 支配方程式을 풀기 위하여 Patankar와 Spalding⁽¹⁷⁾의 forward marching 技法을 使用하였다.

座標變換은 第一流體의 連續方程式에서 誘導되는 流線函數로 各亂流偏微分方程式을 變換(Von Mises transformation) 하였으며, 이 境遇 \bar{V}_r 는 自動的으로 消去된다. 第一流體와 第二流體에 관한 支配方程式 (1)~(5)의 解析에서 壓力勾配項은 forward marching 計算過程동안 速度分布가 바뀌고 境界條件으로서 實際로 주어진 半徑과 代表變換된 連續方程式을 滿足하는 半徑과는 計算 過程에서 流量이 같기 위하여, 假想半徑이 速度變化가 심할 境遇 差異가 생기기 때문에 이를 補償하기 위해 Patankar 와 Spalding⁽¹⁷⁾이 提示한 方法을 使用하면 壓力勾配는

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{F'}{A} - \frac{m\bar{U}}{A^2} \frac{dA}{dx} \quad (19)$$

로 表示된다.

여기서 F' 는 管의 單位길이當 壁面의 摩擦로 인한 힘이며 $\frac{F'}{A} = \frac{2\tau_w}{r}$ 로 표시되는데 τ_w 은 壁面應力이다.

壁面應力은 第一流體에 의한 것과 第二流體에 의한 것으로 區分되는데 第一流體에 의한 壁面剪斷應力은 Patankar 와 Spalding⁽¹⁷⁾ 처럼 壁面 근처에서 y^+ 가 2 보다 작은 連結點(join-point)에서 $R_{e,2.5}$ 가 一致되어야 하는 條件을 使用하여 壁面에서의 剪斷應力을 求하였다.

第二流體에 의한 壁面剪斷應力은 第二流體의 速度分布를 使用하여 壁面에서의 速度勾配를 求해서 얻을 수 있다.

管入口에서의 速度分布는 流動이 完全히 發達되었다 (fully developed)고 假定하고 Sung 과 Chung⁽¹³⁾의 境遇와 마찬가지로

$$\frac{dP}{dx} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[(\mu_{eff,r} + \mu_{eff,\theta}) r \frac{d\bar{U}_r}{dr} \right] \quad (20)$$

로 求하는데 $\frac{dP}{dx}$ 의 값은

速度分布가 連續方程式을 만족할 때까지 反復(iteration)함으로써 定하였다.

第二流體의 初期速度分布도 第一流體와 같은 分布를 가지나 實驗結果^(3,4)를 참조하여 절대값은 \bar{U}_r 보다 작게 하였다.

\bar{V}_r 의 初期速度는 없으며, \bar{p}_r 의 初期分布는 주어진 固體粒子의 負荷度 Z 에 따라 均一하게 놓았다.

壁面에서의 境界條件은 Di Giacinto 와 Sabetta⁽¹⁸⁾와 같으나 固體粒子의 速度勾配는 지금까지 보고된 實驗結果^(3,4,18)들을 참고하여 差異를 두어 다음과 같이 하였다.

$$\bar{U}_r = \bar{V}_r = 0, \quad \frac{d\bar{p}_r}{dr} = 0,$$

$$\left. \frac{d\bar{U}_r}{dr} \right|_{wall} = 0.8 \left. \frac{d\bar{U}_r}{dr} \right|_{wall} \quad (21)$$

第一流體와 第二流體의 渦粘性係數比 그리고 第一流體의 渦粘性關係式으로 Lagrangian 時間 (t_i)을 求하면 다음과 같다.

식 (17)에서

$$\frac{\epsilon_r}{\epsilon_f} = \frac{1}{1 - \left(\frac{t^*}{t_i}\right)^2} \quad (22)$$

또한 Lagrangian 時間 t_i 은

$$t_i = l_f^2 / \epsilon_f \quad (23)$$

$\bar{p}_r / \rho_s \ll 1$ 인 境遇 渦粘性係數比는

$$\frac{\epsilon_r}{\epsilon_{f0}} = \left[\frac{6.8}{1 + C_{pe}' \frac{\bar{p}_r}{\rho_f} \frac{t_i}{t^*} \left(1 - \frac{\epsilon_r}{\epsilon_f}\right)} \right]^{1/2} \quad (24)$$

그러면 식 (22)(23)(24)에서 四次方程式의 形態를 取하게 된다.

$$At_i^4 + Bt_i^2 + Ct_i + D = 0 \quad (25)$$

여기서 $A = 6.8 \epsilon_{f0}^2$, $B = 6.8 t^{*2} \epsilon_{f0}^2 - l_f^4$, $C = -C_{pe}' \frac{\bar{p}_r}{\rho_f} t^* l_f^4$, $D = -t^{*2} l_f^4$ 이다.

이 四次方程式의 解는 Newton-Raphson 技法을 使用하여 初期値는 $t_{i0} = l_f^2 / \epsilon_{f0}$ 로 시작하여 數值計算의 終末은

$$\left| \frac{t_{i,k+1} - t_{i,k}}{t_{i,k+1}} \right| \leq \delta \text{로서}$$

$\delta = 0.001$ 로 하였다.

4. 計算結果 및 討議

本 研究에서 수행한 數值計算結果를 比較하기 위하여 Boothroyd⁽²⁾의 實驗結果를 使用하였다. 그는 球形亞鉛粉末이 浮上된 二相亂流 管内流動의 管摩擦係數를 測定하였는데 管直徑은 0.0254 m, 0.0508 m, 0.0762 m 이고 粒子의 平均크기는 15 μm 이다.

固體粒子의 負荷度는 0.3~5이고 管直徑과 流體速度로 定義된 Reynolds 數($R_e = \frac{\bar{p}_r \bar{U}_r D}{\mu}$)는 53,000으로 定하였다.

Fig. 1은 實驗誤差가 10%인 Boothroyd⁽²⁾가 測定한 管摩擦係數를 數值計算結果와 比較한 것이다.

點線은 Choi 와 Chung⁽¹²⁾의 모델이고 實線은 本 研究에서 計算한 結果이다.

Choi 와 Chung⁽¹²⁾의 모델은 渦粘性係數모델이 Stokes 數가 작은 境遇에만 만족되고, 第一流體와 第二流體의 速度가 같다고 假定하였기 때문에 管直徑에 대해 固體粒子가 相對的으로 커짐에 따라 Stokes 數가 增加되면 가정에 문제가 생긴다. 따라서 管直徑이 작아짐

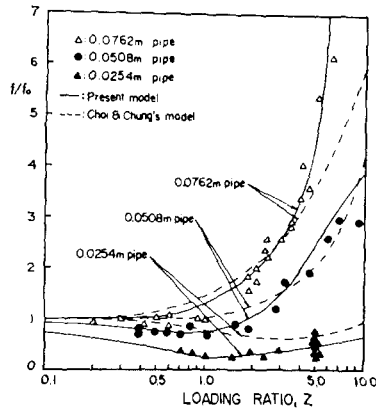


Fig. 1 Comparison of predicted friction factors with experimental data by Boothroyd⁽²⁾

에 따라 渦粘性係數가 크게 豫測되었다.

그러나 本 研究에서는 Stokes 數가 커져도 잘맞는 渦粘性係數모델을 사용하였고, 速度差를 考慮하였기때문에 Choi 와 Chung⁽¹²⁾의 모델보다 負荷度가 큰 곳과 Stokes 數가 커진 곳에서도 잘 一致하는 것을 알 수 있다. 또 管直徑에 대한 固體粒子的 크기가 작을수록 管摩擦係數가 增加하는 것을 알 수 있다.

即, Reynolds 數와 固體粒子的 負荷度가 주어진 境遇 壁摩擦係數는 官直徑에 대한 粒子的 相對的 크기가 작을수록 커지는 것을 알 수 있다.

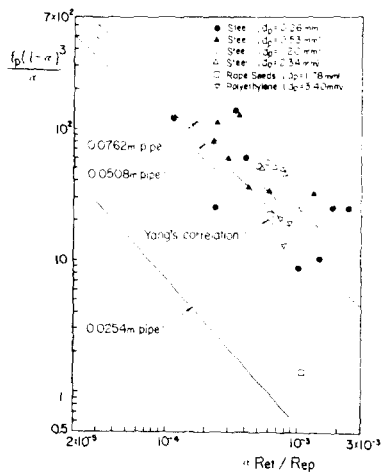


Fig. 2 Solid friction factor correlation for various gas-solid loading ratios

Fig. 2 는 固體粒子的 壁摩擦係數를 表示하는데 다음과 같이 定義된다⁽¹⁹⁾.

$$f_p = \frac{2 D \Delta p_s}{\rho_f U_p^2 L} \tag{26}$$

여기서 Δp_s 는 固體粒이에 의한 壓力降下를 나타낸다.

點線은 Yang⁽¹⁹⁾이 여러 實驗結果⁽⁵⁾들을 綜合 分析하여 提案한 關係式으로

$$f_p \frac{(1-\alpha)^3}{\alpha} = 0.0126 \left(\alpha \frac{(R_e)_t}{(R_e)_p} \right)^{-0.979} \tag{27}$$

로 表示된다.

$(R_e)_t = \frac{\rho_f \bar{U}_t d_p}{\mu_f}$ 이고 \bar{U}_t 는 固體粒子的 終末速度 (terminal velocity)이다.

Yang⁽¹⁹⁾이 사용한 實驗데이터는 第一流體와 第二流體의 速度差가 本 解析보다는 훨씬 큰 값이다 (5 m/sec ~ 10 m/sec).

實線은 本 研究의 解析結果인데 管直徑에 관계없이 모두 기울기는 Yang⁽¹⁹⁾의 結果와 비슷하다. 即, 本 解析에서 구한 f_p 도 Yang⁽¹⁹⁾이 提案한 상관 關係 (correlation curve)로 표현될 수 있다.

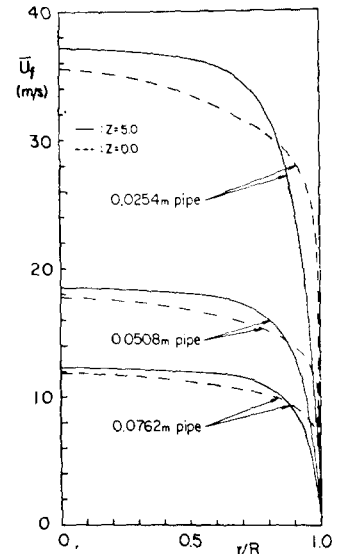


Fig. 3 Mean velocity profiles for various gas-solid loading ratios in a pipe

Fig. 3 은 0.0254 m, 0.0508 m, 0.0762 m 管의 固體粒子的 負荷度에 따른 第一流體의 平均速度分布를 나타낸다.

固體粒子的 負荷度가 增加함에 따라 速度分布가 管中心에서 더 濃縮해지는 것을 볼 수 있는데 그 정도는 管直徑에 대한 固體粒子的 相對的 크기가 커짐에 따라 더욱 심한 것을 알 수 있다.

固體粒子的 負荷度가 커짐에 따라 管中心에서의 最

大速度가 增加하는 것은 Gill⁽²⁶⁾이 實驗에서 밝힌 것과 一致한다.

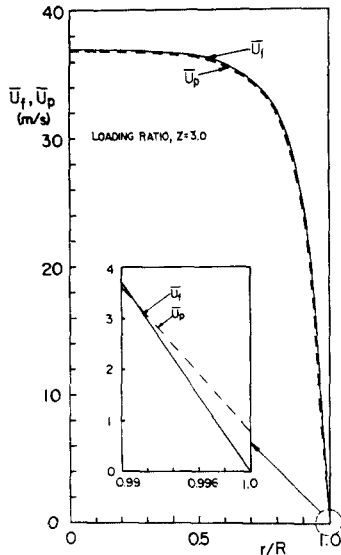


Fig. 4 Mean velocity profiles of gas and solid in a pipe

Fig. 4는 주어진 負荷度에서 第一流體와 第二流體의 速度分布를 나타내는데 壁面 근처에서 第二流體의 速度가 第一流體를 앞지르는 것을 볼 수 있다.

5. 結 論

固體粒子가 浮上된 二相亂流 管内流動을 2流體方程式 모델을 使用하여 數值積分하여 實驗結果와 比較한 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 本 解析에 使用한 渦粘性係數모델은 管直徑에 대한 粒子의 相對的 크기가 커져서 Lagrangian 積分 時間에 대한 Stokesian relaxation 時間의 比가 커져도 잘 맞는 것을 알 수 있다. 또 粒子가 커지고 運搬流體의 速度가 느리면 第一流體와 第二流體의 速度差는 考慮되어야 한다.

(2) 固體粒子의 管直徑에 대한 相對的 크기가 작아지면 管摩擦係數는 增加한다.

(3) 固體粒子의 相對的 크기가 크고, 負荷度가 작으면 固體粒子가 浮上된 二相流의 管摩擦係數는 순수한 流動보다 작다.

(4) 粒子의 負荷度가 커짐에 따라 管의 中心에서의 最大速度는 커지게 된다.

(5) 固體粒子가 浮上되어있는 二相流의 管内流動의 境遇, 壁面附近에서 第二流體의 速度가 第一流體를 앞 지르는 것을 알 수 있다.

參 考 文 獻

- (1) C.A. Depew and L. Farbar, Heat Transfer to Pneumatically Conveyed Glass Particles of Fixed Size, J. of Heat Transfer, Trans. of ASME, May, pp.164~172, 1963
- (2) R.G. Boothroyd, Pressure Drop in Duct Flow of Gaseous Suspensions of Fine Particles, Trans. Instu. Chem. Engrs., Vol. 44, pp.306~313, 1966
- (3) S.L. Lee, On the Motion of Particles in Turbulent Duct Flows, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 8, No. 2, pp.125~146, 1982
- (4) Yutaka Tsuji, Yoshinobu Morikawa and Hiroshi Shiomi, LDV Measurements of an Air-Solid Two-Phase Flow in a Vertical Pipe, J. Fluid Mech., Vol.139, pp.417~434, 1984
- (5) C.E. Capes and K. Nakamura, An Experimental Study with Particles in the Intermediate and Turbulent Flow Regimes, The Canadian J. of Chemical Engineering, Vol. 51, pp.31~38, 1973
- (6) M.P. Sharma and C.T. Crowe, A Novel Physico Computational Model for Quasi One-Dimensional Gas-Particle Flows, J. of Fluids Engg., Trans. ASME, Vol. 100, pp.343~349, 1978
- (7) C.T. Crowe, M.P. Sharma and D.E. Stock, The Particle-Source-in-cell Method for Gas Droplet Flow, J. of Fluids Engg., Trans. ASME, Vol. 99, No. 2, pp.325~332, 1977
- (8) W.K. Melville and K.N.C. Bray, A Model of the Two Phase Turbulent Jet, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 22, pp.647~656, 1979
- (9) P.R. Owen, Pneumatic Transport, J. Fluid Mech., Vol. 39, pp.407~432, 1969
- (10) C.C. Meek and B.G. Jones, Studies of the Behaviour of Heavy Particles in a Turbulent fluid flow, J. Atmos. Sci., Vol. 30, pp.239~244, 1973

- (11) S.E. Elghobashi and T.W. Abou-Arab, A Two-Equation Turbulence Model for Two-Phase Flows, *phys. of Fluids*, Vol. 26, pp. 931~938, 1983
- (12) Y.D. Choi and M.K. Chung, Analysis of Two Phase Turbulent Flow in Pipe with Suspension of Solid Particles, *Trans. KSME*, Vol. 5, pp. 159~169, 1981
- (13) H.J. Sung and M.K. Chung, Analysis of Turbulent Gas-Particle Suspension Flows in a Venturi, *Trans. KSME*, Vol. 8, pp. 133~140, 1984
- (14) R.G. Boothroyd, *Flowing Gas-Solid Suspensions*, Chapman and Hall LTD, 1971
- (15) J. Happel, *Viscosity of Suspensions of Uniform Spheres*, *J. Applied Physics*, Vol. 28, pp. 1288~1292, 1957
- (16) N.A. Frankel and A. Acrivos, On the Viscosity of a Concentrated Suspension of Solid Spheres, *Chem. Engg. Sci.*, Vol. 22, pp. 847~853, 1967
- (17) S.V. Patankar and D.B. Spalding, *Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*, 2nd Ed., International Textbook Company Ltd., London, 1970
- (18) M. Di Giacinto, F. Sabetta and R. Riva, Two-Way Coupling Effects in Dilute Gas-Particle Flows, *J. of Fluids Engg.*, *Trans. ASME*, Vol. 104, pp. 304~312, 1982
- (19) W.C. Yang, A Correlation for Solid Friction Factor in Vertical Pneumatic Conveying Lines, *AIChE Journal*, Vol. 24, No. 3, pp. 548~552, 1978
- (20) L.E. Gill, C.F. Hewitt and M.C. Lacey, Sampling Probe Studies of the Gas Core in Annular Two-Phase Flow- II, *Chem. Engr. Sci.*, Vol. 19, pp. 665, 1964