

韓國 軍事運營分析 學會誌

第 11 卷, 第 2 號, 1985.12.

## 生産者の 收入을 最大化하는 豫備檢査量 決定

(Determination of Preliminary Sample Size

for the Maximization of Producer's Revenue)

全 永 鎬\*

### Abstract

This paper considers the following case: (1) the product is paid by the right price for a lot accepted by a given consumer's acceptance sampling plan, and (2) the product is paid by the discounted price for a lot rejected by this plan.

In such a case, the producer's sampling plan need not be the same as that of the consumer's. From the producer's view point, the producer need to determine the preliminary sample size which maximizes his revenue.

This paper, therefore, determines an optimal preliminary sample size from the producer's view point. This preliminary sample size is affected by the consumer's acceptance sampling plan, percent defective, preliminary inspection cost and the discount rate of the price.

### 1. 序 論

品質管理란 製品의 品質特性을 測定하여 標準과 비교하여 차이에 대한 조치를 취하는 통계적인 체계를 말한다. 이러한 통제를 위해서 檢査가 행해지는데, 檢査에는 全數檢査와 샘플링檢査가 있다. 全數檢査는 檢査가 비파괴檢査이면서 檢

査량이 적거나, 檢査費用이 적은 경우, 혹은 製品이 高價이거나, 製品의 信賴도가 매우 重要한 경우에 사용한다. 그러나 大量生産體制下에서는 모든 製品을 일일이 檢査해 본다는 일은 매우 어려운 일이며, 또한 파괴檢査의 경우는 不可能하므로, 가능한한 적은 費用으로 원하는 品質水準을 얻을 수 있는 샘플링檢査가 必

\* 弘益大學校

要하게 되었다. 즉 檢査項目이 늘고, 檢査量이 많은 경우에는 샘플링檢査를 하는 것이 經濟的이다.

檢査製品의 品質表示 方法으로는 不良個數, 결점수, 특성치 등의 세가지가 있다. 不良個數와 결점수에 의한 샘플링檢査方法을 計數型 샘플링檢査라 하고, 특성치에 의한 샘플링檢査 方法을 計量型 샘플링檢査라 한다. 計數型 샘플링檢査와 計量型 샘플링檢査 각각에 대해 規準型, 選別型, 調整型, 連續生産型 등 네가지 形態의 檢査方式이 있다.

規準型은 生産者和 消費者에 대한 保護를 規定해서 生産者和 消費者의 要求를 동시에 만족시키도록 실행하는 것이다. 즉 規準型檢査는 미리 지정된 合格品質水準, 生産者危險과 로트許容不良率, 消費者危險을 만족하도록 설계된다.

Guenther [2, 3], Jaech [7] 와 Hald [6] 등은 이와 같은 規準型檢査에서 일정水準의 生産者危險과 消費者危險을 만족하는 샘플 크기의 範圍를 구하였다. 또한 Hahn [4]과 Hailey [5]는 合格判定個數를 零으로 했을 때 최소 샘플의 數를 구하였다. 選別型은 샘플중 不良品の 數가 合格判定個數보다 크면, 로트는 不合格되어 全數檢査를 거쳐 不良品을 良品과 代替하는 것을 特徵으로 한다. 따라서 選別型檢査는 規準型檢査에 비해 生産者에게 자극을 적게 준다.

본 研究에서는 生産者에게 品質向上에 대한 자극을 주기 위한 다른 方法으로, 消費者는 製品의 로트로부터  $n$ 개의 샘플을 추출하여 不良品이  $c$ 個以下 發見되면 로트 전체를 구입하고, 不良品이  $c$ 個보다 많이 發見되면 구입하지 않은 경우에 대해 살펴 보려고 한다. 이 경우

生産者 입장에서는 消費者檢査를 통과하기 위해, 製品生産後 미리 自體檢査를 통해 製品의 品質을 제고하려고 努力할 것이다. 이 때 生産者 입장에서 收入이 최대가 되는 檢査量의 결정이 문제가 된다. 檢査量의 결정에 影響을 미치는 요소는 製品의 工程不良率, 檢査費用, 檢査時 發見되는 不良品の 代替費用, 로트가 不合格되었을 때 입는 損害, 消費者檢査의 샘플크기와 合格判定個數 등이 있다. 따라서 본 研究에서는 이러한 條件을 고려하였을 때 收入이 최대화되는 샘플의 크기를 결정하고자 한다.

## 2. 假 定

1. 製品의 檢査時 不良品은 실수없이 發見할 수 있다.
2. 消費者檢査時 不合格된 로트는 製品 正常價格의 일정퍼센트에 일괄적으로 판매한다.
3. 로트가 合格될 確率은 累積 포아송 분포를 따른다.

## 3. 記 號

- R : 生産者の 收入  
 N : 로트의 크기  
 V : 製品單位當 正常價格  
 p : 製品의 工程不良率  
 p' : 生産者 자체檢査후의 不良率  
 n : 消費者 檢査時 샘플의 크기  
 n' : 生産者 자체檢査時 샘플의 크기  
 c : 消費者 檢査時 合格判定個數  
 L(p) : 不良率이 p인 로트가 合格될 確率  
 Ci : 製品單位當 檢査費用  
 Cr : 生産者 檢査時 發見된 不良品の 代替費用  
 $\alpha$  : 로트가 不合格될 경우 割引率

#### 4. 生産者檢査時 샘플의 크기결정

生産者檢査時 샘플의 크기를  $n'$ 라 하고, 발견된 不良品을 良品으로 代替하면, 檢査후의 平均出檢品質  $p'$ 는

$$p' = (N - n')p / N \quad \dots\dots\dots(1)$$

이 되고, 消費者檢査時 이 로트가 合格 될 確率은

$$L(p') = \sum_{x=0}^c \exp(-n(N-n')p/N) (n(N-n')p/N)^x / X! \quad \dots\dots\dots(2)$$

가 된다. 이 때, 生産者 입장에서의 收入  $R$ 은

$$R = L(p')NV + (1 - L(p'))NV(1 - \alpha) - n'Ci - n'pCr \quad \dots\dots\dots(3)$$

이 된다. (3)을 最大化하는  $n'$ 를 구하기 위해  $n'$ 에 대해 미분하여 0으로 놓으면

$$\partial R / \partial n' = (\partial L(p') / \partial n')NV - (\partial L(p') / \partial n')NV(1 - \alpha) - Ci - pCr = p \cdot \exp(-mp) (mp)^c nV\alpha / c! - Ci - pCr = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

가 된다. 단, (4)에서  $m$ 의 값은  $m = n(1 - n' / N) \quad \dots\dots\dots(5)$

이다. (4), (5)를 만족하는  $n'$  값이 최대인 지를 알아 보기 위해  $R$ 을  $n'$ 에 대해 두번 미분하면,

$$\partial^2 R / \partial n'^2 = (\partial / \partial n' (\partial L(p') / \partial n'))NV\alpha = (\partial / \partial n' (\partial m / \partial n')) \cdot (\partial L(p') / \partial m) \cdot NV\alpha = [(\partial^2 m / \partial n'^2) (\partial L(p') / \partial m) + (\partial m / \partial n')^2 (\partial^2 L(p') / \partial m^2)] NV\alpha \quad \dots\dots\dots(6)$$

이 된다. (6)에서

$$\partial^2 m / \partial n'^2 = 0 \quad \dots\dots\dots(7)$$

이므로

$$\partial^2 R / \partial n'^2 = (\partial m / \partial n')^2 \cdot (\partial^2 L(p') / \partial m^2) NV\alpha \quad \dots\dots\dots(8)$$

이 된다. (8)에서  $(\partial m / \partial n')^2 \geq 0$ 이고,  $NV\alpha \geq 0$ 이므로,  $\partial^2 R / \partial n'^2$ 의 부호는  $\partial^2 L(p') / \partial m^2$ 의 부호와 같게 된다.

$$\partial^2 L(p') / \partial m^2 = p(mp)^{c-1} \exp(-mp) (p-c/m) / c! \quad \dots\dots\dots(9)$$

에서  $(p-c/m)$ 의 부호에 따라 전체 부호가 결정된다.

$$p-c/m = p-c / (n(1-n'/N)) \quad (10)$$

에서  $c > pn$ 이면  $p-c/m < 0$ 이므로(4), (5)를 만족하는  $n'$ 값에서 收入이 最大化된다. 반면  $c < pn$ 인 경우는  $n' > N(1-c/(pn))$ 을 만족하면  $p-c/m < 0$ 이므로 (4), (5)를 만족하는  $n'$  값이 최적이 되고,  $n' < N(1-c/(pn))$ 이면  $p-c/m > 0$ 이므로  $n'=0$ 일 때  $R$ 값과  $n'=N$ 일 때  $R$ 값을 비교하여 收入이 더 크게 되는  $n'$  값이 최적이 된다.

#### 5. 例 題

例로서 로트의 크기가 5,000, 工程 不良率이 0.01, 製品單位當 價格이 1,000 원, 製品單位當 檢査費用이 30 원, 檢査時 발견되는 不良品の 代替費用이 600 원이고, 로트가 不合格될 때 價格割引率 10%인 경우, 合格判定個數  $c$ 를 變化시켰을 때 生産者收入이 최대가 되는 檢査量은 그림 1과 같다. 즉 合格判定個數

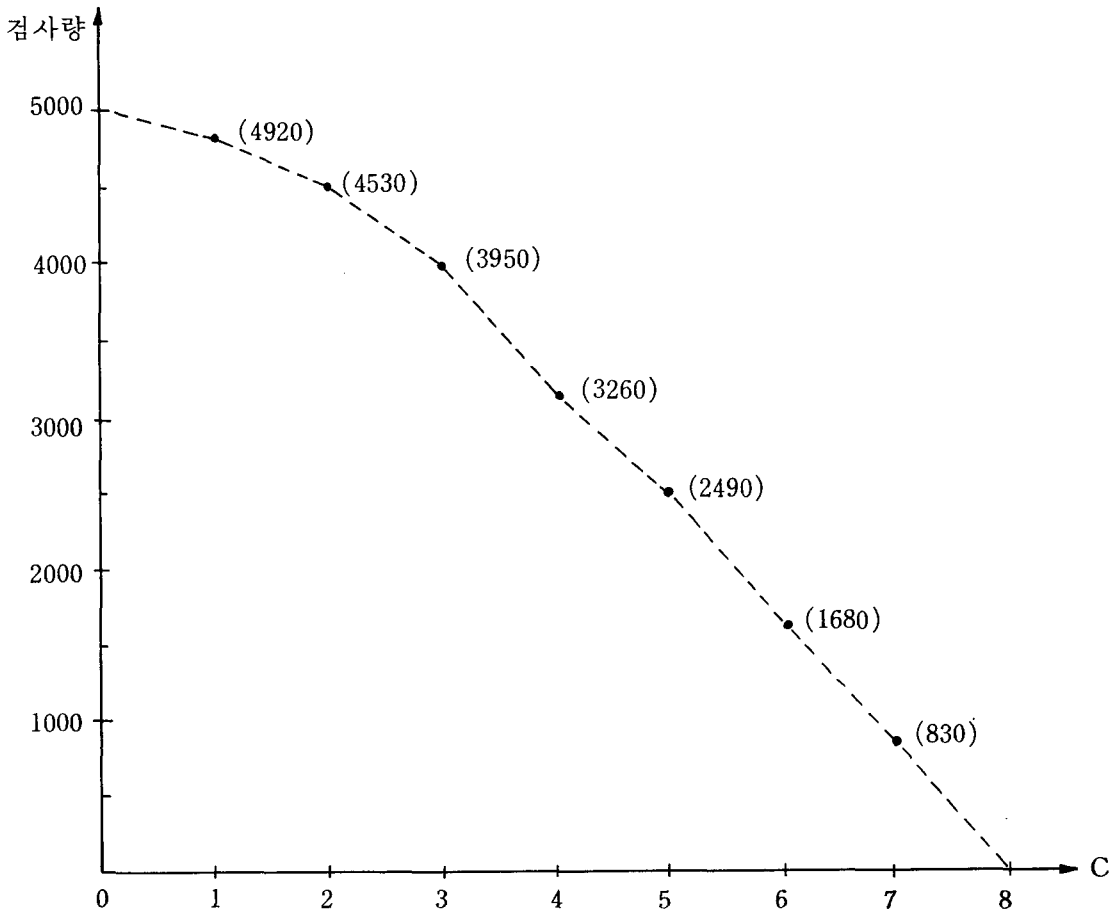


그림 1. 합격判定個數 變化에 따른 適正檢査量의 變化( $p=0.01$ 일 때)

$c$ 가 적으면 적을수록 生産者 檢査量은 증가하고,  $c$ 가 커질수록 檢査量은 감소하는 것을 볼 수 있다. 또한 이 예에서 나머지 조건은 그대로 두고, 工程不良率만 0.005로 낮아 졌을 때,  $c$ 값 變化에

따른 최적檢査量을 구하면 그림 2와 같다. 즉 工程이 개선되어 不良率이 낮아지면 전체적인 檢査量이 적어지고 또한 無檢査가 최적인 合格判定個數가  $c=8$  이상에서  $c=6$  이상으로 變化하는 것을 볼 수 있다.

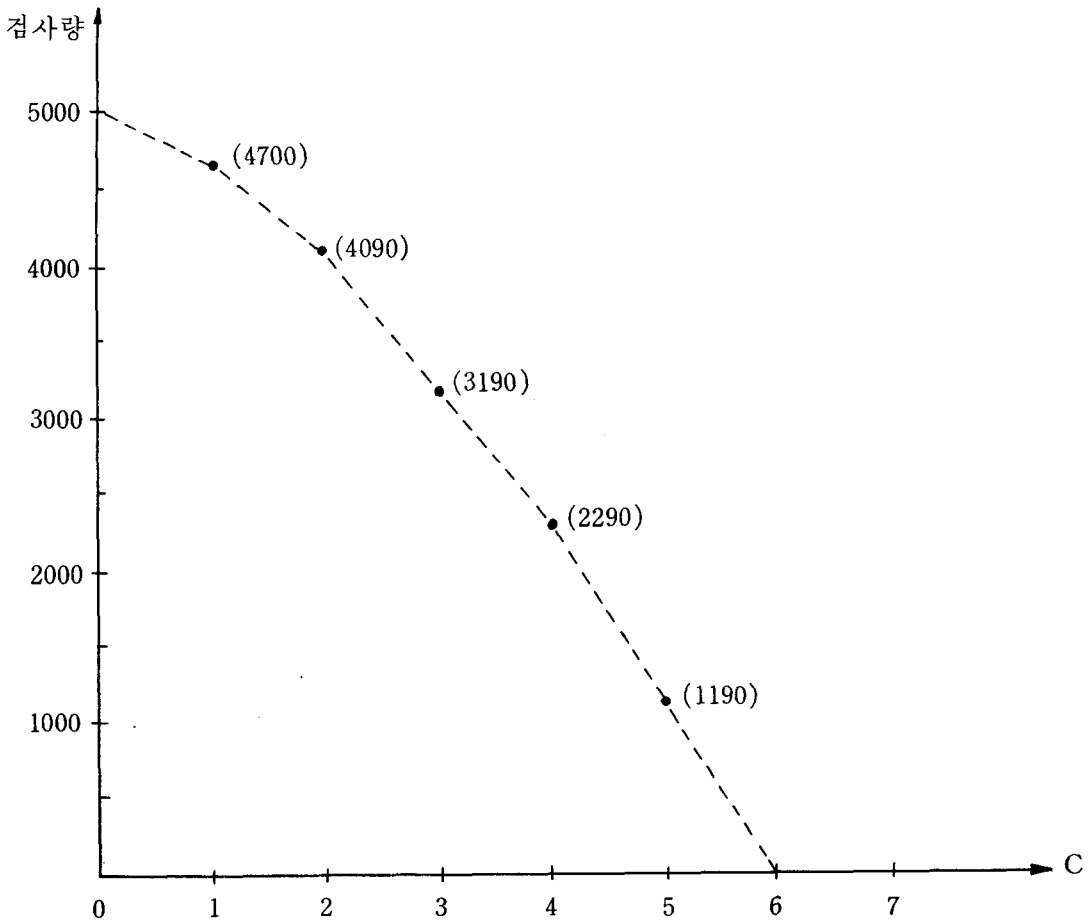


그림 2. 合格判定個數 變化에 따른 適正檢査量의 變化 ( $p=0.005$ 일 때)

### 參 考 文 獻

1. Feigenbaum, A.V., *Total Quality Control*, 3rd Edition, McGraw-Hill Book Co., New York, 1983.
2. Guenther, W.C., "A Procedure for Finding Double Sampling Plans for Attributes," *J. of Quality Technology*, Vol. 2, pp. 219-225, 1970.
3. Guenther, W.C., "A Sample Size Formula for the Hypergeometric," *J. of Quality Technology*, Vol. 5, pp. 167-170, 1973.
4. Hahn, G.J., "Minimum Size Sampling Plans," *J. of Quality Technology*, Vol. 6, pp. 121-127, 1974.
5. Hailey, W.A., "Minimum Sample Size Single Sampling Plans," *ASQC Quality Congress Trans.*, pp. 1108-1115, 1981.
6. Hald, A., "A Note on the Determination of Attribute Sampling Plans of Given Strength," *Technometrics*, Vol. 19, pp. 211-212, 1977.
7. Jaech, J.L., "Determination of Acceptance Numbers and Sample Sizes for Attribute Sampling Plans," *J. of Quality Technology*, Vol. 12, pp. 187-190, 1980.