

# 無効電力 最適制御에 의한 電力損失의 最小化

李亨勸 / 電力系統研究室

## [Abstract]

This paper presents an efficient method for real power loss minimization and for improvements in voltage profiles. This method is accomplished by optimal control of reactive power in the system. The problem is formulated as an optimization problem, suitable for solution by linear programming technique. After establishing the objective function for minimizing the system losses with the help of linearised sensitivity relationships of control variables, i. e., the transformer tap position, generator terminal voltages and switchable reactive power sources. The linear programming technique is used to determine the optimal adjustments to the above variables, simultaneously satisfying the constraints. The proposed algorithm has been tested on a sample system and the result is presented and discussed.

## I. 序 論

電力系統의 規模가 大型化 및 復雜化 되어감

에 따라 電力損失이 증가하게 되며 효율적인 系統의 運營이 어려워진다. 따라서 오래전부터 系統의 損失을 줄이고 系統의 電圧狀態를 개선하고자 많은 方法이 제시되어 왔다.<sup>[1]</sup> 電力系統의 制御變數인 變壓器 탭과 發電機의 端子電壓을 조정하고 無効電力 補償裝置를 적절한 位置에 설치하여 系統의 無効電力을 조정하면 電力損失을 상당히 줄일 수 있다.

電力損失을 줄이기 위한 目的函數는 制御變數에 따라 非線型(Nonlinear)의 으로 변하기 때문에 過去에는 感度函數와 最大傾斜法(Gradient method)을 이용하여 無効電力 制御法을 제시했고,<sup>[2]-[5]</sup> Newton Raphson法과 Kuhn-Tucker 定理를 이용하여 制御變數 操作에 의해 電力損失을 줄이는 方法<sup>[6]-[7]</sup>과 感度函數를 이용하여 發電費用을 最小化하는 方法도 제시되어 왔다.<sup>[8]</sup> 그러나 이런 方法들은 非線型的인 解法으로서 신속한 解를 구하는데 어려움이 있으며 非常運轉時 感度函數를 효율적으로 이용하지 못하는 短点이 있다. 또 每演算時 마다 潮流解析을 해야하는 時間的인 遲延要素도 있다.

本論文에서는 最小化할 目的函數를 線型的의 으로 다루었으며 制御變數로는 Chenoweth<sup>[9]</sup>와 Elangovan<sup>[10]</sup>과 같이 變壓器 탭, 發電機 電壓 그리고 無効電力原을 취했다.

Chenoweth<sup>[9]</sup>와는 달리 每演算의 潮流解析을

하지않고 感度行列(Sensitivity matrix)과 線型 計劃法에 의해 直接 損失電力 最小化를 했다. 따라서 컴퓨터 容量과 演算時間을 줄일 수 있다.

II. 最適運用狀態의 定式化

1. Mismatch 電力方程式의 構成

母線 1 을 슬랙母線으로 취하고 m個의 發電機와 n個의 母線이 있을때 母線 i에서 流出入電力(Net injected complex power)은 다음과 같다.

$$P_i - jQ_i = V_i^* I_i \quad i = 1, \dots, n \quad \dots\dots (1)$$

여기서

$P_i, Q_i$ : 母線 i에서 有効, 無効電力

$V_i, I_i$ : 母線 i에서 電壓, 電流

式(1)을 實數部와 虛數部로 나누면

$$P_i = \text{Real}(V_i^* I_i) = PG_i - PD_i \quad \dots\dots (2)$$

$$Q_i = -I_m(V_i^* I_i) = QG_i - QD_i \quad \dots\dots (3)$$

$$i = 1, \dots, n$$

여기서

$PG_i, QG_i$ : 母線 i에서 發電된 有効, 無効電力

$PD_i, QD_i$ : 母線 i에서 有効分 無効分 需要電力(Demands)

母線 i에서 流出入電流(Net injected current)는

$$I_i = \sum Y_{ij} V_j \quad j = 1, \dots, n \quad \dots\dots (4)$$

$Y_{ij}$ : 母線 i, j間의 相互어드미턴스

따라서 式(2), (3)은

$$P_i = \text{Real}(V_i^* \sum Y_{ij} V_j) \quad \dots\dots (5)$$

$$Q_i = -I_m(V_i^* \sum Y_{ij} V_j) \quad \dots\dots (6)$$

$$j = 1, \dots, n$$

여기서 母線 i의 電壓, 電流는

$$V_i = |V_i| \exp(j\delta_i)$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$$

와 같으므로 式(5), (6)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} P_i &= \text{Real}(|V_i| e^{-j\delta_i} \sum (G_{ij} + jB_{ij}) |V_j| e^{j\delta_j}) \\ &= \text{Real}(|V_i| \sum (G_{ij} + jB_{ij}) |V_j| \exp(j(\delta_j - \delta_i))) \\ &= \sum (|V_i| |V_j| G_{ij} \cos(\delta_j - \delta_i) - |V_i| |V_j| B_{ij} \sin(\delta_j - \delta_i)) \end{aligned} \quad \dots\dots (7)$$

$$\begin{aligned} Q_i &= -I_m(|V_i| e^{-j\delta_i} \sum (G_{ij} + jB_{ij}) |V_j| e^{j\delta_j}) \\ &= -I_m(|V_i| \sum (G_{ij} + jB_{ij}) |V_j| \exp(j(\delta_j - \delta_i))) \\ &= -\sum (|V_i| |V_j| B_{ij} \cos(\delta_j - \delta_i) + |V_i| |V_j| G_{ij} \sin(\delta_j - \delta_i)) \end{aligned} \quad \dots\dots (8)$$

$$i = 1, \dots, n$$

式(7), (8)을 電力損失을 고려하여 定理하면 다음과 같은 2n個의 方程式을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} f_1 &= P_1 - \sum_{j=1}^n \{|V_1| |V_j| G_{1j} \cos(\delta_j - \delta_1) - |V_1| |V_j| B_{1j} \sin(\delta_j - \delta_1)\} \\ &\vdots \\ f_n &= P_n - \sum_{j=1}^n \{|V_n| |V_j| G_{nj} \cos(\delta_j - \delta_n) - |V_n| |V_j| B_{nj} \sin(\delta_j - \delta_n)\} \\ f_{n+1} &= Q_1 + \sum_{j=1}^n \{|V_1| |V_j| G_{1j} \sin(\delta_j - \delta_1) + |V_1| |V_j| B_{1j} \cos(\delta_j - \delta_1)\} \\ &\vdots \\ f_{2n} &= Q_n + \sum_{j=1}^n \{|V_n| |V_j| G_{nj} \sin(\delta_j - \delta_n) + |V_n| |V_j| B_{nj} \cos(\delta_j - \delta_n)\} \end{aligned} \quad \dots\dots (9)$$

여기서  $f_i (i = 1, \dots, 2n)$ 를 mismatch 電力方程式이라 한다.

2. 制御變數와 狀態變數

電力系統의 變數는 크게 3 가지로 구분할 수 있다. 즉 임의로 값을 조정할 수 있는 制御變數(Control variables)와 制御變數값이 조정됨에 따라 변하는 狀態變數(State variables) 및 임의로 조정될 수 없는 制御不能變數(Disturbance variables)로 구분할 수 있다. 制御變數로는 發電機電壓과 變壓器 탭, 無効電力原을 들 수 있고 狀態變數는 電壓의 位相角, 發電機無効電力, 그리고 負荷母線電壓을 고려할 수 있으며 制御不能變數로는 負荷母線의 消費電力과 線路의 機器定數 等이다. 각각을 vector 量으로 表示하면

$$U = [VG_1, \dots, VG_m, QL_1, \dots, QL_l, T_1, \dots, T_{t_r}]^t$$

U: 制御變數 vector

l: 無効電力原의 數

$t_r$ : 탭變換 變壓器의 數

$$X = [PG_1, QG_1, \dots, QG_m, VL_1, \dots, VL_a, \delta_2, \dots, \delta_n]^t$$

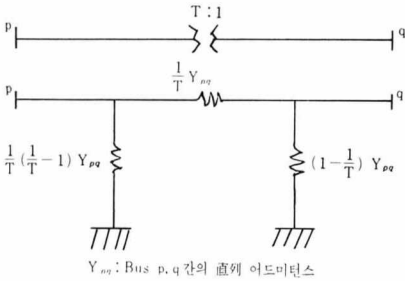
X: 狀態變數 vector

a: 負荷母線의 數

$$D = [PD_1, \dots, PD_m, QD_1, \dots, QD_n]^t$$

D : 制御不能変数 vector

여기서 状態變數 vector  $X$ 의  $PG_1$ 은 母線 1을 슬랙으로 취하였기 때문이다. 制御變數인 變壓器 탭 값의 변화에 따른 系統의 感度を 式(9)로부터 얻을 수 없으므로 回路計算에 의해 <그림 1>과 같이 置換하여 탭비(Off-nominal turn ratio)가 나타나는 母線의 自己 어드미턴스와 變壓器가 連結된 線路의 直列 어드미턴스가 탭값의 函數로서 表示된다는 것을 이용해서 式(9)로부터 탭비에 대한 感度を 計算해야 한다.



<그림 1> RLC 等価化 回路

### 3. 感度行列의 構成

n母線의 電力系統이 基準狀態 즉  $(X_0, V_0, D)$ 에서 運用되고 있다고 할 때

$$f(X_0, U_0, D) = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

가 成立된다. 여기서 制御變數 操作에 의해 制御變數 vector가  $U_0$ 로 부터 微小量 變化해서  $U_0 + \Delta U$ 로 되고 状態變數 vector도  $X_0$ 로 부터  $X_0 + \Delta X$ 로 變化했다고 하면 式(10)은

$$f(X_0 + \Delta X, U_0 + \Delta U, D) = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

關係가 성립된다. 式(11)을 初期潮流狀態  $(X_0, U_0, D)$ 를 중심으로 Taylor展開하고 다시  $\Delta X, \Delta U$ 에 관한 2次 以上の 項을 무시하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(X_0 + \Delta X, U_0 + \Delta U, D) = f(X_0, U_0, D) + \frac{\partial f}{\partial X} \cdot \Delta X + \frac{\partial f}{\partial U} \cdot \Delta U \quad \dots\dots\dots (12)$$

式(10), (11)로부터 式(12)는

$$\frac{\partial f}{\partial X} \cdot \Delta X + \frac{\partial f}{\partial U} \cdot \Delta U = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

式(13)을 再定理하면

$$\Delta X = -[\frac{\partial f}{\partial X}]^{-1} [\frac{\partial f}{\partial U}] \Delta U \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\Delta X = S \Delta U \quad \dots\dots\dots (15)$$

여기서 係數行列 S를 制御變數 vector  $U$ 에 관한 感度行列이라고 한다. 그리고 係數行列 S는

$$S = -[\frac{\partial f}{\partial X}]^{-1} [\frac{\partial f}{\partial U}] \quad \dots\dots\dots (16)$$

이 되며 式(16)을 行列式으로 표시하면 다음과 같다.

$$S = - \left[ \begin{array}{cccc} \frac{\partial f_1}{\partial PG_1} & \frac{\partial f_1}{\partial QG_1} & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_{2n}}{\partial PG_1} & \frac{\partial f_{2n}}{\partial QG_1} & \dots & \dots \end{array} \right]^{-1} \times \left[ \begin{array}{cccc} \frac{\partial f_1}{\partial VG_1} & \frac{\partial f_1}{\partial VG_m} & \frac{\partial f_1}{\partial QL_1} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_{2n}}{\partial VG_1} & \frac{\partial f_{2n}}{\partial VG_m} & \frac{\partial f_{2n}}{\partial QL_1} & \dots \end{array} \right] \quad \dots\dots\dots (17)$$

여기서  $[\frac{\partial f}{\partial X}]$ 는  $(2n) \times$  (状態變數의 數)  
 $[\frac{\partial f}{\partial U}]$ 는  $(2n) \times$  (制御變數의 數)

### 4. 目的函數 (Objective Function)

系統의 電力損失은 制御變數의 變化에 따라 非線型的으로 變하는 函數이므로 線型的으로 다루기가 곤란하다. 따라서 다음과 같이 고려하여 非線型的인 函數를 線型化하여 目的函數를 세웠다. 즉, 슬랙母線에 있는 發電機를 除外한 發電機들 (Nonslack generators)의 有効出力은 항상 일정하게 維持된다고 보고, 電力損失 變化分에 해당하는 電力은 슬랙母線의 發電機가 擔當한다고 볼 때, 결국  $PG_1$ 을 最小化하는 것은 電力損失을 줄이는 것과 같게 된다. 式(15)로부터 다음과 같은 式을 誘導해 낼 수 있다.

$$\Delta PG_1 = C_x \Delta U \quad \dots\dots\dots (18)$$

여기서  $C_x$ 는 係數行列 S에서  $\Delta PG_1$ 에 상응하는 行값이다. 그리고 式(18)의  $\Delta PG_1$ 이 vector  $\Delta U$ 를 變數로 하는 函數가 되며 系統의 電力損失 微小 變化分을  $\Delta PL$ 이라 할 때 다음과 같은 關係가 있다고 볼 수 있다.

$$\Delta PG_1 = \Delta PL \quad \dots\dots\dots (19)$$

### 5. 系統의 制約條件 (Constraints)

系統의 制御變數는 각각 制約된 범위 내에서 값을 조정하게 된다. 즉 發電機電壓은 勵磁裝置에 의해 調整範圍가 制約되며 變壓器 탭도 調

整位置가 한정되어 있다. 따라서 각각의 制約條件을 표시하면

$$VG_i^{min} \leq VG_i \leq VG_i^{max} \quad i=1, \dots, m \quad \dots\dots (20)$$

$$T_j^{min} \leq T_j \leq T_j^{max} \quad j=1, \dots, tr \quad \dots\dots (21)$$

$$QL_k^{min} \leq QL_k \leq QL_k^{max} \quad k=1, \dots, l \quad \dots\dots (22)$$

式 (20)~(22)로 부터 微小 變化分에 대해 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \Delta VG_i^{min} &= VG_i^{min} - VG_i \\ \Delta VG_i^{max} &= VG_i^{max} - VG_i \quad i=1, \dots, n \\ \Delta T_j^{min} &= T_j^{min} - T_j \\ \Delta T_j^{max} &= T_j^{max} - T_j \quad j=1, \dots, tr \\ \Delta QL_k^{min} &= QL_k^{min} - QL_k \\ \Delta QL_k^{max} &= QL_k^{max} - QL_k \quad k=1, \dots, l \end{aligned}$$

위 定義를 이용하여 式(20)~(22)는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\Delta VG_i^{min} \leq \Delta VG_i \leq \Delta VG_i^{max} \quad i=1, \dots, m \quad \dots (23)$$

$$\Delta T_j^{min} \leq \Delta T_j \leq \Delta T_j^{max} \quad j=1, \dots, tr \quad \dots (24)$$

$$\Delta QL_k^{min} \leq \Delta QL_k \leq \Delta QL_k^{max} \quad k=1, \dots, l \quad \dots (25)$$

슬랙母線의 發電機는 무한한 容量을 갖는다고 가정하며 狀態變數의 制約條件은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta VL_j^{max} &= VL_j^{max} - VL_j \\ \Delta VL_j^{min} &= VL_j^{min} - VL_j \quad j=1, \dots, a \\ \Delta QG_i^{max} &= QG_i^{max} - QG_i \\ \Delta QG_i^{min} &= QG_i^{min} - QG_i \quad i=2, \dots, m \end{aligned}$$

따라서

$$\Delta QG_i^{min} \leq \Delta QG_i \leq \Delta QG_i^{max} \quad i=2, \dots, m \quad \dots (26)$$

$$\Delta VL_j^{min} \leq \Delta VL_j \leq \Delta VL_j^{max} \quad j=1, \dots, a \quad \dots (27)$$

狀態變數中 電壓의 位相角을 제외하고 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\Delta X^{min} \leq \Delta X \leq \Delta X^{max} \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } \Delta X^{min} &= [\Delta QG_2^{min} \dots \Delta QG_m^{min} \Delta VL_1^{min} \dots \\ &\quad \Delta VL_a^{min}]^t \\ \Delta X^{max} &= [\Delta QG_2^{max} \dots \Delta QG_m^{max} \Delta VL_1^{max} \dots \\ &\quad \Delta VL_a^{max}]^t \end{aligned}$$

式 (15), (28)로 부터

$$\Delta X^{min} \leq \Delta X = S' \Delta U \leq \Delta X^{max} \quad \dots\dots (29)$$

이 되며 여기서 S'는 계수행렬 S에서 전압의 위상각에 대한 行을 제외한 행렬이다. 式 (29)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Delta QG_2^{min} \\ \vdots \\ \Delta QG_m^{min} \\ \Delta VL_1^{min} \end{bmatrix} \leq S' \begin{bmatrix} \Delta VG_1 \\ \vdots \\ \Delta VG_{on} \\ \Delta QL_1 \\ \vdots \\ \Delta QL_l \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \Delta QG_2^{max} \\ \vdots \\ \Delta QG_m^{max} \\ \Delta VL_1^{max} \end{bmatrix} \quad \dots\dots (30)$$

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta VL_a^{min} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_1 \\ \vdots \\ \Delta T_{tr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta VL_a^{max} \end{bmatrix}$$

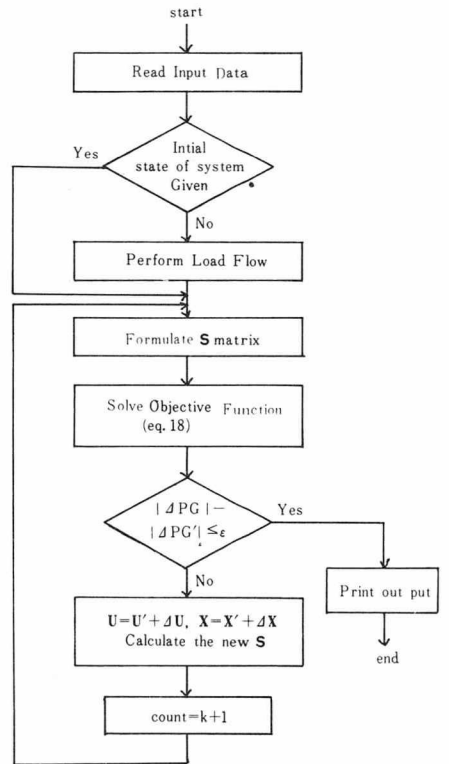
여기서 S' =  $\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix}$ 로 볼 때 式(30)은 다음과 같다.

$$\Delta QG_i^{min} \leq S_1 \Delta U \leq \Delta QG_i^{max} \quad i=1, \dots, m \quad \dots (31)$$

$$\Delta VL_j^{min} \leq S_2 \Delta U \leq \Delta VL_j^{max} \quad j=1, \dots, a \quad \dots (32)$$

### Ⅲ. 損失電力 最小化를 위한 線型計劃法

系統의 電力損失은 制御變數의 變化에 대해 非線型的으로 변하므로 感度行列 값이 式 (23)~(25) 범위 내에서 불확실한 값을 갖을 수 있다.



〈그림 2〉 Flow Chart

즉, 非線型函數를 線型化하여 다루므로 制約範圍가 너무 크면 부정확한 값을 갖게되므로 感度(Sensitivity)의 의미가 없어진다. 따라서 다음과 같은 制御變數에 대한 制約값 T<sub>step</sub>, VG<sub>step</sub>, QL<sub>step</sub>을 指定하여 준다. 變壓器의 경우 5%를 最大 變化分으로 하고 發電機電壓은 2.5%, 無効電力原에 대해서는 10%를 最大 變化分으로

본다. 따라서 式(23)~(25)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\text{Max}(\Delta T^{min}, -T_{step}) \leq \Delta T \leq \text{Min}(\Delta T^{max}, T_{step}) \quad (33)$$

$$\text{Max}(\Delta VG^{min}, -VG_{step}) \leq \Delta VG \leq \text{Min}(\Delta VG^{max}, VG_{step}) \quad (34)$$

$$\text{Max}(\Delta QL^{min}, -QL_{step}) \leq \Delta QL \leq \text{Min}(\Delta QL^{max}, QL_{step}) \quad (35)$$

여기서  $T_{step}=0.05$  (pu)  
 $VG_{step}=0.025$  (pu)  
 $QL_{step}=0.1$  (pu)

위의 制約條件과 式(31), (32)를 이용하여 式(18)의 目的函数을 線型計劃法에 맞게 最適化 問題型式으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } \Delta PG_1 = C_x \Delta U \\ &\text{Constraints } \left\{ \begin{array}{l} [S'] \Delta U \leq \Delta X \\ \Delta U \geq 0 \end{array} \right. \end{aligned}$$

위의 演算過程을 <그림 2>에 도시하였다.

#### IV. 適用例 및 比較檢討

提示된 方法을 이용하여 6母線 系統인 Ward-Hale 系統에 적용하여 보았다. 線路 및 母線 데이터 값은 <表 1>과 <表 2>에 나타내었으며 각

Line No.	Bus No.		Impedance(PU)		XFR Tap Ratio
	from	to	R	X	
1	1	6	0.123	0.518	-
2	1	4	0.080	0.370	-
3	4	6	0.097	0.407	-
4	6	5	0.000	0.300	1.025
5	5	2	0.282	0.640	-
6	2	3	0.723	1.050	-
7	4	3	0.000	0.133	1.100

<表 1> Line Data

Bus No.	Voltage		Generation		Load	
	V, (pu)	δ, deg	P	Q	P	Q
1	1.05	0.00	-	-	0.0	0.0
2	1.10	-	0.5	-	0.0	0.0
3	1.00	-	0.0	0.0	0.55	0.13
4	1.00	-	0.0	0.0	0.0	0.0
5	1.00	-	0.0	0.0	0.30	0.18
6	1.00	-	0.0	0.0	0.50	0.05

<表 2> Bus Data

系統의 狀態變數와 制御變數의 制約條件을 <表 3>에 나타내었다. 制御變數로는 母線 1,2의 發電機電壓과 두 線路에 있는 變壓器 탭과 母線 4,6에 있는 無効電力原이다. 주어진 初期 狀態에서 電力損失은 11.45 Mw였다.

本提示 方法을 適用 計算한 結果를 <表 4>에 표시하였으며 종래 方法과는 달리 每回時 潮流解析을 하지않고 電力損失 最小化 計算을 한 결과, 9回에서 解에 到達했으며 電力損失이 8.8 Mw로 줄어서 制御變數 操作前 보다 약 23%의

Variable	Limits	
	Low	High
<u>XFR Tap</u>		
T <sub>1</sub>	0.9	1.1
T <sub>2</sub>	0.9	1.1
<u>Generator-voltages</u>		
VG <sub>1</sub>	1.0	1.1
VG <sub>2</sub>	1.0	1.15
<u>Var Sources</u>		
QL <sub>4</sub>	0	5.0
QL <sub>6</sub>	0	5.0
<u>Generator Vars</u>		
QG <sub>1</sub>	-20.0	100
QG <sub>2</sub>	-20.0	100
<u>Load-voltages</u>		
V <sub>i</sub>		
i=3, ... 6	0.9	1.0

<表 3> Limits on the variables

Variable	Initial state	Final state
<u>Control variables</u>		
VG <sub>1</sub>	1.05	1.94
VG <sub>2</sub>	1.10	1.152
T <sub>1</sub>	1.025	0.952
T <sub>2</sub>	1.10	0.982
QL <sub>4</sub>	0.0	5.31
QL <sub>6</sub>	0.0	5.45
<u>State variables</u>		
QG <sub>1</sub>	37.1	34.43
QG <sub>2</sub>	34.3	22.32
VL <sub>3</sub>	0.858	1.05
VL <sub>4</sub>	0.955	0.995
VL <sub>5</sub>	0.902	0.993
VL <sub>6</sub>	0.935	0.996
<u>Loss</u>		
Power loss Mw	11.45	8.802

<表 4> Results of the studies on the 6-Bus system.

電力損失을 줄일 수 있었으며 系統의 電壓狀態가 개선되었다. 또한 컴퓨터容量과 演算時間을 상당히 줄일 수 있었다.

V. 結 論

電力系統에서 制御變數, 즉, 變壓器 탭, 發電機電壓 그리고 無効電力原에 의해 系統의 電力損失을 줄이고 系統의 電壓改善을 이룰 수 있는 方法을 제시했으며 6母線 系統에 적용한 結果 每回時 潮流解析을 하지않고 感度行列과 線型計劃法에 의해 系統의 電力損失을 줄일 수 있었으며 電壓改善이 이루어졌다.

특히 대규모 電力系統의 경우 상당한 컴퓨터容量과 演算時間을 줄일 수 있다. 앞으로는 系統의 發電費用도 變數로 하여 從來의 非線型計劃法<sup>(10)</sup>에 의한 解보다 線型的인 方法에 의해 간단하고 신속하게 전력손실 및 발전비용 최소화 計算을 함으로써 電力系統 運用에 있어 經濟的인 측면도 고려하여 더욱 효율적인 系統運用이 이루어져야겠다.

參 考 文 獻

1. Palmer, R. E., "Reactive Power Dispatching for Power System Voltage Security" IEEE Trans, Vol. PAS-102, No. 12 December. 1983
2. Peschon, John, "Sensitivity in Power System", IEEE Trans, Vol. PAS-87, No. 8, 1968
3. Dopazo, J. F., "An Optimisation Technique for Real and Reactive Power Allocation" Proce IEEE, Vol. 55, No. 11, 1967
4. Borchett, R. C., "Developments in Optimal Power Flow", IEEE Trans, Vol, PAS-101, No. 2, 1982
5. Dommel, Hermann W., "Optimal Power Flow Solution" IEEE Trans, Vol, PAS-87, No. 10, 1968.
6. Peschon, John, "Optimal Control of Reactive Power Flow." IEEE Trans, Vol. PAS-87, No. 1, January, 1968
7. Happ, H. H., "Optimal Reactive Power Flow for Improved System Operations," Elec, Eng. & Power Syst, Vol. 2, No. 3, July, 1980
8. Chenoweth, R. D., "Optimal Control of Reactive Power Flow for Improvements in Voltage Profiles and for Real Power Loss Minimisation," IEEE Trans, Vol. PAS-100, No. 7, July, 1981
9. Elangovan, S., "New Approach for Real Power Loss Minimization." IEEE Proc, Vol. 130., No. 6, 1983.
10. Qrtie, J. C., "Optimal Real and Reactive Power Dispatch," Elec Power System Resea. 7, 1984.
11. Fernandes, R. A., "Large Scale Reactive Power Planning" IEEE Trans, Vol, PAS-102., No, 5, May, 1983