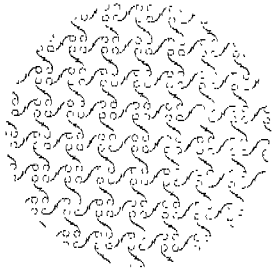


에너지 利用 合理化 를 위한 重電機器의 研究開發 現況

Research and Development
for Energy Conservation
of Heavy Electric Machine



金 潤 東

韓電 技術研究本部 系統研究室 研究役

1. 머리말

1, 2 次的 오일 쇼크를 겪으면서 世界 各國은 에너지의 위기를 절감하게 되었고 그 結果 限定된 에너지의 合理的 使用을 위한 새로운 技術의 研究開發이 強力히 추진되고 있다. 이러한 成果에 힘입어 日本의 경우 每年 GNP는 成長하고 있으나 에너지 消費는 反對로 減少되고 있는 實情이며 他 先進外國의 例도 이와 비슷한 現狀을 보이고 있다.

1983年度 MIT 후원으로 實施된 15個國의 產業界, 政府要人 그리고 學界, 專門家가 參席한 日·歐美委員會 調査에 의하면 石油價는 1985~1995년에 걸쳐 現在價格의 50%線까지 引上되리라 豫想되고 있으며 1990년에 가서는 需要가 供給을 상회할 것으로 展望되고 있다. 各 分野에서 추진되고 있는 에너지使用合理化는 앞으로도 꾸준히 繼續되리라 믿어 질 뿐 아니라 더욱 強化되리라 생각된다. 오늘날 世界 各國에서 추진되고 있는 電氣機器의 效率向上과 新技術을 適用하기 위한 研究開發 狀況은 材料開發, 應用技術, 기존시스템의 構造改善 등으로 크게 나누어 지고 있으나 여기서는 그 몇가지를 소개하고자 한다.

2. 아몰파스 鐵心變壓器

變壓器의 損失은 負荷損失인 銅損과 無負荷損失인 鐵損으로 構成된다. 이중 鐵損은 負荷와 關係없이 鐵心이 勵磁되면 恒常 發生하게되는 固定損失로서 이것을 줄이는 것이 앞으로의 電力損失을 減少하기 위한 主要 關鍵이 되고 있으며 이에따라 새로운 鐵心材料의 하나로서 美國 아라이드社가 開發한 아몰파스(Amorphous非晶質)磁性材料는 從來의 磁性材料에 比하여 鐵損을 劃期的으로 減少시킨 것으로 이것을 利用한 變壓器의 개발이 活潑히 進行되고 있다. 表 2-1은 아몰파스 자성재료인 METGLAS® 2605 S-2와 方向性구조강판 G-6H의 特性을 보여주고 있는데 아몰파스의 磁性材料의 鐵損은 約 4분의 1 以下로 줄어들고 있다.

그러나 포화자속밀도와 점적율이 떨어지고 變壓器의 製造工程에 特殊工法이 必要하기도 하고 熱的 安定性 등이 問題되기도 하나 에너지使用合理化 측면에서 最大의 長點인 多量의 鐵損 低減으로 인하

〈表 2 - 1〉 아몰파스와 규소강관의 특성비교

내용		재료	아몰파스 METGLAS [®] 2605S-2	방향성규소 강관 G~6H
		전기적특징	구성(중량%)	Fe91.4, B2.9, Si 5.7
1.26T, 60Hz에서 철손 [W/kg]	0.15		0.72	
1.26T, 60Hz에서 여자VA [VA/kg]	0.17		0.78	
기계적특징	저항율[Ω·cm]	130×10 ⁻⁶	45×10 ⁻⁶	
	밀도 [g/cm ³]	7.18	7.5	
	접착율[%]	75이상	97	
	두께 [mm]	0.02~0.05	0.3	
	폭 [mm]	현재 100	약 1,000	

여 변압기 철심에의 適用試驗이 급격히 進展되고 있는 實情이고 材料의 價格도 每年 低下되고 있다. 만약 經濟的이나 技術的으로 實用化에 成功할 경우 國內에서 Z-9 또는 Z-10 규소강관을 鐵心으로 使用한 柱上變壓器만을 아몰파스 變壓器로 바꾼다고 하더라도 約50MW, 年間 約10만Kℓ의 原油節減이 豫想된다. 全電力用 變壓器에 適用된다면 그 節減은 尙당하리라 생각된다. 표 2 - 2는 油入自冷 式으로 10KVA와 30KVA에 대한 適用試驗結果值를 보이고 있으며 國內에서 이의 試驗適用研究가 現在 시도되고 있다.

〈表 2 - 2〉 시험결과 비교표

경격용량	10 KVA		30 KVA	
	전압 6600V / 210~105V			
종류	아몰파스	규소강관	아몰파스	규소강관
재료	2605SC	G-8H	2605SC	G-8H
철손 [W]	11.8	40	30.1	93
무부하손률 [%]	0.14	0.6	0.16	0.41
부하손 [W]	170	170	390	369
임피던스전압 [V]	178	151	361	296
크기 (가로×세로×높이)	430×400× 685	495×475× 685	605×585× 715	610×55 ×820
중량 [kg]	115	95	260	190

3. 燃料電池 發電

증래의 水車에 의하여 驅動되는 水力發電이나 蒸氣터빈에 의해 驅動되는 汽力發電과는 달리 燃料

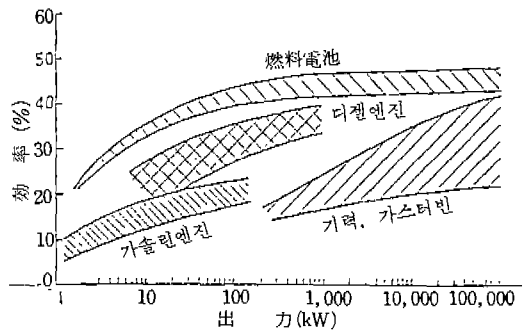
電池 發電이란 使用되는 燃料에 電解質을 매체로 하여 電氣化學的으로 反應시켜 直接 電氣에너지를 얻는 方式으로 그 反應의 一例를 보면 다음과 같다
 $2H_2 + O_2 \rightarrow \text{直流電流} + 2H_2O + \text{熱(물)}$

이렇게하여 發電된 直流은 直交流 變換裝置를 통하여 系統에 送電되며

- 40~60%의 높은 發電效率
- 대기오염 물질의 방출이 적다.
- 冷却水가 不必要하다.
- 소음 發生이 적다.
- 負荷應答性이 良好하고 起動時間이 짧다.
- 小形의 設計로 立地制約이 적다는 등의 特徵이 있다.

이 發電方式으로 都市近郊의 오래된 汽力發電을 代替 할 수 있고 부산물로 얻어지는 排熱을 회수하여 溫水 또는 증기로 利用 할 경우 80% 以上の 熱效率을 얻을 수 있다. 그림3-1은 機種別 發電效率 비교이고 표3-1은 대기오염과 관계가 깊은 排氣가스의 比較이다.

〈그림 3 - 1〉 機種別發電效率



〈表 3 - 1〉 배기가스의 비교 [단위kg/10⁶kcal]

배기가스 성분	기력 (LNG)	기력 (석유)	기력 (석탄)	연료전지 (LNG)
SO ₂	2.5~230	4,550~10,900	8,200~14,500	0~0.12
NO _x	1,800	3,200	3,200	63~107
탄화수소	20~1,270	135~5,000	30~10,000	14~102
분진	0~90	45~320	365~580	0~0.014

電解質 作動溫度 等에 따라 표 3-2와 같이 第一世代인 수산화 칼리움, 인산, 第三世代인 용융탄산염 그리고 第三世代인 固体 電解質形이 있으나 이들 世代中 第一世代의 燃料電池는 比較的 短期間에 實用化가 可能하고 기초연구 및 實證研究가 完了되어 미국의 경우 뉴욕시 큰 에치슨會社의 구내에 4.5MW의 實驗用 플랜트를 建設하여 調整試驗中에 있다. 第二世代와 第三世代는 아직 기초연구 단계에 있다. 그러나 燃料電池發電은 實用化를 위하여 現在 40%에도 미치지 못하고 있는 熱效率의 向上, 20年 程度로 고려되고 있는 耐用年數의 長期化와 신뢰성, 運轉性, 補修性 等의 實用性能의 向上과 設備費의 저렴화가 이루어져야 할 것이다.

(表 3 - 2) 燃料電池의 종류

구분	제 1 세대		제 1세대2	제 3세대
	수산화칼리움	인 산	용융탄산염	고체 전해질
작동온도 [°C]	상온~100	120~220	600~750	800~1,000
사용연료	순 수소	수소, 메탄, 메탄올	수소, 메탄, 메탄올, 석탄	와 등
특징	<ul style="list-style-type: none"> • 용매로 Ni가 사용가능 • 부식성이 적어 재료 선택 폭이 넓다. 	<ul style="list-style-type: none"> • 귀금속 촉매 사용 • 연료로서 순수한 수소가 필요치 않다. • 배열이 용이 가능 	<ul style="list-style-type: none"> • CO가 필요 • 전기화학적 반응이 커서 고가의 촉매, 큰 사용하지 않아도 큰 전류 밀도를 얻을 수 있다. • 배열이 용이 가능 	<ul style="list-style-type: none"> • 고온 반응으로 특별한 촉매 없이 전지 효율을 높일 수 있다. • 높은 전류 밀도가 가능하고 저렴한 전극재료가 기대됨 • 배열이 용이 가능
예상 연료 효율 [%]	45	40~	45	50

4. MHD 發電

MHD (Magneto-Hydro-Dynamics) 發電이란 電磁流體 發電을 말하는 것으로 Faraday의 電磁誘導法測을 應用하여 發電하는 方式이다. 이는 強力한 磁界中에 놓인 發電 채널에 約2700°C 高温의 導電性流體를 초속 1,000m 정도의 高速으로 通過시킴으로써 電極間에 直流電壓을 誘起시키는 것으로, 熱에너지가 機械的 에너지로의 變換過程을 거치지 않고 直接電氣에너지로 變換되기 때문에 機械的 에너지로의 變換過程에서 發生하는 損失이 없어진다. 그리고 여기서 排出되는 2000°C의 排氣가스를 利用하여 汽力發電設備을 併設하면 이發電시스템의 總合效率은

50~60%까지 올릴 수 있다.

MHD발전에서 發電된 直流은 直流 變換裝置를 通하여 交流로 變換되어 系統에 送電된다. 高效率의 利點外에도 석탄연소등 燃料 다양화를 이룰 수 있고 石油代替 效果가 큰 發電技術으로써 여러 장점을 가진 시스템이다.

MHD는 導電性 流體의 種類에 따라 다음과 같은 方式으로 分類된다.

方 式	電 導 性 流 體
Open Cycle	石炭, 石油燃焼가스
Close Cycle	ArHe가스, 용융금속

이들 高温氣體가 充分한 導電性을 갖게 하려면 가름등을 投入해야 한다. MHD發電機의 發電密度는 $\rho (UB)^2$ 에 比例하는데 P는 導電率 U는 流速 B는 磁速密度이다. 즉 B가 높을수록 有利한데 一般的으로 飽和를 고려해서 5~8T가 使用된다. 이때문에 MHD 發電에서는 高磁速密度를 發生하기 위한 超電導技術이 필수적으로 필요하게 된다.

現在 外國에서의 MHD 發電의 研究開發은 活潑히 進行되고 있는데 實驗機에 의한 出力 2만kW의 發電과 電力系統에의 送電에 成功하고 있으며 이를 바탕으로 종합실험장치에 대한 본격적인 運轉을 하고 있다.

5. 超電導 交流發電機

電力系統 總需要의 增大에 따라 大單位 容量 發電機의 要求가 점점되고 있으나 發電機의 冷却技術 材質의 強度等이 問題되고 있으며, 또한 同期리액턴스 增加로 인한 系統安定度 低下 防止를 위하여 發電機 공극을 增加시킬 경우 界磁捲線의 損失이 增加하여 全体效率이 떨어져 大型機의 利得을 감소하게 된다. 이러한 理由等으로 인하여 現在 最大單位容量은 2000MVA정도로 制限을 받고 있다. 이 뿐만 아니라 重量이 增加, 大電流로 인한 損失增加와 設備의 高價化로 인한 發電機價格의 增加 現狀을 解決하기 위하여 超電導 界磁捲線을 가진 超電導 交流發電機가 研究開發中에 있으며 이미 小型發電機의 實證試驗은 끝난 狀態이다. 이 發電機는 界磁捲線의 溫度를 絕對溫度 約4~5度의 超低溫은

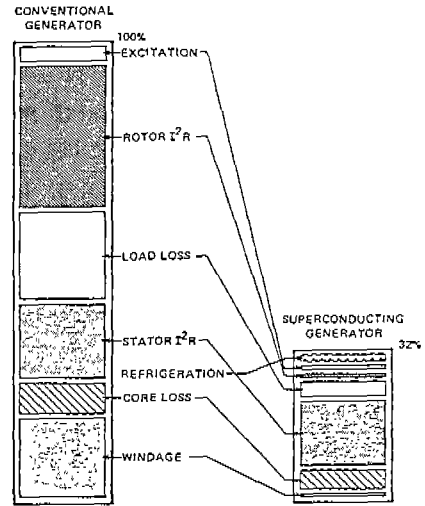
로 유지하게 되는데 이때의 冷却材料로서는 헬륨(He)이 사용되고 있다.

大型超電導 交流發電機의 특징으로는 損失減少, 性能向上, 高電壓 大容量化가 可能하며 小型 輕量化 등으로 價格을 低下시킬 수 있어 經濟性이 있다. 그림 5 - 1은 1200MVA 급의 저압교류 發電機의 損失을 比較한 것으로 68%가 低下된 32%에 불과하다.

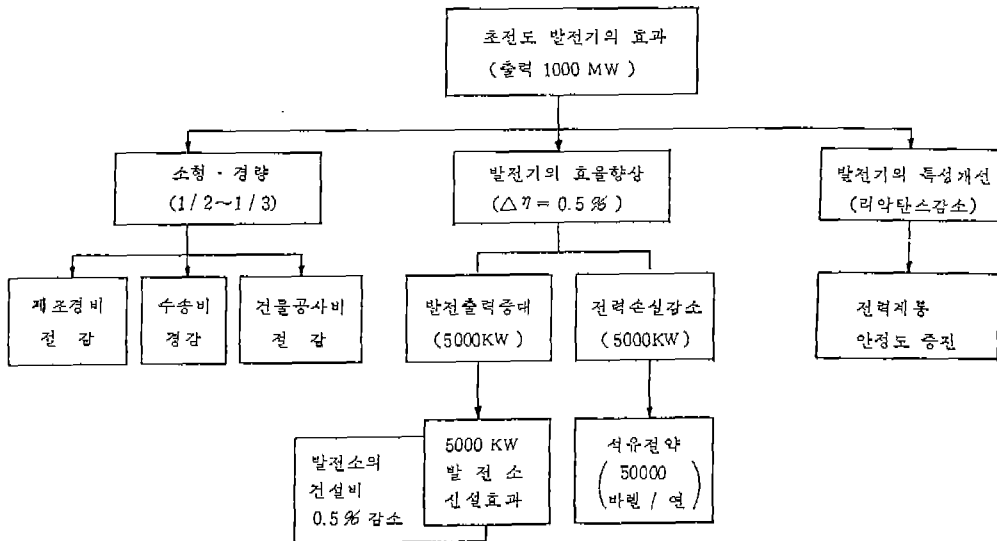
損失比較表에서 보는 바와 같이 고정자손은 變動이 없으나 界磁捲線에 超電導線을 使用하므로 界磁捲線의 i^2R 損과 銅損손실이 거의 없다. 그러나 超電導體를 低溫으로 유지하기 위한 냉동기 電力이 必要하나 얼마되지 않는다.

超電導 發電機를 使用하게 되면 길이 및 重量이 1200MVA급에서 중대 發電機의 約3분의1로 減少되어 수송비 節減, 資材節約, 建物工事費의 節減을 기할 뿐 아니라 電氣子捲線이 絶緣과 별도로 製作되므로 直接 154kV를 發電機로 부터 얻을 수 있어 發電機容量의 大單位化가 可能하다. 그림5-2는 超電導 發電機의 效果를 보인다.

〈그림 5 - 1〉 1200MVA 저압 교류발전기의 손실비교



〈그림 5 - 2〉 초전도 발전기의 효과 분석도



6. 超電導 同期調相機

오늘날 양질의 電力과 安定된 電力供給이 要求되고 있어 系統의 力率調整과 安定度의 向上이 重要時되고 있는데 이의 한 方面으로 調相設備의 使用이 必要하게 된다. 調相設備로는 電力用 콘덴서, 分

路リアクター, 同期調相機 등이 있으나 系統特性上 最適의 調相機는 同期調相機로서 다음의 特性을 갖고 있다.

- 進相, 遲相運轉이 可能하다.
- 連續制御가 可能하다.
- 高調波 흡수능력이 크다.

그러나 他調相機에 比하여 補修와 유지관리 면에서 不利하고 회전기기로 效率가 낮기 때문에 經濟性이 없어 특수한 경우를 제외하고는 사용되지 않고 있다.

이러한 결점을 보완하기 위하여 超電導 同期調相機가 研究開發되고 있으며 1990年代 초반에는 實用化 될 것으로 豫想되고 있다. 이러한 超電導 同期調相機는 小型化가 可能하여 設置場所가 좁고, 大容量化로 經濟性이 向上되고, 損失이 적어 效率가 增大되며, 임피던스가 적어 系統의 安定度 向上을 가져 온다.

超電導 同期調相機는 回轉子の 界磁코일이 超電導 코일로 이루어져 여자손실이 없고 큰암페어 턴을 發生하기 때문에 回轉子는 鐵心을 使用하지 않는다.

超電導 코일은 헬륨으로 繼續冷却되어 絶對溫度 4도 정도의 극저온으로 冷却된다. 전기자 코일은 통상의 導線을 使用하나 回轉子の 거대한 超磁力을 有效하게 利用하기 위해서 전기자에는 鐵心齒部가 없는 空心電氣子 構造를 채용한다. 超電導 同

期調相機로 할 경우 그림 6-1에서와 같이 小型輕量化가 可能하여 設置場所가 좁으며 그 損失이 그림 6-2와 같이 總래형의 約 40%에 불과하다.

7. 超電導 電氣에너지貯藏

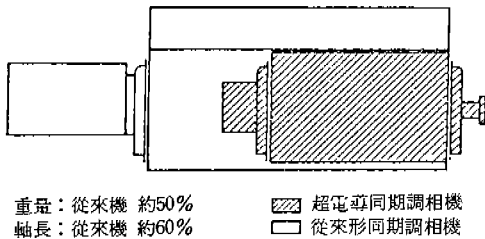
電氣에너지는 生産과 消費가 同時에 이루어지는 특징을 가지고 있어 항상 生産量과 消費量이 一致되게끔 生産量(發電)이 調整되기 때문에 最大負荷時에 있어서도 電力供給에 차질이 없도록 電力會社에서는 이에 相應하는 發電設備를 갖추게 된다. 따라서 輕負荷 時間帶에는 發電機가 低負荷 運轉을 하게 되므로 效率가 극히 低下된다. 이러한 損失低減等의 理由로 現在에는 揚水發電所가 使用되고 있으나 그 綜合效率가 65~70%로 낮은 狀態로서 電力貯藏보다는 첨두負荷用 發電所의 역할을 하고 있는 實情이다. 따라서 貯藏效率가 向上된 貯藏시스템에 의하여 電力貯藏이 可能 할 경우 發電機의 負荷率을 向上시킬 수 있으므로 高效率의 發電機 運用이 可能하여 막대한 에너지 節減을 기대 할 수 있다. 超電導를 利用한 電氣에너지貯藏裝置가 이 目的을 위해서 研究開發되고 있으며 이裝置는 綜合效率가 90%以上으로 높고, 電力變換 應答性이 좋고, 電力系統의 短絡容量이 問題가 되지 않는 등의 利點이 있어 電氣에너지 貯藏과 峰力電力의 電源用으로 使用된다. 超電導 코일을 利用한 貯藏시스템의 構成은 그림 7-1과 같으며 貯藏의 原理는 $L(I)^2/2$ [J]의 에너지貯藏이 可能하므로 超電導 코일을 使用하여 電氣에너지 貯藏이 可能하게 된다.

이 장치는 양수발전과 같이 貯藏規模가 크고 충방전시간이 한시간에서 일주일 정도로 긴 電力貯藏用과 저장용량이 적고 충방전 時間이 10^{-2} 초에서 1분 정도로 짧은 系統安定用 및 無効電力 보상용으로 運用되는데 系統安定用은 系統事故時 有效電力의 過不足을 흡수 또는 방출하여 系統安定을 도모하고 無効電力 보상용은 系統無効電力을 보상한다.

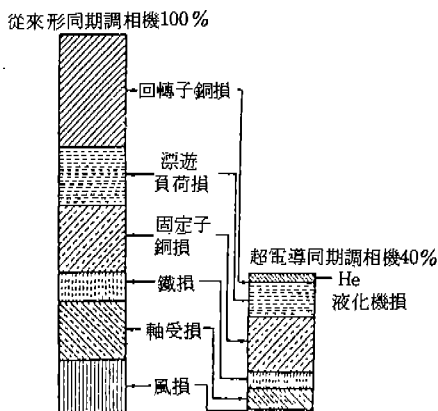
8. 主變壓器의 構造改善과 損失低減

變壓器는 長期間 連續運轉을 行하는 機器로서 超高压 變壓器는 大容量으로 發生損失이 크기 때문에

(그림 6-1) 超電導同期調相機와 從來形同期調相機크기比較



(그림 6-2) 2極1200MVA 超電導同期調相機 損失比較 (2極 1200 MVA) V



곱해진 것을 面積積分하는 경우에는 Eisenberg 와 Malvern의 積分公式^{8), 11)~12)} 많이 利用되며 그것은

$$\iint_R L_x^\alpha L_y^\beta L_z^\gamma dx dy = \frac{\alpha! \beta! \gamma!}{(\alpha + \beta + \gamma + 2)!} 2\Delta \quad (4.18)$$

로서 定理된다.

4 - 4 變分理論^{8), 13)~15)}

任意的 汎函數 (Functional) χ 를 생각하여 $\chi = \iint_R f(x, y, A, A_x A_y) dx dy$ (4.19)

라 하자. 여기에서

$$A = A(x, y) \\ A_x = \frac{\partial A}{\partial x}, \quad A_y = \frac{\partial A}{\partial y}$$

이다. 汎函數 χ 의 停留條件 (Stationary Condition) 및 境界條件 (Boundary Condition) 을 구하기 위해 變分을 取해 零으로 놓으면

$$\begin{aligned} \delta\chi &= \iint_R \left[\frac{\partial f}{\partial A} \delta A + \frac{\partial f}{\partial A_x} \delta A_x + \frac{\partial f}{\partial A_y} \delta A_y \right] dx dy \\ &= \iint_R \left[\frac{\partial f}{\partial A} \delta A + \frac{\partial f}{\partial A_x} \delta \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial f}{\partial A_y} \delta \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right) \right] dx dy \\ &= \iint_R \left[\frac{\partial f}{\partial A} \delta A - \delta A \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial A_x} \right) \right. \\ &\quad \left. - \delta A \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial A_y} \right) \right] dx dy + \iint_R \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\delta A \frac{\partial f}{\partial A_x} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left(\delta A \frac{\partial f}{\partial A_y} \right) \right] dx dy = 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

가 되는데, 여기에 Green定理를 適用하면

$$\begin{aligned} \iint_R \nabla \cdot \left(\delta A \frac{\partial f}{\partial A_x} \mathbf{i} + \delta A \frac{\partial f}{\partial A_y} \mathbf{j} \right) dx dy \\ = \int_{\Gamma} n \cdot \left(\delta A \frac{\partial f}{\partial A_x} \mathbf{i} + \delta A \frac{\partial f}{\partial A_y} \mathbf{j} \right) dr \\ = \int_{\Gamma} \delta A \left(\frac{\partial f}{\partial A_x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial f}{\partial A_y} \frac{\partial y}{\partial n} \right) dr \end{aligned}$$

이므로 식 (4.20) 은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \delta\chi &= - \iint_R \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial A_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial A_y} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial f}{\partial A} \right] \delta A dx dy + \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial f}{\partial A_x} \frac{\partial x}{\partial n} + \right. \end{aligned}$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial A_y} \frac{\partial y}{\partial n} \right) \delta A dr \quad (4.21)$$

여기서 Γ 는 領域 R 을 둘러 싸고 있는 境界이며 n 은 境界 Γ 에서 外部로 向한 單位法線 벡터 (Unit Normal Vector) 이다.

그러므로 식 (4.21) 로부터, 停留條件은 領域 R 내에서

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial A_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial A_y} \right) - \frac{\partial f}{\partial A} = 0 \quad (4.22)$$

로 되는데 이것을 Euler-Lagrange 方程式이라 하며, 境界條件은 境界 Γ 에서

$$\frac{\partial f}{\partial A_x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial f}{\partial A_y} \frac{\partial y}{\partial n} = 0 \quad (4.23)$$

이거나 혹은

$$\delta A = 0, \quad \text{즉 } A = \text{常數} \quad (4.24)$$

가 된다. 여기서 식 (4.23) 과 같은 境界條件을 自然境界條件 (Natural Boundary Condition) 이라 하며 식 (4.24) 와 같은 境界條件을 幾何學的 境界條件 (Geometric Boundary Condition) 이라 한다.

有限要素法에서는 식 (4.22) 의 Euler-Lagrange 方程式과 같은 形態의 偏微分方程式을 直接 使用하여서는 그 解를 구할 수가 없으므로 그 대신 식 (4.19) 와 같은 汎函數에 近似化된 解析函數를 代入하고 그것이 最小化되는 條件을 구하며, 이 汎函數를 最小化하면 Euler-Lagrange 方程式이 얻어지므로 最小化되는 條件에서 얻어지는 代數方程式을 풀면 바로 Euler-Lagrange 方程式의 解가 얻어지게 된다.

4 - 5 Galerkin理論^{3), 7)~8), 11), 15)}

Galerkin理論은 加重殘差法 (Method of Weighted Residual) 중의 한 가지 方法으로서 有限要素法에서 Galerkin理論을 使用하면 變分理論으로부터 구한 結果와 같은 形態의 多元聯立方程式을 얻을 수 있으므로 한 要素에서 滿足하는 要素方程式을 求하는 경우에 變分理論과 더불어 統一的으로 使用될 수 있으며, 特別히 變分이 存在하지 않는 物理界에서 要素方程式을 구하는 경우에 매우 有效하게 使用할 수 있다.

먼저加重殘差法의 概念的 理論을 살펴 보면 다음과 같다.

$$\mathcal{L}(\phi) - f = 0 \quad (4.25)$$

로 表現되는 偏微分方程式이 있다고 하자. 여기에서 \mathcal{L} 은 微分演算子이며 ϕ 는 界變數이다.

주어진 식(4.25)에, 식(4.12)와 같이 하여

$$\tilde{\phi} = \sum_{p=i}^k N_p \phi_p \quad (4.26)$$

로 近似化시킨 界變數를 代入하면

$$\mathcal{L}(\tilde{\phi}) - f = R \neq 0 \quad (4.27)$$

가 되며 R 은 殘差(Residual)을 나타낸다.

이 殘差 R 을 全 解析領域 Ω 에서 零 또는 最小가 되게 하는 荷重函數 W_q 를 假定하면 식(4.27)은

$$\int_{\Omega} [\mathcal{L}(\tilde{\phi}) - f] W_q d\Omega = \int_{\Omega} R \cdot W_q d\Omega = 0 \text{ 또는 最小} \quad (4.28)$$

가 된다.

Galerkin理論은 식(4.12)에서 定義한 補間函數 $N_q(q=i, j, k)$ 를 荷重函數 W_q 로 使用하는 方法으로서 이렇게 하면 식(4.28)은 다음과 같이 된다.

$$\int_{\Omega} [\mathcal{L}(\tilde{\phi}) - f] N_q d\Omega = 0 \quad (4.29)$$

이 式을 整理하면 ϕ_p 를 未知數로 하는 多元聯立方程式을 얻을 수 있으며 그것을 풀면 구하고자 하는 퍼텐셜値를 얻을 수 있게 된다.

4-6 要素方程式^{11-2), 6), 10), 11)}

有限要素法에 의해 식(3.24)와 같은 偏微分方程式을 解析하고자 할 때는 界變數를 近似化시켜 偏微分方程式에 代入하고 이 方程式을 各 要素에 대해 滿足하는 代數方程式인 要素方程式으로 變換시켜 解析을 간편하게 한다.

要素方程式을 誘導하는 方法은 여러가지가 있으나 4-4節과 4-5節에서 說明한 變分理論이나 加重殘差式(특히 Galerkin理論)을 使用하는 것이 보통이다.

그 중 變分理論은 解析하고자 하는 物理系의 에너지函數가 쉽게 얻어진다면 그 에너지函數가 바로 變分理論에서의 汎函數가 되므로 適用이 便利해지며, 加重殘差法은 物理的인 變換式이 必要하지 않기 때문에 初期値 問題나 境界

値 問題에 無理없이 適用되어 廣範圍하게 適用될 수 있는 利點이 있다. 특히 變分이 存在하지 않는 物理系나, 時間從屬項이 包含된 偏微分方程式을 使用하여 要素方程式을 구할 경우에는 變分理論보다 매우 간편하게 되어 效果의이라고 할 수 있다.

本 研究에서는 式(3.15)가 適用되는 變壓器, 直流器 및 同期機의 磁束分布 特性解析을 위해 要素方程式을 구하는 데에는 變分理論을 適用하였고, 時間從屬項이 包含되어 있는 式(3.24)가 適用되는 誘導機의 磁束分布 特性解析을 위해 要素方程式을 구하는 데에는 加重殘差法을 適用하였다.

要素方程式을 구하는 過程은 各各 다음과 같다.

(1) 變壓器, 直流機 및 同期機의 경우

一般的으로 어떤 System에 蓄積되는 에너지는 損失과 外部로 供給하는 에너지가 없다고 한다면 外部에서 供給되는 에너지와 같다고 볼 수 있으므로 磁界에 關한 에너지의 關係式은 다음과 같이 된다.

$$\frac{1}{2} \iint_R \frac{1}{\mu} B^2 dx dy = \iint_R J A dx dy \quad (4.30)$$

여기에서 左邊은 領域 R 내에서의 磁氣에너지이며 右邊은 外部에서 供給되는 電氣의에너지에 해당된다.

式(4.30)을 變分理論에 適用시키기 위해 式(4.19)와 같이 汎函數의 形態로 表現하면

$$\chi = \frac{1}{2} \iint_R \frac{1}{\mu} B^2 dx dy - \iint_R J A dx dy \quad (4.31)$$

가 된다. 또 $1/\mu = \nu(B, x, y)$ 의 磁氣抵抗率은 位置와 磁束密度의 函數이며 磁束密度 B 도 非線型으로서 $B = B(\nu, x, y)$ 인 函數가 되므로 式(4.31)의 非線型 에너지汎函數는 다음과 같이 주어진 다.

$$\chi = \iint_R (\int_0^B \nu b db - J A) dx dy \quad (4.32)$$

여기에서

$$f = \int_0^B \nu b db - J A \quad (4.33)$$

라 놓으면 式(4.32)는

$$\chi = \iint_R f dx dy \quad (4.34)$$

와 같이 간단하게 表現된다. 이 式(4.34)가 式

(4.19)에서 表現된 汎函數를 意味하므로 식(4.33)을 식(4.19)에 代入하여 停留條件을 求解하면, 식(3.9)에서

$$B = \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)^2} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

이고 이것을 利用하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial A_x} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial}{\partial A_x} (f_{o^B} \nu b db - JA) \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial}{\partial A_x} \left(\frac{1}{2} \nu B^2 - JA \right) \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial}{\partial A_x} \left\{ \frac{1}{2} \nu (A_x^2 + A_y^2) - JA \right\} \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (\nu A_x) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

이며

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial A_y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right)$$

이고

$$\frac{\partial f}{\partial A} = \frac{\partial}{\partial A} (f_{o^B} \nu b db - JA) = -J$$

이므로 식(4.22)의 停留條件에 위의 式들을 代入하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial A_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial A_y} \right) - \frac{\partial f}{\partial A} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) + J = 0 \end{aligned}$$

가 되어 이 式은 식(3.15)와 같은 形態의 模型 方程式이 된다.

그러므로 식(4.32)는 식(3.15)의 非線型 偏微分方程式과 식(4.23) 및 (4.24)의 境界條件을 滿足하는 汎函數가 된다.

식(4.32) 汎函數의 停留條件을 求하는 것과 같은 結果가 되는 極值를 가지는 條件을 求解보자.

그럼 4.6과 같은 三角要素(e)의 節點벡터퍼텐셜值 A^e 는 식(4.12)로부터 $N_p = N_p(x, y)$ 이므로 $A^e = A^e(A_i, A_j, A_k, x, y)$ (4.35)

로 놓을 수 있으며 하나의 三角要素(e)에 대한 汎函數 χ^e 는 식(4.35)를 (4.32)에 代入하면

$$\chi^e = \iint_{\Delta} (f_{o^B} \nu^e b db - JA^e) dx dy \quad (4.36)$$

이다. 식(4.36)을 積分하면 그 結果는

$$\chi^e = \chi^e(A_i, A_j, A_k) \quad (4.37)$$

로 되는데, 여기서 식(4.32)의 汎函數가 極值를 갖기 위한 A_q 의 값은

$$\frac{\partial \chi}{\partial A_q} = \sum_e \frac{\partial \chi^e}{\partial A_q} = 0 \quad (4.38)$$

의 條件을 滿足하는 A_i, A_j, A_k 의 값이 된다.

단, $q (= i, j, k)$ 는 全領域 R 내의 모든 三角要素에 해당하는 것이다.

식(4.38)의 條件을 식(4.36)에 適用하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi^e}{\partial A_q} &= \iint_{\Delta} \left[\frac{\partial}{\partial A_q} (f_{o^B} \nu^e b db) - J \frac{\partial A^e}{\partial A_q} \right] dx dy \\ &= \iint_{\Delta} \left[\frac{\partial}{\partial B^e} (f_{o^B} \nu^e b db) \frac{\partial B^e}{\partial A_q} - J \frac{\partial A^e}{\partial A_q} \right] dx dy \\ &= \iint_{\Delta} \left[\nu^e B^e \frac{\partial B^e}{\partial A_q} - J \frac{\partial A^e}{\partial A_q} \right] dx dy \quad (4.39) \end{aligned}$$

가 된다. 여기서

$$\begin{aligned} \nu^e B^e \frac{\partial B^e}{\partial A_q} &= \nu^e \sqrt{\left(\frac{\partial A^e}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial A^e}{\partial y}\right)^2} \\ &\quad \frac{\partial}{\partial A_q} \sqrt{\left(\frac{\partial A^e}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial A^e}{\partial y}\right)^2} \\ &= \nu^e \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial A_q} \left[\sqrt{\left(\frac{\partial A^e}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial A^e}{\partial y}\right)^2} \right] \\ &\quad \cdot \sqrt{\left(\frac{\partial A^e}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial A^e}{\partial y}\right)^2} \\ &= \nu^e \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial A_q} \left\{ \left(\frac{\partial A^e}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial A^e}{\partial y}\right)^2 \right\} \\ &= \nu^e \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial A_q} \left(\frac{\partial A^e}{\partial x}\right)^2 + \frac{\partial}{\partial A_q} \left(\frac{\partial A^e}{\partial y}\right)^2 \right\} \\ &= \nu^e \left\{ \frac{\partial A^e}{\partial x} \frac{\partial}{\partial A_q} \left(\frac{\partial A^e}{\partial x}\right) + \frac{\partial A^e}{\partial y} \frac{\partial}{\partial A_q} \left(\frac{\partial A^e}{\partial y}\right) \right\} \quad (4.40) \end{aligned}$$

이므로 식(4.39)는

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi^e}{\partial A_q} &= \iint_{\Delta} \left\{ \nu^e \left[\frac{\partial A^e}{\partial x} \frac{\partial}{\partial A_q} \left(\frac{\partial A^e}{\partial x}\right) + \frac{\partial A^e}{\partial y} \frac{\partial}{\partial A_q} \left(\frac{\partial A^e}{\partial y}\right) \right] \right. \\ &\quad \left. - J \frac{\partial A^e}{\partial A_q} \right\} dx dy \quad (4.41) \end{aligned}$$

와 같이 된다. 또한 식(4.12)를 식(4.41)에 代入하면

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi^e}{\partial A_q} &= \iint_{\Delta} \nu^e \sum_{p=i}^k \left\{ \frac{b_p}{2\Delta} A_p \cdot \frac{b_q}{2\Delta} + \frac{c_p}{2\Delta} A_p \cdot \frac{c_q}{2\Delta} \right\} dx dy \\ &\quad - J \iint_{\Delta} N_q dx dy \quad (4.42) \end{aligned}$$

를 얻을 수 있는데, 식(4.42)의 右邊 第1項에서 $\iint_{\Delta} dx dy = \Delta$ 이고 第2項의 補間函數 $N_q (q = i, j, k)$ 는 식(4.17)에서와 같이 面積座標系에서의 面積座標와 같은 意味를 가지므로 面積座標의 積分公式인 식(4.18)을 利用하면

$$\frac{\partial \chi^e}{\partial A_q} = \frac{\nu^e}{4\Delta} \left[\sum_{p=i}^k (b_p b_q + c_p c_q) A_p \right] - \left\{ \frac{\Delta}{3} J \right\}$$

$$(q=i, j, k) \quad (4.43)$$

를 얻게 되는데, 이 식(4.43)이 하나의 三角要素(e)에 대한 要素方程式이 된다.

이 式을 行列의 形態로 나타내면

$$\frac{\partial \chi^e}{\partial A_q} = \frac{\nu^e}{4\Delta} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i, & b_i b_j + c_i c_j, & b_i b_k \\ b_j b_i + c_j c_i, & b_j b_j + c_j c_j, & b_j b_k \\ b_k b_i + c_k c_i, & b_k b_j + c_k c_j, & b_k c_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \end{Bmatrix} - \frac{\Delta J}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (4.44)$$

이며 여기에서 A_i, A_j, A_k 는 식(4.38)의 條件을 滿足하는 한 要素에 대한 節點벡터퍼텐셜值가 된다.

(2) 誘導機의 경우

식(4.12)와 같이 벡터퍼텐셜 A^e 를 近似化하고 한 要素내에서의 磁氣抵抗率은 ν^e 로 一定하다고 假定하여 식(3.24)에 4-5節에서 說明한 Galerkin理論을 適用하면 각 要素에서는

$$\iint_{\Delta} [\nu^e \{ \frac{\partial^2 A^e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A^e}{\partial y^2} \} + J - \sigma s \frac{\partial A^e}{\partial t}] N_q dxdy = 0 \quad (q=i, j, k) \quad (4.45)$$

가 成立한다. 식(4.45)를 變形하면

$$\nu^e \iint_{\Delta} (\frac{\partial^2 A^e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A^e}{\partial y^2}) N_q dxdy + \iint_{\Delta} J N_q dxdy - \sigma s \iint_{\Delta} \frac{\partial A^e}{\partial t} N_q dxdy = 0 \quad (4.46)$$

가 되고 식(4.46)의 左邊 第1項을 展開하면

$$\begin{aligned} & \nu^e \iint_{\Delta} (\frac{\partial^2 A^e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A^e}{\partial y^2}) N_q dxdy \\ &= -\nu^e \iint_{\Delta} (\frac{\partial A^e}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_q}{\partial x} + \frac{\partial A^e}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_q}{\partial y}) dxdy \\ &+ \nu^e \iint_{\Delta} [\frac{\partial}{\partial x} (\frac{\partial A^e}{\partial x} N_q) + \frac{\partial}{\partial y} (\frac{\partial A^e}{\partial y} N_q)] dxdy \end{aligned} \quad (4.47)$$

이 된다. 여기에서 식(4.47)의 右邊 第2項에 Green의 定理를 適用하면

$$\begin{aligned} & \nu^e \iint_{\Delta} [\frac{\partial}{\partial x} (\frac{\partial A^e}{\partial x} N_q) + \frac{\partial}{\partial y} (\frac{\partial A^e}{\partial y} N_q)] dxdy \\ &= \nu^e \iint_{\Delta} \nabla \cdot (\frac{\partial A^e}{\partial x} N_q \hat{i} + \frac{\partial A^e}{\partial y} N_q \hat{j}) dxdy \\ &= \nu^e \int_{\Psi} m \cdot (\frac{\partial A^e}{\partial x} N_q \hat{i} + \frac{\partial A^e}{\partial y} N_q \hat{j}) d\psi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \nu^e \int_{\Psi} f_{\Psi} (\frac{\partial A^e}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} + \frac{\partial A^e}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial n}) N_q d\psi \\ &= \nu^e \int_{\Psi} f_{\Psi} (\frac{\partial A^e}{\partial x} n_x + \frac{\partial A^e}{\partial y} n_y) N_q d\psi \end{aligned} \quad (4.48)$$

로 되며, 여기에서 Ψ 는 各 要素를 둘러싸고 있는 境界이고 n_x, n_y 는 單位法線벡터의 x, y 軸 方向餘弦이다.

또한 식(4.48)은 要素의 境界에서 주어지는 境界條件으로서 自然境界條件에 의해 要素의 全 境界에서 벡터퍼텐셜의 方向導函數 成分의 合은 零으로 된다. 즉, 식(4.49)는

$$\nu^e \int_{\Psi} f_{\Psi} (\frac{\partial A^e}{\partial x} n_x + \frac{\partial A^e}{\partial y} n_y) N_q d\psi = 0 \quad (4.49)$$

로 된다. 따라서 식(4.46)을 다시 정리하면

$$\begin{aligned} & \nu^e \iint_{\Delta} (\frac{\partial A^e}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_q}{\partial x} + \frac{\partial A^e}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_q}{\partial y}) dxdy \\ &+ \sigma s \iint_{\Delta} \frac{\partial A^e}{\partial t} N_q dxdy = \iint_{\Delta} J N_q dxdy \end{aligned} \quad (4.50)$$

로 되고 이 式에 식(4.12)의 近似化된 벡터퍼텐셜 $A^e(x, y, t) = \sum_{p=1}^K N_p(x, y) A_p(t)$ 를 代入하여 整理하면

$$\begin{aligned} & \nu^e \sum_{p=1}^K \iint_{\Delta} (\frac{\partial N_p}{\partial x} \frac{\partial N_q}{\partial x} + \frac{\partial N_p}{\partial y} \frac{\partial N_q}{\partial y}) A_p dxdy \\ &+ \sigma s \sum_{p=1}^K \iint_{\Delta} N_p N_q \frac{\partial A_p}{\partial t} dxdy = J \iint_{\Delta} N_q dxdy \end{aligned} \quad (q=i, j, k) \quad (4.51)$$

로 되고 식(4.51)을 行列의 形態로 表示하면

$$[N] \{A_p\} + \sigma s [M] \frac{\partial}{\partial t} \{A_p\} = \{J\} \quad (4.52)$$

와 같이 된다.

또한 2-2節의 假定(vii)에서 모든 界變數는 時間에 대해 正弦的으로 變化하고 入力電流 密度는 空間的으로도 正弦的이라고 보았으므로

$$J(t, \theta) = \text{Re} [J_m e^{j\omega t - \frac{\pi}{2} \theta}] = \text{Re} [J_m e^{-j\frac{\pi}{2} \theta} e^{j\omega t}] \quad (4.53)$$

$$A_p(t) = \text{Re} [A_m e^{j\omega t}] \quad (4.54)$$

으로 놓을 수 있다. 그러면

$$\begin{aligned} & \frac{\partial A_p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \text{Re} [A_m e^{j\omega t}] \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} [A_m \cos \omega t] \\ &= -\omega A_m \sin \omega t \\ &= \text{Re} [j\omega A_m e^{j\omega t}] \end{aligned} \quad (4.55)$$

이므로 식(4·53)과 (4·54)에서 phasor를 취하여

$$J_s = J_m e^{-j\frac{\pi}{\tau}\theta} \quad (4\cdot56)$$

$$A_s = A_m \quad (4\cdot57)$$

로 놓으면 식(4·55)의 phasor는

$$j\omega A_m = j\omega A_s \quad (4\cdot58)$$

가 된다. 식(4·56), (4·57) 및 (4·58)의 phasor를 利用하여 식(4·52)의 方程式을 表現하면

$$[N] \{A_s\} + j\omega \sigma S [M] \{A_s\} = \{J_s\} \quad (4\cdot59)$$

즉

$$[N + j\omega \sigma S M] \{A_s\} = \{J_s\} \quad (4\cdot60)$$

가 되어 이것이 한 要素에서 滿足하는 要素方程式이 된다.

式(4·60)에서 各 行列의 係數 N, M, J 는 各 各 다음과 같다.

$$\begin{aligned} m_{pq} &= \nu^e \iint_{\Delta} \left(\frac{\partial N_p}{\partial x} \frac{\partial N_q}{\partial x} + \frac{\partial N_p}{\partial y} \frac{\partial N_q}{\partial y} \right) dx dy \\ &= \nu^e \iint_{\Delta} \left(\frac{b_p}{2\Delta} \cdot \frac{b_q}{2\Delta} + \frac{c_p}{2\Delta} \cdot \frac{c_q}{2\Delta} \right) dx dy \\ &= \frac{\nu^e}{4\Delta} (b_p b_q + c_p c_q) \end{aligned} \quad (4\cdot61)$$

이며

$$m_{pq} = \iint_{\Delta} N_p N_q dx dy$$

이다. 이것은 4-3節의 面積座標系의 積分公式인 식(4·18)을 利用하면 구할 수 있다. 즉

$$m_{pq} = \begin{cases} p=q \text{ 일 때}; & \frac{\Delta}{6} \\ p \neq q \text{ 일 때}; & \frac{\Delta}{12} \end{cases} \quad (4\cdot62)$$

이다. 또

$$j_q = J_s \iint_{\Delta} N_q dx dy = J_s \cdot \frac{\Delta}{3} \quad (4\cdot63)$$

이며, 단

$$\begin{aligned} J_s &= J_m e^{-j\frac{\pi}{\tau}\theta} \\ &= J_m \left(\cos \frac{\pi}{\tau} \theta - j \sin \frac{\pi}{\tau} \theta \right) \end{aligned}$$

로 주어지고 τ 는 radian으로 나타낸 極間隔(pole pitch)이다.

식(4·60)의 形態로 表現된 要素方程式을 各 要素에 對해 計算하고 이들을 全 解析領域에 對해 전부 組合하면

$$[SR + jSI] \{A_s\} = \{J_s\} \quad (4\cdot64)$$

形態의 系方程式을 얻게 되며 이것을 풀면 各

節點에서의 벡터퍼텐셜 A_p 의 phasor값 A_s 를 구할 수 있는데 이 phasor 값은 複素量이 된다.

Phasor A_s 의 값이 計算되면 식(4·54)와 (4·57)에 의해

$$A_p(t) = \text{Re}[A_s(\cos \omega t + j \sin \omega t)] \quad (4\cdot65)$$

이므로 ωt 의 값을 決定해 주면 구하고자 하는 순간에서의 各 節點 벡터퍼텐셜 值를 얻을 수 있다.

5. 系方程式과 그 解

5-1 境界條件 및 週期條件^{1), 16)}

(1) 境界條件

식(4·44) 및 (4·60)은 各 三角要素에 對한 要素方程式이므로 이 式을 解析領域내의 모든 要素에 對하여 計算하고 식(4·38)의 條件에 의하여 이들을 전부 組合하여 系方程式을 構成하면 다음과 같은 行列形態의 方程式을 얻게 된다.

$$[S] \{A\} = \{F\} \quad (5\cdot1)$$

여기서 $[S]$ 는 $(n \times n)$, $\{A\}$ 및 $\{F\}$ 는 $(n \times 1)$ 의 行列이며 n 은 全 解析領域에서의 節點數이다. 또

$$[S] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\{A\} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} \quad \{F\} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_3 \end{bmatrix}$$

의 形態가 되고 $[S]$ 의 各 係數(Coefficient) a_{pq} 에는 各 要素에서의 磁氣抵抗率 ν^e 가 포함되어 있으며, 變壓器, 直流機 및 同期機 解析의 경우에는 이 係數들이 實數로 주어지고, 誘導機 解析의 경우에는 複素數로 주어진다.

또한 이 行列 $[S]$ 는 보통 對稱(Symmetric)이고 非正則(Singular)인 行列이 된다. 그러므로 식(5·1)로 주어지는 系方程式의 解를 구하기 위해서는 非正則인 $[S]$ 行列을 正則(Nonsingular)行列로 修正할 必要가 있다. 이러한 修正을 위해서는 解析모델에서 주어지는 境界條件을 引用할 必要가 있는데 이 境界條件은 보통, 磁界가

無視되는 周圍空間과 맞닿은 機器의 外部境界上에는 식(4·24)의 形態로 주어지는 幾何學的 境界條件인 $A=0$, 즉 벡터퍼텐셜을 無視하는 條件을 주고, 또 磁束線이 垂直이 될 것이 豫想되는 境界上에는 식(4·23)의 形態로 주어지는 自然境界條件인 $\frac{\partial A^e}{\partial x} n_x + \frac{\partial A^e}{\partial y} n_y = 0$ 즉 벡터퍼텐셜의 方向導函數 成分의 合은 零이라는 條件을 주는데, 이 自然境界條件은 結局 그 境界上의 節點에서는 벡터퍼텐셜值를 未知數로 둔다는 것이다.

이와 같은 境界條件을 導入하면 식(5·1)의 未知節點 벡터퍼텐셜值와 境界條件으로 주어지는 既知節點 벡터퍼텐셜值에 대한 係數行列로 나누어 쓸 수 있다. 즉

$$\begin{bmatrix} [S_{11}] & [S_{12}] \\ [S_{21}] & [S_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{A_1\} \\ \{A_2\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_1\} \\ \{F_2\} \end{Bmatrix} \quad (5 \cdot 2)$$

로 된다. 여기에서 $\{A_1\}$ 은 未知節點 벡터퍼텐셜值의 行列이고 $\{A_2\}$ 은 既知節點 벡터퍼텐셜值의 行列이다.

식(5·2)를 두 개의 方程式으로 나누면

$$[S_{11}]\{A_1\} + [S_{12}]\{A_2\} = \{F_1\} \quad (5 \cdot 3)$$

$$[S_{21}]\{A_1\} + [S_{22}]\{A_2\} = \{F_2\} \quad (5 \cdot 4)$$

로 되는데 식(5·3)을 整理하면

$$[S_{11}]\{A_1\} = \{F_1\} - [S_{12}]\{A_2\} \quad (5 \cdot 5)$$

로 된다. 이것을

$$[S_{11}]\{A_1\} = \{F_1'\} \quad (5 \cdot 6)$$

로 表示하면 이 식에서부터 구하고자 하는 未知節點 벡터퍼텐셜值 $\{A_1\}$ 을 구할 수 있게 된다.

그러나 一般的인 電氣機械에서는 磁束分布特性이 電氣角으로 每90°마다 對稱으로 形成되므로 機械의 한 極 部分만을 解析領域으로 취하였을 경우에는 對稱軸으로 되는 境界上의 벡터퍼텐셜值를 모두 구할 必要는 없으며 한 쪽 軸上의 벡터퍼텐셜值만을 구하여 부호를 反對로 붙여주면 다른쪽 對稱軸上의 벡터퍼텐셜值도 自然的으로 구할 수 있게 된다.

또 無負荷時의 경우에 있어서는 磁束分布 樣相이 解析領域의 내부에서 對稱적으로 주어지므로 對稱軸上의 벡터퍼텐셜值를 모두 未知數로 두고 解析하여도 별로 큰 誤差는 發生하지 않지만, 만약 負荷時를 解析하고자 할 경우에 두 對稱軸上의 벡터퍼텐셜值를 모두 未知數로

두면 磁束分布 樣相에 큰 誤差를 가져오게 된다.

그러므로 식(5·6)으로 주어지는 修正된 系 方程式을 解析하는 過程에서도 두 對稱軸上에 대응되는 位置에 있는 節點에서의 벡터퍼텐셜值를 크기가 같고 부호가 反對가 되게 하는 條件을 부여할 必要가 있는데, 이 條件을 週期條件 (Periodic Condition)이라 한다.

(2) 週期條件

週期條件에 對한 理論的인 適用過程은 다음과 같이 說明된다.

그림 5·1에서 節點 3과 4가 週期條件이 成立하는 關係에 있다고 하면 $A_4 = -A_3$ 인 關係가 成立하므로 全 節點에 대한 벡터퍼텐셜值의 行列 $\{A\}$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix}$$

이것을

$$\{A\} = [C] \cdot \{A'\} \quad (5 \cdot 7)$$

의 形態로 表現하면

$$\{A'\} = \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix}$$

이고 $[C]$ 는

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

인 接續行列 (Connection Matrix)이다.

또한 電磁界내의 에너지는 그것을 計算하는 方法에는 無關하므로 各各의 要素에서 구한 에너지의 合과 全 領域에서 한꺼번에 구한 에너지

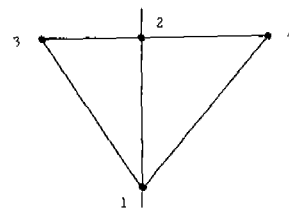


그림 5·1 주기조건이 주어진 요소
Fig 5·1 Elements in the periodic condition

의 값은 같게 된다. 그러므로

$$\iint_R \{J\}^T \cdot \{A\} dx dy = \iint_R \{J'\}^T \cdot \{A'\} dx dy \quad (5.8)$$

가 성립하며 J 의 대신 F 를 사용하면

$$\{F\}^T \cdot \{A\} = \{F'\}^T \cdot \{A'\} \quad (5.9)$$

가 된다. 식(5.9)에 식(5.7)을代入하면

$$\begin{aligned} \{F\}^T \cdot \{A\} &= \{F'\}^T \cdot [C] \cdot \{A'\} \\ &= \{F'\}^T \cdot \{A'\} \end{aligned} \quad (5.10)$$

이고 이 식으로부터

$$\{F'\} = [C]^T \{F\} \quad (5.11)$$

인關係를 얻을 수 있다. 따라서

$$\begin{Bmatrix} F_1' \\ F_2' \\ F_3' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - F_4 \end{Bmatrix} \quad (5.12)$$

가 된다. 또한 식(5.6)에서 이것을

$$\{F\} = [S] \{A\} \quad (5.13)$$

의形態로表現하면 이 식에 식(5.7)을代入하여

$$\{F\} = [S][C] \{A'\} \quad (5.14)$$

를 얻을 수 있고 식(5.14)를 식(5.11)에代入하면

$$\begin{aligned} \{F'\} &= [C]^T \{F\} = [C]^T [S] [C] \{A'\} \\ &= [S'] \{A'\} \end{aligned} \quad (5.15)$$

를 얻을 수 있는데, 여기서

$$[S'] = [C]^T [S] [C] \quad (5.16)$$

이다.

따라서 週期條件을適用하여 구해지는 修正된 系方程式은

$$[S'] \{A'\} = \{F'\} \quad (5.17)$$

이며

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13}-S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23}-S_{24} \\ S_{31}-S_{41} & S_{32}-S_{42} & S_{33}-S_{34}-S_{43}+S_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 - F_4 \end{Bmatrix} \quad (5.18)$$

로表現된다. 이 식(5.18)을 원래의形態인 식(5.13)을表現하는 식인

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix} \quad (5.19)$$

와 비교해 보면 식(5.18)에서는對稱되는 節點에서의 벡터퍼텐셜에 대한 行과 列이 없어져서 行列의 次元이 그만큼 줄어 들었다는 것을 알 수 있다.

그러므로 식(5.6)의形態로 修正된 系方程式의 次元이 $(m \times m)$ 일 때, 그 중 k 쌍의 節點이 週期條件이 成立되는 關係에 있다면 實際로 풀어야 하는 系方程式의 次元은 $(m-k) \times (m-k)$ 로 修正된다.

5-2 系方程式의 解¹⁷⁾

식(5.1)의 系方程式에 境界條件과 週期條件을適用하여 식(5.17)形態의 修正된 系方程式이 얻어지면 $[S']$ 行列의 逆行列 $[S']^{-1}$ 을 구하여 구하려는 未知節點벡터퍼텐셜値를 구할 수 있다.

逆行列을 구하는 방법에는 여러 種類의 數值解析的인 方法이 있으나 本 研究에서 Gauss-Jordan法을適用하였다. 그러나 다른 便利하고 더 正確한 方法이 있다면 그 方法을 使用하는 것도 가능하다.

Gauss-Jordan法을適用하여 逆行列을 구하는 方法을說明하면 다음과 같다.

任意的 正方行列은

$$[S] [S]^{-1} = [S]^{-1} [S] = [I] \quad (5.20)$$

가 되는 特性을 가지고 있으며 여기서 $[I]$ 는 單位行列을 나타낸다.

식(5.17)에 주어진 行列 $[S']$ 의 擴張된 型을

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1l} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2l} & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{l1} & a_{l2} & \cdots & a_{ll} & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

과 같이表現하자.

여기서 l 은 解析領域 내부의 全節點과 週期條件이適用되는 한 쪽의 對稱軸上的 節點을 합한 節點의 數이다. 식(5.21)形態의 行列에서 第1列의 全係數를 a_{11} 로 나누고 第1行의 係數를 消去하면

$$\begin{bmatrix} 1 & a_{12}/a_{11} & \cdots & a_{1l}/a_{11} & & & & \\ 0 & a_{22} - a_{21}(a_{12}/a_{11}), & \cdots & a_{2l} - a_{21}(a_{1l}/a_{11}), & & & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & & & & \\ 0 & a_{l2} - a_{l1}(a_{12}/a_{11}), & \cdots & a_{ll} - a_{l1}(a_{1l}/a_{11}), & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1/a_{11}, 0 \cdots 0 \\ -a_{21}/a_{11}, 1 \cdots 0 \\ \cdots \cdots \cdots \\ -a_{n1}/a_{11}, 0 \cdots 1 \end{bmatrix}$$

과 같은 행렬을 얻을 수 있고 다음에 第2行, 第2列의 係數에 대해서도 위의 過程을 適用하여 全體 行列을 順次的으로 계산해 가면 결국 다음과 같은 形態의 行列을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \cdots 0 & b_{11} & b_{12} \cdots b_{1n} \\ 0 & 1 \cdots 0 & b_{21} & b_{22} \cdots b_{2n} \\ \cdots \cdots \cdots \\ 0 & 0 \cdots 1 & b_{n1} & b_{n2} \cdots b_{nn} \end{bmatrix}$$

여기에서 식 (5.20)의 特性으로부터

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \cdots b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} \cdots b_{2n} \\ \cdots \cdots \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} \cdots b_{nn} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

은 行列 $[S']$ 의 逆行列 $[S']^{-1}$ 를 나타낼 수 있다.

식 (5.22)와 같은 逆行列 $[S']^{-1}$ 가 구해지면 식 (5.17)에서

$$\{A'\} = [S']^{-1} \{F'\} \quad (5.23)$$

이므로 $\{F'\}$ 를

$$\{F'\} = \begin{bmatrix} F_1' \\ F_2' \\ \vdots \\ F_n' \end{bmatrix}$$

의 形態로 表示하면 구하고자 하는 未知節點 벡터 퍼텐셜值 $\{A'\}$ 는 식 (5.22) 및 (5.23)에서

$$\begin{aligned} \{A'\} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_1 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \cdots b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} \cdots b_{2n} \\ \cdots \cdots \cdots \\ b_{n1} & b_{n2} \cdots b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1' \\ F_2' \\ \vdots \\ F_n' \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} b_{11}F_1' + b_{12}F_2' + \cdots + b_{1n}F_n' \\ b_{21}F_1' + b_{22}F_2' + \cdots + b_{2n}F_n' \\ \cdots \cdots \cdots \\ b_{n1}F_1' + b_{n2}F_2' + \cdots + b_{nn}F_n' \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.24)$$

가 된다.

5-3 各要素에서의 磁束密度*

各要素에서의 磁束密度 B^e 는 식 (3.9)로부터 다음과 같이 주어진다.

$$B_z^e = \frac{\partial A^e}{\partial y} i - \frac{\partial A^e}{\partial x} j \quad (5.25)$$

따라서 磁束密度의 x 成分 B_x^e 및 y 成分 B_y^e 는 식 (4.12)의 各要素에서의 近似化된 벡터 퍼텐셜值 A^e 를 식 (5.25)에 代入하면

$$\begin{aligned} B_x^e &= \sum_{p=i}^k \frac{1}{2\Delta} c_p A_p^e \\ B_y^e &= \sum_{p=i}^k \frac{-1}{2\Delta} b_p A_p^e \end{aligned} \quad (5.26)$$

와 같이 되고 前節에서 구한 벡터 퍼텐셜值 A 를 식 (5.26)에 代入하면 다음의 式으로부터 各要素에서의 磁束密度값을 구할 수 있다.

$$B^e = \sqrt{(B_x^e)^2 + (B_y^e)^2} \quad (5.27)$$

6. 非線型解析

6-1 磁化曲線의 數值近似法¹⁸⁾

變壓器 磁束分布의 特性解析에 非線型解析을 適用하기 위해서는 우선 磁化曲線을 數值的으로 表現하는 것이 必要한데, 本研究에서는 數值近似法(Numerical Approximation)을 사용하여 磁化曲線을 近似하였다.

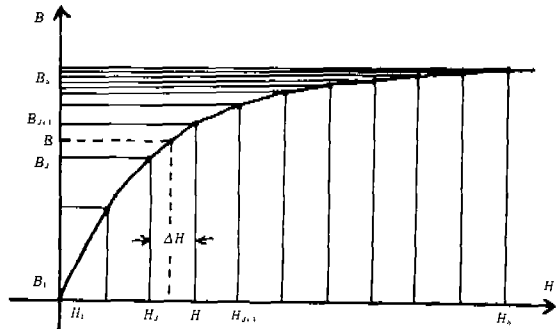


그림 6-1 선형보간에 의한 수치근사
Fig 6-1 Numerical approximation by linear interpolation

주어진 磁化曲線에서 磁界強度 H 를 磁束密度가 飽和되는 飽和強度 H_s 까지 ΔH 의 等間隔으로 나누고 각 H_j 에서의 磁束密度값 B_j 를 決定한다. 여기서 B_s 는 磁界強度가 H_s 되는 點의 磁束密度값이다.

먼저 任意의 磁界強度 H 의 값이 주어지면

$$J = (H/\Delta H) + 1.0 \quad (6.1)$$

의 式에서 區間 J 를 구하는데, 여기에서 J 의 값

은 小數點以下를 除外한 正數값만을 취한다.

J 의 값이 決定되면

$$m_j = (B_{j+1} - B_j) / \Delta H \quad (6 \cdot 2)$$

의 식으로부터 區間 J 에서의 線型기울기를 구한 후

$$B = (H - H_s) m_j + B_s \quad (6 \cdot 3)$$

의 식에서 線型補間된 磁束密度의 값 B 를 계산한다.

이 경우의 磁氣抵抗率 ν 는

$$\nu = H/B = H / \{(H - H_s) m_j + B_s\} \quad (6 \cdot 4)$$

로 주어진다.

만약 磁界強度 H 가 주어진 飽和磁界強度 H_s 보

다 같거나 큰 경우, 즉 $J \geq S$ 에서는

$$B = (H - H_s) \mu_0 + B_s \quad (6 \cdot 5)$$

로서 空氣에서의 透磁率 μ_0 를 사용하여 磁束密度를 補間한다.

本研究에서 사용된 磁化曲線은 珪素鋼板 0.35 [mm] (製品名; Z8H)에 대한 것이며 $\Delta H = 10 [A/m]$, $H_s = 500 [A/m]$, $B_s = 1.9055 [Wb/m^2]$ 를 주었다.

이 數似近似法으로 表現한 磁化曲線은 實測曲線과 거의 같은 모양을 나타내었으며 따라서 이 方法을 使用하여 磁束密度를 구하더라도 큰 誤差는 없다고 생각된다.

〈다음號에 계속〉

• 안내 •

實 務 技 術 教 育 實 施

본협회에서는 실무경력이 적은 전기기사의 경력 기술향상을 위하여 시청각교육과 전기기기의 현품 전시 및 견학을 포함한 실무기술교육을 다음과같이 실시하니 해당회원 및 기술자들은 많이 참석해주시기 바랍니다.

1. 기 간 : 1984. 5. 22~25 (4일간)
매일 9 : 30~17 : 30
2. 장 소 : 대한전기협회 강당
3. 대 상 : 81년도 이후 전기기사 자격등록자 및 희망자

4. 교육내용

과 목	시간	강 사
가. 정신교육	1	본협회사무국장 김광석
나. 실습강의 교육		금성계전 (주)
(1) 차단기의구조와원리	2	금성계전 (주)
(2) 전동기 기동장치	2	"
(3) 보호계전기의 동작 시험	2	경보전기기기 (주)
다. 강의교육		전무이사 정재준

(1) 전기공작물 행정 절차	2	서울특별시 연료과 황병하
(2) 전기보안규정 및 점검업무	2	경기화학공업 (주) 계전부장 권용득
(3) 전기사업법외의의 범위	1.5	본협회 기술과장 김기욱
(4) 전기공급규정	2	한국전력공사 봉사과장 홍주보
라. 시청각교육 (슬라이드)		
(1) 수변전설비의 개요	2	본협회 기술과장 김기욱
(2) 계측기 및 공구	1	"
(3) 계측기 측정방법	1	"
(4) 전기사용합리화 2편	1	"
마. 견학		
(1) 금성계전 (주)	3.5	충전기 제작공정
(2) 한국전력공사 사원 연수원	3.5	실습설비 및 154kV 변전소

5. 교 육 비 : 25,000원 (교재 및 견학비 포함)
6. 접 수 : 수강자는 1984. 5. 19일까지 주회 측에 접수 바랍니다.
7. 주 최 : 대한전기협회 (중구 수포동 11의 4)

274-1661~7