

# 測定誤差가 增加하는 自動計量機의 最適交替時期決定에 관한 研究 — The Optimal Replacement Policy of Auto — Scale with Increasing Error Variance —

高 鐘 變\* 尹 德 均\*\*

## ABSTRACT

This paper is concerned with the optimal replacement policy of auto-scale with increasing error-variance. This optimization model is to minimize the sum of the cost of defective and excess weight allowance for a target value. The numerical example for the proposed problem is solved by Golden-Section Search and Simpson's rule.

### I. 序 論

工業生産品의 대부분은 品質特性에 따른 規格을 갖는다. 生産된 製品들 중 規格을 만족하는 것은 適正價格에 판매되거나 合格되고, 規格을 만족시키지 못하는 製品들은 할인가격으로 판매되거나 再作業 또는 버려지게 된다.

이런 경우 어느정도 餘裕있게 加工하거나 計量한다면 오히려 經濟的일 수 있다. 이런 점에 비추어 몇가지 조건下에서 기대되는 純利益을 最大化하는 문제에 대한 몇가지 연구가 進行되었다.

Hunter and Kartha<sup>2)</sup>는 規格未達의 製品이 一定한 價格에 판매되는 경우를 연구하였고, 이에 대한 근사해법을 Nelson이 제시하였다. 윤덕균, 이남식<sup>3)</sup>은 規格未達의 製品을 버리는 경우를 연구하였고,

Carlsson<sup>1)</sup>은 規格未達의 製品이 重量에 비례하는 價格으로 판매되는 경우를 다루었다.

本 研究에서는 品質特性을 重量으로 하여 最適計量基準値에 기준을 두어 原料를 計量하는 경우 自動計量機에 발생하는 誤差에 대해 研究하였다. 計量된 製品의 數가 많아짐에 따라 自動計量機의 精密度에 변화가 생기고 이에 의해 規格未達 및 過剩計量에 의한 損失費用이 차차 증가된다. 이 費用을 計量値의 표준편차가 증가하는 경우로 나타내고, 計量機 購入 價格과 비교하여 總費用을 最少化하는 計量機의 最適交替時期를 구하고자 한다.

Simpson's Rule과 Golden-Section Search를 利用하여 문제를 푸는 과정을 보였다.

\* 漢陽大學校 大學院 産業工學科

\*\* 漢陽大學校 工科大學 産業工學科 教授

## II. 費用模型的 概略 및 符號定義

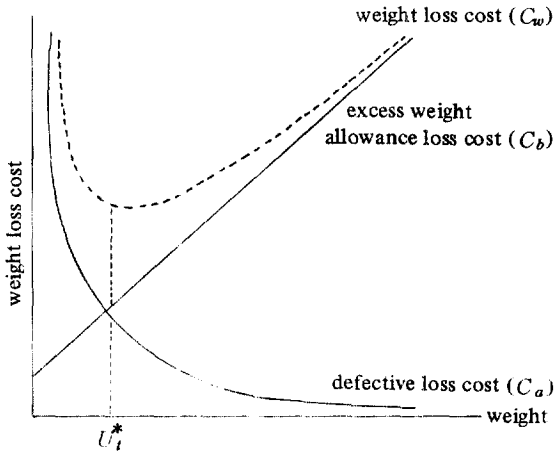


Fig 1. Weight loss cost vs. Optimal weight allowance

크게 두가지 損失費用을 생각할 수 있다. 즉 計量機가 부정확함에 의한 計量損失費用( $C_w$ )과 計量機를 使用함에 따라 발생하는 計量機 年間等價費用( $C_t$ )이다. 그림 1에서 보는 것처럼 計量損失費用은 다시 두가지 요인으로 나누어 질 수 있다. 예를 들어 금형을 使用하여 타이어를 生産하는 경우 일단 발생한 不良品은 回收하여 再使用하는 것이 불가능하다. 이런 경우 原料가 品質基準限界 以下로 計量되어 금형에 主입되는 경우에는 製品이 不良이 되어 이를 使用하지 못함에 따라 不良損失費用( $C_a$ )이 발생되고 이의 損失을 줄이기 위해 最適計量基準值( $U_t^*$ )를 크게 하면 不良率은 감소하나 필요 이상의 原料를 主입하게 되므로 過剩計量損失費用( $C_b$ )이 증가하게 된다. 이를 數學的 模型으로 나타내기 위하여 다음과 같은 假定下에서 출발하였다.

- (1) 일단 발생한 不良品은 回收하여 再使用 할 수 없다.
  - (2) 計量機의 誤差는 正規分布를 따른다고 假定한다.
  - (3) 計量機의 誤差分散은 時間에 따라 線形的으로 증가한다.
- 數學的 模型에 필요한 부호들을 다음과 같이 定義한다.

$a$  : 品質基準限界

$U_t$  :  $t$ 년째 計量基準值

$A_t$  :  $t$ 년째 計量餘裕量 ( $A_t = U_t - a$ )

$\lambda$  : 計量機의 年間 精밀도 감소계수

$\sigma_0$  : 分布의 分散으로 표시된 計量機의 初期標準偏差

$\sigma_t$  : 分布의 分散으로 표시된 計量機의  $t$ 년째 標準偏差 ( $\sigma_t = \sigma_0 (1 + \lambda t)$ )

$r$  : 할인계수 (discount factor)

$S$  : 計量機 購入價格

$N$  : 年間 計量한 製品數

$C$  : 原料 單位當 價格

## III. 計量損失費用

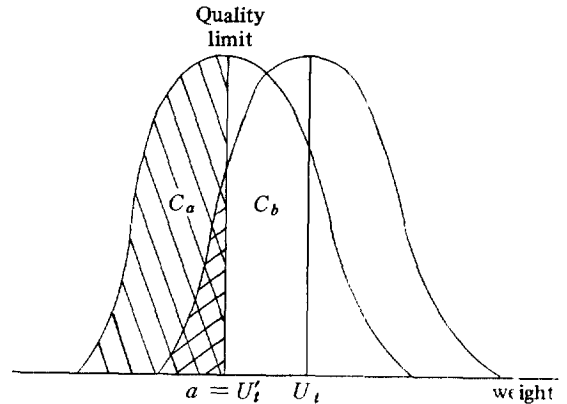


Fig 2. Shift of weight setting from  $U_t'$  to  $U_t$

그림 2에서 計量基準值( $U_t'$ )를 品質基準值( $a$ )와 같게 ( $U_t' = a$ ) 한다면 生産된 製品의 50%는 不合格 됨을 알 수 있다. 不良率을 줄이기 위해  $U_t'$ 에서  $U_t$ 로 計量基準值를 옮긴다면  $C_a$ 는 감소하는 반면  $C_b$ 는 증가한다.

이 두비용의 합으로 표시되는 製品單位當 計量損失費用( $C_w(t)$ )<sup>6)</sup>은

$$\begin{aligned}
 C_w(t) &= C_a + C_b \\
 &= C \int_{-\infty}^a x \exp \left\{ -(x - U_t)^2 / 2\sigma_t^2 \right\} / (\sqrt{2\pi} \sigma_t) dx + C \int_a^{\infty} (x - a) \exp \left\{ -(x - U_t)^2 / 2\sigma_t^2 \right\} / (\sqrt{2\pi} \sigma_t) dx
 \end{aligned}$$

$$= CU_t - Ca \int_a^\infty \exp\{-(x-U_t)^2/2\sigma_t^2\} / (\sqrt{2\pi}\sigma_t) dx \dots \dots \dots (1)$$

이다.

(1) 식을  $U_t$ 에 대해 1차 미분하여 最適計量基準值  $U_t^*$ 를 구하면<sup>4)</sup>

$$U_t^* = a + \sigma_t \sqrt{2 \ln(a/\sqrt{2\pi}\sigma_t)} \dots \dots \dots (2)$$

이다.

여기서 計量機의 精確도가 線型的으로 떨어진다 면  $t$ 시점의 計量機의 標準偏差( $\sigma_t$ )는  $a_t(1 + \lambda t)$ 로 증가된다고 할 수 있으므로, (2)식에 의해

$$U_t^* = a + \sigma_0(1 + \lambda t) \sqrt{2 \ln(a/\sqrt{2\pi}\sigma_0(1 + \lambda t))} \dots \dots \dots (3)$$

이다.

$U_t^*$ 는 시간에 따라 증가하는 함수이므로, 계속 적으로 最適計量基準點에 目標值를 두고 計量할 때  $t$ 년까지 年平均 總計量損失費用( $TH(t)$ )는

$$TH(t) = N \int_0^t C_w(w) dw / t \dots \dots \dots (4)$$

이다.

#### IV. 計量機 年間等價費用( $C_s(t)$ )과 年平均總損失費用( $TC(t)$ )

計量機를  $S$ 의 값으로 구입하여  $t$ 년동안 使用 하였을 때 計量機에 의한 固定費의 要素인 計量機 年間等價費用( $C_s(t)$ )<sup>5)</sup>는 다음과 같다.

$$C_s(t) = S(A/p, r, t) = S \{ \exp(r) - 1 \} \exp(rt) / \{ \exp(rt) - 1 \} \dots \dots \dots (5)$$

위에서 구한 (5)식과 (6)식을 합한 年平均總損失費用( $TC(t)$ )는

$$TC(t) = C_s(t) + TH(t) = S \{ \exp(r) - 1 \} \exp(rt) / \{ \exp(rt) - 1 \} + (N \int_0^t C_w(w) dw) / t \dots \dots \dots (6)$$

이다.

위의 (6)식은 Convexity 함으로<sup>7)</sup>  $TC(t)$  함수의 값을 최소화하는 유일한 해가 존재한다. 그러므로 (6)식을  $t$ 에 대해 1차 미분하여 “0”으로 놓으면

$$dTC(t)/dt = S(-r) \{ \exp(r) - 1 \} \exp(-rt) / \{ 1 - \exp(-rt) \}^2 + \frac{N}{t} \frac{d}{dt} \int_0^t C_w(w) dw - \frac{N}{t^2} \int_0^t C_w(w) dw \dots (7)$$

이다.

(7)식에서 얻어진  $t$ 의 값이 計量機의 最適交替時期  $t^*$ 이다.

#### V. 數值例에 適用

타이어 生産業體인 S會社는 단위 무게당 價格이 5원/g인 가황고무를 利用 1,000g以上이면 合格인 자전거 타이어를 年間 12萬개 生産하고 있다. 原料를 計量하여 금형에 주입하기 위해 초기 標準偏差가 2.5g이고, 精確도가 年間 0.04의 비율로 떨어지는 自動計量機를 500萬원에 구입하였다.

단 할인계수는 0.12이다.

( $a = 1,000g$ ,  $C = 5$ 원/g,  $N = 12$ 萬개/년,  $\lambda = 0.04$ ,  $S = 500$ 萬원,  $r = 0.12$ )

위의 問題의 最適計量基準值  $U_t^*$ 는 (3)식에 의해

$$U_t^* = 1000 + 2.5(1 + 0.04t) \sqrt{2 \ln(1000) / \sqrt{2\pi} \times 2.5(1 + 0.04t)} \dots \dots \dots (8)$$

이다. 그림 3에서  $U_t^*$ 가 시간에 대한 變化를 보여주고 있다. (단  $A_t^* = U_t^* - a$ )

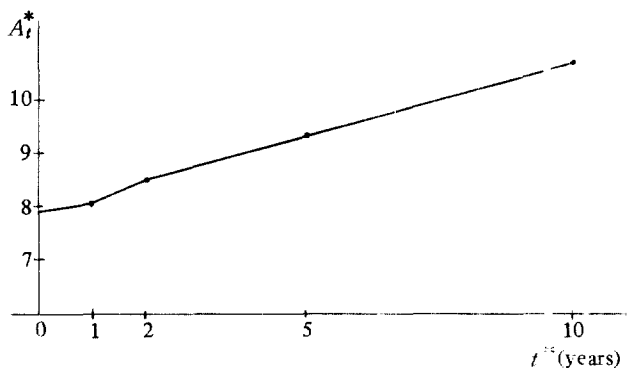


Fig 3. Varied Weight Allowance with Time

$U_t^*$ 에 計量基準值를 일치시키면서 計量할 때 計量值의 표준편차가 線形的으로 ( $\sigma_t = \sigma_0 (1 + \lambda t)$ ) 증가하므로 計量機의 最適交替時期  $t^*$ 를 구하기 위해 (7)식에 위의 수치를 代入하면

$$dTC(t)/dt = 5,000,000(-0.12)\{\exp(0.12) - 1\} \exp(-0.12t) / \{1 - \exp(-0.12t)\}^2 + 120,000 \left\{ \frac{1}{t} \frac{d}{dt} \int_0^t C_w(w) dw - \frac{1}{t^2} \int_0^t C_w(w) dw \right\} \dots (9)$$

단  $C_w(t) = 5U_t^* - 5 \times 1,000 \int_0^\infty \exp\{-(x - U_t^*)^2\} / \sqrt{2\pi} \times 2.5(1 + 0.04t)^2 / \sqrt{2\pi} \times 2.5(1 + 0.04t) dx$ 이다. Simpson's Rule 과 Golden Section - Search 을 利用 (9)식을 풀어본 결과 7.3년의 最適交替時期를 얻었다.

IV. 結 論

값싸고 좋은 品質의 製品을 만드는 것이 品質管理의 基本的인 과제이다. 이를 위해 本研究에서는 “品質基準值보다 餘裕있게 計量基準值를 設定하는 것이 經濟的이다.”라는 最適計量基準值의 概念을 利用하고, 計量機의 老朽化現狀을 정밀도의 감소(즉 計量值 標準偏差의 증가)로 나타내어, 標準偏差가 線形으로 증가하는 경우에 計量機의 最適交替時期를 구하였다. 이때 交替할 때까지의 修理·補整등의 費用은 計量損失費用에 비해 무시할 수 있을 정도로 작다고 보았으며, 每年 計量回數가 같다는 조건하에서 모형을 作成하였다. 정밀도의 變化가 非線形, 指數形 혹은 기타 다른 形態를 갖는 경우와 不良製品이 再加工되거나 낮은 價格으로 판매될 때 등은 차후의 研究대상이 될 수 있다.

- (1) Carlsson, O., “Determining the Most Profitable Process Level for a Production Process under Different Sales Conditions”, Journal of Quality Technology, Vol. 16, No. 1, pp. 44-49, 1984.
- (2) Hunter, W.G., and C.P. Kartha, “Determining the Most Profitable Target Value for a Production Process”, Journal of Quality Technology, Vol. 9, No. 4, pp. 176-181, 1977.
- (3) Moran, P.A.P., “Calculation of the Normal Distribution Function”, Biometrika, Vol. 67, No. 3, pp. 675-676, 1980.
- (4) Churchill, R.V., Operational Mathematics, p. 39, 3rd., McGraw-Hill Kogakusha, LTD., Tokyo, 1972.
- (5) Conte, S.D., and C. Boor, Elementary Numerical Analysis an Algorithmic Approach, pp. 319-326, McGraw-Hill Kogakusha, LTD., Tokyo, 1980.
- (6) 윤덕균, 이남식, “最適不良率과 計量餘裕量의 決定에 관한 研究”, 품질관리학회지, 제 9권, 제 2호, pp. 10-14, 1981.
- (7) 고종섭, “測定誤차가 增加하는 自動計量機의 最適交替時期 決定에 관한 研究”, 한양대학교 산업공학과 석사학위 졸업논문, 1984.
- (8) 박경수, 경영자와 공학도를 위한 工業經濟學, pp. 85-94, 탑출판사, 1980