

휴리스틱接近法에 의한 管理圖의 警告限界線에 관한 研究 — A Study on the Warning Limit of Statistical Control Chart by the Heuristic Approach —

姜 孝 信 *

ABSTRACT

Since W.A. Shewart(1931) developed the quality control method using the control chart, many theoretical and empirical works about such an analytical method have been done. However there are two major methods relating to the control chart analysis; the conventional 3 sigma control method and the warning limit method which has been suggested as a modification of the former. The conventional 3 sigma method requires to take a remedial action only when a quality characteristic is beyond the control limit (3 sigma). However, once a quality characteristic is over the control limit, searching and repairing an assignable cause requires time consuming job and high costs. Therefore if we set the warning limit between the central line and the control limit, we will be able to take remedial measures before too late. In spite of its advantages, much attention has not been paid to use the control chart with warning limit in Korean industries. The main object of this study is to examine improvement of quality and productivity when the control chart with warning limit is used.

I. 序 論

警告限界線(warning limit)이란 현재 製造工程에서 사용되어지고 있는 3[시그마](3σ)管理가 現實이 要求하는 水準에 미치지 못하였기 때문에 나타나는 結果인 것이다. 다시 말해서, 最近에 이르러 「낮은 生産性」과 「낮은 品質」로 國際舞臺에서 危機에 물리고 있는 우리 製品을 볼 때,

* 梨花女子大學校 大學院 經營學科

事後統制的 3[시그마] 管理圖¹⁾에 의한 製造工程의 品質管理는 고려해 볼 餘地가 있는 것이다. 先進國에서는 일찍부터 3[시그마] 管理圖에 의한 管理狀態에서 벗어나서 3[시그마] 管理圖을 넘어서의 損失費用보다 크지 않은 「코스트」를 절약하면서, 工程管理의 效率性을 높이기 위하여 「sample size」 크기, 「sample」 抽出間隔, 管理限界線(1) 일명「슈하트」管理圖(Shewhart control chart)

라미터」(parameter)의 適正值選定에 萬全을 기하고 있는 형편이다. 이것은 經濟性을 고려한 管理圖라 칭하는데, 管理限界線과 中心線 사이에 警告限界線을 設定한다는 것도 이의 한 영역으로 볼 수 있다.

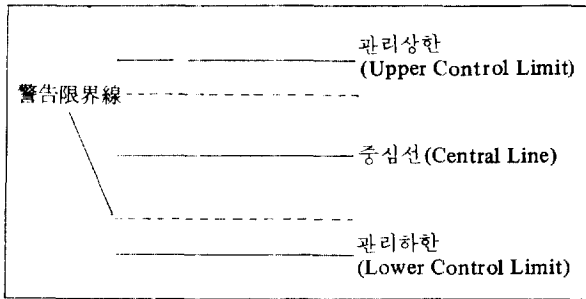


그림. 警告限界線

이러한 視點에서 本 論文은, 우리 製品이 世界市場에서 先進國과 競爭을 할 수 있도록, 生産性과 品質向上을 圖謀하기 위하여, 事前統制인 警告限界線(warning limit)이 있는 管理圖를 提示하였다.

다시 말해서, 警告限界線이 있는 管理圖를 우리 製造業體에 導入하기 위해 우리 業體資料를 活用할 수 있는 「모델」(model)을 設定하고, 그 「모델」에 立脚하여 警告限界線이 있는 경우가 「슈하트」 管理圖보다 우수함을 分析하였다. 이 分析은 「코스트」(cost), 工程速度, 生産量, 生産性, 從業員의 士氣와 動機賦與 등에서 행하여졌다.

II. 警告限界線의 業績과 評價

A. 警告限界線

종래 管理圖는 工程에서 生産되는 製品이 生産者에게는 매우 적은 缺點品이라는 만족을 주며, 이러한 缺點品조차 認識하지 못하도록 事前에 品質水準의 移動이 일어나야 한다는 品質管理目標에 미치지 못하는 脆弱點을 드러내고 있다.

이러한 이유로, 현재의 管理圖에 대한 學論은 계속되고 있는 형편이어서 우리는 보다 빨리 工程變化를 알고져, 현재의 管理限界보다 낮은 限界를 원하고 있다. 다시 말해서 管理의 效率를 기하기 위하여 管理限界보다 낮은 그러나 中心線(Central

limit)보다는 큰 범위에서 限界線을 設定하고져 노력하고 있다. 이 限界는 基準에 의해 警告를 하거나 경우에 따라 措置를 취한다는 것을 암시하는 것으로, 管理圖의 管理限界에서의 제1종 과오(type I error)와 제2종 과오(type II error)를 고려하며, 「샘플」抽出 「코스트」, 그리고 異常要因이 發生했을 때, 그것을 찾아 修正하는 費用 등을 고려하여 適正한 警告限界線을 提示하는 것으로, 特定製品生産에 알맞는 警告限界線 提示는 큰 課題가 되고 있다.

B. 業績과 評價

현 工程狀態가 安定狀態(in control)인가를 確認하고 安定狀態를 繼續적으로 維持하기 위한 品質管理技法의 움직임은 「페이지」(E. S. Page)를 始祖로 한 “警告限界線을 고려한 經濟的 管理圖 設計”의 發展으로 대강 짐작할 수 있다.²⁾ 즉 傳統的 3「시그마」 管理圖의 品質管理에서 經濟性을 고려한 品質管理로 突入하고 있음을 알 수 있다.

그러나 最近의 「지브라」(I. N. Gibra)의 論文에서도 밝혀진 바 있지만,³⁾ 現實적으로 警告限界線의 必要性和 動要성이 直視되고 있고 이를 適用하고자 암시적으로나마 警告限界線이 있기는 하다. 그러나, 현 管理圖에 警告限界線을 첨가하였을 때 나중에 다루게 될 많은 利點이 있음에도 불구하고 品質管理費用을 고려하지 않을 수 없어 그 費用이 어느 정도인지 모르는 狀態에서 이의 提示와 使用이 遲延되고 있는 實情이다.

그러나 警告限界線은 최근 몇몇 學者들에 의해 여러 方面으로 研究되어 그 優越성이 證明되고 있다.

우선 「페이지」의 경우를 살펴보자. 그는 현재의 管理限界(acting limit)와 警告限界線이 있는 管理體制를 研究하였다. 比較結果, ASRL(Average Sample Run Length)을 基準으로 했을 때, 警告限界와 管理限界에 근거를 둔 管理體制가 「런」(run)에 基本을 둔 管理體制보다 優越하다는 實驗結果를 記述하고 있다.⁵⁾

2) E. S. Page (1962), "A Modified Control Chart with Warning Lines," *Biometrika*, Vol. 49, pp. 171-176.

3) I. N. Gibra (1975), "Recent Developments in control Chart Techniques," *Journal of Quality Technology*, Vol. 7, No. 4, pp 183-192.

4) 中心線에 대해서 점이 한쪽에 連續해서 나타나 것을 말할.

5) Page (1962), pp. 171-176.

또한 「와인들링」(J. I. Weindling) 등은 管理限界 안쪽에 한쌍의 警告限界를 두는 것은 工程에서의 작은 變化에도 敏感한 品質統制를 하게 되는 것이라 說明하고 있다.⁶⁾

그리고 警告限界를 고려한 經濟的 管理圖(economic control chart)의 전개과정의 하나로, 「고든」(G.R.Gorden)과 「와인들링」은 單一하다고 생각되는 異常變因「모델」(a single assignable cause model)을 고려하였으며, 「마야코브 체인」(Markov Chain)을 사용하여 警告限界線을 고려한 「코스트 모델」(cost model)을 만들었다.

결국, 「던컨 모델」(Duncan model)과 「테일러 모델」(Taylor model)을 기반으로 修正作業이 행하여져, 계속적으로 研究가 되어져 가고 있는 상황이며, 「브라이언」(Van Dobben de Bryun)은 「슈하트 管理圖의 修正 管理圖」(modified shewhart chart)라고 까지 부르게 되었다.⁷⁾ 이것은 앞으로 우리가 현 實情에 가장 適合한 「코스트 모델」을 設定하는데 근본 바탕을 마련해 주고 있어 그 중요성이 크다 할 수 있다.

III. 警告限界線이 있는 「코스트 모델」

A. 修正된 「코스트 모델」

우리가 警告限界線을 提示하는 理由는 企業의 經營에 있어서 最小의 費用으로 最大의 效果를 즉, 經營의 效率을 올리려는데 있는 것이다. 그러나 이제까지 提示된 警告限界線을 고려한 「코스트 모델」은, 理論的·學問的 研究目的에 適合한 것이었고, 企業에 適合한 「코스트 모델」은 아니었다. 「츄」(W.K. Chiu)에 의해 提示된 「모델」(式1)은 그가 실제에 적용되기에 가장 適合하다고 주장했지만,⁸⁾ 이 「모델」에서 그는 커다란 誤謬를 범하고 있다. 즉 企業에서 실제 抽出해 낼 수 있는 「데이터」(data)에 適用可能한가를 고려하지 않은 것이다.

$$F = \frac{[\lambda(P_0 - P_1)B_1 + (k_r + P_0 J_r) B_0 + \lambda\{k_r + k_r + P_0(J_r + J_r)\} + (b+n)(1+\lambda B_1)/h]}{[1+\lambda B_1 + J_r B_0 + \lambda (J_r + J_r)]}$$

(式1)

여기서

n : 「샘플」 크기 (sample size)

h : 「샘플」 추출빈도 (sampling time interval)

J_r : 異常的 要因을 發見하는데 요구되어지는 時間

k_r : 異常的 要因을 發見하는데 요구되어지는 平均費用

J_r : 異常的 要因을 修正하는데 요구되어지는 時間

k_r : 異常的 要因을 修正하는데 요구되어지는 平均費用

P_0 : 工程이 安定狀態, 즉, 어떠한 異常要因도 發見되어지지 않는 狀態에 있을때 얻어지는 時間當 利益

P_1 : 工程이 非統制狀態, 즉, 異常要因이 發見되어지는 狀態에서 얻어지는 時間當 利益

b : 「샘플」 추출에 있어서의 固定費

c : 「샘플」 추출에 있어서의 變動費

L_0 : 安定狀態에 있어서 「샘플」의 ARL (Average Run Length)

L_1 : 非統制狀態에 있어서 「샘플」 ARL

B_0 : $(1/h - \lambda/2 + \lambda^2 h/12)/L_0$

B_1 : $(L_1 - 1/2 + \lambda h/12) h$

λ : 불량률

사실 아무리 훌륭한 「모델」이라도 企業은 이 「모델」을 위하여 다시 「데이터」를 抽出하기보다는 그 「모델」을 사용하지 않게 될 가능성이 크기 때문에 問題는 발생하는 것이다.

따라서 企業에서 실제 사용되어지고 「데이터」의 適用은 「츄」와 「청」에 의해 提示된 「코스트 모델」에서 단 한 부분만 修正하면 可能하도록 그 部分의 集中研究가 시도된 것이다. 그 部分이란 異常要因이 發生하였을 때, 그것을 追跡하여 發見·修正하는 時間과 費用으로서, 理論的으로는, 異常要因의 發見과 修正의 時間과 費用이 분리되

6) Joachim I. Weindling et al. (1970), "Mean Action Time of the \bar{X} -Control Chart with Warning Limits," Journal of Quality Technology, Vol.2, No.2, pp.79--85.
7) W. K. Chiu and K.C. Cheung (1977), "An Economic Study of X-Charts with Warning Limits," Journal of Quality Technology, Vol. 9, No.4, pp. 166--171.
8) W. K. Chiu and K. C. Cheung (1977), p.168.

어 있지만, 현장에서는 그것을 분리시키지 않고 기록하고 있으며, 실제로 분리가 不可能하기도 한 것이다. 다시 말하면, 異常要因이 發見되는 追跡의 時間과 費用은 修正의 그것을 압도하게 됨을 의미하며, 異常要因을 追跡하는 일만이 성공적이라면, 修正은 금시 이루어 질 수 있음을 의미한다.

따라서 本節에서는 이를 고려하여 傳統的 「코스트 모델」과는 다른 「코스트 모델」을 提示하고자 한다.

時間當 期待利益 I 는 利益에서 損失을 빼어서 算定하게 되는데, 損失費用은 다음과 같이 算定된다. (式2 참고)

$$F = \frac{[\lambda(P_0 - P_1) B_1 + (k_{rs} + P_0 J_{rs}) B_0 + \lambda(k_{rs} + P_0 J_{rs}) + (b + Cn)(1 + \lambda B_1)] / h}{(1 + \lambda B_1 + J_{rs} B_0 + \lambda J_{rs})} \quad (式2)$$

이때,

k_{rs} : 異常的 要因을 發見·修正하는데, 요구되어지는 平均費用

J_{rs} : 異常的 要因을 發見·修正하는데, 요구되어지는 期待時間

이 算定式에서 分母는 生産工程週期の 平均期間 (average duration of a production cycle)을 말한다. 分子는 異常要因으로 인해 發生하는 損失과 제1종 과오에 따른 損失, 異常要因을 追跡하여 修正하는데 所要되는 費用, 그리고 「샘플」抽出 費用의 합으로 한다. 그런데 여기서 平均 「런」의 길이 ARL은 工程이 安正狀態이나에 따라 달라진다. 그리고 여기에서는 工程이 安正狀態 (in control state)에서 시작하여 平均 μ_0 와 分散 σ^2 로 正規分布를 이루고, 平均 μ_0 에서 單一하다고 생각되는 異常要因에 의해, $\mu_0 + \delta\sigma$ 까지 이동한다는 것과, 異常要因이 發見될 때까지 時間은 平均 $1/\lambda$ 時間으로 指數分布를 이루고 있음을 假定한다. 또한 異常要因의 探索 및 修正은 工程이 멈춘 후 어떤 管理限界를 넘거나 一連의 2개의 「런」이 管理限界와 警告限界線 사이에 있을 때, 修正이 가해진다. 이 때, 管理限界는 $\mu_0 + k_a \sigma / \sqrt{n}$, 下限警告限界線은 $\mu_0 + k_w \sigma / \sqrt{n}$ (단, $0 < k_w < k_a$)로 假定한다.

1. ARL

平均「런」길이 ARL은

$ARL = (1 - r^N) / [1 - r - P(1 - r^N)]$ 로 구하게 된다. 여기서 P 는 어떤 점이 警告限界線以下로 떨어질 確率이며, r 은 어떤 점이 警告限界와 管理限界사이에 있을 確率이다. 따라서 工程이 非統制狀態에 있을 때 다음과 같이 구할 수 있다. 즉,

$$P = P_r(\bar{X} < \mu_0 + k_w \sigma / \sqrt{n})$$

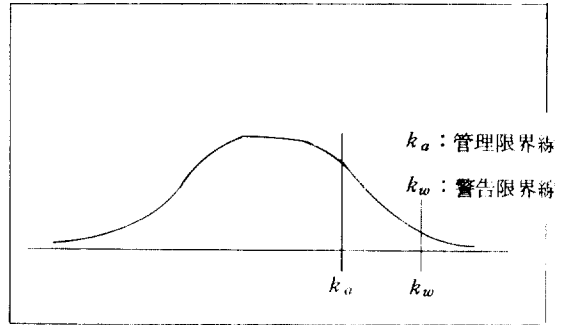


그림. k_a 와 k_w

이것을 다시 標準化 (Z-score)시키면,

$$\begin{aligned} P &= P_r \left(\frac{\bar{X} - (\mu_0 + \delta\sigma)}{\sigma / \sqrt{n}} < \frac{\mu_0 + k_w \sigma / \sqrt{n} - (\mu_0 + \delta\sigma)}{\sigma / \sqrt{n}} \right) \\ &= P_r \left(\frac{\bar{X} - \mu_0 - \delta\sigma}{\sigma / \sqrt{n}} < k_w - \delta\sqrt{n} \right) \\ &= \phi(k_w - \delta\sqrt{n}) \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{여기서} \\ \phi : \text{正規分布函數} \end{array}$$

여기서 δ 란 異常要因으로 인한 製品品質特性分布의 變動을 나타내는 것으로, 異常變因의 크기를 表現한다고도 볼 수 있다. 따라서 δ 가 클수록 異常要因은 쉽게 發見된다.

어떤 점이 警告限界線과 管理限界線사이에 있을 確率은 마찬가지로 方法으로 $r = \phi(k_a - \delta\sqrt{n}) - \phi(k_w - \delta\sqrt{n})$ 로 計算되어진다. 여기서 L , 즉, $\delta = 0$, 즉, 工程分布에 異常要因이 發見되지 않을 때의 ARL을 말한다.

2. 「샘플」추출간격 h

본래 이 「모델」에서 사용되기로 한 h 의 값은 F 의 微分式을 利用하며, 單純化된 「모델」에서의 h 를 사용하여도 가능하다고 「츄」는 그의

論文에서 밝히고 있다.⁹⁾ 그러나 실제로 적용해 본 결과 각각의 h 의 값도 다르며 費用의 差도 생긴다. 그러나 그 差가 근소하여 이 論文에서는 單純化된 「모델」에서의 h 를 사용하였다.

B. 傳統的 「모델」과의 比較 및 評價

本 郎에서는 앞서 提示된 「모델」(式 2)의 妥當性을 立證하기 위해, 이 「모델」과 傳統的인 「警告限界線을 고려한 코스트 모델」(式 1)을 比較하였다. 이는 産業工學과 統計學分野에서 實驗用으로 사용되어지고 있는 「데이터」를 이용하여 「휴리스틱」(heuristic) 技法中 探索接近法(Search Decision Rule)으로 可能하였다.

結果적으로 「코스트」에 있어 近소한 差를 볼 수 있었고, 따라서 提示된 「모델」은 確實性을 가지고 사용할 수 있음이 證明되었다.

C. 算定過程 및 「컴퓨터 프로그램」

1. 數式的 算定

$$F = \frac{[\lambda(P_0 - P_1) B_1 + (k_{rs} + P_0 J_{rs}) B_0 + \lambda(k_{rs} + P_0 J_{rs}) + (b + Cn)(1 + \lambda B_1 / h)]}{\lambda J_{rs}}$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } B_0 &= (1/h - \lambda/2 + \lambda^2 h/12) / L_0, \\ B_1 &= (L_1 - 1/2 + \lambda h/12) h, \\ \text{ARL} &= (1 - r^N) / [1 - r - P(1 - r^N)] \end{aligned}$$

i) L_1 에 대하여

$$\begin{aligned} P &= \phi(k_w - \delta\sqrt{n}) \\ r &= \phi(k_a - \delta\sqrt{n}) - \phi(k_w - \delta\sqrt{n}) \end{aligned}$$

ii) L_0 에 대하여

$$\begin{aligned} P &= \phi(k_w) \\ r &= \phi(k_a) - \phi(k_w) \end{aligned}$$

費用函數 F 를 h 에 관한 式으로 表示하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F = \frac{C_1 + C_2 h + C_3 h^2 + C_4 h^3}{D_1 + D_2 h + D_3 h^2 + D_4 h^3}$$

여기서, $C_1 = (k_{rs} + P_0 J_{rs}) / L_0 + (b + Cn)$, $C_2 = \lambda [-(k_{rs} + P_0 J_{rs}) / 2 L_0 + k_{rs} + P_0 J_{rs} + (b + Cn)(L_1 - 1/2)]$, $C_3 = \lambda^2 [(P_0 - P_1)(L_1 - 1/2) / h + (k_{rs} + P_0 J_{rs}) / 12 L_0 + (b + Cn) / 12]$, $C_4 = \lambda^2 (P_0 - P_1) / 12$, 그리고, $D_1 = J_{rs} / L_0$, $D_2 = 1 - \lambda J_{rs} / 2 L_0 + \lambda J_{rs}$, $D_3 = \lambda [(L_1 - 1/2) + \lambda J_{rs} / 12 L_0]$, $D_4 = \lambda^2 / 12$ 로 대치한다.

2. 問題의 定義

①에서 算出한 目的函數 F 는 (n, k_a, k_w, h) 의 4 變數에 의해 表現되고 있다. 여기에서 (n, k_a, k_w) 의 값이 주어지면 h 는 $\partial F / \partial h = 0$ 에 의하여 구할 수 있으며, 「프로그램」(Program)에서는 IMSL(International Mathematics and Statistics Library)중 Zero-polynomial equation을 해결하는 「루틴」(routine)을 통하여 h 를 구하였다. 따라서 本 式은 (n, k_a, k_w) 의 3-dimensional pattern search에 의하여 最適解를 찾아내고, 「휴리스틱」接近을 하였다.

3. 「프로그램」構造와 그 機能

本 「프로그램」은 F 의 式에 表現된 係數의 計算 「루틴」 및 式으로 부터 客觀的 最適值(optimal objective value)를 얻기 위한 探索 「루틴」(pattern search routine)으로 構成되어 있다.

가) 主 프로그램 (main program)

目的函數를 얻기 위한 係數의 投入(input) 및 「서브 프로그램」(sub-program)의 變數는 다음과 같다.

VB(8) - 投入係數 ($\delta, \lambda, P_0, P_1, k_{rs}, J_{rs}, b, c$)

NL - 投入係數 (N)

XMAX(3), XMIN(3) - 찾고자 하는 變數 (n, k_a, k_w)의 範圍 (boundary condition)

X(3) - 變數 (n, k_a, k_w)

나) 「루틴」 SDRMIN

3-dimensional pattern search에 의하여 客觀的 最適值를 얻고자 하는 「루틴」이며, 사용된 變數는 다음과 같다.

BESTV-「서어치」에 의하여 發見되어진 개선된 解

XBESTV-「서어치」에 의하여 發見되어진 개선된 「벡터」(vector)

9) Chiu and Cheung (1977), p. 67.

다) 「서브 루틴」係數

目的函數 F 를 h 로 微分하여 四次 方程式으로 表現했을 때의 係數 C, D 및 方程式의 根인 h , 그리고 그때의 目的函數값 F 를 구하고자 하는 「프로그램」으로서 사용된 變數는 다음과 같다.

$C(4) - C_1, C_2, C_3, C_4$ (投入)

$D(4) - D_1, D_2, D_3, D_4$ (投入)

$H-L$ 의 產出值

F - 目的值

라) 「서브 루틴」MDNOR

주어진 「데이터」에 의해 正規分布函數 (standard normal distribution function)를 구하는 「프로그램」으로서 FUNCTION(혹은 SUBROUTINE) ERFC에 의하여 計算되어 진다. 이 「프로그램」에 사용된 變數는 다음과 같다.

Y - 投入值

P - 產出된 結果確率

4. 흐름도 (Flow chart)

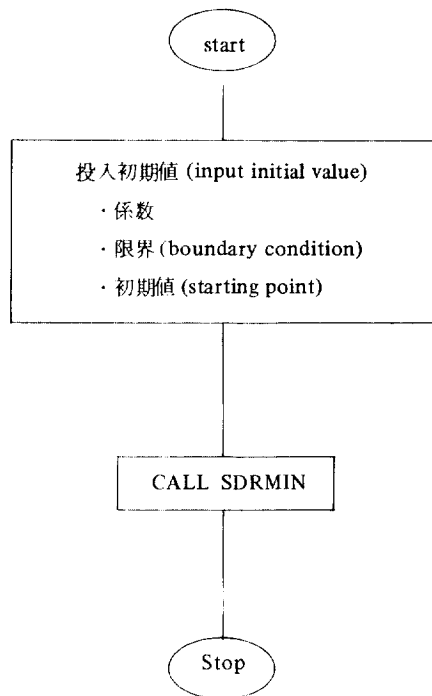
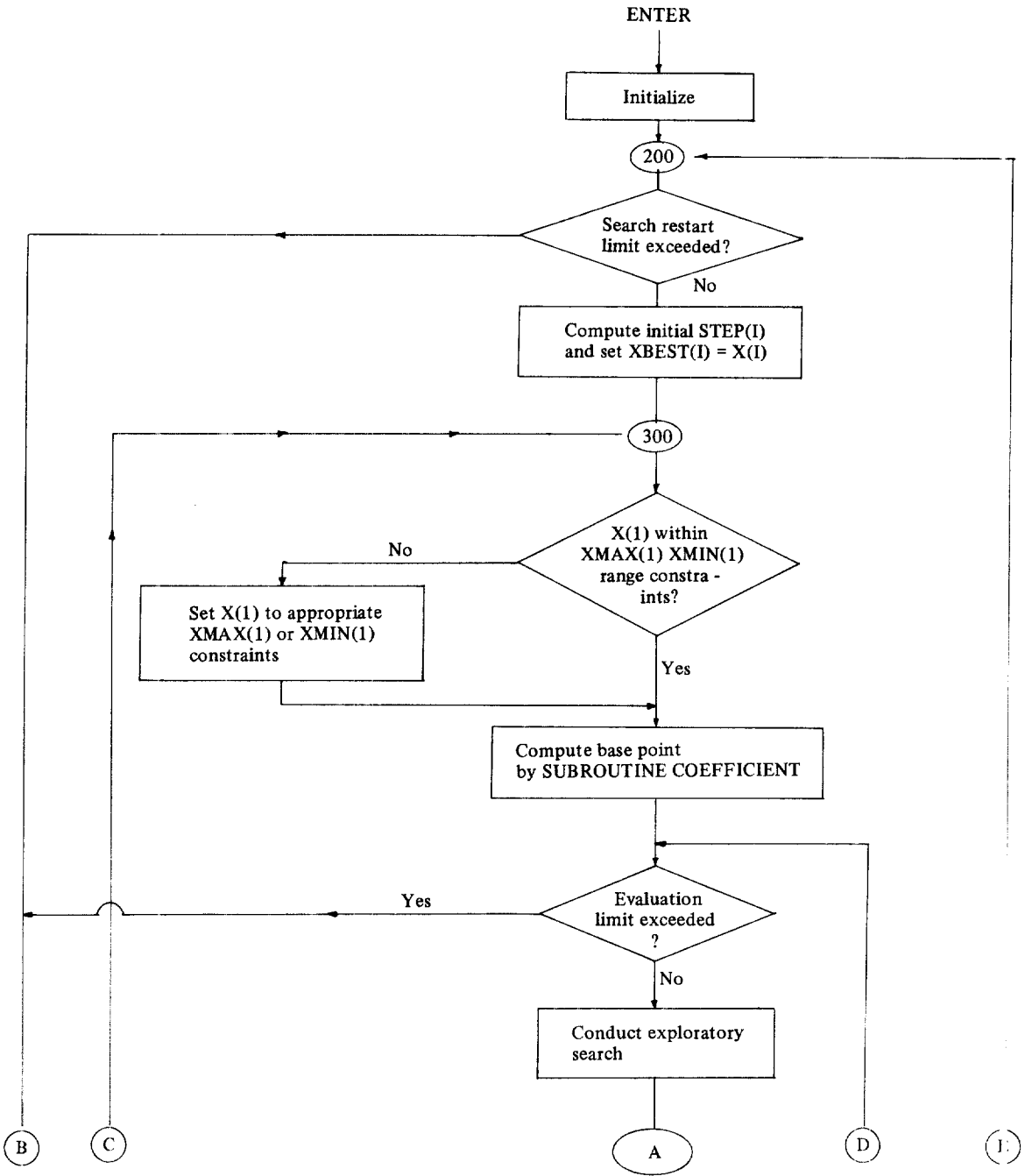


그림. 「프로그램」의 構造



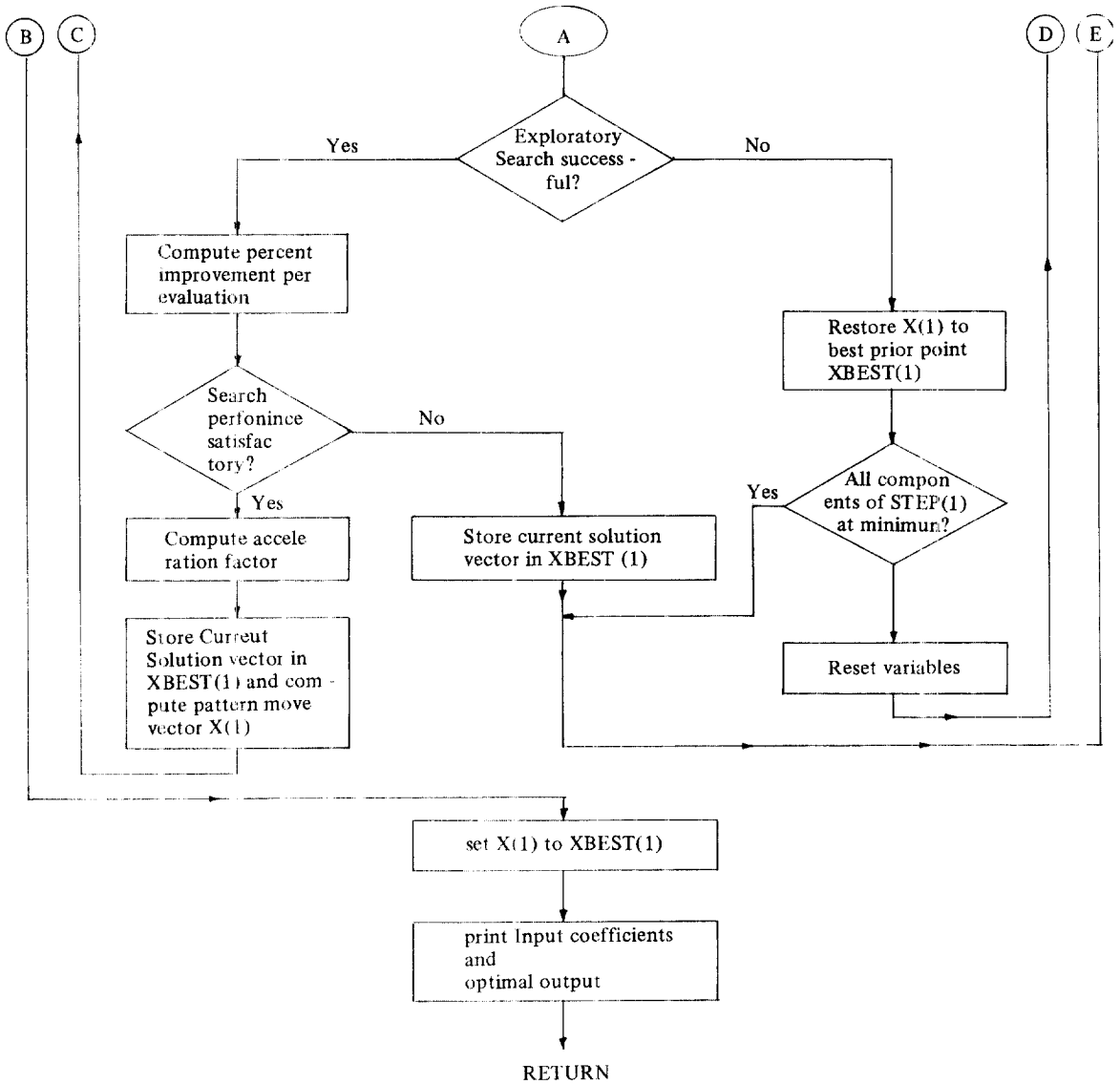


그림. 「서브루틴」 SDRMIN의 흐름도

10) Elwood S. Buffa and William H. Taubert (1972), Production inventory systems :Planning and control (Homewood I I I inois; Richard D. Irwin Inc.), p. 589.

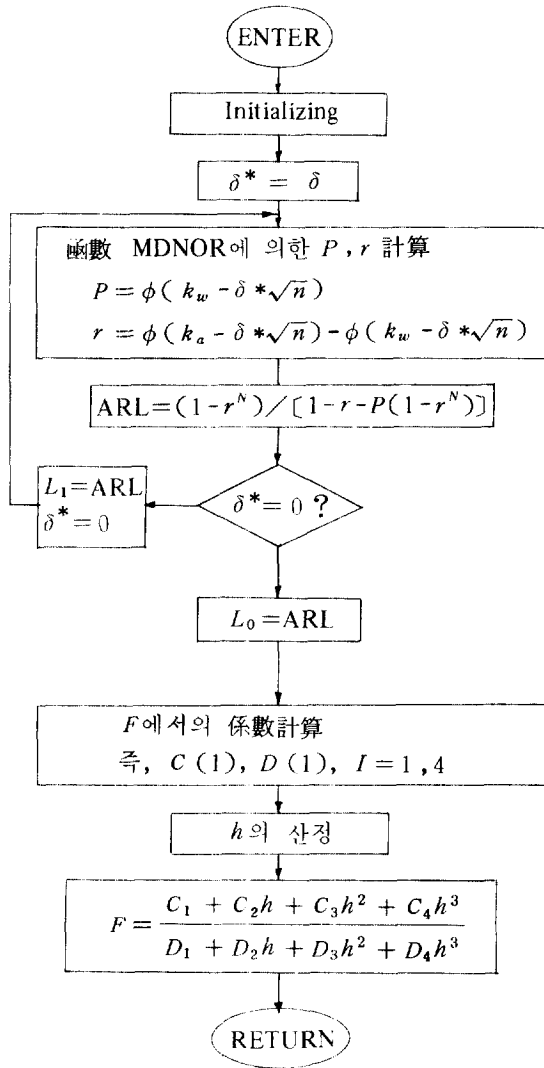


그림. 「서브루틴」 係數의 흐름도

IV. 結 論

이 「코스트 모델」은 警告限界線이 있는 경우의 事例企業分析에 利用되었는데, 事例企業으로는 S 電子(株)의 TV「 모니터」組立 工程을 택하였다. 「코스트 모델」에 의해 計算되어진 結果로는, S 電子(株) 경우, 警告限界線이 1.7 「시그마」임이 나타났다. 그리고, 「코스트 모델」로 S 電子(株)의 製造工程을 여러가지 面에서 分析하고, 警告限界線의 妥當性을 立證할 수 있었는데, 이는 「코스트」, 工程速度, 生産量, 生産性, 그리고, 從業員의 動機賦與 등이다.

費用面에서 살펴보면, 警告限界線이 있는 경우와 없는 경우보다, 時間當 0.5원의 利益을 보고 있음(각각 479.0원, 479.5원)이 나타났다.

工程速度는 傳統的 3 「시그마」管理圖의 경우, 一日 19分の 修正時間이, 警告限界線이 있는 경우는 一日 13分の 時間이 소요되어, 하루 6分の 工程速度效果를 볼 수 있음을 알 수 있다.

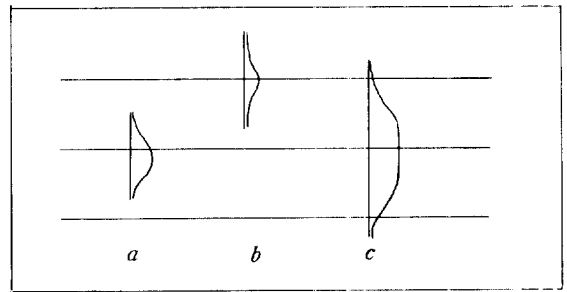
生産量은 3 「시그마」管理圖를 사용할 경우가 하루 40.9 대, 警告限界線을 提示할 경우가 하루 41.4 대로 하루 0.5 대의 生産性效果를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

生産性에 있어서는 生産能率을 實際生産量 / 標準生産量으로 보아, 3 「시그마」管理圖인 경우 0.95, 警告限界線이 있는 경우 0.98로 약 3%의 效果를 보이 주고 있다.

그리고 마지막으로 從業員의 動機賦與에서도 警告限界線이 있는 管理圖의 사용이라는 測面에서 從業員에게 自信感을 부여하므로 바람직하다 할 수 있다.

그러나 警告限界線의 提示에 이러한 效果가 있다하더라도, 현재로서는 完전한 客觀性이 缺如되어 있고, 다만 부분적인 適用이 가능할 따름이다. 다시 말해서, 工程의 여러 경우를 總括한 管理圖가 아니라, 그림에서와 같이 警告限界線은 a, b의 경우보다는 c의 경우에 더욱 유용하게 사용되어진다.

이 研究에서 警告限界線의 必要性和 그것의 提示에 置重한 警告限界線의 機能을 修行한 것으로 간



주되지만, 모든 경우에 妥當한 結果를 提示하기에는 부족한 것으로 생각된다.

따라서, 모든 경우에 妥當하며, 현실적으로 有效한 警告限界線이 있는 管理圖의 設計에 더 많은 研究가 기대된다.

REFERENCE

- (1) Buffa, Elwood S. and Tanbert, William H. (1972), *Production Inventory System: Planning and Control*, Homewood Illinois: Richard D. Irwin Inc., pp. 586-605.
- (2) Chiu, W. K. and Cheung, K. C. (1977), "An Economic Study of \bar{X} -Charts with Warning Limits", *Journal of Quality Technology*, Vol. 9, No. 4, pp. 166-171.
- (3) Gibra, I. N. (1975), "Recent Development in Quality Control Chart Techniques", *Journal of Quality Technology*, Vol. 7, No. 4, pp. 183-192.
- (4) Page, E. S. (1954), "Control Chart with Warning Lines", *Biometrika*, Vol. 42, pp. 243-257.
 _____(1962), "A Modified Control Chart with Warning Lines", *Biometrika*, Vol. 49 pp. 171-176.
- (5) Weindling, J. I., Littauer, S. B. and Tiago, De Oliveira, J. (1970), "Mean Action Time of the \bar{X} -Chart with Warning Limits", *Journal of Quality Technology*, Vol. 2, No. 2, pp. 79-85.