

鉛直軸對稱 浮遊體의 動的應答

Dynamic Response of Vertical Axisymmetric Floating Bodies.

片 宗 根*
Pyun, Chong Kun

Abstract

The dynamic response of vertically axisymmetric floating bodies is numerically calculated with corrections of Fenton's coefficient matrix. The computational effort required is considerably reduced due to axisymmetry of the bodies. Comparisons are made with the results of Hoffman's model tests of the discus buoy.

In the near future, this study will be applied to calculate the dynamic response of large scale structures, located in the deep sea, i.e., tension leg platforms.

要 旨

鉛直軸對稱 浮遊體의 動的應答를 Fenton의 係數行列을 修正하여 求하여 보았다. 軸對稱 관계로 計算時間을 大幅 줄일 수 있었으며 Hoffman의 Discus Buoy에 대한 模型實驗値와 比較하였다.

앞으로 Tension Leg Platform 등과 같은 大水深 大型 構造物의 動的應答를 計算하기 위한 礎石이 될 것이다.

1. 序 論

海洋構造物은 크게 나누어 海底에 다리(脚)를 設置한 固定式 海洋構造物과 繫留索(mooring line)등으로 海底와 연결된 浮遊體式 海洋構造物이 있다^(1,2).

이 중에서 部材의 크기가 入射波의 波長에 비해 充分히 작아서 入射波가 構造物로 인하여 影響을 받지 않을 固定空間構造物(fixed space-frame structure)에 對해서는 Morison 方程式⁽³⁾을 사용하여 靜的荷重과 同一하게 볼 수 있는

波力을 計算하여 왔으며, 위의 條件에 맞는 固定式構造物이더라도 入射波의 外力에 대하여 相互作用(interaction)이 있는 경우(fixed, but compliant space)에는 水粒子和 構造物 사이의 相對運動을 考慮해야 하므로 Morison 方程式을 修正하여 사용해 왔었다^(4,5).

이렇게 Morison 方程式을 사용하는 방법은 첫째, 위에서도 언급했다시피 入사파에 대한 구조물의 影響이 무시될 수 있어야 하는 점과 둘째, 入사파와 구조물 사이의 상호작용(wave-structure interaction)이 있더라도 구조물로부터 放射되는 波浪(radiating wave)은 없다는 것을 基本假定으로 하고 있다.

그러나 北海에 設置된 重力式 platform 과 같

*正會員 · 明知大學校 工科大學 助教授

은 固定式 構造物이나 最近 大水深의 籠兒로 脚光받고 있는 Tension Leg Platform 과 같은 浮遊體式 구조물의 경우에는 Morison 방정식의 假定이 成立될 수 없을 정도로 部材의 크기가 入射波의 波長에 비하여 크므로 wave-structure interaction 으로 인한 大型 구조물 주위의 追加的인 壓力場(additional pressure field)을 解析하기 위해서는 線型回折理論(linear diffraction theory)을 導入해야 한다.

일찍이 MacCamy-Fuchs 등은 全水深에 걸친 圓型 pile의 경우에 대한 diffraction 理論을 發表한 바 있다⁽⁶⁾. 그리고 石油試錐船과 같은 大型浮遊體의 경우에는 浮遊體의 波浪誘發運動(wave-induced motion)으로 인하여 구조물에 대한 물의 反作用힘이 追加되어야 한다.

그러므로 이러한 wave-structure interaction 을 解析함에 있어 現在로는 구조물에 작용하는 動流體力(wave induced pressure forces)을 아래의 두 成分의 線形的인 合으로 생각하고 있다.

첫째, 구조물이 固定體든 浮遊體든 간에 固定體로 보고 入射波에 의하여 여기에 작용하는 diffraction force, 이른바 強制力(exciting force)과 둘째, 靜水面上에서 各 自由度別로 單位振幅으로 振動하고 있는 구조물에 작용하는 물의 反作用에 의한 힘, 즉 reacting force가 그것이다. 強制力을 구하는 문제를 보통 diffraction 문제라 부르고, 反作用力을 구하는 문제를 보통 radiation 문제라 부르고 있다⁽⁷⁾.

이러한 波力과 波力에 의한 구조물의 動的應答(Dynamic Response)을 計算하는 방법으로는 첫째, Green 函數를 사용하여 積分方程式(integral equation)을 푸는 방법과 둘째, 有限要素法을 사용하는 방법이 있고 Garrison⁽⁸⁻¹⁴⁾과 Faltinsen⁽¹⁵⁾과 Hogben, Standing^(16,17) 등이 任意形狀의 固定 및 浮遊體 構造物에 Green 函數를 適用한 代表的인 경우이며, Zienkiewicz^(18,19)와 배광준^(20,21) 등이 有限要素法을 이용한 代表的인 경우이다. 세번째 방법은 Schwinger의 變分法으로서 Black과 Mei가 直交座標나 極座標상에서 變數分離가 될 수 있는 구조물에 適用하였다^(22,23).

이 중에서 Green 函數에 의한 積分方程式方法

은 物體表面상의 Source 分布函數를 未知數로 놓거나, Green 定理에 의해 各 境界상의 potential 函數를 未知로 놓기 때문에⁽²⁴⁾ 長時間의 計算時間과 大容量의 記憶裝置를 必要로 하므로 實用的인 方法으로는 問題點이 없지 않았다. 오히려 計算時間면에서는 Black, Mei의 方法이 物體形狀에 制約은 있을망정 效果的이었다.

最近에 이르러 海洋構造物로서 一般性이 있는 鉛直軸對稱 物體인 경우, Black이 軸對稱 Green 函數를 使用하여 計算時間과 容量을 大幅 줄일 수 있었다. 이는 여러 函數들을 物體의 鉛直軸 둘레의 角을 利用하여 Fourier 級數로 나타냄으로써 2次元 表面積分方程式을 1次元線積分方程式으로 單純化시킬 수가 있고 또한 物體에 作用하는 波力을 計算하기 위해서는 一連의 線積分方程式중 처음 2個의 Fourier mode ($l=0, 1$)만 풀면 되기 때문이다^(25,26,27).

그後, Fenton이 Black의 解의 Green 函數에 內包되어 있는 特異點(singularity)으로 인한 數值解析상의 問題點을 指摘하고 解決方法을 提示하였다⁽²⁷⁾. 그는 우선 John에 의한 級數型 Green 函數⁽²⁸⁾를 圓筒座標系를 使用하여 Fourier 級數로 나타내고 그중 散亂波項(evanescent mode)들의 合이 log 函數性的인 特異點을 갖고 있음을 밝혔으며, 이 特異點을 除去하기 위하여 散亂波項의 各 項에서 散亂波項이 無限大로 接近할 때의 近似形態를 빼고, 漸近 近似形態의 散亂波項의 合을 解析的으로 求한 뒤, 이것이 갖고 있는 特異點을 다시 한번 빼고서, 特異點에 관한 積分을 解析的으로 하였다.

그러나 Fenton은 固定式構造物에 대한 diffraction 문제만 取扱하였으며, 그의 기나긴 謔字 투성이의 係數行列은 數值解析상 不必要하다고 간주할 수 있는 特異點도 모두 包含하고 있으므로 Hudspeth^(29,30,31)와 Isaacson⁽³²⁾ 등은 각각 독자적으로(서로 의견교환은 있었음) Fenton의 方法을 浮遊體의 경우 radiation 문제로 확장시키는 동시에 그의 係數行列도 면밀히 檢討하여 修正하였다. Hudspeth와 Nakamura는 Isaacson보다 時期的으로 먼저 研究를 시작하였으나 그들의 龐大한 Program의 몇가지 致命的인 logic error를 발견하지 못하여 영겨주춤한 상태였고,

Isaacson은 Eatock Taylor 등이主張한自由表面과海底에서의特異點考慮의不必要性(微小線分の中央點에서近似計算을함)⁽²⁶⁾을受用함과 동시에特異點의定積分을遂行하여係數行列을 좀더簡潔하게 바꾸었으며複符號에 대한解析도 달리하였다.

係數行列이 워낙 복잡한 닷도 있겠지만 Isaacson의論文역시 적지 않은誤字를 떨어버리지 못하고 있어,此際에 Fenton이 시작한 idea를整理하고, Isaacson의見解를反映하면서 Hudspeth와 Nakamura의作品에出點點을하고 나아가 이理論을 Disc Buoy의動的應答에適用하여 보았다.

2. 問題의 定立⁽¹⁰⁾

鉛直軸對稱이면서任意形狀을 가지고特性길이 \bar{b} 를 가진剛體가水深 \bar{h} 의海域에 그림 1과 같이 그重心이自由表面에서 \bar{d} 의位置에 잡혀 있는 경우를 생각하기로 한다.

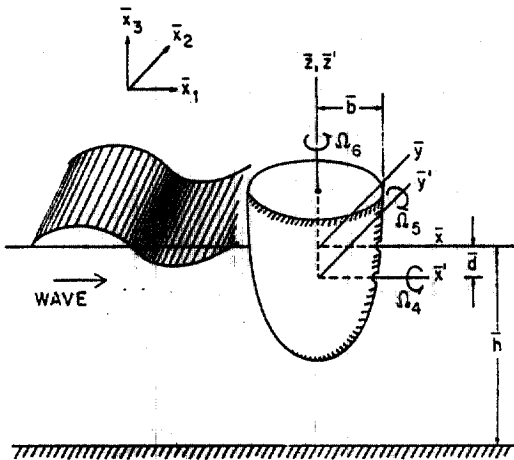


그림 1. Definition Sketch for Vertically Axisymmetric Body of Revolution

두座標系를導入하여 $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 座標系는物體의鉛直對稱軸과自由表面과의交點을原點으로 하는固定座標系(앞으로는波浪座標系(wave coordinate)로 부르겠음)로 삼고 $(\bar{x}', \bar{y}', \bar{z}')$ 座標系는그原點이物體重心인 $(\bar{z}=\bar{d})$ 移動座標系(앞으로는物體座標系(body coord.)로 부르겠음)

로 삼는다.記號 위의 bar는次元이 있는量을 나타낸다. 또한靜水面상에座標系를導入하면波浪座標系를圓筒座標系 $(\bar{r}, \theta, \bar{z})$ 로變換하여表示할 수 있다.

지금浮遊剛體에微小振幅 $\bar{H}/2$,週期 \bar{T} ,波長 \bar{L} 를 가진規則波가 \bar{x} 軸陽의方向으로進入해와剛體를흔들다면剛體의運動역시微小振幅이라假定할 수 있고 이때剛體에作用하는動流體力은앞에서도言及했다시피固定體에作用하는強制力과靜水面상에서振動하고 있는物體에作用하는 물의反作用에 의한 힘의線形的인습이라 생각할 수 있다⁽²³⁾.

鉛直軸對稱物體이므로平衡位置에서角振動數 $\bar{\sigma}$ 로 움직이는微小振幅振動은 surge $(\bar{X}_1(\bar{t}))$, heave $(\bar{X}_3(\bar{t}))$, pitch $(\bar{X}_5(\bar{t}))$ 만이 있어

$$\begin{aligned}\bar{X}_M(\bar{t}) &= \bar{X}_M^0 \operatorname{Re}[e^{-i\bar{\sigma}\bar{t}}] \\ &= |\bar{X}_M^0| \operatorname{Re}[e^{-i(\bar{\sigma}\bar{t} - \psi_M)}] \quad M=1, 3 \\ \bar{X}_5(\bar{t}) &= \bar{Q}_5^0 \operatorname{Re}[e^{-i\bar{\sigma}\bar{t}}] \\ &= |\bar{Q}_5^0| \operatorname{Re}[e^{-i(\bar{\sigma}\bar{t} - \psi_5)}] \quad (2.1)\end{aligned}$$

로表示되고位相角差 $\psi_M (M=1, 3, 5)$ 는 $\bar{t}=0$ 일 순간,物體座標系原點에入射波의波峰이와 있다고 생각했을 때에 대한 상대적인 차이이다.

對象流體가非壓縮性이고非回轉運動을하며 시간에 대하여 $e^{-i\bar{\sigma}\bar{t}}$ ($\bar{\sigma}\bar{t}$ 는 서로 곱하여無次元量이므로 이후 bar를 생략하겠음)로調和運動을한다면 radiation 문제인 경우水粒子의速度 vector가

$$\begin{aligned}\bar{q}_M &= \operatorname{Re}[-\bar{\nabla}\bar{\phi}_M e^{-i\bar{\sigma}\bar{t}}] \\ M &= 1, 3, 5 \quad (2.2)\end{aligned}$$

로定義되는 radiated wave potential $\bar{\phi}_M$ 가存在할 수 있고 diffraction 문제인 경우水粒子의速度 vector는

$$\bar{q}_D = \operatorname{Re}[-\bar{\nabla}(\bar{\phi}_I + \bar{\phi}_D) e^{-i\bar{\sigma}\bar{t}}] \quad (2.3)$$

로定義할 수 있는데, 여기서 $\bar{\phi}_I$ 는入射波의 potential로서線形波理論에서 잘 알려져 있다시피

$$\bar{\phi}_I = i \frac{\bar{H}}{2} \frac{\bar{g}}{\bar{\sigma}} \frac{\cos \bar{h}\bar{k}(\bar{z} + \bar{h})}{\cos \bar{h}\bar{k}\bar{h}} e^{i\bar{k}\bar{x}} \quad (2.4)$$

이고 $\bar{\phi}_D$ 는 diffracted wave potential이다.入射波이외의 다른 모든 potential도連續方程式의概念에서

$$\bar{\nabla}^2 \bar{\phi}_M = 0, \quad M = D, 1, 3, 5 \quad (2.5)$$

인 Laplace 方程式을 만족해야 하고, 또한 위 方程式이 境界値問題이므로 線形化된 自由表面 條件

$$\frac{\partial \bar{\phi}_M}{\partial \bar{z}} - \frac{\bar{\sigma}^2}{g} \bar{\phi}_M = 0; \bar{z} = 0$$

$$M = D, 1, 3, 5 \quad (2.6)$$

과 海底條件

$$\frac{\partial \bar{\phi}_M}{\partial \bar{z}} = 0; \bar{z} = -\bar{h}$$

$$M = D, 1, 3, 5 \quad (2.7)$$

및 平衡位置에서의 物體表面, 즉

$$\bar{A}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = 0 \quad (2.8)$$

에서 아래와 같은 運動學的 境界條件을 만족해야 한다.

1) Diffraction 문제

$$\frac{\partial \bar{\phi}_D}{\partial \bar{n}} = -\frac{\partial \bar{\phi}_I}{\partial \bar{n}} \quad (2.9)$$

2) Radiation 문제

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{\phi}_1}{\partial \bar{n}} &= i\sigma \bar{X}_1^0 n_x \\ \frac{\partial \bar{\phi}_3}{\partial \bar{n}} &= i\sigma \bar{X}_3^0 n_x \\ \frac{\partial \bar{\phi}_5}{\partial \bar{n}} &= i\sigma \Omega_s^0 [\bar{x} n_x - (\bar{z} - \bar{d}) n_z] \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

여기서 $\vec{n} = \vec{i}n_x + \vec{j}n_y + \vec{k}n_z$ 는 그림 2에서 보듯이 物體表面에서 流體領域으로 向하는 單位法線 vector 이다. 마지막으로 $\bar{\phi}_M$ 은 無限遠方에서의 radiation 條件을 만족해야 한다.

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} - ik \right] \bar{\phi}_M = 0$$

$$M = D, 1, 3, 5 \quad (2.11)$$

그리고 波數 \bar{h} 는 線形波理論에서 誘導되는

$$(\bar{\sigma})^2 = g\bar{h} \tanh \bar{h}\bar{h} \quad (2.12)$$

인 Dispersion 方程式으로 求할 수 있다.

便宜상 모든 量과 式들을 附錄 1 과 같이 適切히 無次元化하고 圓筒座標系를 使用하면 우선 入射波의 速度 potential 을 Jacobi-Anger 의 方法에 의해⁽³⁴⁾

$$U_I(r, \theta, z) = \frac{1}{k} \frac{\cosh kh(z+h)}{\cosh kh} \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2 - \delta_{l0}) J_l(kr) \cos l\theta \quad (2.13)$$

와 같이 鉛直軸둘레의 角 θ 에 관한 Fourier 級數로 나타낼 수 있으며, $J_l(\cdot)$ 은 order l 인 第 1 種 Bessel 函數이다.

式(2.5)에서 式(2.12)까지도 아래와 같이 바꾸어 쓸 수 있다.

$$\nabla^2 U_M(r, \theta, z) = 0, \quad M = D, 1, 3, 5$$

$$; \text{outside } A(r, \theta, z) = 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial U_M}{\partial z} - \nu U_M = 0; z = 0$$

$$M = D, 1, 3, 5 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial U_M}{\partial z} = 0; z = -h$$

$$M = D, 1, 3, 5 \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial U_M}{\partial n} = -B_M \quad M = D, 1, 3, 5 \quad (2.17)$$

$$; \text{on the body surface } A(r, \theta, z) = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} B_D &= \text{sech} kh \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2 - \delta_{l0}) \left\{ \frac{dz}{ds} J_l'(kr) \cosh kh \right. \\ &\quad \left. (z+h) - \frac{dr}{ds} J_l(kr) \sin kh(z+h) \right\} \cos l\theta \end{aligned} \right.$$

$$B_1 = \frac{dz}{ds} \cos \theta$$

$$B_3 = -\frac{dr}{ds}$$

$$B_5 = \left[-\frac{dr}{ds} \cdot r - \frac{dz}{ds} (z-d) \right] \cos \theta$$

但 $\frac{dz}{ds} = n_z, \frac{dr}{ds} = -n_r$ 이고 s 는 그림 2에서 보는 바와 같이 物體表面을 따라 測定한 거리이다.

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} - ik \right] U_M = 0$$

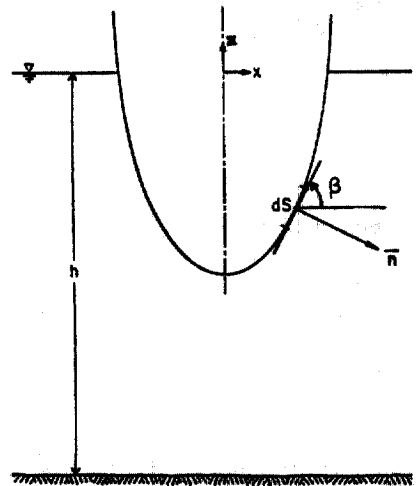


그림 2. Two-Dimensional Body Contour Used for Reducing 3-D Surface Integrals to 2-D Line Integrals

$$M=D, 1, 3, 5 \quad (2.18)$$

$$\nu = k \tan h kh \quad (2.19)$$

3. 軸對稱 Green 函數와 線積分方程式

Inner flow model⁽⁷⁾로 널리 알려져 있는 auxiliary source distribution function⁽²⁴⁾을 使用하면

$$U_M(r, \theta, z) = \frac{1}{4\pi} \int_{A_B} f_M(R, \Theta, Z) G(r, \theta, z / R, \Theta, Z) dA(R, \Theta, Z) \quad (3.1)$$

$$M=D, 1, 3, 5$$

로 速度 potential 을 나타낼 수 있고, 여기서 G 는 Fenton 의 軸對稱式을 簡略化한

$$G(r, \theta, z/R, \Theta, Z) = \sum_{l=0}^{\infty} (\sum_{m=1}^{\infty} G_{lm}) (2 - \delta_{l0}) \cos l(\theta - \Theta) \quad (3.2)$$

인데⁽³²⁾

$$G_{lm} = i\pi Q_m(k_m z) Q_m(k_m Z) J_l(k_m r) H_l^{(1)}(k_m R) \quad (3.3)$$

이며, $Q_m(\cdot)$ 은 orthonormal eigenfunction 으로 서

$$Q_m(k_m z) = N_m^{-1} \cosh k_m (z/h) \quad (3.4)$$

$$N_m^2 = (4k_m)^{-1} (2k_m h + \sin h 2k_m h)$$

이고⁽³⁵⁾, 無次元 dispersion 方程式인 式(2.19)로 부터 계산되는 eigenvalue 들은

$$k_m = \begin{cases} k & m=1 \\ ik_m & m \geq 2 \end{cases} \quad (3.5)$$

이며, l 은 Fourier mode 數이다. 그리고 $H_l^{(1)}(\cdot)$ 은 order l 의 第1種 Hankel 函數인데 앞으로는 上添字 (1)을 생략하여 表記하기로 한다.

式(3.3) (3.4)에서 二重 argument 일 경우에는 $r \geq R$ 이면 上部 argument 를, 반대이면 下部 argument 를 쓰기로 한다.

式(3.1)을 式(2.17)에 代入하면

$$-\frac{1}{2} f_M(r, \theta, z) + \frac{1}{4\pi} \int_{A_B} f_M(R, \Theta, Z) \frac{\partial G}{\partial n} dA(R, \Theta, Z) = -B_M; M=D, 1, 3, 5 \quad (3.6)$$

와 같은 無次元 source 強度 f_M 에 관한 表面積分方程式을 얻을 수 있고^(36, 24, 32)

$$f_M(R, \Theta, Z) = \sum_{l=0}^{\infty} f_{Ml}(R, Z) \cos l\Theta \quad (3.7)$$

및

$$B_M(r, \theta, z) = \sum_{l=0}^{\infty} B_{Ml}(r, z) \cos l\theta \quad (3.8)$$

인 Fourier 級數와

$$dA(R, \Theta, Z) = R d\Theta dS \quad (3.9)$$

인 關係를 利用하여 式(3.6)의 두째 項안에서 Θ 에 關於 積分을 하면⁽²⁷⁾ 式(3.6)의 表面積分方程式이

$$-f_{Ml}(r, z) + \int_{S_B} f_{Ml}(R, Z) R \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\partial G_{lm}}{\partial n} dS = -2B_{Ml}(r, z) \begin{cases} M=D, 1, 3, 5 \\ l=0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (3.10)$$

와 같은 一連의 線積分方程式으로 바뀌어진다. 式(3.10)의 S_B 는 그림 2의 Body contour 이고 數值解析상 이 S_B 를 J 個의 直線으로 分割하면 어느 한 線分안에서의 f_{Ml} 의 값이 一定하다고 假定할 수 있으므로, 各 線分の 中央點에서의 式(3.10)은

$$-f_{Ml}(r_i, z_i) + \sum_{j=1}^J f_{Ml}(R_j, Z_j) \int_{S_j} R \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\partial G_{lm}}{\partial n} dS = -2B_{Ml}(r_i, z_i) \begin{cases} M=D, 1, 3, 5 \\ l=0, 1, 2, \dots \\ i=1, 2, \dots, J \end{cases} \quad (3.11)$$

로 近似化시킬 수 있다.

式(3.11)에서 i 는 observer point node 가 되고 j 는 source point node 가 되며, 式(3.11)은 아래와 같은 聯立方程式으로 볼 수 있다.

$$a_{ij} f_j = b_i; i, j=1, 2, \dots, J \quad (3.12)$$

여기서

$$a_{ij} = \int_{S_j} R \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\partial G}{\partial n} dS - \delta_{ij} \quad (3.13)$$

$$f_i = f_{Ml}(R_j, Z_j) \begin{cases} M=D, 1, 3, 5 \\ b_i = -2B_{Ml}(r_i, z_i) \end{cases} \quad (3.14)$$

이다.

a_{ij} 에 關係서는 附錄 2에서 詳細히 다루기로 하겠다.

4. 波 力

式(3.12)에 의해 source 強度 f 가 求해지면 potential 이 式(3.1)에 의해 求해지며 線形波理論에 의해 壓力場을 알 수 있으므로 構造物表面에 對하여 壓力을 積分함으로써 動流體力을 얻

을 수 있다. 그러나 後述하는 바와 같이 構造物 주위의 完全한 壓力分布를 求하지 않더라도 원하는 動流體力을 얻을 수 있다⁽³²⁾.

1) 強制力

式(A1.9)에 의해

$$F_1^E = - \int_A (U_I + U_D) n_{, \cos \theta} dA$$

$$= - \int_{s_B} \int_{-r}^r \left(\sum_{l=0}^{\infty} (U_{Il} + U_{Dl}) \cos l\theta \right) n_{, \cos \theta} \cdot r d\theta ds$$

$$= - \pi \int_{s_B} (U_{I1} + U_{D1}) r \left(\frac{dz}{ds} \right) ds \quad (4.1)$$

$$F_3^E = 2\pi \int_{s_B} (U_{I3} + U_{D3}) r \left(\frac{dr}{ds} \right) ds \quad (4.2)$$

$$M_5^E = - \pi \int_{s_B} (U_{I1} + U_{D1}) r \cdot \left[-r \left(\frac{dr}{ds} \right) - (z-d) \left(\frac{dz}{ds} \right) \right] ds \quad (4.3)$$

인데, 여기서 U_{Il} 은 式(2.13)에서

$$U_{Il} = \frac{1}{k} \frac{\cos kh(z+h)}{\cos khk} i'(2-\delta_{il}) J_l(kr) \quad (4.4)$$

이고, U_{Dl} 은 式(3.1), (3.2)에서

$$U_{Dl} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J f_{Dl}(S_j) \int_{s_j} R \sum_{m=1}^{\infty} G_{lm} ds$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J f_j c_{lj} \quad (4.5)$$

로 近似化시킬 수 있다.

$$c_{lj} = \int_{s_j} R \sum_{m=1}^{\infty} G_{lm} ds$$

는 附錄3에서 詳述하기로 한다.

2) 反作用力

$U_{jl}(j=1, 3, 5)$ 을 式(4.5)와 같은 方法으로 定義하고, 式(A1-10)에 의해 強制力을 求할 때 使用했던 θ 에 對한 積分을 하면

$$F_{1j}^R = \pi \int_{s_B} U_{j1} r \left(\frac{dz}{ds} \right) ds$$

$$j=1, 5$$

$$F_{13}^R = 0$$

$$F_{31}^R = 0$$

$$F_{33}^R = -2\pi \int_{s_B} U_{j3} r \left(\frac{dr}{ds} \right) ds$$

$$F_{35}^R = 0$$

$$F_{5j}^R = -\pi \int_{s_B} U_{j1} \left\{ r \left(\frac{dr}{ds} \right) + (z-d) \left(\frac{dz}{ds} \right) \right\} r ds$$

$$j=1, 5$$

$$F_{53}^R = 0$$

이고, 軸對稱상 $F_{15}^R = F_{51}^R$ 이어야 한다⁽³³⁾.

이러한 F_{ij}^R 은 物理的으로

$$F_{ij}^R = -A_{ij} - iD_{ij} \quad (4.9)$$

와 같이 added mass coefficient인 A_{ij} 와 damping coefficient인 D_{ij} 로 나뉘어 진다⁽¹²⁾.

5. 運動方程式⁽¹²⁾

鉛直軸對稱 物體이므로 自由度 3에 對한 運動方程式은 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} \text{surge } \bar{m} \dot{X}_1 &= (\bar{F}_1^E - \bar{F}_{11}^R - \bar{F}_{15}^R) e^{-i\omega t} \\ \text{heave } \bar{m} \dot{X}_3 &= (\bar{F}_3^E - \bar{F}_{33}^R + \bar{F}_{35}^R) e^{-i\omega t} \\ \text{pitch } I_{55} \dot{\Omega}_5 &= (\bar{M}_5^E - \bar{M}_{51}^R - \bar{M}_{55}^R + \bar{M}_{55}^H) e^{-i\omega t} \end{aligned} \right\} (5.1)$$

이를 附錄1의 無次元 表現을 빌리면 式(5.1)은 各 自由度별로 入射波의 單位振幅에 대한 未知의 複素數振幅의 聯立方程式으로 바뀌어 진다.

$$\left[\begin{array}{ccc} -(m+A_{11})-iD_{11}, & 0, & -A_{15}-iD_{15} \\ 0, & -(m+A_{33})-iD_{33}+\frac{4\pi}{D_v}, & 0 \\ -A_{51}-iD_{51}, & 0, & -(I_{55}+A_{55})-iD_{55} \\ + \left[0.25\pi \left(\frac{D}{2} \right)^4 + \text{sign}(Z_B \sim Z_C) |Z_C - Z_B| V \right] / \nu \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} X_1^0 / \left(\frac{H}{2} \right) \\ X_3^0 / \left(\frac{H}{2} \right) \\ \Omega_5^0 / \left(\frac{H}{2} \right) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \frac{F_1^E}{\tan hkh} \\ \frac{F_3^E}{\tan hkh} \\ \frac{M_5^E}{\tan hkh} \end{array} \right] \quad (5.2)$$

6. 結 論

이상의 理論에 의한 電算 program으로 軸對稱 discus buoy의 動的應答을 計算한 結果가 그림 3이다. 그림에서 點선이 本 algorithm에 의한 計算値이고 點선이 Garrison의 3-D Green 函數方法에 의한 計算値이며 一連의 點들은 Ho-

ffman⁽³⁷⁾ 등의 實驗值이다.

또한 그림의 discus buoy 에 대한 諸元은 Garrison 의 도움으로 修正되었음을 明記하는 바이다.

pitch 變位에 있어서 計算値와 實驗値의 最大値가 서로 相異한 點은 模型實驗에서 실제로 存在하는 粘性效果를 potential 理論에서는 取扱할 수 없는 탓이라 생각한다.

앞으로 本 program 을 subroutine 으로 하여 Tension Leg Platform 등의 動的應答을 計算할 수 있으리라 豫想된다.

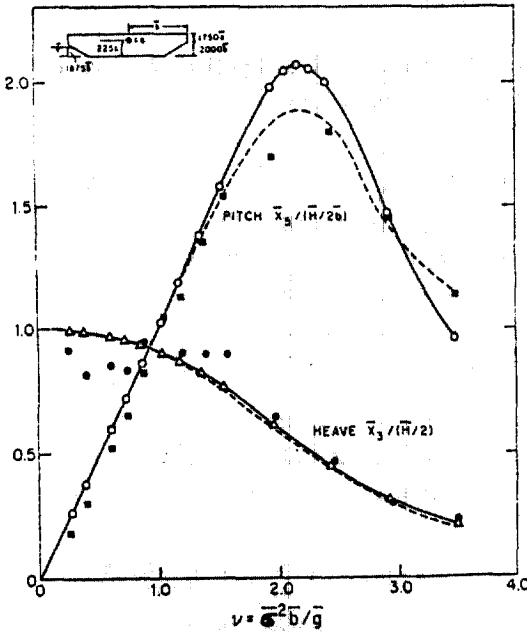


그림 3. Dynamic Response of Discus Buoy [after Garrison (1975)]

謝 辭

本 研究는 1981.8~1982.8 동안 IBRD 海外派遣研究 次 美國 Oregon State University 土木工學科의 客員 教授로 있을 당시 R.T. Hudspeth 教授와 共同研究했 던 內容입니다.

文敎部 및 學校當局 그리고 研究에 助言을 하여 주 신 여러분께 감사드립니다.

Appendix-1 Dimensionless Expression

1) Geometric quantities

$$\left. \begin{aligned}
 &\text{Wave coord } (x, y, z) = (\bar{x}/\bar{b}, \bar{y}/\bar{b}, \bar{z}/\bar{b}) \\
 &\text{Body coord } (x_b, y_b, z_b) = (\bar{x}_b/\bar{b}, \bar{y}_b/\bar{b}, \bar{z}_b/\bar{b}) \\
 &\text{Polar coord } (r, \theta) = (\bar{r}/\bar{b}, \theta) \\
 &\text{Water depth } h = \bar{h}/\bar{b} \\
 &\text{Center of gravity } (0, 0, d) = (0, 0, \bar{d}/\bar{b}) \\
 &\text{Amplitude of body oscillation} \\
 &\quad X_M^0 = \bar{X}_M^0/\bar{b} \quad M=1, 3 \\
 &\quad \Omega_0^0 = \Omega_0^0 \\
 &\text{Amplitude of incident wave } \frac{H}{2} = \frac{\bar{H}}{2}/\bar{b} \\
 &\text{Incident wave number } k = \bar{k}\bar{b} \\
 &\text{Gradient } \nabla = \bar{\nabla}\bar{b} \\
 &\text{Normal derivative } \frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial \bar{n}}\bar{b}
 \end{aligned} \right\} \text{(A1.1)}$$

where \bar{b} is equal to a characteristic length of the body, i.e., radius as shown in Fig.1.

2) Velocity potential

$$\left. \begin{aligned}
 &\text{Incident wave potential} \\
 &\quad U_I(x, z) = \frac{-i\bar{\sigma}}{\bar{g}\bar{b}\bar{k}\left(\frac{\bar{H}}{2}\right)} \bar{\phi}_I(\bar{x}, \bar{z}) \\
 &\text{Diffracted wave potential} \\
 &\quad U_D(x, y, z) = \frac{-i\bar{\sigma}}{\bar{g}\bar{b}\bar{k}\left(\frac{\bar{H}}{2}\right)} \bar{\phi}_D(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \\
 &\text{Radiated wave potential} \\
 &\quad U_M(x, y, z) = \frac{i}{\bar{\sigma}\bar{b}\bar{X}_M^0} \bar{\phi}_M(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}), \quad M=1, 3 \\
 &\quad U_S(x, y, z) = \frac{i}{\bar{\sigma}(\bar{b})^2\Omega_0^0} \bar{\phi}_S(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})
 \end{aligned} \right\} \text{(A1.2)}$$

3) Dispersion eq.

$$\nu = k \tan h k h \quad \text{(A1.3)}$$

provided that ν is equal to $\frac{(\bar{\sigma})^2}{g} \bar{b}$.

4) Green function

$$G = \bar{G}\bar{b} \quad \text{(A1.4)}$$

5) Auxiliary source distribution function

$$\left. \begin{aligned}
 &\bar{f}_D = \frac{-i\bar{\sigma}}{\bar{g}\bar{k}\left(\frac{\bar{H}}{2}\right)} \bar{f}_D \\
 &\bar{f}_M = \frac{\bar{f}_M}{-i\bar{\sigma}\bar{X}_M^0}; \quad M=1, 3 \\
 &\bar{f}_S = \frac{\bar{f}_S}{-i\bar{\sigma}\bar{b}\Omega_0^0}
 \end{aligned} \right\} \text{(A1.5)}$$

6) Element of coefficient matrix

$$a_{ij} = \bar{a}_{ij} \quad \text{(A1-6)}$$

7) Inhomogeneous term of the simultaneous eqs.

$$\begin{aligned}
 B_D &= \frac{-i\bar{\sigma}}{\bar{g}k\left(\frac{H}{2}\right)} B_D \\
 B_M &= \frac{1}{-i\bar{\sigma}X_M^0} B_M; M=1,3 \\
 B_S &= \frac{1}{-i\bar{\sigma}\bar{b}\Omega_S^0} B_S
 \end{aligned}
 \tag{A1.7}$$

8) Amplitude of hydrodynamic pressure

$$\begin{aligned}
 P_D &= \frac{F_D}{\bar{\rho}\bar{g}\left(\frac{H}{2}\right)} = k(U_1 + U_D) \\
 P_M &= \frac{F_M}{\bar{\rho}\bar{g}X_M^0} = -\nu U_M \quad M=1,3 \\
 P_S &= \frac{F_S}{\bar{\rho}\bar{g}\bar{b}\Omega_S^0} = -\nu U_S
 \end{aligned}
 \tag{A1.8}$$

9) Amplitude of exciting force and moment

$$\begin{aligned}
 F_M^E &= \frac{F_M^E}{\bar{\rho}\bar{g}(\bar{b})^2 k \left(\frac{H}{2}\right)} \\
 &= - \int_A (U_1 + U_D) g_M dA; M=1,3 \\
 M_S^E &= \frac{M_S^E}{\bar{\rho}\bar{g}(\bar{b})^4 k \left(\frac{H}{2}\right)} \\
 &= - \int_A (U_1 + U_D) g_S dA
 \end{aligned}
 \tag{A1.9}$$

in which $g_1 = n_r \cos \theta$
 $g_3 = n_z$
 $g_S = [rn_z - (z-d)n_r] \cos \theta$

10) Amplitude of reacting force and moment

$$\begin{aligned}
 F_{ij}^R &= \frac{F_{ij}^R}{\bar{\rho}(\bar{b})^3 (\bar{\sigma})^2 X_j^0} \\
 &= \int_A U_j g_i dA; \begin{cases} i=1,3 \\ j=1,3 \end{cases} \\
 F_{is}^R &= \frac{F_{is}^R}{\bar{\rho}(\bar{b})^4 (\bar{\sigma})^2 \Omega_S^0} \\
 &= \int_A U_S g_i dA; i=1,3 \\
 M_{sj}^R &= \frac{M_{sj}^R}{\bar{\rho}(\bar{b})^4 (\bar{\sigma})^2 X_j^0} \\
 &= \int_A U_j g_s dA; j=1,3 \\
 M_{SS}^R &= \frac{M_{SS}^R}{\bar{\rho}(\bar{b})^5 (\bar{\sigma})^2 \Omega_S^0} \\
 &= \int_A U_S g_S dA
 \end{aligned}
 \tag{A1.10}$$

11) Amplitude of hydrostatic restoring force and moment

$$\begin{aligned}
 F_{33}^H &= \frac{F_{33}^H}{\bar{\rho}\bar{g}(\bar{b})^3} \\
 &= -\pi \left(\frac{D}{2\bar{b}}\right)^2 X_S^0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{SS}^H &= \frac{M_{SS}^H}{\bar{\rho}\bar{g}(\bar{b})^4} = - \left\{ 0.25\pi \left(\frac{D}{2}\right)^4 \right. \\
 &\quad \left. + \text{sign}(Z_G \sim Z_B) |Z_G - Z_B| V \right\} / (\bar{b})^4 \Omega_S^0
 \end{aligned}$$

in which D = dimensional diameter of vertically axisymmetric body measured at the still water level; Z_G, Z_B = dimensional vertical coordinate of the body center of gravity and buoyancy, respectively; and V = dimensional volume of water displaced by the floating body.

12) Body mass and moment of inertia

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{\bar{m}}{\bar{\rho}(\bar{b})^3} \\
 I_{SS} &= \frac{I_{SS}}{\bar{\rho}(\bar{b})^5}
 \end{aligned}
 \tag{A1-12}$$

Appendix-2 Practical estimation of a_{ij} According to Fenton's idea

$$\begin{aligned}
 a_{ij} &= R_j S_j \left\{ \frac{\partial G_{11}}{\partial n} + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{\partial G_{1n}}{\partial n} - \frac{\partial \hat{G}_{1n}}{\partial n} \right) + \frac{\partial \hat{G}_{1\infty}}{\partial n} \right. \\
 &\quad - \delta(r_i - R_j) \delta(z_i - Z_j) \delta(Z_j + h) \mathbf{S}(-h) \\
 &\quad - [\delta(r_i - R_j) \delta(z_i - Z_j) - \delta(r_i - R_j) \delta(z_i - Z_j) \delta(Z_j + h) \\
 &\quad - \delta(r_i - R_j) \delta(z_i - Z_j) \delta(Z_j)] \mathbf{S}(r_i, R_j; z_i, Z_j) \\
 &\quad \left. - \delta(r_i - R_j) \delta(z_i - Z_j) \delta(Z_j) \mathbf{S}(0) \right\} \\
 &\quad + R_j \int_{s_j} \left\{ \delta(r_i - R_j) \delta(z_i - Z_j) \delta(Z_j + h) \mathbf{S}(-h) \right. \\
 &\quad + [\delta(r_i - R_j) \delta(z_i - Z_j) - \delta(r_i - R_j) \delta(z_i - Z_j) \delta(Z_j + h) \\
 &\quad - \delta(r_i - R_j) \delta(z_i - Z_j) \delta(Z_j)] \mathbf{S}(r_i, R_j; z_i, Z_j) \\
 &\quad \left. + \delta(r_i - R_j) \delta(z_i - Z_j) \delta(Z_j) \mathbf{S}(0) \right\} ds
 \end{aligned}
 \tag{A2.1}$$

in which

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial G_{11}}{\partial n} &= ik\pi Q_1(kZ_i) \left\{ \left(\frac{dz}{ds} \right)_i \left[\frac{J_1(kR_j) H_1'(kr_i)}{J_1'(kr_i) H_1(kR_j)} \right] \right. \\
 Q_1(kz_i) &= \left(\frac{dr}{ds} \right)_i \left[\frac{J_1(kR_j) H_1(kr_i)}{J_1(kr_i) H_1(kR_j)} \right] Q_1'(kz_i)
 \end{aligned}
 \tag{A2.2}$$

and

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial G_{1m}}{\partial n} &= 2k_n Q_m(ik_n Z_i) \left\{ \left(\frac{dz}{ds} \right)_i \left[\frac{I_l(k_n R_j) K_l'(k_n r_i)}{I_l'(k_n r_i) K_l(k_n R_j)} \right] \right. \\
 Q_m(ik_n z_i) &= \left(\frac{dr}{ds} \right)_i \left[\frac{I_l(k_n r_i) K_l(k_n R_j)}{I_l(k_n R_j) K_l(k_n r_i)} \right] \\
 &\quad Q_m'(ik_n z_i); m=2 \dots \infty
 \end{aligned}
 \tag{A2.3}$$

in which $I_l(\cdot)$ is the modified Bessel function of the first kind of order l and $K_l(\cdot)$ the second kind

and

$$\frac{\partial \hat{G}_{1m}}{\partial n} = \frac{-2}{h_V / r_i R_j} E^m$$

$$\left\{ \left[\left(\frac{dx}{ds} \right)_i \left[\left(\frac{+}{-} \right) 1 + \frac{\nu(r_i - R_j)}{m\pi} + \frac{(4l^2 + 3)h}{8m\pi r_i} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - \frac{(4l^2 - 1)h}{8m\pi R_j} \right] + \left(\frac{dr}{ds} \right)_i \frac{\nu(z_i + h)}{m\pi} \right\} \\ \cos \frac{m\pi(z_i + h)}{h} \cos \frac{m\pi(Z_j + h)}{h} + \left[\left(\frac{dr}{ds} \right)_i \right. \\ \left. \left[-1 + \frac{(4l^2 - 1)h|r_i - R_j|}{8m\pi r_i R_j} - \frac{\nu|r_i - R_j|}{m\pi} \right] \right. \\ \left. + (\pm) \frac{\nu \left(\frac{dx}{ds} \right)_i (z_i + h)}{m\pi} \right] \sin \frac{m\pi(z_i + h)}{h} \\ \cos \frac{m\pi(Z_j + h)}{h} - \left(\frac{dr}{ds} \right)_i \frac{\nu(Z_j + h)}{m\pi} \\ \sin \frac{m\pi(z_i + h)}{h} \sin \frac{m\pi(Z_j + h)}{h} + (\pm) \left(\frac{dx}{ds} \right)_i \\ \left. \frac{\nu(Z_j + h)}{m\pi} \cos \frac{m\pi(z_i + h)}{h} \sin \frac{m\pi(Z_j + h)}{h} \right\} \quad (A2.4)$$

$$\text{in which } E = \exp \left\{ \frac{-\pi|r_i - R_j|}{h} \right\} \quad (A2.4.1)$$

and

$$\frac{\partial \hat{G}_{1\infty}}{\partial n} = \frac{1}{h\sqrt{r_i R_j}} \left[\frac{\alpha_1}{A} + \frac{\alpha_2}{B} + \alpha_3 \ln A + \alpha_4 \ln B \right. \\ \left. + T(\Sigma) + T(D) \right] \quad (A2.5)$$

in which

$$\alpha_1 = \left(\frac{dx}{ds} \right)_i E (\cos \Sigma - E) + \left(\frac{dr}{ds} \right)_i E \sin \Sigma \quad (A2.5.1)$$

$$A = 1 - 2E \cos \Sigma + E^2 \quad (A2.5.2)$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{dx}{ds} \right)_i E (\cos D - E) - \left(\frac{dr}{ds} \right)_i E \sin D \quad (A2.5.3)$$

$$B = 1 - 2E \cos D + E^2 \quad (A2.5.4)$$

$$\alpha_3 = \left(\frac{dx}{ds} \right)_i \left[\frac{\nu(r_i - R_j)}{2\pi} + \frac{(4l^2 + 3)h}{16\pi r_i} - \frac{(4l^2 - 1)h}{16\pi R_j} \right] \\ + \left(\frac{dr}{ds} \right)_i \frac{\nu}{2\pi} (2h + z_i + Z_j) \quad (A2.5.5)$$

$$\alpha_4 = \left(\frac{dx}{ds} \right)_i \left[\frac{\nu(r_i - R_j)}{2\pi} + \frac{(4l^2 + 3)h}{16\pi r_i} - \frac{(4l^2 - 1)h}{16\pi R_j} \right] \\ + \left(\frac{dr}{ds} \right)_i \frac{\nu}{2\pi} (z_i - Z_j) \quad (A2.5.6)$$

$$T(\Sigma) = \left[- \left(\frac{dr}{ds} \right)_i \left[\frac{(4l^2 - 1)h|R_j - r_i|}{8\pi r_i R_j} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\nu}{\pi} |R_j - r_i| \right] - (\pm) \left(\frac{dx}{ds} \right)_i \frac{\nu}{\pi} (2h + z_i + Z_j) \right] \\ \times \text{ARCTAN} \left[\frac{E \sin \Sigma}{1 - E \cos \Sigma} \right] \quad (A2.5.7)$$

$$T(D) = \left[\left(\frac{dr}{ds} \right)_i \left[\frac{(4l^2 - 1)h|R_j - r_i|}{8\pi r_i R_j} - \frac{\nu}{\pi} |R_j - r_i| \right] \right. \\ \left. + (\pm) \left(\frac{dx}{ds} \right)_i \frac{\nu}{\pi} (z_i - Z_j) \right]$$

$$\times \text{ARCTAN} \left[\frac{E \sin D}{1 - E \cos D} \right] \quad (A2.5.8)$$

$$\Sigma = \frac{\pi}{h} (z_i + Z_j + 2h) \quad (A2.5.9)$$

$$D = \frac{\pi}{h} (z_i - Z_j) \quad (A2.5.10)$$

$$(\pm) = \begin{cases} r_i > R_j & (32) \\ r_i < R_j \end{cases} \quad (A2.5.11)$$

and the bottom singularity is given by

$$S(-h) = \frac{1}{h\sqrt{r_i R_j}} \left[\frac{\alpha_1}{A} + \frac{\alpha_2}{B} + \alpha_3 \ln A + \alpha_4 \ln B \right] \quad (A2.6)$$

and the free surface singularity is also given by

$$S(0) = \frac{1}{h\sqrt{r_i R_j}} \left[\frac{\alpha_1}{A} + \frac{\alpha_2}{B} + \alpha_3 \ln A + \alpha_4 \ln B \right] \quad (A2.7)$$

but the diagonal element singularity is given by

$$S(r_i, R_j; z_i, Z_j) = \frac{1}{h\sqrt{r_i R_j}} \left[\frac{\alpha_2}{B} + \alpha_4 \ln B \right] \quad (A2.8)$$

If we use a midpoint approximation of each segment, a special treatment of $S(-h)$ and $S(0)$ is considered unnecessary.

After suitable manipulations, eq. (A2.8) is rewritten as follows.

$$S = \frac{1}{\pi\sqrt{r_i R_j}} \left[\left(\frac{dx}{ds} \right)_i (R - r_i) - \left(\frac{dr}{ds} \right)_i (Z - z_i) \right. \\ \left. + \left(\frac{dx}{ds} \right)_i \frac{1}{4r_i} \ln \frac{\pi^2}{h^2} \left[(R - r_i)^2 + (Z - z_i)^2 \right] \right] \quad (A2.9)$$

Taking integration of eq. (A2.9) along j th straight line segment,

$$R_j \int_{s_j} S ds \\ \approx \frac{R_j}{\sqrt{R_j}} \sqrt{1 + \left(\frac{Z'_j}{R'_j} \right)^2} \int_{R_1, z_1}^{R_2, z_2} \sqrt{RS} dR \\ = \frac{\sqrt{R_j}}{\pi\sqrt{r_i} |R'_j|} \left[\int_{R_1, z_1}^{R_2, z_2} \frac{aR + b}{AR^2 + BR + C} dR \right. \\ \left. + \left(\frac{dx}{ds} \right)_i \int_{R_1, z_1}^{R_2, z_2} \left(\ln \frac{\pi^2}{h^2} + \ln(AR^2 + BR + C) \right) dR \right] \\ = \frac{1}{\pi |R'_j|} \{ I_1 + I_2 \} \quad (A2.10)$$

in which

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= R_j - \frac{1}{2} R'_j S_j \\ R_2 &= R_j + \frac{1}{2} R'_j S_j \end{aligned} \right\} \quad (A2.10.1)$$

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= Z_j - \frac{1}{2} Z'_j S_j \\ Z_2 &= Z_j + \frac{1}{2} Z'_j S_j \end{aligned} \right\} \quad (A2.10.2)$$

$$\left. \begin{aligned} a &= \left(\frac{dx}{ds}\right)_i - \left(\frac{dr}{ds}\right)_i (\tan \beta_j) \\ b &= -r_i \left(\frac{dx}{ds}\right)_i + \left(\frac{dr}{ds}\right)_i (R_j \tan \beta_j) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.10.3})$$

$$\left. \begin{aligned} A &= \sec^2 \beta_j \\ B &= -2 \sec^2 \beta_j R_j \\ C &= \sec^2 \beta_j R_j^2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.10.4})$$

$$\left. \begin{aligned} R_j' &= \cos \beta_j \\ Z_j' &= \sin \beta_j \\ \tan \beta_j & \text{; slope of } j\text{th straight line} \\ & \text{segment} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.10.5})$$

$$\left. \begin{aligned} R_j &= r_i \\ Z_j &= z_i \\ R_j' &= \left(\frac{dr}{ds}\right)_i \\ Z_j' &= \left(\frac{dz}{ds}\right)_i \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.10.6})$$

Before conferring the integral formula, the sign of $(B^2 - 4Ac)$ is to be determined.

$$\left. \begin{aligned} \text{In this case,} \\ B^2 - 4Ac &= 0 \\ 2bA - aB &= 0 \\ \frac{a}{2A} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A2.11})$$

therefore

$$I_1 = 0$$

$$\frac{1}{\pi |R_j'|} I_2 = (\pm) \frac{S_j}{2\pi} \frac{\left(\frac{dx}{ds}\right)_i}{r_i} \left(\ln \frac{\pi S_j}{2h} - 1 \right) \begin{cases} R_j' \geq 0 \\ R_j' < 0 \end{cases} \quad (\text{A2.12})$$

Now, the lengthy expression of a_{ij} is finished.

Comparing eq. (A2.12) with Isaacson's expression of a_{ij} ⁽³²⁾, it is found that he omits (\pm) sign and $\frac{1}{2\pi}$.

Appendix-3 Practical estimation of c_{ij}

$$c_{ij} = R_j S_j \left[G_{11} + \sum_{m=2}^{\infty} (G_{1m} - G_{1m}) + G_{1\infty} - \delta_{ij} S \right] + R_j \int_{S_j} \delta_{ij} S dS \quad (\text{A3.1})$$

in which

$$G_{11} = i\pi Q_1(kz_i) Q_1(kZ_j) J_1(k \frac{r_i}{r_j}) H_1(k \frac{r_i}{r_j}) \quad (\text{A3.2})$$

$$G_{1m} = 2Q_m(ik_n z_i) Q_m(ik_n Z_j) I_1(k_n \frac{r_i}{r_j}) K_1(k_n \frac{r_i}{r_j}) \quad (\text{A3.3})$$

$$\hat{G}_{1m} = \frac{2}{m\pi \sqrt{r_i R_j}} E^m \cos\left(\frac{m\pi(z_i - h)}{h}\right) \cos\left(\frac{m\pi(Z_j + h)}{h}\right) \quad (\text{A3.4})$$

$$\hat{G}_1 = \frac{-1}{2\pi \sqrt{r_i R_j}} \left[\log(1 - E \cos \Sigma + E^2) + \log(1 - 2E \cos \Sigma + E^2) \right] \quad (\text{A3.5})$$

$$S = \frac{1}{2\pi \sqrt{r_i R_j}} \log(1 - 2E \cos \Sigma + E^2) \quad (\text{A3.6})$$

$$R_j \int_{S_j} S dS = (\mp) \frac{S_j}{\pi} \left(\ln \frac{\pi S_j}{2h} - 1 \right) \begin{cases} R_j' \geq 0 \\ R_j' < 0 \end{cases} \quad (\text{A3.7})$$

參 考 文 獻

1. Zienkiewicz, O.C., Lewis, R.W. and Stagg, K.G., *Numerical Methods in Offshore Engineering*, Wiley, New York, 1978, ch. 1.
2. Turgut Sarpkaya and Michael Isaacson, *Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures*, Van Nostrand, New York, 1981, ch. 1.
3. Morison, J.R., O'Brien, M.P., Johnson, J.W. and Schaaf, S.A., "The Force Exerted by Surface Waves on Piles", *Petrol. Trans. AIME, Vol. 189*, 1950, pp.149~154.
4. 文獻 1, ch. 7.
5. Turgut Sarpkaya, "Morison's Equation and the Wave Forces on Offshore Structures", *CR 82. 008*, Naval Civil Engineering Laboratory, Port Hueneme, Calif. 1981, pp.31~33.
6. MacCamy, R.C. and Fucks, R.A., "Wave Forces on Piles: A Diffraction Theory", *Tech. Memo. No. 69*, U.S. Army Corps of Engineers, Beach Erosion Board, 1954.
7. 崔恒洵, 金盛均, "有限水深의 海上에서 規則波에 놓인 球의 運動特性", *大韓造船學會誌 第19卷 第1號*, 1982, pp.23~32.
8. Garrison, C.J. and Rao, V. Seetharama, "Interaction of Waves with Submerged Objects", *Journ. of the W.H.C. Div., Proc. ASCE, Vol. 97, No. WW2*, May, 1971, pp.259~277.
9. Garrison, C.J. and Chow, P.Y., "Wave Forces on Submerged Bodies", *Journ. of the W.H.C. Div., Proc. ASCE, Vol. 98, No. WW3*, Aug., 1972, pp.375~392.
10. Garrison, C.J., "Hydrodynamics of Large Objects in the Sea Part I-Hydrodynamic analysis", *Journ. of Hydronautics, Vol. 8, No. 1*, Jan., 1974, pp.5~12.
11. Garrison, C.J., "Dynamic Response of Floating

- Bodies", *Proc. Offshore Technology Conference, Paper No. OTC 2067*, 1974, pp.365~377.
12. Garrison, C.J., "Hydrodynamics of Large Objects in the Sea Part II: Motion of Free-Floating Bodies", *Journ. of Hydronautics*, Vol. 9, No. 2, April, 1975, pp.58~63.
 13. Garrison, C.J., "Hydrodynamic Interaction of Waves with a Large Displacement Floating Body.", *NPS-69 G. 77091*, Naval Postgraduate School, Monterey, CA 93940, Sep., 1977, p.159.
 14. 文献 1, ch. 3.
 15. Faltinsen, O.M. and Michelsen, F.C., "Motions of Large Structures in Waves at Zero Froude Number", *Proc. Int. Symp. on the Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, Paper No. 11*, The Institution of Mechanical Engineers, Univ. College, London, 1974, pp.91~106.
 16. Hogben, N. and Standing, R.G., "Wave Loads on Large Bodies", *Proc. Int. Symp. on the Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves. Paper No. 26*, The Institution of Mechanical Engineers, Univ. College, London, 1974, pp.258~277.
 17. Hogben, N. and Standing, R.G., "Experience in Computing Wave Loads on Large Bodies", *Proc. Offshore Technology Conference, Paper No. OTC 2189*, 1975, pp.413~431.
 18. 文献 1, ch. 4.
 19. Hara, H., Zienkiewicz, O.C. and Bettess, P., "Application of Finite Elements to Determination of Wave Effects on Offshore Structures", *Proc. Second Int. Conf. on the Behaviour of Offshore Structure, BOSS'79, Vol. I, Paper 31*, London, 1979, pp.383~390.
 20. Bai, K.J., "Diffraction of Oblique Waves by an Infinite Cylinder", *JFM Vol. 68*, 1975, pp.513~535.
 21. Bai, K.J., "Zero-Frequency Hydrodynamics Coefficients of Vertical Axisymmetric Bodies at a Free Surface", *Journ. of Hydronautics, Vol. 11*, 1977, pp.53~57.
 22. Black, J.L. and Mei, C.C., "Scattering and Radiation of Water Waves", *Rep. No. 121*, Water Resource and Hydrodynamics Laboratory, M.I.T., 1970, p.248.
 23. Black, J.L., Mei, C.C., and Bray, M.C.G., "Radiation and Scattering of Water Waves by Rigid Bodies", *JFM, Vol. 46*, 1971, pp.151~164.
 24. Mei, C.C., "Numerical Methods in Water-Wave Diffraction and Radiation", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 1978, pp.393~416.
 25. Black, J.L., "Wave Forces on Vertical Axisymmetric Bodies", *JFM, Vol. 67*, 1975, pp.369~376.
 26. Eatock Taylor, R. and Dolla, J.P., "Hydrodynamic Loads on Vertical Bodies of Revolution", *Trans. Royal Inst. of N.A.*, Vol. 122, London, 1980, pp.285~297.
 27. Fenton, J.D., "Wave Forces on Vertical Bodies of Revolution", *JFM, Vol. 85*, 1978, pp.241~255.
 28. John, F., "On the Motion of Floating Bodies II", *Comm. Pure Appl. Math.* 3, 1950, pp.45~101.
 29. Hudspeth, R.T., Nakamura, T. and Leonard, J.W., "Floating Vessel Response Simulator (FVRS) by an Axisymmetric Green's Function", *Final Report Submitted for Contract: Vessel Response Simulator AFE 79116*, OSU, Corvallis, Or., June, 1980, p.46.
 30. Hudspeth, R.T., Nakamura, T. and Leonard, J.W., "User's Manual FVRS Prepared for Marathon Oil Co.", *Final Report*, OSU, Corvallis, Or., June, 1980, p.96.
 31. Nakamura, T. and Hudspeth, R.T., "Hydrodynamic Forces on an Arbitrarily-Shaped Floating Body with Axisymmetry in Waves", *Memoirs of the Ehime Univ.*, Sect. III (Eng.), Vol. IX, No. 4, 1981, pp.375~398.
 32. Isaacson, M. St. Q., "Fixed and Floating Axisymmetric Structures in Waves", *Journ. of the W.P.C.O. Div. Proc. ASCE, Vol. 108, No. WW2*, May, 1982, pp.180~199.
 33. Newman, J.N., *Marine Hydrodynamics*, The MIT Press, Cambridge, MA. 1977, pp.285~311.
 34. Watson, G.N. *A Treatise on the Theory of Bessel Functions*, Cambridge Univ. Press, 1944.

p. 22.

35. Wehausen, J.V. and Laitone, E.V., "Surface Waves", *Handbook of Physics, Fluid Dynamics III, Vol. IX*, Springer-Verlag, 1960, pp. 446~667.
36. Kellog, O.D., *Foundations of Potential Theory*, Dover Publications, Inc. New York, 1953, pp.

160~166.

37. Hoffman, D., Geller, E.S. and Niederman, C.S., "Mathematical Simulation and Model Tests in the Design of Data Buoys", *SNAME*, presented at the Annual Meeting of SNAME, New York, NY, Nov., 1973, pp. 243~273.

(接受: 1984. 1. 23)