

幾何學的 非線形性을 考慮한 鐵筋콘크리트 보-기둥의 解析

Geometric Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Beam-COLUMNS

姜 榮 振*
Kang, Young Jin

Abstract

A numerical procedure based on the finite element method for the analysis of reinforced concrete beam-columns under uniaxial bending is presented. Material nonlinearities such as the cracking and crushing of concrete and the yielding of reinforcing steel as well as the geometric nonlinearity which is an important factor affecting the behavior of beam-columns are considered in the analysis. This method traces the behavior of reinforced concrete beam-columns up to failure by solving incremental equilibrium equations. Numerical examples are presented to demonstrate the validity and usefulness of the present method.

要 旨

有限要素法에 依한 一軸휨을 받는 鐵筋콘크리트 보-기둥의 數值解析法이 提示되었다. 콘크리트의 引張龜裂 및 壓縮破壞, 鐵筋의 降伏 等 材料上의 非線形性과 보-기둥의 舉動에 重要한 影響을 미치는 幾何學的 非線形性을 同시에 考慮하였다. 增分形 平衡方程式의 解를 구함으로써 破壞에 이르기까지의 鐵筋콘크리트 보-기둥의 舉動을 追跡할 수 있는 解析法이 提示되었으며 數值解析例를 通하여 이 方法의 妥當性과 有用性을 立證하였다.

1. 序 言

鐵筋콘크리트 壓縮部材는 콘크리트 構造物의 連續性으로 因하여 휨을 같이 받는 보-기둥 部材인 경우가 대부분이다. 보-기둥의 正確한 解析을 위해서는 幾何學的 非線形性을 고려하는 것이 필요하다. 즉, 變形된 構造物의 形態를 基準으로 平衡方程式을 誘導하고 그 解를 구하여야 한다. Euler 가 幾何學的 非線形性을 考慮한

기둥의 挫屈解析法을 提示한 이래 鋼材 보-기둥에 대해서는 많은 理論 및 實驗的研究를 통하여 상당히 信憑性있는 設計法이 確立되었다. 그러나, 鐵筋콘크리트 보-기둥의 경우에는 幾何學的 非線形性 이외에 콘크리트의 引張龜裂, 壓縮破壞, 크리아프, 乾燥收縮 및 鐵筋의 降伏과 같은 材料上의 非線形性이 添加되어 正確한 解析을 하는 것이 상당히 어려운 일이다. 따라서, 鐵筋콘크리트 보-기둥의 設計는 理論的 解析보다는 實驗結果에 더욱 많이 依存하고 있는 실정이다.

그러나, 最近 電算機의 發達과 더불어 有限差

* 正會員 · 서울大學校 工科大學 助教授, 土木工學科

分法 또는 有限要素法에 依한 鐵筋콘크리트 보—기둥의 非線形解析에 관한 研究가 活潑히 진행되고 있다. 筆者는 「論文 “鐵筋콘크리트 平面 대構造物의 非線形解析”」⁽¹⁾에서 有限要素法에 의거하여 材料上의 非線形性만을 고려한 鐵筋콘크리트 平面 대構造物의 數值解析法을 提示하였다. 本 論文에서는 이에 幾何學的 非線形성을 追加하여 一軸휨을 받는 鐵筋콘크리트 보—기둥의 非線形解析法을 提示하고자 한다. 幾何學的 非線形性은 運動方程式의 “Updated Lagrangian Formulation”⁽²⁾에 의거하여 고려하였다.

2. 材料性質에 대한 假定

콘크리트의 應力—變形度관계는 Hognestad⁽³⁾가 提案한 抛物線一直線으로 가정한다. 壓縮變形度가 極限變形度 ε_u 에 도달하면 壓縮破壞가, 引張應力이 最大引張應力 f_t' 에 도달하면 龜裂이 발생하는 것으로 가정한다. 鐵筋의 應力—變形度關係는 原點—降伏點, 降伏點—破壞點을 연결하는 두 개의 直線으로 나타내고 壓縮과 引張에서 같다고 가정한다. 가정된 應力—變形度曲線의 數式과 圖表는 參考文獻(1)에 자세히 설명되어 있다.

3. 非線形 解析過程

3.1 鐵筋콘크리트 보—기둥構造의 模型

一軸휨을 받는 鐵筋콘크리트 보—기둥構造는 節點에서 連結된 鐵筋콘크리트 平面 대要素들의 集合體로 볼 수 있다.

그림 1의 上半部에는 두 개의 端部節點 i, j 에 依해 定義되는 뼈대要素와 要素座標系 x, y 가 表示되어 있다. x 軸은 節點 i, j 를 연결하는 直선으로 규정되어 뼈대요소의 斷面은 y 軸에 대해 對稱이라고 가정한다. 要素內에서의 材料性質의 變化를 追跡하기 위해 斷面을 콘크리트와 鐵筋의 層으로 分割하여 콘크리트와 鐵筋은 완전히 附着되어 있다고 가정한다⁽¹⁾.

u, v 및 θ 를 要素端部節點의 x, y 方向變位 및 回轉角이라고 하면 뼈대要素의 節點變位ベクトル $\{r\}$ 은 다음과 같다.

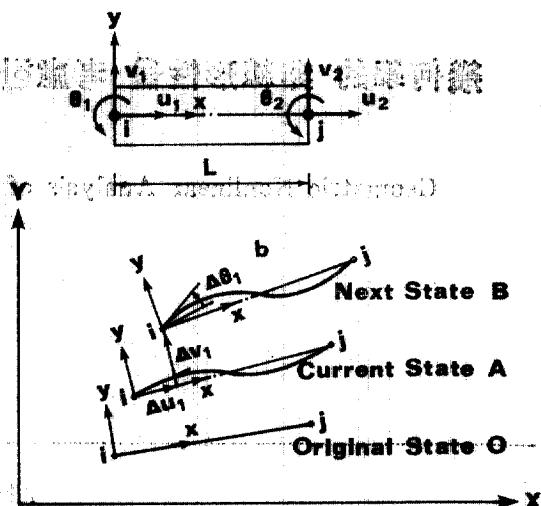


그림 1. Geometry and Deformation of a Beam-Column Element.

$$\{r\} = [u_1, u_2, v_1, v_2, \theta_1, \theta_2]^T \quad (1)$$

u_0 및 v 를 뼈대要素軸上의 任意點의 x, y 方向變位成分이라고 하고, u_0 는 線形으로, v 는 三次曲線으로 變한다고 가정한다. 이들은 媒介變數 $p=x/L$ 의 함수로서 節點變位와 다음과 같은 관계가 있다.

$$\begin{aligned} u_0(p) &= (1-p)u_1 + pu_2 \\ v(p) &= (1-3p^2+2p^3)v_1 + (3p^2-2p^3)v_2 \\ &\quad + L(p-2p^2+p^3)\theta_1 + L(-p^2+p^3)\theta_2 \end{aligned} \quad (2)$$

平面斷面이 變形後에도 平面으로 남아 있다고 가정하면 뼈대要素內의 任意點의 x 方向變位 $u(x, y)$ 는 다음과 같다.

$$u(x, y) = u_0(x) - y \frac{dv(x)}{dx} \quad (3)$$

軸方向變形度 $\varepsilon(x, y)$ 는 다음과 같이 정의한다⁽⁴⁾.

$$\varepsilon(x, y) = \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\frac{dv(x)}{dx} \right]^2 \quad (4)$$

여기서 두 번째 項은 大型變位의 영향을 代表한다. 本 研究에서는 變位나 回轉角은 크더라도 變形度는 微小한 것으로 가정한다. 式(4)가 表現하는 것은 非線形 變形度—變位關係로서 이것 이 幾何學的 非線形性的 한 要因이 된다.

3.2 平衡方程式의 講導

보—기둥 構造物 全體의 平衡方程式은 直接剛

度法의 과정에 따라 要素剛度行列을 構造座標系로 變換하여 聚合함으로써 구할 수 있다. 그런데 要素剛度行列은 線形의 경우와는 달리 變位의 합수가 된다. 이것은 變形이 일어남에 따라 材料性質의 變化가 일어나며 變形度-變位 관계가 式(4)에서와 같이 非線形 관계이기 때문이다. 따라서, 要素의 平衡方程式은 다음과 같이 接線形으로 表示할 수 있다.

$$\{dR\} = [K_t(r)] \{dr\} \quad (5)$$

여기서 $[K_t(r)]$ 은 節點變位 $\{r\}$ 이 發生한 現狀態에서 有効한 要素接線剛度行列이며 $\{dR\}$ 및 $\{dr\}$ 은 각각 節點荷重 및 節點變位 벡터의 微小增分이다.

그림 1의 下半部에는 뼈대要素의 세 가지 變形狀態가 그려져 있다. 狀態 O는 變形이 일어나기 전의 元來狀態, 狀態 A는 變位 $\{r\}$ 이 發生한 現狀態, 狀態 B는 現狀態로부터 變位의 增分 $\{dr\}$ 이 發生한 다음 狀態이다. 式(1)~(4)로부터 다음과 같은 現狀態에서의 增分形 變形度-變位관계를 유도할 수 있다.

$$d\varepsilon = [B] \{dr\} + \frac{1}{2} \{dr\}^T [C]^T [C] \{dr\} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} [B] = & \left[-\frac{1}{L}, \frac{1}{L}, \frac{6}{L^2}y(1-2p), \right. \\ & \frac{6}{L^2}y(-1+2p), \\ & \left. \frac{2}{L}y(2-3p), \frac{2}{L}y(1-3p) \right] \quad (7) \\ [C] = & [0, 0, \frac{6}{L}(-p+p^2), \frac{6}{L}(p-p^2), \\ & (1-4p+3p^2), (-2p+3p^2)] \quad (8) \end{aligned}$$

狀態 A에서의 接線形 變形度-變位관계는

$$d\varepsilon = [B] \{dr\} \quad (9)$$

狀態 A에서 假想變位의 原理를 적용하면

$$\{d\bar{r}\}^T \{R\} = \int_V d\varepsilon \sigma dV \quad (10)$$

여기서 bar(-)는 假想值를 나타내며 式(9)의 顛置形 $d\bar{\varepsilon} = \{d\bar{r}\}^T [B]^T$ 를 式(10)에 代入하여 다음과 같은 狀態 A에서의 平衡方程式을 구할 수 있다.

$$\{R\} = \int_V [B]^T \sigma dV \quad (11)$$

다음 狀態 B에서의 接線形 變形度-變位관계는 式(6)의 微分을 取함으로써 다음과 같이 쓸 수

있다.

$$\begin{aligned} d\varepsilon &= [B] \{dr\} + \{dr\}^T [C]^T [C] \{dr\} \\ &= \{dr\}^T ([B]^T + [C]^T [C] \{dr\}) \end{aligned} \quad (12)$$

狀態 B에서의 假想일 方程式은

$$\{d\bar{r}\}^T (\{R\} + \{dR\}) = \int_V d\bar{\varepsilon} (\sigma + \Delta\sigma) dV \quad (13)$$

여기에서 式(12)를 代入하여 다음과 같은 狀態 B에서의 平衡方程式을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \{R\} + \{dR\} &= \int_V ([B]^T + [C]^T [C] \{dr\}) \\ &\times (\sigma + \Delta\sigma) dV \end{aligned} \quad (14)$$

狀態 A에서의 增分形 平衡方程式은 式(14)에서 式(11)을 빼고 高次項 $\int_V [C]^T \Delta\sigma [C] dV \cdot \{dr\}$ 을 無視하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{dR\} = \int_V [B]^T \Delta\sigma dV + \int_V [C]^T \sigma [C] dV \cdot \{dr\} \quad (15)$$

콘크리트와 鐵筋의 接線形 應力-變形度 관계는 $d\sigma = E_i d\varepsilon$ (16)

여기서 E_i 는 接線彈性係數이다. 式(9)를 代入하여

$$d\sigma = E_i [B] \{dr\} \quad (17)$$

式(15)의 增分演算子 Δ 를 微分演算子 d 로 바꾸어 쓰고 式(17)을 代入하여 다음과 같은 狀態 A에서의 接線形 平衡方程式을 구할 수 있다.

$$\{dR\} = [K_t] \{dr\} \quad (18)$$

$$[K_t] = [K_0] + [K_t] \quad (19)$$

$$[K_0] = \int_V [B]^T E_i [B] dV \quad (20)$$

$$[K_t] = \int_V [C]^T \sigma [C] dV \quad (21)$$

여기서 $[K_t]$ 는 狀態 A에서 有効한 要素接線剛度行列로서 두 가지 成分으로 구성되어 있다. $[K_0]$ 는 材料上의 非線形性을 代表하고 있으며 $[K_t]$ 는 大型變位의 영향을 대표하고 있다. $[K_0]$ 는 各 要素의 中點에서 層積分에 의하여 구하면 다음과 같다.

$$[K_0] = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} - \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{ES}{L} - \frac{ES}{L} \\ \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{ES}{L} \frac{ES}{L} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} - \frac{12EI}{L^3} \frac{6EI}{L^2} \frac{6EI}{L^2} \end{pmatrix}$$

$$\text{Sym. } \begin{array}{c} \frac{12EI}{L^3} - \frac{6EI}{L^2} - \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{4EI}{L} \frac{2EI}{L} \\ \frac{4EI}{L} \end{array} \quad (22)$$

$$EA = \int_A E_t dA = \sum_{i=1}^{n_c} E_{ei} A_{ei} + \sum_{i=1}^{n_s} E_{si} A_{si} \quad (23)$$

$$ES = - \int_A E_t y dA = - \sum_{i=1}^{n_c} E_{ei} y_{ei} A_{ei} - \sum_{i=1}^{n_s} E_{si} y_{si} A_{si} \quad (24)$$

$$EI = \int_A E_t y^2 dA = \sum_{i=1}^{n_c} E_{ei} y_{ei}^2 A_{ei} + \sum_{i=1}^{n_s} E_{si} y_{si}^2 A_{si} \quad (25)$$

여기서 n_c 와 n_s 는 斷面에서의 콘크리트 層과 鐵筋 層의 數이며 c 와 s 는 각각 콘크리트와 鐵筋 을 나타낸다.

$[K_t]$ 는 各 要素의 中點에서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} [K_t] &= \int_V [C]^T \sigma [C] dV \\ &= \int_A \sigma dA \cdot \int_0^L [C]^T [C] dx \\ &= P \int_0^L [C]^T [C] dx \end{aligned} \quad (26)$$

여기서 P 는 뼈대要素의 軸力이다. 式(8)을 式(26)에 代入하고 形狀函數를 積分하여 다음과 같이 $[K_t]$ 를 구할 수 있다.

$$[K_t] = P \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{6}{5L} & -\frac{6}{5L} & \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} & & \\ & \frac{6}{5L} & -\frac{1}{10} & -\frac{1}{10} & & \\ & \frac{2L}{15} & -\frac{L}{30} & & & \\ & \frac{2L}{15} & & & & \end{pmatrix} \quad (27)$$

이 結果는 다른 方法에 依해 구한 값과 同一하다^(5,6).

보一기 등 構造物 全體의 平衡方程式은 直接剛度法의 과정에 따라 要素剛度行列 $[K_t]$ 를 要素座標系로부터 固定된 構造座標系로 變換하여 聚合함으로써 구할 수 있다. 剛度行列의 變換은 다음 式으로 表示할 수 있다.

$$[K_t^e] = [A]^T [K_e] [A] \quad (28)$$

여기서 $[K_t^e]$ 는 構造座標系로 變換된 要素接線剛度行列이고 $[A]$ 는 變位變換行列로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[A] = \begin{pmatrix} c & s & 0 \\ -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ & & c & s & 0 \\ & & 0 & -s & c & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (29)$$

여기서 $c = \cos \theta$, $s = \sin \theta$ 이며 θ 는 構造座標系의 X 軸으로부터 要素座標系의 x 軸까지의 角度이다. 여기서 주의할 점은 그림 1에 표시된 바와 같이 요소좌표계 x , y 의 方向은 變形이 일어남에 따라 連續的으로 變한다는 사실이다. 따라서, 變位變換行列 $[A]$ 의 값도 變形이 일어남에 따라 계속적으로 变하게 된다. 이것은 평형方程式을 變形이 일어나지 않은 元來狀態 0를 기준으로 하지 않고 變形이 발생한 現狀態 A 를 기준으로 유도했기 때문이다. 이것이 運動方程式의 "Updated Lagrangian Formulation"에 의한 幾何學的 非線形解析法이다.

式(11)은 狀態 A 에서의 평형方程式을 나타내는데 이 式은 또한 現상태 A 에서의 應力分布 σ 를 알고 있을 때 内部抵抗力벡터 $\{R^i\}$ 를 구하는 式을 나타내고 있다.

다음 節에서 記述하는 바와 같이 反復法에 의해 非線形 平衡方程式의 解를 구할 때에는 $\{R^i\}$ 를 가급적 정확히 구할 필요가 있다. 따라서 $\{R^i\}$ 는 斷面內에서는 層積分에 의해, 要素軸方向으로는 3點 Gauss 積分에 의하여 구한다.

3.3 非線形 解析過程

非線形 平衡方程式의 解法으로 本 論文에서는 荷重增分法과 接線剛度法을 混用한다⁽¹⁾. 지금까지 유도한 방법에 의한 보一기 등 構造物의 解析法을 정리하면 다음과 같다. 우선 보一기 등 구

조물을 平面 뼈대 要素의 集合體로 理想화하고 節點荷重ベタ $\{R\}$ 을 適切히 分割하여 各增分荷重 $\{\Delta R\}$ 에 대하여 다음과 같은 過程을 거친다.

- (1) 各要素마다 現狀態의 材料性質과 變形에 相應하는 接線剛度行列을 구하고 이들을 現狀態에 有効한 變位變換行列에 依해 構造座標系로 變換한 다음 直接剛度法에 의해 聚合하여 構造接線剛度行列 $[K_i]$ 를 구한다.
- (2) 平衡方程式 $[K_i]\{\Delta r\} = \{\Delta R\}$ 에서 節點變位의 增分 $\{\Delta r\}$ 을 구하고 이를 各要素座標系로 變換하여 要素端部變位의 增分을 구한다.
- (3) 式(6)에 의해 變形度의 增分 Δe 를 구하고 지금까지의 合에 더하여 現在의 總變形度 e 를 구한다.
- (4) 節點變位의 增分 $\{\Delta r\}$ 을 지금까지의 合에 加산하여 현재의 總節點變位 $\{r\}$ 를 구하고 各要素의 幾何學的 特性을 修正한다. 即, 要素의 길이와 變位變換行列을 다시 구한다.
- (5) 應力—變換度 관계로부터 現在의 應力 σ 를 구한다.
- (6) 式(11)에 依해 각 요소마다 部材端部力を 구하고 이들을 現狀態에서 有効한 變位變換行列에 의해 構造座標系로 變換, 聚合하여 內部抵抗力ベタ $\{R'\}$ 를 구한다.
- (7) 現在의 總節點荷重 $\{R\}$ 에서 $\{R'\}$ 를 빼어 不均衡力 $\{R''\}$ 를 구한다.
- (8) $\{\Delta R\} = \{R''\}$ 로 놓고 段階(1)로 되돌아 간다.

段階 (1)~(8)은 不均衡力 $\{R''\}$ 가 미리 定한 許容值보다 작아질 때까지 反復된다. 이 시점에서 $\{R''\}$ 를 다음의 荷重增分 $\{\Delta R\}$ 에 加算하고 段階(1)로 되돌아 간다. 이터한 과정을 거쳐 보기 등 構造物의 荷重—變位曲線을 追跡하여 破壞荷重을 近似的으로 決定할 수 있다. 即, 變位가 非線形의 으로 크게 增加하면 荷重增分 $\{\Delta R\}$ 을 細分하여 進行함으로써 變位가 無限定 增加하여 平衡方程式이 收斂하지 못하는 破壞點에 近似的으로 到達할 수 있다.

4. 數値解析例

지금까지 기술된 解析過程을 電算프로그램으

로 作成하고 이 방법의妥當性과 有用性을 시험하기 위하여 두 가지 數値解析例를 提示한다.

4.1 Timoshenko Beam

幾何學的 非線形 解析過程의 正確性을 시험하기 위해 그림 2에 보이는 바와 같은 單純보를 해석하였다. 이 보의 材料性質은 線形彈性이나 軸方向으로 兩端固定되어 있으므로 치점이 생기면 軸方向引張力이 發生하여 荷重이 增加할수록 보의 치점에 대한 剛性이 增加하는 것을 알 수 있다. 이 보의 단면은 1 in \times 0.5 in 이고 弹性係數 $E=30000$ ksi이다.

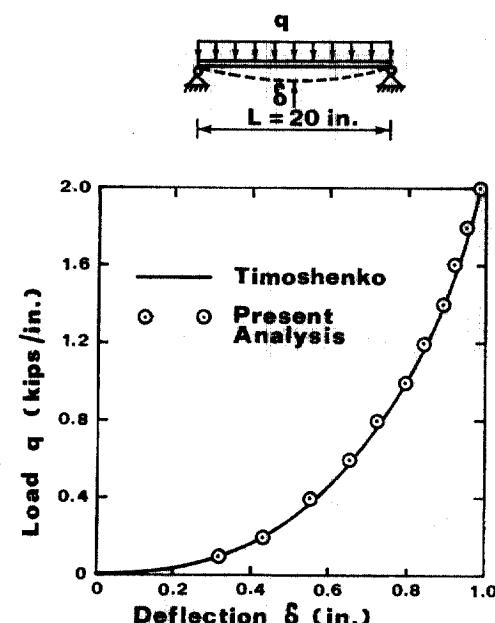


그림 2. Timoshenko Beam-Test on Geometric Nonlinear Analysis (1 in. = 25.4 mm, 1 kip = 4.45 kN)

Timoshenko⁽⁷⁾는 이 문제의 理論解를 提示하였다. 그림 2에는 이 理論解와 本方法에 依한 解를 圖示하였는데 그 結果는 것의 一致함을 알 수 있다. 本研究結果는 對稱性을 利用하여 보의 折半을 5개 요소로 나누고 단면은 10개의 층으로 나누어 얻은 것이다. Yeh⁽⁸⁾와 Aldstedt⁽⁹⁾도 이 문제를 解석하여 近似한 결과를 얻었다.

4.2 Breen-Ferguson Frame

Breen과 Ferguson⁽¹⁰⁾은 鐵筋콘크리트 뼈대構造物의 一部를 構成하는 長柱의 舉動을 研究하기

위해 몇 종류의 四角形 뼈대構造物의 實驗을 수 행하였다. 이 중 뼈대 F2에 대한 實驗 결과를 本 解析결과와 비교한다. 그림 3에는 뼈대 F2의 形태와 단면이 그려져 있다. P_c 는 橫차로 증 가시켜 破壞에 이를 때까지 加하는 軸方向荷重이며 $P_b = \alpha P_c$ 는 기둥에 흡모우먼트를 가하기 위 한 하중으로 F2에서는 $\alpha=0.0225$ 이다.

보 BC와 보 AD에는 上下 각각 4 # 4가 配筋되어 있고 기둥 AB에는 4 # 3이 배근되어 있다. 鐵筋의 被覆은 보 BC와 기둥 AB에서 1/2 in, 보 AD에서는 9/16 in이다.

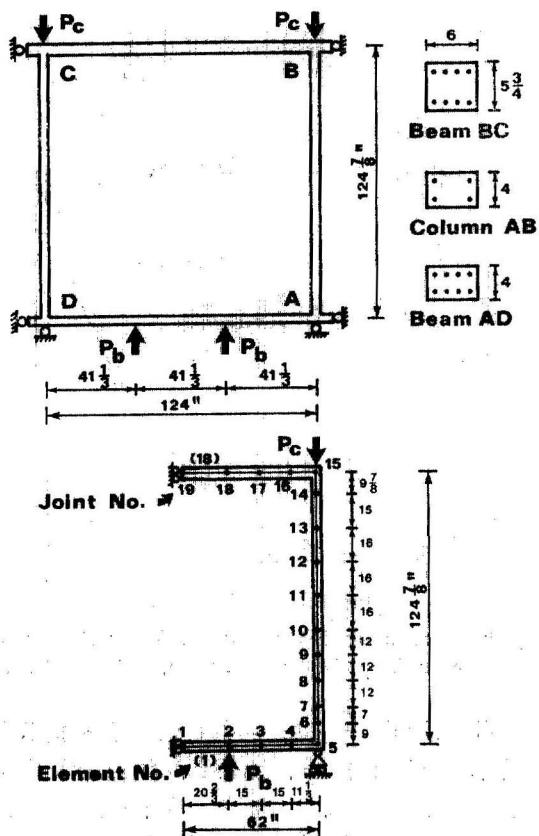


그림 3. Breen-Ferguson Frame F2-Structure, Loading and Finite Element Idealization (Dimensions in inches, 1 in.=25.4 mm).

그림 3에는 이 구조물의 解析模型이 그려져 있다. 對稱性을 이용하여 구조물의 절반을 18個要素로 분할하였고, 각 요소는 단면에서 10個의 콘크리트 層과 2個의 鐵筋 層으로 나누었다. 解

析에 사용된 材料性質은 다음과 같다.

콘크리트의 압축강도 $f'_c=3040$ psi, 應力-變形度曲線上의 最大壓縮強度 $f''_c=0.85$, $f'_c=2584$ psi, 最大壓縮變形度 $\epsilon_{cu}=0.0038$, 龜裂變形度 $\epsilon_{cr}=0.001$, 初期彈性係數 $E_{ci}=60000\sqrt{f'_c}=3.31\times 10^6$ psi, 引張破壞應力 $f_t=331$ psi로 하였고 鐵筋의 降伏點應力 $f_y=52.1$ ksi, 彈性係數 $E_s=29.4\times 10^6$ psi, 極限變形度 $\epsilon_{su}=0.2$ 로 하였다.

그림 4에는 A點(Joint 5)의 回轉角에 대한 實驗值와 解析結果가 표시되어 있다. Aldstedt⁽⁹⁾는 獨自的으로 이 구조물을 해석하였는데 그 결과도 같이 表示되어 있다. 이 그림에는 또한 幾何學的 非線形性을 無視하고 材料上의 非線形性만 고려한 解析值가 그려져 있다. 破壞荷重의 實驗치는 60 kips, 본해석치는 60 kips, Aldstedt의 해석치는 59 kips, 기하학적 비선형성을 무시한 본해석치는 68 kips이며 파괴시 절점 A의 回轉角에 대한 實驗치는 0.16 rad, 본해석치는 0.18 rad, Aldstedt의 해석치는 0.020 rad, 기하학적 비선형성을 무시한 본해석치는 0.013 rad이다. 實驗值를 基準으로 하여 볼 때 破壞荷重의豫測에는 本解分析值가 0%, Aldstedt의 해석치 2%, 幾何學的 非線形性을 무시한 本解分析值가 13%의 誤差를 보이고 있으며, 파괴시 A點의 回轉角豫測에는 本解分析值가 13%, Aldstedt의 解析值가 25%, 기하학적 비선형성을 무시한 本解分析值가 20%의 誤差를 나타내고 있다. 實驗值와 本方法에 依한 解析值를 比較해 볼 때 本解分析方法에 依하면 보-기둥 構造物의 破壞荷重과 파괴에 이를 때까지의 거동을 상당히 正確하게豫測할 수 있다는 것을 알 수 있다. 또한 本方法에 依한 解析值가 Aldstedt의 解析值보다 實驗值에 더욱 近似하는 것을 알 수 있다.

幾何學的 非線形性을 無視한 경우와 包含한 경우에 대한 解析值를 比較해 볼 때 보-기둥의 擧動에 幾何學的 非線形性이 重要한 영향을 미친다는 것을 알 수 있다.

5. 結論

有限要素法에 의거하여 材料上 및 幾何學的 非線形性을 같이 考慮한 鐵筋콘크리트 보-기둥-

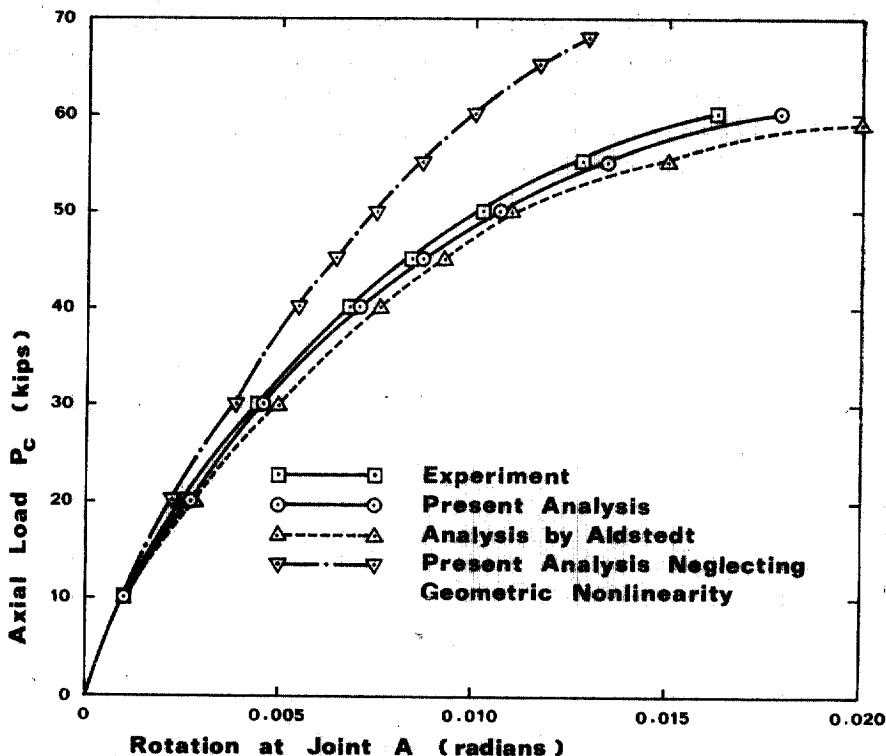


그림 4. Breen-Ferguson Frame F2-Comparison of experimental and Analytical Results (1 kip=4.45 kN).

構造物의 解析法이 提示되었다. 이 方法에 依하여 一軸휨을 받는 鐵筋콘크리트 보-기둥 構造物의 破壞荷重과 破壞荷重에 이르기까지의 舉動을 상당히 正確히豫測할 수 있다는 것을 數值解析例를 通하여 例示하였다.

但, 本 研究에서는 콘크리트 壓縮部材의 舉動에 重要한 影響을 미치는 콘크리트의 크리아프, 乾燥收縮 및 溫度變化의 影響을 고려하지 않았다. 이에 대하여는 別途의 研究가 必要하리라 본다.

參 考 文 獻

1. 姜榮振, “鐵筋콘크리트 平面 뼈대構造物의 非線型 解析”, 大韓土木學會 論文集 第3卷 第4號, 1983年 12月.
2. Bathe, K.J., Ramm, E., and Wilson, E.L., “Finite Element Formulations for Large Displacement and Large Strain Analysis,” US-SESM Report No. 73-14, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, University of California, Berkeley, September, 1973.
3. Hognestad, E., “A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members,” University of Illinois Engineering Experiment Station, Bulletin Series No. 399, Bulletin No. 1, November 1951.
4. Fung, Y.C., “Foundations of Solid Mechanics,” Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1965.
5. Przemieniecki, J.S., “Theory of Matrix Structural Analysis,” McGraw-Hill Book Company, 1968.
6. Felippa, C.A., “Refined Finite Element Analysis of Linear and Nonlinear Two-Division of Structural Engineering and Structural Mechanics,” University of California, Berkeley, October 1966.
7. Timoshenko, S.P., and Woinowsky-Kreiger, S., “Theory of Plates and Shells,” McGraw-Hill

- Book Company, Inc., 1959.
- 8. Yeh, C.H., "Large Deflection Dynamic Analysis of Thin Shells Using the Finite Element Analysis," *UC-SESM Report No. 73-2*, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, University of California, Berkeley, October 1970.
 - 9. Aldstedt, E., "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Frames," Division of Structural Mechanics Institute of Technology, University of Trondheim, Norway, 1975.
 - 10. Breen, J.E., and Ferguson, P.M., "The Restrained Long Concrete Column As a Part of a Rectangular Frame," *ACI Journal*, May 1964.

(接受: 1984. 11. 26)