

潮流에 의한 浮遊砂의 擴散에 대한 數值模型

Numerical Model on Suspended Load Diffusion due to Tidal Flow

李	正	圭*
Lee,	Jong	Kyu
安	守	漢**
Ahn,	Soo	Hahn

Abstract

The purpose of this paper is to develop a numerical model which can be used to compute the suspended load concentration of which the two-dimensional unsteady diffusion equation is able to be solved by the finite difference method using the implicit scheme.

The pick-up rate formula from the bottom used in the open channel as a sink-source term and the Coleman's empirical formula for the diffusion coefficient were taken, and especially the hindered settling velocity and the vertical velocity of flow due to the periodical tidal motion were taken into account, while the effects of the variables, such as the horizontal and vertical velocities of flow, tidal range, the settling velocity and hindered settling, on the suspended load concentrations have been discussed, comparing the results obtained from the different cases in the simulation conditions.

要 旨

本 研究의 目的은 潮流에 의한 浮遊砂의 擴散현상에 대하여 2 차원 非定常擴散방정식을 有限差分法을 이용하여 부유사의 농도분포를 계산할 수 있는 數值模型을 개발하는데 있다. 바닥으로부터 浮上量의 계산은 개수로에서 얻어진 公式를 이용하였으며, 확산계수는 Coleman의 경험公式를 사용하였다. 특히, 침강속도 감쇠효과와 연직유속이 고려되었다. 여러 가지 경우의 計算例를 통하여, 유속, 조차, 연직유속, 침강속도의 감쇠효과 같은 各 變數들이 부유사의 농도분포에 미치는 영향이 검토되었다.

1. 序 論

河口地域(Estuarine area)에서 潮汐作用을 받
는 부유토사의 이동에 관한 예측은 해안에서 어

떠한 종류의 最適계획이나 設計에 있어서도 대
단히 중요한 요소의 하나이다⁽¹⁾.

河口港이나 掘入式港灣은 부유토사의 堆砂量
이 상당히 많기 때문에 港内の 水深維持가 골치
아픈 문제로 되어 있다.

일반적으로 하천의 上流에서 하구로 유송되는
土砂나 潮流나 波浪에 의하여 海底나 해안에서

*正會員·漢陽大學校 工科大学 副教授, 土木工學科

**正會員·서울大學校 工科大学 教授, 土木工學科

浮上하는 粒子들은 대부분 아주 미세하기 때문에 流砂의 대부분은 부유사의 형태로 이동하고 있으며, 또한 실트나 점토와 같은 미세한 입자의 부유사는 염수에서 Floc 현상이 일어나 입자의 덩어리가 형성되어 침전을 일으키기 때문에 유사이송에 관한 解析은 대단히 복잡하게 된다.

河口에서 粘性土砂(Cohesive Sediment)의 移動機構는 일반적으로 動水力學的 場(Hydrodynamic field), 水溫 및 流量과 土砂의 物理的 性質에 의하여 지배되는 대단히 복잡한 3차원 不定流이기 때문에 아직까지 일반적인 해석은 하지 못하고 있다⁽¹⁾.

海水부유사에 관한 연구는 아직은 초보적인 단계에 있어서 實驗水路를 통한 연구가 대부분이며 부유사의 浮遊擴散에 대한 機構(Mechanism)가 정확히 究明되어 있지 않기 때문에 理論定立이 되어 있지 않은 상태라고 볼 수 있다.

Wadden Zee⁽²⁾나 群山外港^(3,4,5) 등의 부유사의 관측보고가 있으나, 아직 충분한 자료가 없는 實情이며 부유사의 관측방법이나 분석방법이 통일되어 있지 않아 상호비교하기가 어렵다.

부유사의 數值모형에 관한 연구는 Odd와 Owen⁽¹⁾이 流砂移送에 관한 數學模型을 처음으로 개발한 이래 Ariathuari와 Krone⁽⁶⁾는 유한요소법으로 粘土流砂移送를 解析하였으며, Lavelle와 Thacker⁽⁷⁾는 高濃度下에서 阻礙침강속도(Hindered settling velocity)의 영향을 고려한 이론적인 連積농도분포식을 유도하였으며, Ponce, Indlekofer와 Simons⁽⁸⁾는 河床천이모형의 Implicit Scheme의 수렴조건에 대한 方向提示(Guide line)를 하였고, Kerssens, Prins와 Rijn⁽⁹⁾은 새로운 擴散係數式을 이용하여 定常流의 확산문제를 해석하였으며, 大西⁽¹⁰⁾나 白石과 大西⁽¹¹⁾는 부유토사의 非定常擴散方程式을 數值해법으로 해석하였다.

本 연구에서는 潮流에 의한 浮遊砂의 連積농도분포특성을 구명하기 위하여 非定常擴散方程式을 有限差分法(Finite difference method)으로 해석하였으며, 특히 高濃度時의 阻礙침강속도 및 潮汐의 주기운동으로 인한 連積방향유속의 영향을 고려하여 비교 검토되었다.

2. 解析方法

2.1. 부유사의 확산방정식

海底土砂가 조류에 의해서 浮上하면 亂流에 의해서 水流에 擴散되게 되는데, 부유사의 농도분포는 부유사의 침강속도와 확산계수에 의하여 결정된다. 부유사의 2차원 非定常擴散方程式은 다음과 같다^(9,12).

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(UC)}{\partial x} + \frac{\partial\{(W+W_c)C\}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) + S \quad (1)$$

여기서, C =부유사의 체적농도(Volume fraction concentration)

U, W =유체의 수평 및 연직방향유속(上向이+方向)

W_c =입자의 침강속도

K_x, K_z =부유사의 수평 및 연직방향 확산계수

t =시간좌표

x =수평방향좌표

z =연직방향좌표(바닥을 기준으로 上向이+방향)

S =Sink-Source項인데 입자가 부상하는 바닥경계 외에는 외부로부터 토사의 공급이 없는 경우에는 S 는 零이다.

부유사의 침강속도는 농도가 작을 때는 일정하지만, 부유사의 농도가 크면 농도의 영향을 받아 입자의 침강속도가 감속되므로 여기서는 침강속도로 다음과 같은 Maude-Whitmore 式⁽⁷⁾을 사용한다.

$$W_c = W_0(1-C)^\alpha \quad (2)$$

여기서, W_0 =低濃度일 때의 입자의 침강속도

α =상수(=5)

式(1)의 解를 얻기 위하여 다음과 같은 몇 가지 가정을 한다.

1) 바닥은 수평이며 바닥흙은 粒度分布가 균질한 混合砂이다.

2) 수평방향 유속은 변하지 않으며 時間의 함수이다.

3) 연직유속분포는 對數곡선이다.

4) 바닥흙의 浮上은 바닥표면에서만 일어나며 土砂供給源은 무한하다.

5) 부유사의 부상으로 인한 단면의 변화는 무시한다.

6) 砂鏈 등의 영향은 무시한다.

유체의 연속방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

위의 가정하에 式(2)와 (3)을 式(1)에 대입하여 정리하면 式(4)와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + [W + W_0(1-C)^{\alpha-1} \\ \{1 - (1+\alpha)C\}] \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_z \frac{\partial C}{\partial x} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) + S \end{aligned} \quad (4)$$

2.2 擴散係數

확산계수는 부유사의 分布에 가장 큰 영향을 미치는 요소인데, 아직 이에 관한 정확한 확산機構가 밝혀져 있지 않으나, 일반적으로 운동량에 對한 擴散係數와 같은 형태의 Rouse 式(5)를 사용하여 왔다.

$$K_z = k U_* z \left(1 - \frac{z}{h}\right) \quad (5)$$

여기서, k =Karman 상수(=0.4)

U_* =마찰속도

h =수심

그러나, Coleman의 실험⁽¹³⁾에 의하면 Rouse 式이 잘 맞지 않는다고 하므로, 여기서는 다음과 같은 확산계수에 대한 경험공식을 사용하였다⁽⁹⁾ (그림 1 참조).

$\frac{z}{h} > 0.5$ 일 때

$$K_z = \left[0.13 + 0.2 \left(\frac{W_c}{U_*} \right)^{2.12} \right] U_* h \quad (6-a)$$

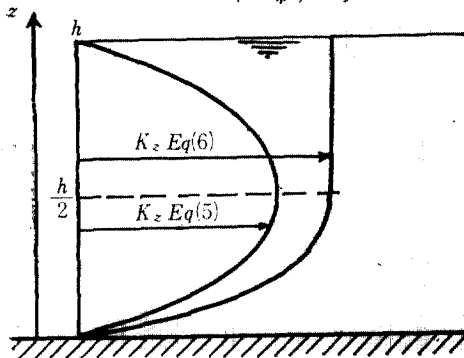


그림 1. K_z -분포

$\frac{z}{h} \leq 0.5$ 일 때

$$K_z = 4 \left(\frac{z}{h} \right) \left(1 - \frac{z}{h} \right) K_{z,m} \quad (6-b)$$

式(6-b)에서 $K_{z,m}$ 은 $z = \frac{h}{2}$ 일 때의 K_z 의 값을 의미한다.

x 방향 확산계수는 等方性이라고 가정하여 $K_x = K_z$ 라고 한다.

2.3 潮流의流速

潮流의 수평방향유속의 연직분포는 對數分布 式인 일반유속분포식⁽¹⁴⁾(Universal velocity distribution law)과 Manning 공식으로부터 유속분포식을 유도하면 다음과 같다.

$$U = U_0 + \frac{U_*}{k} \ln \frac{z}{h} \quad (7)$$

여기서, U_0 =수면유속

U_* =마찰속도($\sqrt{g U_m n h^{-1/3}}$)

g =중력가속도

n =Manning 조도계수

U_m =연직단면평균유속

$$\left(= \frac{U_0}{1 + \sqrt{\frac{g}{k} n h^{-1/3}}} \right)$$

U_0 은 水面유속으로써 潮汐曲線에 따른주기적 변동을 생각하여 다음과 같이 표시한다.

$$U_0 = U_{max} \sin \sigma t \quad (8)$$

여기서, U_{max} =최대수면유속

σ =각속도(=2 π /T)

T=주기

2.4 연지방향유속

수심은 潮汐변화에 따른 주기적 변동을 생각하여 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$h = h_0 + \eta_0 \cos \sigma t \quad (9)$$

여기서, h_0 =일주기 평균수심

η_0 =조석의 진폭(=1/2 \times 潮差)

연직방향유속분포식은 바닥에서 수면까지 線型변화를 가정하면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$W = \frac{z}{h} \frac{\partial h}{\partial t} = -\eta_0 \sigma \frac{z}{h} \sin \sigma t \quad (10)$$

2.5 바닥으로부터 浮上量

沈降性物質의 확산을 생각할 때는 바닥으로부터 浮上和 바닥으로 침전을 생각해야 한다.

여기서는 바닥으로부터 浮上量으로 芦田, 道上

의 방법⁽¹⁵⁾을 응용하여 다음과 같은 體積으로 표시된 公式를 사용한다⁽¹¹⁾.

$$V_{s,u} = K[f(\xi_0)\sigma_p - W_c F(\xi_0)] \quad (11)$$

여기서, $V_{s,u}$ =바닥으로부터 단위시간에 단위면

적당 浮上하는 量

σ_p^2 =입자의 속도변동의 분산

W_p =입자의 속도

$$\xi = \frac{W_p}{\sigma_p}, \quad \xi_0 = \frac{|W_c|}{\sigma_p}$$

K =상수

$$f(\xi_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \xi_0^2\right)$$

$$F(\xi_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\xi_0}^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2} \xi^2\right) d\xi$$

정상상태에서는 바닥부근의 농도 C_b 는 부상하는 量과 침강하는 量이 평형이 된다고 생각하여

$$V_{s,u} = C_b |W_c| \quad (12)$$

로 된다⁽¹⁶⁾.

3. 방정식의 差分化^(10,17,18)

방정식을 차분화하는 과정은 Explicit scheme과 Implicit scheme의 두 가지 方法이 있으나 Explicit scheme은 安定조건에 따르는 時間差分간격의 制約을 받기 때문에 潮汐변동에 따라 장기간에 걸친 부유사의 확산의 계산에는 적용하기가 곤란하므로^(16,17) 그런 제약이 없는 Implicit scheme을 사용하여 差分方程式을 유도하였다.

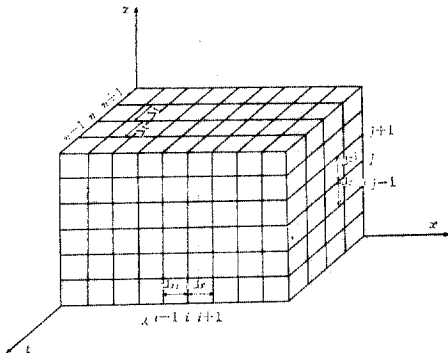


그림 2. 해석모형

그림 2와 같은 격자에서 Implicit scheme의 差分式은 다음과 같다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{C_{i,j}^{n+1} - C_{i,j}^n}{\Delta t} \quad (13)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \phi \frac{C_{i+1/2,j}^{n+1} - C_{i-1/2,j}^{n+1}}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} + (1-\phi) \frac{C_{i+1,j}^n - C_{i-1,j}^n}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} \quad (14)$$

$$\frac{\partial C}{\partial z} = \phi \frac{C_{i,j+1/2}^{n+1} + C_{i,j-1/2}^{n+1}}{\Delta z_j + \Delta z_{j-1}} + (1-\phi) \frac{C_{i,j+1}^n - C_{i,j-1}^n}{\Delta z_j + \Delta z_{j-1}} \quad (15)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) = \frac{2}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} \left[\theta \left\{ K_{x,i+1/2}^{n+1} \frac{C_{i+1/2,j}^{n+1} - C_{i-1/2,j}^{n+1}}{\Delta x_i} - K_{x,i-1/2}^{n+1} \frac{C_{i-1/2,j}^{n+1} - C_{i-3/2,j}^{n+1}}{\Delta x_{i-1}} \right\} + (1-\theta) \left\{ K_{x,i+1/2}^n \frac{C_{i+1,j}^n - C_{i-1,j}^n}{\Delta x_i + \Delta x_{i-1}} - K_{x,i-1/2}^n \frac{C_{i,j}^n - C_{i-2,j}^n}{\Delta x_{i-1} + \Delta x_{i-2}} \right\} \right] \quad (16)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) = \frac{2}{\Delta z_j + \Delta z_{j-1}} \left[\theta \left\{ K_{z,i,i+1/2}^{n+1} \frac{C_{i,j+1/2}^{n+1} - C_{i,j-1/2}^{n+1}}{\Delta z_j} - K_{z,i,i-1/2}^{n+1} \frac{C_{i,j-1/2}^{n+1} - C_{i,j-3/2}^{n+1}}{\Delta z_{j-1}} \right\} + (1-\theta) \left\{ K_{z,i,i+1/2}^n \frac{C_{i,j+1}^n - C_{i,j-1}^n}{\Delta z_j + \Delta z_{j-1}} - K_{z,i,i-1/2}^n \frac{C_{i,j}^n - C_{i,j-2}^n}{\Delta z_{j-1} + \Delta z_{j-2}} \right\} \right] \quad (17)$$

윗 式에서 i 와 j 는 x 축과 z 축의 격자점번호이며 n 은 time step이다. θ 와 ϕ 는 加重係數이다.

$K_{x,i,i+1/2}^{n+1}$ 은 점 $(i, j; n)$ 과 점 $(i, j+1; n)$ 의 중간점의 K_x 를 나타낸다.

式(13)~(17)을 式(4)에 대입하고 $\Delta x_i = \Delta x =$ 일정, $\Delta z_j = \Delta z =$ 일정하게 취하고 式을 정리하면 다음 式과 같이 된다.

$$C_{i,j}^{n+1} = \frac{\text{분자}}{\text{분모}} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \text{분자} = & C_{i,j}^n - U_j^{n+1/2} \left\{ \phi \frac{C_{i+1/2,j}^{n+1} - C_{i-1/2,j}^{n+1}}{2\Delta x} \right. \\ & + (1-\phi) \frac{C_{i+1,j}^n - C_{i-1,j}^n}{2\Delta x} \left. \right\} \Delta t - (W_j^{n+1/2} + W_{ij}^{n+1/2}) \\ & \times \left\{ \phi \frac{C_{i,j+1/2}^{n+1} - C_{i,j-1/2}^{n+1}}{2\Delta z} + (1-\phi) \frac{C_{i,j+1}^n - C_{i,j-1}^n}{2\Delta z} \right\} \Delta t \\ & + \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \left\{ \phi K_{z,j}^{n+1} (C_{i+1,j}^{n+1} + C_{i-1,j}^{n+1}) + (1-\phi) \right. \\ & \times K_{z,j}^n (C_{i+1,j}^n + C_{i-1,j}^n) \left. \right\} \\ & + \frac{\Delta t}{(\Delta z)^2} \left[\phi (K_{z,i,j+1/2}^{n+1} C_{i,j+1/2}^{n+1} + K_{z,i,j-1/2}^{n+1} C_{i,j-1/2}^{n+1}) + (1-\phi) \right. \\ & \times \{ K_{z,i,j+1/2}^n (C_{i,j+1}^n - C_{i,j}^n) - K_{z,i,j-1/2}^n (C_{i,j}^n - C_{i,j-1}^n) \} \left. \right] \\ & + \frac{\alpha W_0 \Delta t}{4\Delta z} C_{i,j}^n (1 - C_{i,j}^n)^{\alpha-1} \{ \phi (C_{i+1/2,j}^{n+1} - C_{i-1/2,j}^{n+1}) \\ & + (1-\phi) (C_{i+1,j}^n - C_{i-1,j}^n) \} \end{aligned}$$

$$\text{분모} = 1 + \frac{2\phi\Delta t}{(\Delta x)^2} K_{z,j}^{n+1} + \frac{\phi\Delta t}{(\Delta x)^2} (K_{z,j+\frac{1}{2}}^{n+1} + K_{z,j-\frac{1}{2}}^{n+1})$$

$$-\frac{\alpha W_0}{4\Delta x} \Delta t (1 - C_{i,j}^n)^{\alpha-1} \{\phi(C_{i,j+1}^{n+1} - C_{i,j-1}^{n+1}) + (1-\phi)(C_{i,j+1}^n - C_{i,j-1}^n)\}$$

윗 式을 정리할 때 $\theta = \phi$ 라고 하였으며 $K_{z,i,j}^n = K_{z,i}^n$ 로 하였다.

$W_{i,j}$ 는 산술평균값을 사용하면 오차가 크게 나 오기 때문에 x_1 과 x_2 점 사이의 농도변화는 線型的이라고 가정하여 적분한 평균값을 사용한다. 卽,

$$W_{i,j} = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} W_0(1-C)^5 dx$$

θ 와 ϕ 는 差分式的 Stability 에 관계되는 아주 중요한 因子로써 $\theta = \phi = \frac{1}{2}$ 을 채택하면 Crank-Nicolson 式으로 알려진 安定된 式을 얻을 수 있으나, 기생진동(Parasitic oscillation)이 발생할 가능성이 있으므로 이것을 피하기 위하여 $0.6 \leq \theta \leq 1.0$, $0.6 \leq \phi \leq 1.0$ 을 취하는 것이 좋다⁽¹⁷⁾.

式(18)의 解는 Gauss-Seidel 반복법으로 계산할 수 있으며 초기농도를 알 수 없을 때는 초기농도를 모두 零으로 놓고 약 1 주기 이상 계산하면 解를 얻을 수 있다. 윗 式에서 非線形項인 $(1-C)^{\alpha-1}$ 은 timp step 에 따른 농도변동의 영향이 극히 작기 때문에 n -step 의 농도를 사용하였다.

4. 경계조건

4.1 바닥경계조건⁽¹¹⁾

바닥면에서는 바닥으로부터 浮上量과 바닥으로 침강하는 量, 확산에 의하여 上向으로 이동하는 量에 의해서 결정되므로 수평방향이동은 省略하여 다음과 같이 된다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \{W_c - \alpha W_0 C(1-C)^{\alpha-1}\} \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{1}{\delta_s} \left[K_s \frac{\partial C}{\partial z} \right]_{z=0} + V_{sw} \quad (19)$$

여기서 δ_s 는 미소량이며 W_c 는 바닥침강속도를 零으로 놓은 평균값을 사용했다.

4.2 수면경계조건^(9, 11, 12)

수면에서는 위로부터 土砂의 공급이 없고 연직유속이 아주 작다고 하면 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + W_c \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K_s \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad (20)$$

式(20)에서 $\frac{\partial C}{\partial t}$ 의 項은 조석으로 인한 부유사의 확산에 있어서는 다른 項에 비하여 아주 작다고 보아 무시할 수 있으므로 式(20)은 다음과 같이 된다

$$W_c C = K_s \frac{\partial C}{\partial z} \quad (21)$$

4.3 상하류단에서 경계조건

$$\frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0$$

여기서 L 은 계산구간의 거리이다.

5. 계산조건

평균수심 h_0 는 8 m 차분간격은 $\Delta x = 500$ m, $\Delta x = \frac{h}{8}$ m, $n = 0.03$ 을 취하였고 차분시간은 解의 精密度와 계산시간을 고려하여 $\Delta t = 125$ sec 로 하였다. 비례상수 $K = 0.001$ ⁽¹¹⁾, $\phi = 0.75$, $\sigma_p = 0.75$ U_* 로 하였다. T 는 大略 潮汐주기 12.5 시간(= 45,000 sec)으로 하였다.

초기조건은 바닥을 포함한 모든 격자점에서 농도를 零으로 취하였고 2 주기까지 계산하였다. 解는 Gauss-Seidel 반복법으로 구하였으며 解의 정밀도는 오차한계를 10^{-6} 으로 하였다.

다른 계산조건은 표 1 과 같다.

표 1. 계산 예의 여러 가지 조건

구분	침강속도 W_0 (m/s)	조위진폭 η_0 (m)	수면 최대 유속 U_{max} (m/s)	연직유속 포함여부	비고
Case 1	-0.005	1.0	1.0	yes	그림 4, 6, 11
Case 2	-0.0005	1.0	1.0	yes	그림 5, 7, 13
Case 3	-0.005	0.0	1.0	-	그림 8
Case 4	-0.0005	0.0	1.0	-	그림 9
Case 5	-0.005	0.0	0.5	-	그림 17
Case 6	-0.005	0.0	1.5	-	그림 18
Case 7	-0.005	1.0	1.0	yes	그림 14
Case 8	-0.005	2.0	1.0	yes	그림 15
Case 9	-0.005	3.0	1.0	yes	그림 16
Case 10	-0.005	1.0	1.0	No	그림 10
Case 11	-0.0005	1.0	1.0	No	그림 12

6. 模型의 검정

수치모형의 검정은 일반적으로 실험이나 실측을 통한 物理的 검정과 미분방정식의 正確解를 비교하는 두 가지 방법이 있으나, 여기서는 실험 결과를 구하기도 어렵고 不定流에 대한 一般解도 없기 때문에 엄격한 模型의 검정을 하기는 不可能하다.

本 研究에서는 定常流의 경우에 얻어진 正確解와 數值解를 비교하는 간접적 검정을 하였다.

5.1 연직농도분포

정상류일 때 확산방정식은 다음과 같다.

$$K_z \frac{\partial C}{\partial z} - W_c C = 0 \quad (22)$$

K_z 는 $\frac{z}{h} > 0.5$ 일 때 W_c 의 변화는 아주 작으므로 $K_z = K_{z,m}$ 로 일정하다고 가정하였고 $\frac{z}{h} \leq 0.5$ 일 때는 式(6-b)를 대입하고 W_c 는 式(2)를 式(22)에 代入하여 적분하였다⁽⁷⁾.

$\frac{z}{h} \leq 0.5$ 일 때

$$\ln \left(\frac{C}{1-C} \cdot \frac{1-C_{z,m}}{C_{z,m}} \right) + \sum_{n=1}^{n=4} \left[\frac{1}{n(1-C)^n} - \frac{1}{n(1-C_{z,m})^n} \right] = \frac{W_0}{K_{z,m}} \left(z - \frac{h}{2} \right) \quad (23)$$

$\frac{z}{h} > 0.5$ 일 때

$$\ln \left(\frac{C}{1-C} \cdot \frac{1-C_a}{C_a} \right) + \sum_{n=1}^{n=4} \left[\frac{1}{n(1-C)^n} - \frac{1}{n(1-C_a)^n} \right] = \frac{W_0 h}{4K_{z,m}} \ln \left(\frac{z}{h-z} \cdot \frac{h-z_a}{z_a} \right) \quad (24)$$

여기서 C_a 는 기준점 z_a 에서의 농도이며 $K_{z,m}$ 은 $\frac{z}{h} = 0.5$ 인 점의 확산계수이고 $C_{z,m}$ 은 이 때의 부유사 농도를 나타낸다.

式(23)이나 式(24)는 음함수이기 때문에 正確解를 구할 수 없어서 Half-interval search法⁽²⁰⁾에 의하여 근사해를 구하였다.

式(24)는 수로바닥에서는 정의가 되지 않으므로 기준점의 농도를 알고 있는 경우에 解를 구하는 式이므로 여기서는 $h_0 = 8$ m 이고 임의로 바닥농도를 4,000 ppm 으로 가정하여 바닥에서 1

m 높이의 농도를 수치해법으로 계산한 농도를 기준으로 正確해와 수치해를 비교해 본 결과 그림 3과 같이 잘 일치하였으며 최대오차는 1.4 %로 아주 작았다.

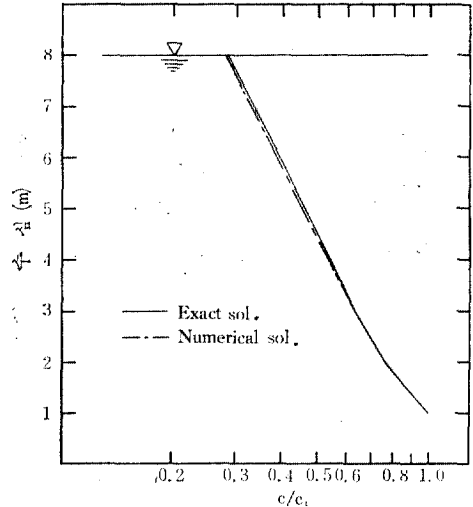


그림 3. 정상상태하의 正確해와 수치해 ($C_s = 4,000$ ppm)

5.2 바닥농도

정상상태의 바닥농도를 나타내는 式(12)의 값과 本 模型에서 얻은 값을 비교하여 보면 $W_0 = -0.01$ m/sec 일 때 理論농도는 3,344 ppm 이고 수치해농도는 3,341 ppm 으로 差는 0.09 % 로써 이론치와 아주 잘 일치하고 있다.

6. 計算結果 및 考察

6.1 농도의 주기적 변동

本 模型의 가장 일반적인 경우를 例로 들어 농도와 주기 사이의 관계를 나타낸 것이 그림 4 (Case 1)와 그림 5 (Case 2)이고 농도의 연직분포를 나타낸 것이 그림 6 (Case 1), 그림 7 (Case 2)이다. 그림에 나타난 농도와 주기와와의 관계를 살펴보면 $W_0 = -0.005$ m/s 인 그림 4의 경우에 $\frac{2}{8}T$ 와 $\frac{6}{8}T$ 에 2번의 최고농도가 나타나고 $\frac{4}{8}T$ 와 $\frac{8}{8}T$ 에 2번의 최저농도(零에 가까운 농도)를 나타내는 소위 M字型의 주기적인 변동을 하고 있다. 이것은 Wadden Zee⁽⁴⁾나 Rotterdam⁽²⁰⁾의 例나 軍山外港^(4,5)의 관측결과와도 일치하며

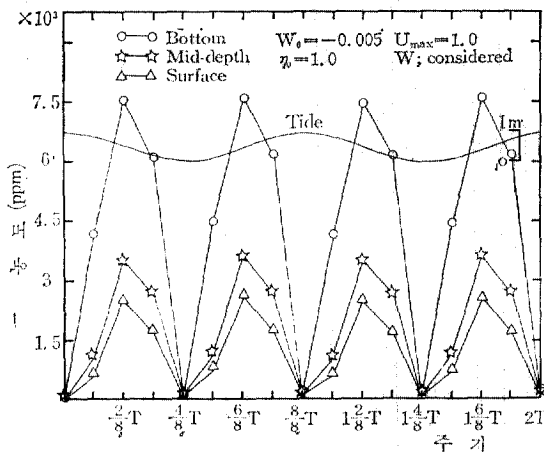


그림 4. 농도의 주기적 변동 (Case 1)

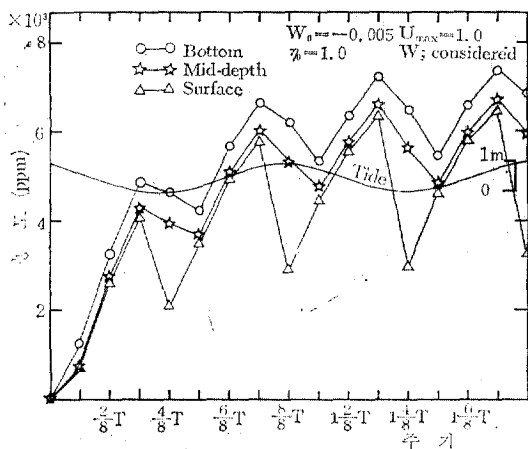


그림 5. 농도의 주기적 변동 (Case 2)

유속과 확산계수가 주기성을 가졌기 때문에 어느 정도 예측되는 결과라고 생각된다.

그러나, $W_0 = -0.0005 \text{ m/s}$ 인 그림 5의 경우는 그림 4의 경우와는 약간 다른 결과를 보여주고 있다. 그림 5는 계산시간관계로 $2T$ 까지의 결과만을 圖示하였으나 농도의 주기적 특성을 충분히 판단할 수 있다. 농도의 변동상태는 일주기 사이에 2번의 최고치와 최저치를 나타내는 것은 같으나, 다른 점은 최저농도의 값이 짝에 가까운 값이 아니고 일정한 농도를 유지하고 있었으며, 또한 최저농도가 나타나는 시기가 표면은 $\frac{4}{8}T$ 와 $\frac{8}{8}T$ 이나 중간깊이와 바닥에서는 $\frac{1}{8}T$ 와 $\frac{5}{8}T$ 에서 나타났다. 이와같이 중간깊이와 바닥에서 최저유속과 최저농도 사이에 위상차(位

相差)가 생기는 것은 그림 6에서는 농도의 연직 분포가 全週期에 걸쳐서 아래로 옅어지는 모양을 하고 있는 데 반하여, 그림 7에서는 농도의 연직 분포가 $\frac{4}{8}T$ 와 $\frac{8}{8}T$ 에 일반적인 연직분포모양과는 달리 위로 볼록한 모양이 나타난다. 이 때문에 $0 \sim \frac{1}{8}T$ 와 $\frac{4}{8}T$ 와 $\frac{5}{8}T$ 사이에 유속이 증가하더라도 농도는 증가하지 않고 오히려 감소하는 현상이 나타나는 것으로 생각된다.

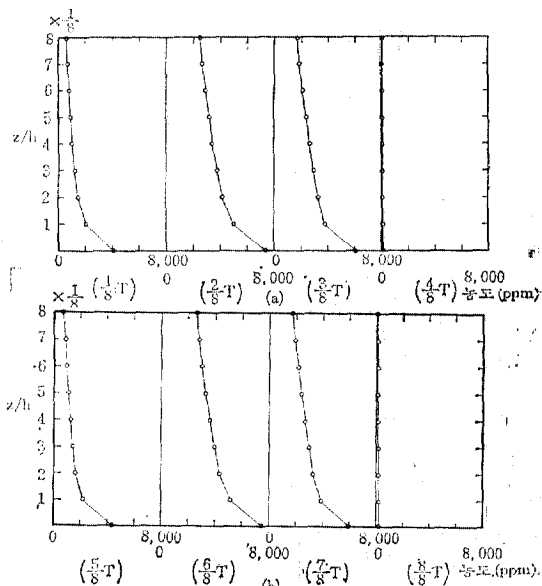


그림 6. 주기별 농도의 연직분포 (Case 1)

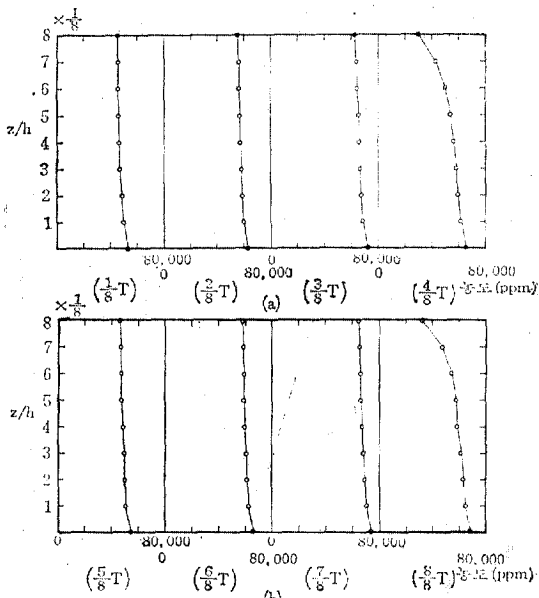


그림 7. 주기별 농도의 연직분포 (Case 2)

한편 不定流상태의 바닥농도의 최고치와 정상상태의 바닥농도의 최고치를 비교하여 보면 $W_0 = -0.01 \text{ m/s}$ 일 때 99%, $W_0 = -0.005 \text{ m/s}$ 일 때 96%에 달하였고 $W_0 = -0.0005 \text{ m/s}$ 일 때는 (2T까지 계산결과) 67%에 불과하였다. 따라서, 입자의 침강속도가 느릴수록 최고농도는 정상상태와 부정류상태일 때의 差가 커짐을 알 수 있으며, 주기운동에 따르는 농도의 應答速度가 느린 것으로 생각된다.

6.2 침강속도와 연직유속의 비교

일반적으로 2次元흐름의 不定流해석에서 연직유속은 조석운동과 같이 수면변동이 아주 느릴 때는 무시할 수 있지만 점토와 같이 미세한 입자의 침강속도는 아주 작기 때문에 상대적으로

로 연직유속이 클 것으로 생각되어 연직속도의 項을 고려하여 해석하였다.

海水中の 점토입자의 침강속도는 정확하게 알 수는 없지만 白石, 大西⁽¹¹⁾의 관측에 의하면 대략 $0.0003 \sim 0.0006 \text{ m/s}$ 로 평균치는 0.005 m/s 정도이다. 그림 8과 그림 9를 비교하면 침강속도가 작으면 농도가 크다는 것은 바로 알 수 있다.

연직유속의 영향을 알아보기 위하여 연직유속의 項을 포함하지 않은 경우와 포함한 경우의 그림 10, 11, 12, 13을 비교하여 보면 부유사의 농도는 쉘물 때는 後者가 前者보다 약간 작았고 밀물 때는 그와 반대로 나타났다. 이것은 연직유속의 영향으로 유속의 방향에 따라 쉘물 때는 침

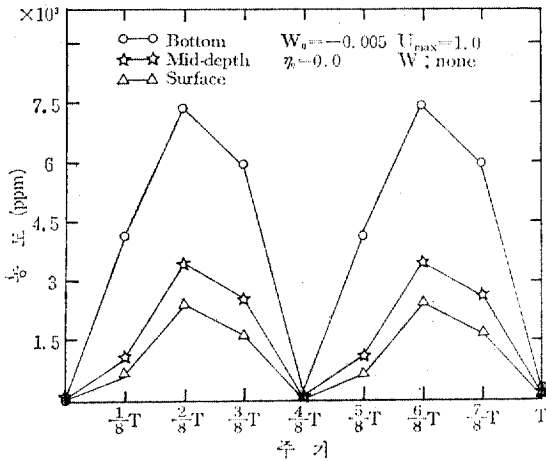


그림 8. 농도의 주기적 변동 (Case 3)

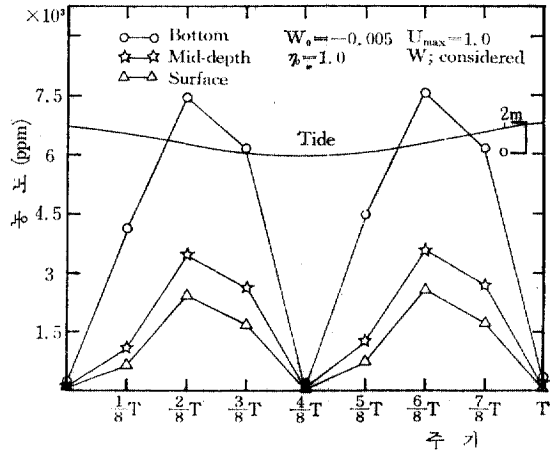


그림 10. 농도의 주기적 변동 (Case 10)

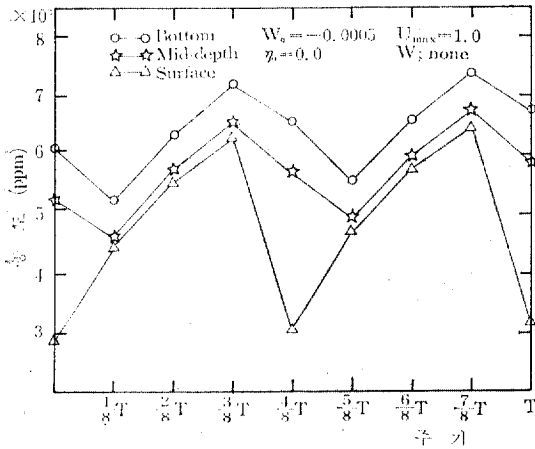


그림 9. 농도의 주기적 변동 (Case 4)

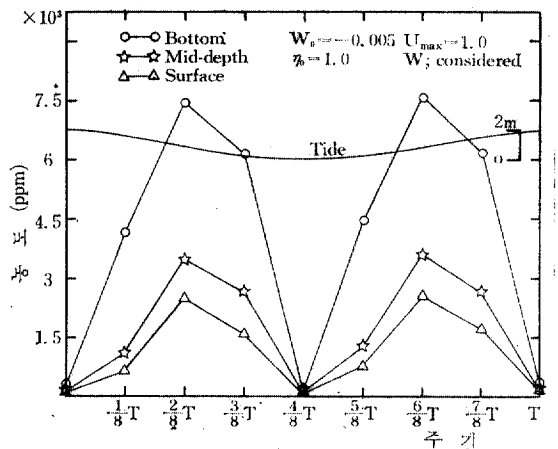


그림 11. 농도의 주기적 변동 (Case 1)

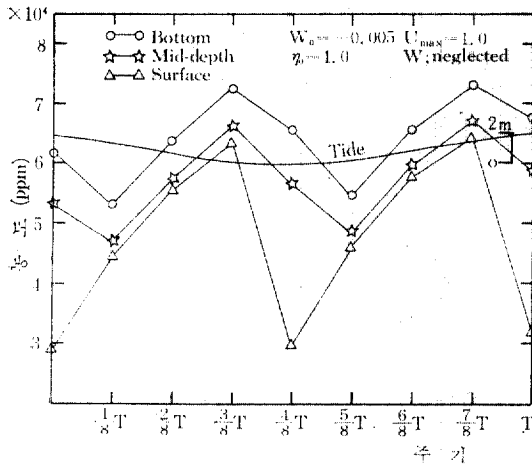


그림 12. 농도의 주기적 변동 (Case 11)

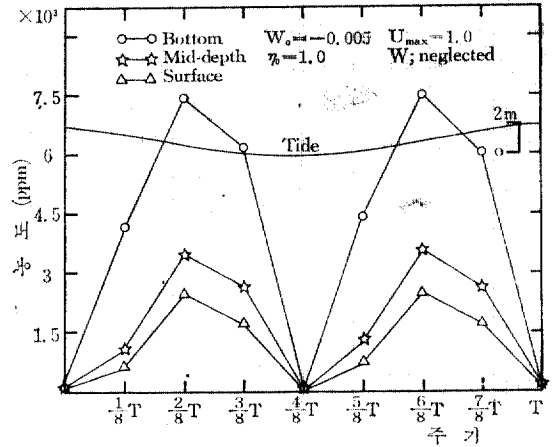


그림 14. 농도의 주기적 변동 (Case 7)

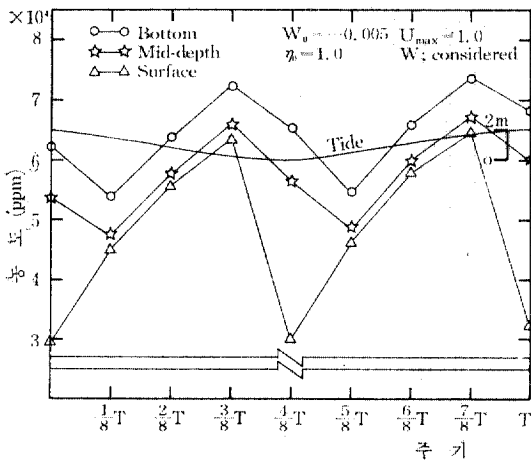


그림 13. 농도의 주기적 변동 (Case 2)

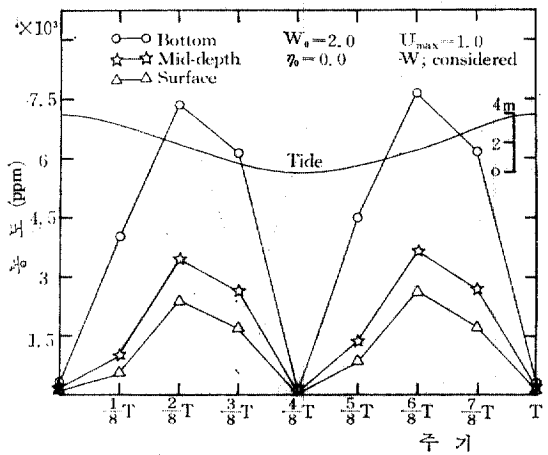


그림 15. 농도의 주기적 변동 (Case 8)

강하는 量을 증가시켜 주고, 밀물 때는 부상하는 量을 증가시켜 주는 것으로 생각된다. 구체적으로 $\eta_0=1\text{m}$ 일 때 $W_0=-0.005\text{m/s}$ 의 경우는 최대농도차가 1%이고 $W_0=-0.0005\text{m/s}$ 의 경우는 1.4%였다. 이것으로 보아 침강속도가 작아지면 오차는 커질 것이며 조차가 크면 오차 또한 커질 것으로 예측된다.

6.3 조석진폭의 비교

그림 14~16은 진폭에 따른 농도의 주기적 변화를 圖示한 것이다. 그림에 의하면 농도분포는 진폭에 관계없이 거의 같은 농도를 나타내고 있다. 따라서, 조차는 농도분포에 직접적으로는 거의 영향이 없는 것으로 생각된다.

그림 14~16을 보면 진폭이 커짐에 따라 최고

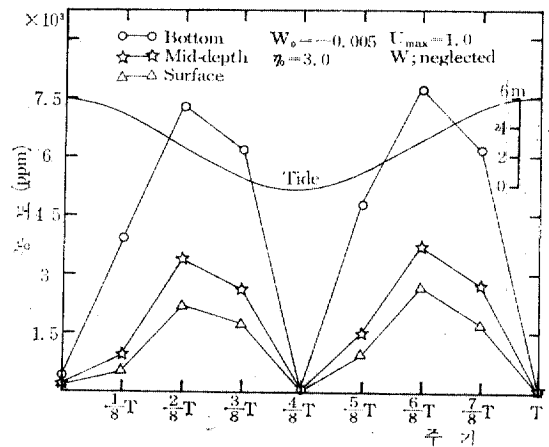


그림 16. 농도의 주기적 변동 (Case 9)

농도는 썰물 때는 작아지고 밀물 때는 커진 것을 알 수 있는 데, 이것은 진폭의 영향이 아니고 연직유속의 영향으로 생각된다.

6.4 수면유속의 비교

수면유속과 농도 사이의 관계를 알기 위해서는 그림 8, 17, 18을 비교하면 알 수 있다. 수면유속이 2배 증가했을 때 바닥농도는 2.3배 수면농도는 6.8배이고 3배 증가했을 때 바닥농도는 3.7배, 수면농도는 15.6배 증가하였다. 이것으로 유속이 부유사의 농도분포에 가장 큰 영향을 미치고 있음을 알 수 있으며 바닥보다는 수면농도에 더 현저하게 나타난다.

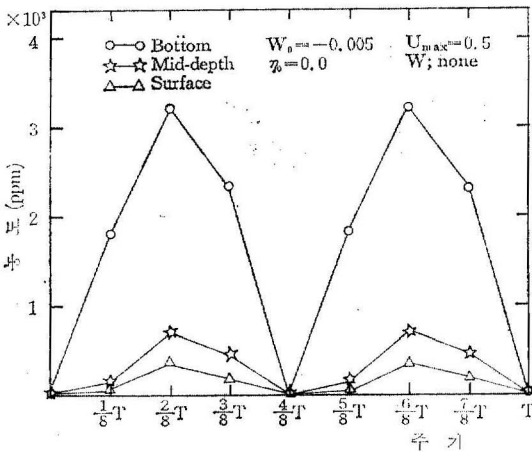


그림 17. 농도의 주기적 변동 (Case 5)

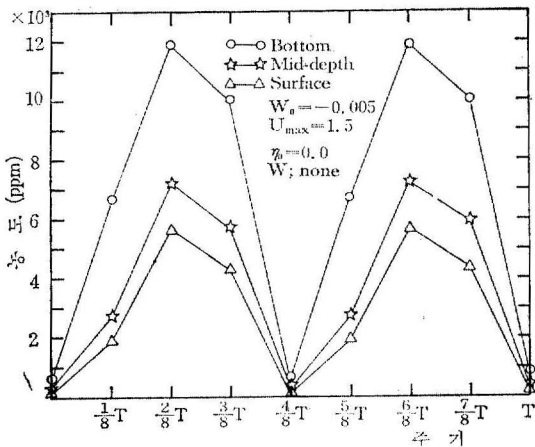


그림 18. 농도의 주기적 변동 (Case 6)

6.5 α 의 비교

부유사의 농도가 10 g/l(약 10,000 ppm) 이상이

되면 침강속도의 감쇠현상(hindered settling effect)이 나타난다고 한다⁽⁶⁾. 이러한 감쇠효과를 알아 보기 위하여 α 의 값을 5에 대하여 정상상태에서 식(12)로부터 계산한 理論解를 비교하면 표 2와 같다.

표 2. α 에 따른 바닥농도

W_0 (m/s)	바닥농도 C_b (ppm)		$\frac{A-B}{B} \times 100(\%)$
	$\alpha=5(A)$	$\alpha=0(B)$	
-0.01	3,344	3,315	0.9
-0.005	7,907	7,772	1.7
-0.0005	110,473	89,040	24.1

표 2에 의하면 침강속도가 0.01 m/s 일 때는 0.9%의 차가 발생했는데 0.0005 m/s 일 때는 24.1%로 크게 증가한다.

침강속도가 작아질수록 농도의 증가로 인하여 침강속도의 감쇠효과가 현저하게 나타남을 알 수 있으며, 침강속도가 0.005 m/s 이하로 되면 감쇠효과를 고려해야 될 것으로 생각된다.

本稿에서는 지면과 시간관계로 부유사의 실측치와의 비교를 하지 못하였으나 다음 계속하여 이에 관한 연구결과를 발표하고자 한다.

7. 結 論

本論文은 潮流에 의한 浮遊砂의 확산현상에 대하여 2차원 非定常擴散方程式을 Implicit scheme에 의한 有限差分法으로 해석하였다.

바닥으로부터 浮上量으로 개수로에 적용된 公式를 이용하였고, 擴散係數는 Coleman의 경험公式를 사용하였다.

특히 부유사의 高濃度時의 감쇠침강속도와 水面변동으로 인한 연직방향유속이 고려되었다.

해석결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 潮流에 의한 확산현상으로 생기는 부유사 농도의 주기적 변동은 大略 유속변동에 일치하며 M字型을 나타내고 있으나, 침강속도가 작을 때는 최저농도의 발생시기가 유속이 최저일 때와 위상차가 발생하여 최저유속이 지난 다음에 생긴다.

2) 부유사의 농도는 침강속도가 작을수록, 수

면유속이 클수록 커지며, 潮差는 직접적으로는 연직농도분포에 영향을 미치지 않는다.

3) 주기에 따른 부유사농도는 썰물 때보다 밀물 때에 크게 나타났으며, 농도차는 조차가 클수록, 침강속도가 작을수록 크게 나타난다. 이것은 연직유속의 영향으로 생각된다.

4) 침강속도의 감쇠효과는 침강속도가 작을수록 커진다.

5) 주기적 변동에 따른 부유사의 최저농도가 정상상태하의 농도와의 비는 침강속도가 작을수록 크며 이것은 시간적 변동에 대한 부유사농도의 응답속도가 느리기 때문으로 생각된다.

謝 辭

제 1 필자는 1983년도 문교부 학술연구조성비에 의하여 연구비의 일부를 지원받았으므로 이에 감사를 드린다.

參 考 文 獻

1. Scarlatos, P.D., "On the numerical modelling of cohesive sediment transport", *J. of Hydraulic Research Vol. 19, No. 1*, 1981.
2. Postma, H., "*Sediment Transport and Sedimentation in the Estuarine Environment*", Estuaries, Edited by G.H. Lauff, AAAS, 1967.
3. 群山外港浮遊砂調查研究報告書, 海運港灣廳群山港建設事務所, 1980. 7.
4. 群山外港浮遊砂調查研究報告書(2次), 海運港灣廳群山港建設事務所, 1981. 7.
5. 安守漢, 李正圭, 呂運光 "浮遊砂에 관한 調查研究" 大韓土木學會 論文集, Vol. 3, No. 2, 1983. 6.
6. Ariathurai, R. and R.B. Krone, "Finite Element Model for Cohesive Sediment Transport" *J. of the Hydraulics Div., ASCE. Vol. 102, No. HY3*, Mar. 1976.
7. Lavelle, J.W. and W.C. Thacker, "Effects of hindered settling on sediment concentration pro-

- files" *J. of Hydraulic Research, Vol. 6, No. 4*, 1978.
8. Ponce, V.M., M. Indlekofer and D.B. Simons, "Convergence of Implicit Bed Transient Models". *J. of the Hydraulics Div. ASCE. Vol. 105, No. HY4*, Apr. 1979.
9. Kerssens, P.M.J., Ad Prins and L.C. Van Rijn, "Model for Suspended Sediment Transport", *J. of the Hydraulics Div., ASCE. Vol. 105, No. HY5*, May. 1979.
10. 大西亮一, "非定常擴散方程式의 數值解法" 第21回 海岸工學講演會 論文集, 1974.
11. 白石英彦, 大西亮一, "潮流による底質の浮き上りおよび浮遊土砂の擴散" 第23回 海岸工學講演會 論文集, 1976.
12. 鮮川登, 錦織和紀郎, 杉山弘泰, 下村博史, 中川正, "浮遊砂の堆積現象의 數值解析" 第26回 水理講演會 論文集, 1982.
13. Coleman, N.L., "Flume Studies of the Sediment Transfer Coefficient", *Water Resources Research, Vol. 6, No. 3*, June, 1970 pp. 801~809.
14. Yalin, M.S., *Mechanics of Sediment Transport*, Pergamon Press, 1977, p. 36.
15. 芦田·道上, "浮遊砂に關する研究(Ⅰ)一河床付近の濃度一", 京大防災研報告 第13號 A, 1970, pp. 233~242.
16. 鮮于仲皓, "不定流解析에 依한 錦江下流部 洪水位決定", 韓國水文學會誌, Vol. 16, No. 2, 1983. 6.
17. Mahmood, K. and V. Yevjevich (Editor), *Unsteady Flow in Open Channels, Water Resources Publications, Vol. 1*, 1975, pp. 142~178.
18. Abbott, M.B., *Numerical methods (4-th Ed.)*, ICHE Lecture note, Netherlands, 1974.
19. Shan S. Kuo, *Numerical Methods and Computers*, Addison-Wesley, 1965, pp. 83~87.
20. Massie, W.W. (Ed.), *Coastal Engineering, Vol. 1*, Delft Univ. of Tech. The Netherlands, 1976.

(接受: 1984. 7. 31)