

應力-變形度關係를 이용한 콘크리트

構造의 非線型破壞解析

Nonlinear Fracture Analysis of Concrete Structures
Based on Stress-Strain Relation

吳 炳 煥*
Oh, Byung Hwan

Abstract

Developed is a nonlinear fracture theory which can model the complex fracture behavior of concrete. This theory is based on the nonlinear behavior due to progressive microcracking and strain-softening in the fracture process zone of concrete cracks. The simplified realistic fracture model which preserves the same fracture energy for the different fracture process zone widths is also derived. By modeling fracture through stress-strain behavior, the effect of compressive stresses parallel to the crack plane can be easily taken into account. The comparisons of the present theory with valuable fracture test data available in the literature show good agreements, and the existing linear theory exhibits in many cases large deviations from the actual test results. A simple approximate formula for the fracture energy of concrete which should be necessary for the fracture analysis of concrete structures is derived. Finally, the application of fracture theory to reinforced concrete and the necessity of further research are discussed.

要 旨

콘크리트의 복잡한 破壞舉動을 모델할 수 있는 非線型破壞理論이 本 論文에서 유도되었다. 本 理論은 콘크리트 균열끝의 破壞進行帶에서의 微細龜裂現象과 變形軟化現象으로 인한 非線型舉動에 그 根據를 두고 있다. 이로부터 실제적이고도 單純화된 破壞解析모델이 유도되었으며, 이 단순화된 모델은 破壞進行帶의 변화에도 콘크리트의 破壞에너지를 일정하게 유지할 수 있는 특징을 가지고 있다. 破壞解析에 非線型應力-變形舉動을 이용함으로써 균열면에 평행하게 작용하는 압축응력에 대한 영향이 쉽게 고려될 수 있다. 본 모델을 콘크리트의 많은 파괴실험자료와 비교한 결과 만족스러운 결과를 얻었으며, 종래의 선형파괴이론에 의한 결과는 실제 콘크리트 실험결과와 많은 차이를 보이고 있음을 알 수 있다. 콘크리트 구조의 균열 및 파괴해석에 필요한 콘크리트 파괴에너지의 근사공식이 본 이론으로부터 유도되었다. 끝으로, 철근콘크리트에 대한 파괴이론의 응용 및 확장연구 문제가 토의되었다.

* 正會員 · 서울大學校 工科大学 助教授, 土木工學科

1. 序 論

콘크리트部材의 破壞荷重에 對해서는 強度基準概念과 에너지 기준개념이 있다. 強度基準概念은 콘크리트에 發生하는 引張應力이 引張強度에 도달하면 콘크리트에 균열 발생과 함께 破壞가 일어난다는 개념이며, 이 개념은 초기에 균열이 없는 部材에서 균열이 발생하는 순간의 예측은 가능하나 이미 초기균열이 있는 부재에서는 破壞荷重의 精確한 예측이 곤란하다⁽²⁾. 이러한 강도기준개념의 부정확성을 극복하기 위하여 제안된 方法이 에너지 기준개념이며, 이 개념은 破壞力學(fracture mechanics)에 근거를 둔 합리적인 이론으로서 균열이 전파되기 위해서는 균열을 일으키기에 충분한 變形에너지방출이 있어야 한다는 개념이다⁽¹⁹⁾. 破壞力學의 개념을 콘크리트에 적용하려고 처음 시도한 사람은 Kaplan⁽¹⁶⁾이었으며, 그 후 많은 研究者들^(7-9, 12-14, 16, 17, 24-26, 30-34, 36, 37)이 콘크리트에 있어서 균열의 전파, 균열크기와 파괴하중과의 관계, 균열주위의 變形問題, 콘크리트의 破壞에너지(fracture energy) 등에 대한 研究結果를 發表하였다. 破壞力學概念의 사용으로 강도기준개념보다는 進歩된 結果를 얻었지만, 이들 研究者들은 모두 콘크리트를 線型彈性材料로 간주하고 線型彈性破壞力學(LEFM)에 근거를 두었기 때문에 오직 한정된 경우를 제외하고는 실제의 실험결과와 현상을 설명하지 못하였다. 그것은 콘크리트가 線型彈性材料가 아니며, 특히 균열끝에서는 상당히 복잡한 거동이 일어나기 때문에 非線型理論을 도입하지 않고서는 실제적인 결과를 얻을 수가 없음을 意味한다. 따라서, 본 研究의 目的은 콘크리트의 실제 파괴거동을 모델할 수 있는 非線型破壞理論을 開發하는데 있으며, 이를 콘크리트 구조의 파괴해석에 응용할 수 있게 하는데 있다. 콘크리트섬이나 콘크리트원자로격납용기 등은 이러한 破壞理論을 필요로 하는 主要構造物이 될 수 있다.

2. 假相銳龜裂과 分布龜裂

2.1 非線型破壞進行帶

金屬이나 剛材의 破壞는 均열끝에서의 塑性降伏(plastic yielding)을 거쳐 이루어지게 되나, 콘크리트의 破壞는 금속과는 전혀 다른 微細龜裂現象(microcracking)에 依해서 이루어지게 된다.

이러한 이유 때문에 금속을 위하여 개발된 非線型破壞理論이 콘크리트에 직접 적용될 수가 없다[그림 1(a, b)]. 균열이 완전히 일어난(즉, 균열면이 서로 떨어져 있는) 實際龜裂(real crack)에서는 引張應力을 부담할 수 없고, 실제균열의 전면에 있는 微細均열지대에서는 미세균열의 양에 따라 아직도 어느 정도의 引張應力을 부담할 수 있으며, 미세균열이 아직 발생하지 않은 곳에서는 콘크리트 본래의 최대응력(즉, 인장강도)까지 받을 수 있게 된다[그림 1(b)]. 이와같이 하중을 받음에 따라 실제균열의 前面에서 微細龜裂이 發生하며 破壞가 進行되는 지대를 파괴진행대(fracture process zone) 또는 균열진행대라고 부른다. 破壞進行帶에서의 應力分布는 콘크리트의 引張試驗時 얻을 수 있는 응력-변형도관계와 유사하며 이는 실험으로 입증되고 있다^(10, 28).

2.2 銳龜裂方法과 分布龜裂方法

實際的인 構造解析方法으로서 最近에 有限要素法이 가장 효과적으로 사용되고 있다. 有限要素解析時 均열을 다룰 때 使用되는 根本的인 方法으로 銳龜裂方法(sharp crack method)과 分布均열방법(smearred or distributed crack method)이 있는 바, 예균열방법은 그림 1(c)에서 보듯이 均열이 要素와 要素 사이에 存在하도록 모델하여 해석하는 方法으로서, 이 방법은 均열이 진행됨에 따라 結點이 분리되어 結點수가 많아지고 要素連結번호 등의 變化로 剛度행렬(stiffness matrix)의 밴드성질(band structure)이 파괴되는 등 계산이 복잡하고 계산량을 증가시킨다. 그러나, 무엇보다도 중요한 사실은 콘크리트의 均열은 미세균열현상으로부터 시작되고, 이 미세균열현상은 콘크리트내의 골재의 함유로 인해 어

느 정도의 幅에 걸쳐서 일어나기 때문에, 銳龜裂方法은 콘크리트의 실제 균열현상과는 거리가 있다는 점이다^(2,30,33). 따라서, 콘크리트의 特性上 分布균열방법이 더 실제적이라고 할 수 있으며, 本 研究에서는 이 分布균열방법을 사용하였다[그림 1(d)].

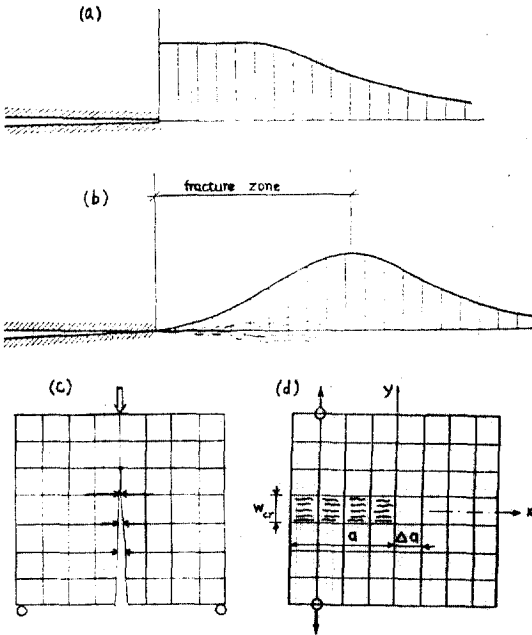


그림 1. (a) 금속재료 균열끝에서의 응력분포
(b) 콘크리트균열끝에서의 응력분포
(c) 銳균열에 의한 모델
(d) 분포균열에 의한 유한요소모델

3. 콘크리트破壞舉動에 대한 解析모델

3.1 콘크리트의 非線型應力-變形모델

균열끝에서는 높은 引張應力이 發生하고, 이 응력으로 인한 微細龜裂現象이 일어나 결국은 균열이 확대 및 증가되어 콘크리트가 전될 수 있는 응력도 감소한다.

균일하고 고르게 분포된 불연속적인 미세균열이 콘크리트의 主引張方向에 수직하게 存在할 때에, 이 主方向으로는 균열로 인한 附加變形(additional strain)이 생기게 되며, 이러한 균열은 콤플라이언스 행렬(compliance matrix)의 대각선에 있는 項에 영향을 미치게 된다. 이러한

性質을 가지고 있는 간단하고도 일반적인 텐서 형태는 다음과 같이 表示될 수 있다.

$$\epsilon_{ij} = C_{ijkm} \sigma_{km} \quad (1)$$

$$C_{ijkm} = C_{ijkm}^{el} + \epsilon_{ik} \epsilon_{jm} b \quad (2)$$

여기서, ϵ_{ij} = 變形度텐서 (strain tensor)

σ_{km} = 應力텐서

C_{ijkm} = compliance tensor

C_{ijkm}^{el} = 彈性 compliance

b = 係數

그리고, 各 텐서의 아래첨자(subscript)는 직교 좌표(cartesian coordinates) $x_i (i=1, 2, 3)$ 와 관계되고 아래 첨자의 반복은 加法를 나타낸다. 式(2)에서 두 번째 항 $\epsilon_{ik} \epsilon_{jm}$ 은 균열로 인한 損傷(damage)을 뜻하는 것으로서, 비선형균열거동으로 인한 變形의 增加를 意味한다. 上記 (1)式은 全變形度理論(total strain theory)의 形態이며, 이는 金屬의 塑性理論에서의 變形理論(deformation theory)과 같은 形態이다. 그러나, 塑性理論(plasticity)에서는 콘크리트에서와는 달리 式(2)의 두 번째 항이 應力의 項으로 表示된다. 一軸荷重을 받는 특별한 경우 式(1)과 (2)는 다음과 같이 간단해진다.

$$\sigma = E\epsilon / (1 + bE\epsilon^2) \quad (3)$$

이제 上記式들에 사용해야 할 係數 b 를 결정해야 하는데 이때 b 를 一定한 常數로 定할 수가 없다. 왜냐하면, b 가 일정한 값이면, 인장과 압축하중에 대하여 똑같은 곡선을 얻게 되어 콘크리트의 실제거동과는 전혀 다른 現象을 나타내기 때문이다. 이러한 점을 改善하기 위해서 고려될 수 있는 b 값의 形態는

$$b = \frac{b_0}{E} e^{b_1 \epsilon^2} \quad (4)$$

이며, 여기서 $I_1' = \epsilon_{kk}$ = 變形의 第一不變值(first strain invariant)이고, b_0 와 b_1 은 應力-변형도 관계식의 基本條件으로부터 求할 수 있는 係數로서, 사용조건은 $\epsilon = \epsilon_p$ 에서 $\sigma = \sigma_p$, 그리고 $\epsilon = \epsilon_p$ 에서 $d\sigma/d\epsilon = 0$ 이라는 조건으로부터 얻는다. 즉,

$$b_0 = 1 / \{ e^{b_1 \epsilon_p^2} (1 + b_1 \epsilon_p) \}; \quad b_1 = (1/\epsilon_p) b_2 \\ = (1/\epsilon_p) \{ 1 / (E\epsilon_p/\sigma_p - 1) - 1 \} \quad (5)$$

여기서 σ_p = 최고應力(peak stress), ϵ_p = 최고應力에서의 변형도이다. 上記 式 (1)~(5)는 引張에 대해 미세균열로 인한 변형연화현상을 잘 서

술해 주고 壓縮에 대해서도 어느 정도까지 탄성적인 성질을 나타내어 破壞問題의 特性을 잘 모델할 수 있게 된다. 上記式들에 대한 일축하중인 경우의 거동이 그림 2(b)에 圖示되어 있다.

非線型解析을 위해 式(1)을 増分形態 (incremental form)로 變換시켜야 하는데 式(1)을 미분하면 다음 式을 얻는다.

$$A_{ijpq}d\varepsilon_{pq} = B_{ijkm}d\sigma_{km} \quad (6)$$

그리고,

$$\left. \begin{aligned} A_{ijpq} &= \delta_{ip}\delta_{jq} - b\beta\varepsilon_{ik}\varepsilon_{jm}\sigma_{km}\delta_{pq} \\ &\quad - b\varepsilon_{jm}\sigma_{km}\delta_{ip}\delta_{kq} - b\varepsilon_{ik}\sigma_{km}\delta_{jp}\delta_{mq} \\ B_{ijkm} &= c_{ijkm} + b\varepsilon_{ik}\varepsilon_{jm} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

여기서, δ_{ij} =Kronecker's delta 이다. 上記 式(6)~(7)을 매트릭스形態로 바꾸어 쓰면 $[A]\{d\varepsilon\} = [B]\{d\sigma\}$ 가 되며, 결국 다음과 같은 最終形態를 갖는다.

$$\{d\sigma\} = [B]^{-1}[A]\{d\varepsilon\} = [D]\{d\varepsilon\} \quad (8)$$

위 (8)식의 $[D]$ 는 増分形의 接線剛度행렬로서 現在狀態의 應力과 變形度의 함수가 된다. 이와같은 式(8)의 $[D]$ 는 有限要素解析時 各荷重의 増분에 대하여 要素剛度(element stiffness)를 計算할 때에 사용된다. 이 理論에 의한 파괴실험자료와의 비교결과가 그림 3에 실선으로 表示되어 있다[5節 참조].

3.2 解析모델의 單純化

前節에서 유도된 理論은 一般的이며 連續적인 曲線을 갖어 실제에 좀 더 가까운 應力-변형거동을 나타내지만, 계산이 복잡하고 파괴 해석시 콘크리트의 破壞에너지를 일정하게 유지하기 위하여 破壞進行帶 크기(즉, 여기서 有限要素 크기)를 한정시켜야 하는 문제가 있다. 또한 대부분의 실제문제들은 構造解析時 2차원의 平面問題로 이상화되어 해석되므로, 2차원의 平面應力問題에 대해 破壞理論을 직접 유도하는 것이 효과적이다. 따라서, 여기서는 파괴진행대 크기의 변화에도 콘크리트의 파괴에너지를 일정하게 유지할 수 있는 실제적이고도 單純化된 非線型破壞理論을 平面應力狀態에 대하여 직접 유도하기로 한다. 이를 위해 먼저 미세균열로 인한 균열 끝에서의 應力과 變位關係 또는 應力과 變形度關係의 적절한 가정이 필요하다. 실제적으로는

균열부위에서의 應력과 변형도 관계가 어느 정도 非線型으로 변하지만, 여기서는 그림 2(c)에서와 같이 균열의 폭이 증가함에 따라 應力이 線形으로 감소한다고 가정한다. 다음 節의 실제해석결과에서 볼 수 있듯이 이와같은 가정은 충분히 정확하고 실제적인 結果를 주게 된다는 것을 알 수 있다.

전술한 바와 같이 破壞舉動의 균열은 主引張方向에 直角으로 發生하며 主方向으로 附加變形을 일으키게 한다. 따라서, 그림 2(a)를 참조하면 平面應力의 경우에 대하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E}\sigma_x - \frac{\nu}{E}\sigma_y \\ \varepsilon_y &= -\frac{\nu}{E}\sigma_x + \frac{1}{E}\sigma_y + \varepsilon_{cr} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

여기서 $\varepsilon_{cr} = \delta_{cr}/w_{cr}$ =균열로 인한 附加變形度, w_{cr} =균열진행대幅(width), δ_{cr} =균열폭으로서 微細龜裂幅들의 總和이다[그림 2]. 破壞進行帶에서의 균열폭 δ_{cr} 은 그림 2(c)의 관계에서 구할 수 있으며, 이것은 破壞進行帶에서의 콘크리트 應力 σ_y 에 比例한다. 즉, $\delta_{cr} = (\sigma_i - \sigma_y)/k$ 로서 σ_i 는 콘크리트의 引張強度이다. 이 $\delta_{cr} (= \varepsilon_{cr} w_{cr})$ 을 式(9)에 代入하여 應力 σ_x, σ_y 를 求하면,

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= (E + \nu^2 E_2)\varepsilon_x + \nu E_2 \varepsilon_y - \sigma_{crx} \\ \sigma_y &= \nu E_2 \varepsilon_x + E_2 \varepsilon_y - \sigma_{cry} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

여기서,

$$E_1 = \frac{E}{1 - \nu^2}, \quad E_2 = \frac{1}{(1/E_1 - 1/w_{cr}k)} \quad (11)$$

$$\sigma_{crx} = \nu \sigma_{cry}, \quad \sigma_{cry} = E_2 \delta_0 / w_{cr} \quad (12)$$

또한 k =균열진행대에서의 應력과 변위관계의 경사도, $\delta_0 = \sigma_i/k$ =균열대에서 應력이 零이 되는 지점에서의 균열변위이다[그림 2(c)]. 그림 2(c)에서 直線 아래의 面積은 콘크리트의 破壞에너지(fracture energy)를 나타내며, 이 破壞에너지는 $x-z$ 평면의 단위면적내에서 모든 미세균열이 發生할 때 소모된 에너지이다. 따라서, 破壞에너지 $G_F = \sigma_i \delta_0 / 2 = \sigma_i^2 / 2k$ 가 된다. 이로부터 $k = \sigma_i^2 / 2G_F$ 를 얻어 式(11)에 代入하면 변형연화계수(strain-softening modulus) E_2 를 얻는다. 즉,

$$E_2 = \frac{1}{\frac{1}{E_1} - \frac{2G_F}{w_{cr}\sigma_i^2}} \quad (13)$$

上記式(13)에서 보듯이 引張應力을 받는 콘크리트의 變形軟化係數는 콘크리트의 破壞에너지, 인장강도 및 균열진행대폭과 관계된다는 것을 알 수 있다.

非線型解析을 위해서는 式(10)~(12)를 增分形態로 바꿔야 한다. 또한, 이때 콘크리트의 균열로 인한 剪斷剛度의 영향을 고려해야 하는데, 균열의 마찰팽창거동(frictional dilatant behavior) 및 骨材맞물림(aggregate interlock) 등을 고려해야 한다. 본 연구에서는 균열의 형태가 대칭인 경우, 즉 Mode I 균열이기 때문에 균열진행대에서의 전단변형이 零이 되어 실제적으로 이들의 영향은 없다. 그러나, 균열의 진행이 곡선적으로 변하거나, 荷重이 임의로 변하는 경우에는 剪斷變形이 發生할 수 있으므로, 이들의 실제적인 고려가 필요하게 된다.

式(13)의 변형연화계수 E_2 는 그림 2(c)의 관계에서 구해지고, 이는 그림 2(d)에서와 같이 部分線型的 應력-변형관계를 결정해 주게 된다. 이같은 應력-변형형태는 단순하면서도 破壞特性을 잘 서술할 수가 있는데, 그 이유는 변형연

화계수 E_2 가 콘크리트의 파괴에너지, 인장강도 및 균열진행대폭과 연관을 갖기 때문이다. 균열이 완전히 진행되어 변형이 커지게 되면 콘크리트의 인장저항능력이 없어진다[그림 2(d)참조]. 이때의 剛度행렬은 式(10)~(14)에서 균열의 직각방향의 應力을 零(즉, $\sigma_x=0$)으로 하여 계산한다.

콘크리트가 二軸應力을 받을 경우, 특히 횡방향(x -方向)으로 압축력이 作用하면 y -方向의 引張強度能力이 떨어지게 된다. 이 영향은 콘크리트의 二軸強度曲線으로부터 얻을 수 있으며^(20,21) [그림 2(e)], 이들 實驗資料에 依하면 이 곡선이 일축압축강도와 일축인장강도의 각점을 연결하는 直線으로 근사될 수 있다. 따라서, 횡방향 압축력 σ_x 로 인한 y -方向의 인장강도 감소량은 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\Delta\sigma_t = c_1\sigma_x \quad (14)$$

여기서 $c_1 = \sigma_t / \sigma_{ck}$ 이며 σ_{ck} 는 콘크리트의 압축강도이다. 그러나, 횡방향으로 인장하중이 작용할 경우는 y -方向의 인장강도에 영향이 거의 없다는 것이 실험으로 밝혀져 있다^(20,21).

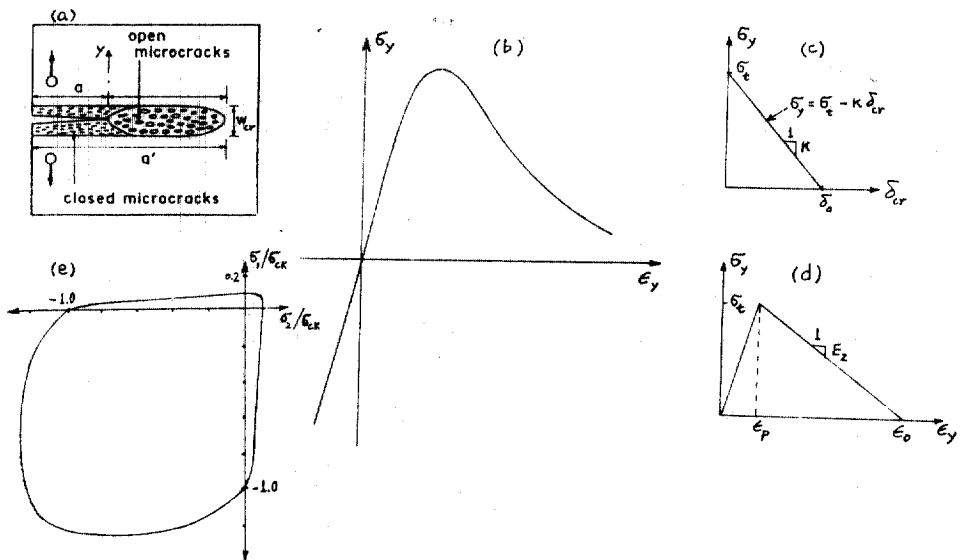


그림 2. (a) 콘크리트의 균열과 파괴진행대
(b) 비선형 應력-변형거동
(c) 파괴진행대에서의 應력과 균열폭관계
(d) 應력과 변형도관계
(e) 二軸破壞포락선 (biaxial failure envelope)

4. 解析方法 및 解析節次

4.1 有限要素에 의한 破壞解析

콘크리트부재의 파괴하중과 파괴변형計算等 파괴해석을 수행하기 위해서는 有限要素解析을 利用하는 것이 실제적이다. 本 研究에서는 平面應力問題를 다루기 위해 4개의 一定變形度三角型으로 구성된 사각형요소를 사용하였다. 그림 1(d)는 분포균열방법에 의한 하나의 유한요소모델인데, 여기서 w_{cr} 은 파괴진행대폭으로서, 보통 유한요소크기 s 로 근사된다. 연속적인 비선형이론에 의한 해석은 式(8)을 이용하고, 單純化된 실제적인 해석은 式(10)~(12)를 이용한다. 연속적인 파괴이론에 의해 해석할 때 $w_{cr} = G_F/A$ 로 근사될 수 있으며, 여기서 A 는 응력-변형도곡선의 면적이다. 실험자료에 의하면 콘크리트의 파괴진행대폭은 보통 骨材크기의 數倍에 이르는 것으로 나타나 있다⁽³⁰⁾. 本 研究에서는 다음 節에서 실험결과와의 비교를 통하여 파괴진행대폭의 最適値를 구하게 된다. 單純化된 모델에서 콘크리트의 변형연화계수 E_2 는 항상陰의 값을 가져야 하므로 式(13)으로부터 유한요소크기 s 에 관한 조건식을 얻을 수 있다. 즉, w_{cr} 대신 s 를 대입하면,

$$s < 2G_F E_1 / \sigma_c^2 \quad (15)$$

이며 실제적으로 계산의 안정성과 효율성을 위하여 이 값의 半이하로 사용하는 것이 좋다. 그러나, 斷面이 보통보다 상당히 큰 구조물인 경우에는 式(15)의 유한요소크기한계가 실제 이용

상 작을수도 있는데, 이 경우에는 引張應力이 最高點에 이른 후 바로 떨어지는 것으로 고려하고 引張強度限界를 실제값 σ_c 에서 等價引張強度 σ_{eq} 로 줄여서 사용함으로써 유한요소크기를 적절히 조절할 수 있다. 즉, 이 경우 사용되는 요소크기가 s 라면 적용해야 할 等價引張強度는 式(15)로부터 $\sigma_{eq} = \sqrt{2G_F E_1 / s}$ 가 되어야 한다.

4.2 解析節次

위에서 유도된 이론을 근거로 하여 비선형 유한요소해석을 수행하게 되는데, 여기서는 중분방법을 이용한다. 荷重을 단계적으로 증가시켜 가며 각 단계마다 前節에서 유도된 理論을 바탕으로 剛度행렬을 形成한 뒤, 變形分布와 應力分布等을 계산한다. 이와같은 해석으로부터 콘크리트부재의 최대파괴하중, 파괴변형, 그리고 균열의 진행상황 등을 얻게 된다.

5. 解析結果 및 分析

5.1 實驗資料와의 比較 및 分析

前節에서 유도된 破壞解析모델을 이용하여 콘크리트의 여러 파괴실험자료^(7,14,26,30,32,36,37)와 比較하였다. 그림 3은 Huang⁽¹⁴⁾의 실험자료와 比較한 것인데 초기균열 크기가 커질수록 部材의 파괴하중(P_{max})이 감소하는 현상을 보여주고 있다. 여기서 P_0 는 초기균열이 없는 부재의 최대하중을 나타낸다. 이 그림 3에서 실선은 3.1節의 연속적인 非線型理論에 의한 결과이고, 복합선인 實點線(dash-dot line)은 單純化된 非線型

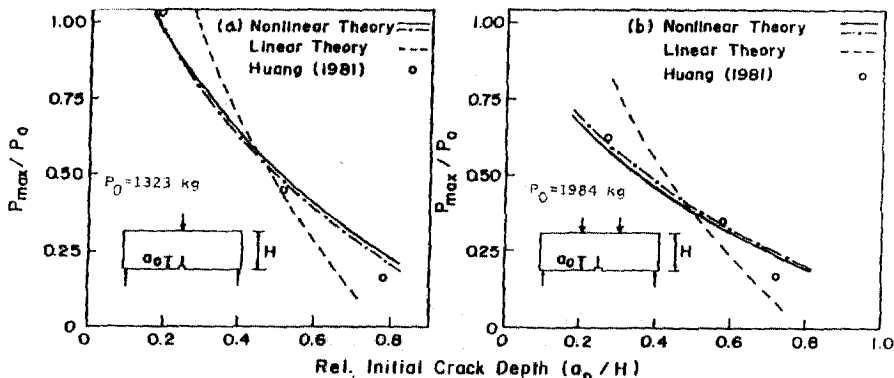


그림 3. Huang의 파괴실험자료와 본 이론들과의 비교

破壞理論(3.2節)에 의한 結果로서 두 가지가 모두 아주 유사하게 실험과의 좋은 비교결과를 보여주고 있다. 여기서 참고로 既存의 線型破壞理論⁽²⁾에 의한 結果를 이 그림에 점선으로 표시하였는데, 本 研究의 非線型理論들과는 많은 차이를 보이고 있음을 알 수 있다. 그리고, 여러 실험자료와 비교한 결과 콘크리트파괴진행대의 w_{cr} 의 最適値는 골재크기 d_a 의 2~4 배였고, 따라서 모든 콘크리트에 대하여 $w_{cr}=3d_a$ 로 계산

하여 모델의 간편성을 유지하였다. 그림 3에서 보듯이 실제적으로 本 研究의 두 가지 이론이 모두 유사한 결과를 나타내고 있기 때문에 다음 그림들의 비교는 실제적이고도 효율적인 單純化된 非線型破壞理論에 의하였다.

그림 4는 실험부재의 크기에 따른 破壞荷重의 변화를 보여주는 실험자료로서 Walsh⁽³⁶⁾의 실험결과와 비교한 것이다. 이 결과에서 보듯이 점선으로 표시된 선형파괴이론⁽²⁾은 실제의 실험

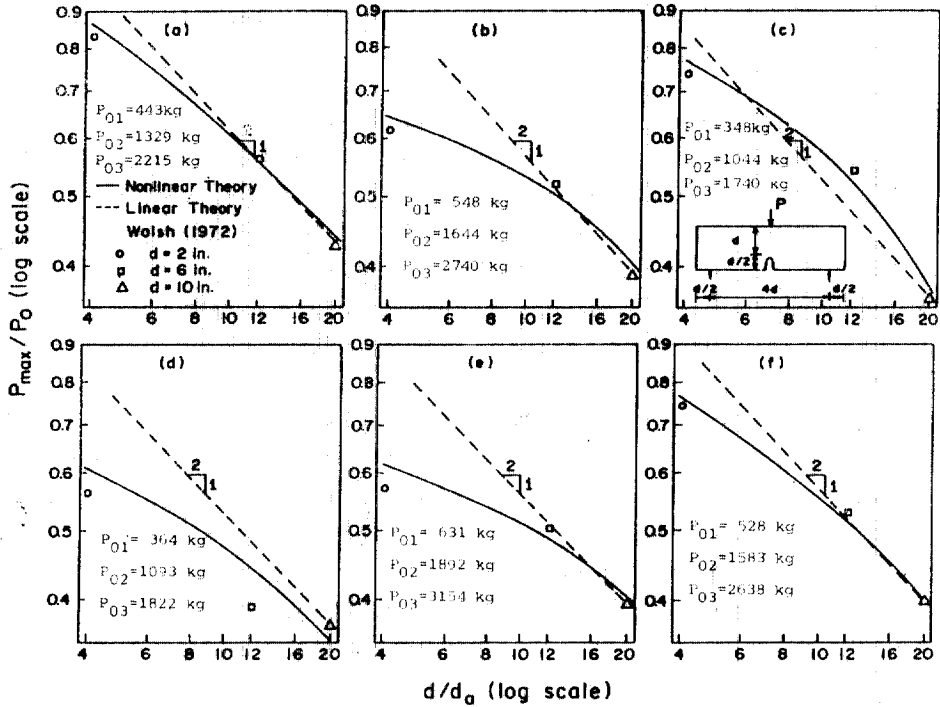


그림 4. Walsh의 실험자료와의 비교

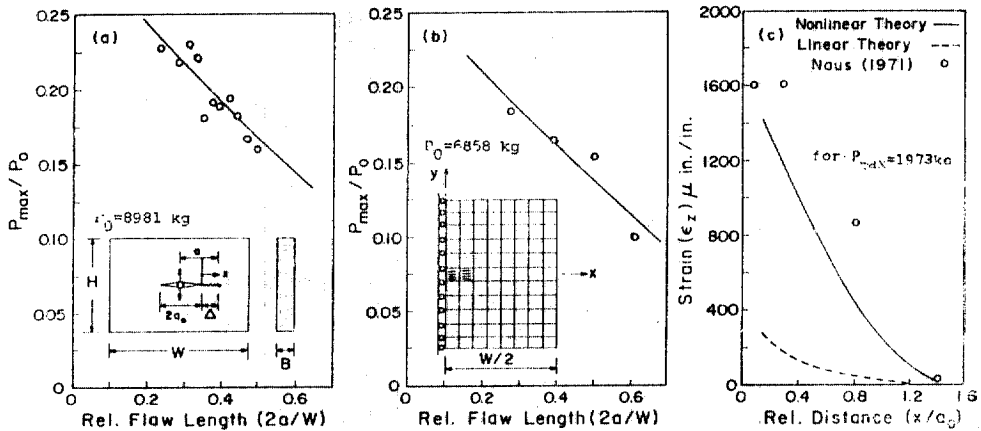


그림 5. Naus의 실험자료와의 비교

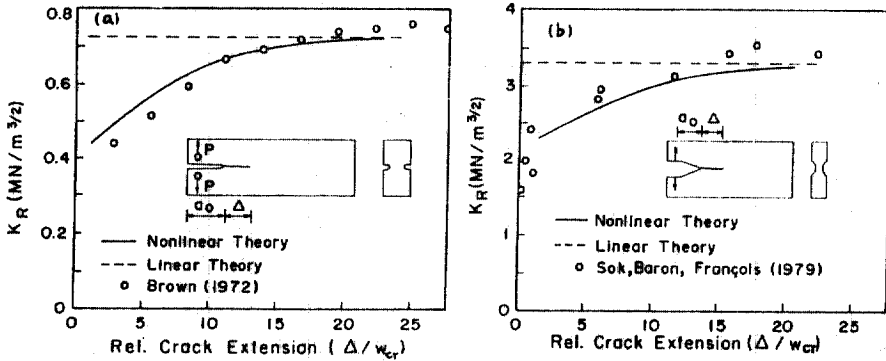


그림 6. 저항곡선에 대한 실험자료와의 비교

결과와 많은 차이를 나타내고 있으며, 특히 부재가 작을 경우는 비균질성의 영향이 더욱 크다는 것을 알 수 있다. 그림 5는 본 이론을 Naus⁽²⁶⁾의 실험결과와 비교한 것인데破壞荷重 P_{max} 와 초기균열 크기와와의 관계를 보여주고 있다. 그림 5(c)는 균열주위에서의 변형도분포를 보여주고 있는데, 비선형이론은 실제 실험결과와 근사한 반면 선형이론은 큰 차이를 보여주고 있다. 여기서 P_0 는 참고값으로서 균열없는 단면의 인장력이다. 그림 6은 파괴역학의 저항곡선(resistance curve=R-curve)에 대한 실험자료^(7, 92)와의 비교를 나타내고 있다. R-curve는 균열의 진행과 콘크리트의 파괴에너지와의 관계를 나타내는 곡선으로서 콘크리트재료와 부재크기에 따른 비선형성을 보여주고 있다.

5.2 콘크리트의 破壞에너지 近似式

콘크리트의 破壞에너지는 콘크리트부재의 균

열 및 파괴해석에 사용되는 아주 중요한 값이 되므로, 이 파괴에너지를 사전에 算定하는 것이 필요하다. 콘크리트의 파괴에너지公式는 式(13)으로부터 유도될 수 있는데 式(13)을 變換하면 $G_F=1.5\alpha\sigma_1 d_a$ 가 되며, 여기서 $\alpha=(\sigma_1/E_1-\sigma_1/E_2)$ 로서 콘크리트의 強度性質에 관계됨을 알 수 있다. 따라서, 좀더 간편하고 실제적인 파괴에너지 공식을 유도하기 위하여 위의 실험결과들을 이용하여 α 를 구하고, 이 α 값들은 引張強度 σ_1 의 함수로 回歸分析(regression analysis)을 하면 $\alpha=(4.55+0.068\sigma_1)\times 10^{-4}$ 을 얻는다[그림 7(a) 참조]. 따라서, 콘크리트의 파괴에너지公式는 다음과 같이 表示될 수 있다.

$$G_F=(6.825+0.102\sigma_1)d_a\sigma_1\times 10^{-4} \quad (16)$$

式(16)은 콘크리트 파괴에너지가 콘크리트의 인장강도와 골재크기에 관계됨을 보여주고 있으며 콘크리트의 파괴에너지 예측과 파괴해석에 유용하게 이용될 수 있다. 여기서 σ_1 의 단위는

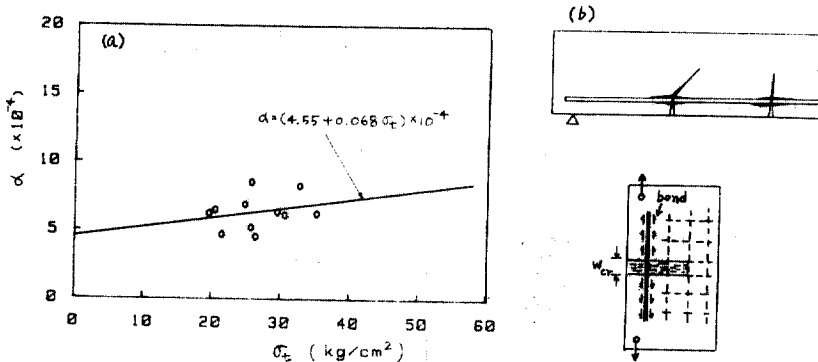


그림 7. (a) 파괴에너지를 구하기 위한 회귀분석결과
(b) 철근콘크리트의 균열과 부착문제

kg/cm² 를 사용해야 한다.

6. 鐵筋콘크리트에 대한 破壞理論의 應用

鐵筋콘크리트에 대한 균열문제는 無筋콘크리트에 비하여 더욱 복잡한 문제가 된다. 그것은 콘크리트와 鐵筋 사이에 복잡한 상호작용이 일어나기 때문이며, 특히 균열근처에서는 철근과 콘크리트 사이의 附着滑動(bond slip)이 發生하여 해석을 더욱 어렵게 하는 원인이 된다. 지금까지 철근콘크리트부재의 균열해석에 관한 연구는 대부분이 해석의 간편을 위하여 균열이 이미 존재해 있다고 가정하거나 또는 균열의 확대 및 전파를 고려하지 않은 경우가 대부분이다. 그러나, 철근콘크리트부재에 몇 개의 지배적인 균열이 존재하거나 또는 하중의 증가와 함께 균열의 전파양상을 해석하기 위해서는, 균열시작과 전파에 관한 파괴이론이 함께 적용되어야 한다. 철근은 콘크리트의 균열전파에 어느 정도의 억제효과를 갖고 있고, 이는 철근의 간격에 따라서도 영향을 받는다. 특히, 균열부위에서의 철근의 부착활동에 대한 고려는 철근콘크리트의 破壞解析에 아주 중요한 인자가 될 것이다[그림 7(b)]. 파괴해석에 이용한 것은 아니지만, Nilson⁽²⁸⁾과 Ngo 等⁽²⁷⁾은 철근의 부착문제를 스프링으로 이루어진 連結要素(linkage element)를 사용하여 모델하였다. 그러나, 또 한 가지 가능한 方法은 철근주위에 附着의 性質을 나타내는 中間有限要素를 사용하는 方法이 될 수 있다. 철근콘크리트의 균열해석시 고려해야 할 또 한 가지 중요한 사항은 파괴가 제 1모우드(mode I) 균열에 의해서만 이루어지는 것이 아니라 혼합형 균열(mixed mode crack), 즉 전단균열 등에 의해서 지배되기도 한다는 점이다. 이때에는 혼합형균열에 대한 파괴이론을 적용해야 한다. 또한 균열면에서의 여러 영향으로 인한 剪斷剛度(shear stiffness)의 계산도 해석에 중요한 역할을 하게 된다. 上記에서 서술된 바와 같이, 철근콘크리트의 파괴와 균열해석문제는 몇 가지 고려해야 할 중요한 사항이 있으며, 이들을 합리적으로 모델하기 위한 研究가 곧 수행되어야 할 것이다. 이러한 콘크리트의 파괴이론은 콘크리

트 램, 원자로격납용기, 해양구조물 등에 다양하게 응용될 수 있다.

7. 結 論

本 論文에서는 균열을 가진 콘크리트부재의 破壞荷重, 破壞變形, 균열의 진행상황 등의 破壞解析을 수행하기 위한 실제적인 非線型破壞解析 모델을 수립하였다. 콘크리트균열의 실제적인 거동에 근거를 둔 本 理論의 연구로부터 얻어진 結論은 다음과 같다.

1. 파괴진행대에서는 균열로 인한 附加變形이 主引張方向으로 發生하며, 이 附加變形의 程度에 따라 균열끝의 응력분포가 달라진다.
2. 파괴진행대에서의 微細龜裂은 어느 정도의 폭에 걸쳐 發生하며 이 幅은 骨材크기와도 관계된다. 따라서, 有限要素에 의한 破壞解析時 分布龜裂方法을 이용하는 것이 콘크리트에 실제적인 뿐만 아니라 해석이 간편하다.
3. 실제적이고도 정확한 해석을 위해서는 非線型破壞理論의 적용이 필수적이며 특히 작은 구조물일수록 그 영향이 크다.
4. 콘크리트의 파괴에너지는 콘크리트의 引張強度, 破壞進行帶幅, 變形軟化係數와 관계되며, 이로부터 콘크리트의 파괴에너지 예측공식이 제안되었다.
5. 균열과 평행한 방향으로 작용하는 압축하중에 의한 영향이 본 이론에서 쉽게 고려될 수 있다.
6. 균열의 방향이 변하는 경우, 균열면에서의 剪斷에 대한 실제적인 고려가 필요하다.
7. 본 研究의 파괴이론이 鐵筋콘크리트 등에 應用될 수 있으며, 이때 附着效果의 고려가 수반되어야 한다.

謝 辭

本 研究는 한국과학재단의 1983년도 후반기 연구과제 지원에 의해 수행되었으며, 이에 깊은 감사를 드린다.

參 考 文 獻

1. Bazant, Z.P., "Instability, Ductility and Size

- Effect in Strain-Softening Concrete," *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 102, No. EM2*, April 1976, pp. 331~344.
2. Bazant, Z.P., and Cedolin, L., "Blunt Crack Band Propagation in Finite Element Analysis," *Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE, Vol. 105, No. EM2, Proc. Paper 14529*, April 1979, pp. 297~315.
 3. Bazant, Z.P., and Cedolin, L., "Fracture Mechanics of Reinforced Concrete," *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 106, No. EM6, Proc. Paper 15917*, December 1980, pp. 1287~1306.
 4. Bazant, Z.P., and Gambarova, P.G., "Rough Cracks in Reinforced Concrete," *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, No. ST 4, Proc. Paper No. 15330*, April 1980, pp. 819~842.
 5. Bazant, Z.P., and Oh, B.H., "Strain-Rate Effect in Rapid Triaxial Loading of Concrete," *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Proc. Paper 17376*, Oct. 1982, pp. 764~782.
 6. Blakey, F.A., and Beresford, F.D., "A Note on the Strain Distribution in Concrete Beams," *Civil Engineering and Public Works Review, Vol. 50*, London, 1955, pp. 415~416.
 7. Brown, J.H., "Measuring the Fracture Toughness of Cement Paste and Mortar," *Magazine of Concrete Research, Vol. 24, No. 81*, Dec. 1972, pp. 185~196.
 8. Carpinteri, A., "Experimental Determination of Fracture Toughness Parameters K_{Ic} and J_{Ic} for Aggregate Materials," *Advances in Fracture Research, Proc. 5th International Conference on Fracture, Cannes, France, 1981, Vol. 4*, pp. 1491~1498.
 9. Entov, V.M., and Yagust, V.I., "Experimental Investigation of Laws Governing Quasi-Static Development of Microcracks in Concrete," *Mechanics of Solids, Vol. 10, No. 4*, 1975, pp. 87~95.
 10. Evans, R.H., "Extensibility and Modulus of Rupture of Concrete," *The Structural Engineer, Vol. 24*, London, 1946, pp. 639~659.
 11. Evans, R.H., and Marathe, M.S., "Microcracking and Stress-Strain Curves for Concrete in Tension" *Materiaux et Constructions, Vol. 1, No. 1*, 1968, pp. 61~64.
 12. Gjorv, O.E., Sorensen, S.I., and Arnesen, A., "Notch Sensitivity and Fracture Toughness of Concrete," *Cement and Concrete Research, Vol. 7*, 1977, pp. 333~344.
 13. Hillerborg, A., Modeer, M., and Petersson, P.E., "Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements," *Cement and Concrete Research Vol. 6*, 1976, pp. 773~782.
 14. Huang, C.M.J., "Finite Element and Experimental Studies of Stress Intensity Factors for Concrete Beams," *Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirement for the Degree of Doctor of Philosophy, Kansas State University, Kansas, 1981*.
 15. Isida, M., "Elastic Analysis of Crack and Stress Intensity Factors," Baifukan Publishing Co., Japan 1976.
 16. Kaplan, M.F., "Crack Propagation and the Fracture of Concrete," *ACI Journal, Vol. 58, No. 11*, Nov. 1961.
 17. Kesler, C.E., Naus, D.J., and Lott, J.L., "Fracture Mechanics—Its Applicability to Concrete," *International Conference on the Mechanical Behavior of Materials, Kyoto, August 1971*.
 18. Kfoury, A.P., and Miller, K.J., "Stress Displacement, Line Integral and Closure Energy Determinations of Crack Tip Stress Intensity Factors," *Int. Journal of Pressure Vessel and Piping, Vol. 2, No. 3*, July 1974, pp. 179~191.
 19. Knott, J.F., *Fundamentals of Fracture Mechanics* Butterworths, London, England, 1973.
 20. Kupfer, H.B., and Gerstle, K.H., "Behavior of Concrete under Biaxial Stress," *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 99, No. EM4, Proc. Paper 9917*, August, 1973, pp. 853~866.
 21. Liu, T.C.Y., Nilson, A.H., and Slate, F.O., "Biaxial Stress-Strain Relations for Concrete," *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 98, No. ST5, Proc. Paper 8905*, May 1972, pp. 1025~1034.
 22. Loland, K.E., "Continuous Damage Model for

- Load-Response Estimation of Concrete," *Cement and Concrete Research*, Vol. 10, 1980, pp. 395~402.
23. Marchertas, A.H., Belytschko, T.B., and Bazant, Z.P., "Transient Analysis of LMFBR Reinforced/Prestressed Concrete Containment," *Trans., 5th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*, West Berlin, Aug. 1979, Vol. H, Paper H8/1, ed. by T.A. Jaeger and B.A. Boley, Published by North Holland.
 24. Mindess, S., and Diamond, S., "A Preliminary SEM Study of Crack Propagation in Mortar," *Cement and Concrete Research*, Vol. 10, 1980, pp. 509~519.
 25. Mindess, S., Lawrence, F.V., and Kesler, C.E., "The J -Integral as a Fracture Criterion for Fiber Reinforced Concrete," *Cement and Concrete Research*, Vol. 7, 1977, pp. 731~742.
 26. Naus, D.J., "Applicability of Linear Elastic Fracture Mechanics of Portland Cement Concrete," *Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy*, Univ. of Illinois, 1971.
 27. Ngo, D., and Scordelis, A.C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams," *ACI Journal*, Vol. 64, No. 3, March 1967, pp. 152~163.
 28. Nilson, A.H., "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete by the Finite Element Method," *ACI Journal*, Vol. 65, No. 3, Sept. 1968, pp. 757~766.
 29. Paris, P.C., "Fracture Mechanics in the Elastic Plastic Regime, Flaw Growth and Fatigue," *AS TM Special Technical Publication 631, American Society for Testing Materials*, Philadelphia, 1977, pp. 3~27.
 30. Petersson, P.E., "Fracture Energy of Concrete: Method of Determination," *Cement and Concrete Research*, Vol. 10, 1980, pp. 78~89, and "Fracture Energy of Concrete: Practical Performance and Experimental Results," *Cement and Concrete Research*, Vol. 10, 1980, pp. 91~101.
 31. Shah, S.P., and McGarry, F.J., "Griffith Fracture Criterion and Concrete," *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 97, No. EM6, Proc. Paper 8597, December, 1971, pp. 1663~1676.
 32. Sok, C., Baron, J., and Français, D., "Mécanique de la rupture appliquée au béton hydraulique," *Cement and Concrete Research*, Vol. 9, 1979, pp. 641~648.
 33. Suidan, M., Schnobrich, W.C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete," *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 99, No. ST10, Proc. Paper 10081, October 1973, pp. 2109~2122.
 34. Swartz, S.E., Hu, K.K., Fartash, M., and Huang, C.M.J., "Stress Intensity Factors for Plain Concrete in Bending-Prenotched versus Precracked Beams," *Report, Dept. of Civil Engineering Kansas State University, Kansas*, 1981.
 35. Tada, H., Paris, P.C., and Irwin, G.R., "The Stress Analysis of Cracks Handbook," Del Research Corp., Hellertown, Pa., 1973.
 36. Walsh, P.F., "Fracture of Plain Concrete," *The Indian Concrete Journal*, Vol. 46, No. 11, Nov. 1979, pp. 469, 470, and 476.
 37. Wecharatana, M., and Shah, S.P., "Resistance to Crack Growth in Portland Cement Composites," *Report, Dept. of Material Engineering, Univ. of Illinois at Chicago Circle, Chicago, Illinois*, Nov. 1980. (接受: 1984. 6. 4)