

# 3次元 斜面 安定解析에 관한 確率論的 研究

## A Three-Dimensional Slope Stability Analysis in Probabilistic Solution

金 泳 壽\*  
Kim, Young Su

### Abstract

The probability of failure is used to analyze the reliability of three dimensional slope failure, instead of conventional factor of safety. The strength parameters are assumed to be normal variated and beta variated. These are interval estimated under the specified confidence level and maximum likelihood estimation. The pseudonormal and beta random variables are generated using the uniform probability transformation method according to central limit theorem and rejection method. By means of a Monte-Carlo Simulation, the probability of failure is defined as;

$$P_f = M/N \quad N: \text{Total number of trials}$$

$M$ : Total number of failures

Some of the conclusions derived from the case study include;

1. Three dimensional factors of safety are generally much higher than 2-D factors of safety. However situations appear to exist where the 3-D factor of safety can be lower than the 2-D factor of safety.
2. The  $F_3/F_2$  ratio appears to be quite sensitive to  $c$  and  $\phi$  and to the shape of the 3-D shear surface and the slope but not to be to the unit weight of soil.
3. From the two models(normal, beta) considered for the distribution of the factor of safety, the beta distribution generally provides larger than normal distribution.
4. Results obtained using the beta and normal models are presented in a nomgraph relating slope height and slop angle to probability of failure.

### 要 旨

斜면의 3次元 破壞의 信賴性 解析에 安全率대신 破壞確率이 使用되었다. 強度定數는 正規分布와 베타分布로 가정하였고 特定한 信賴度와 最尤推定法에 의하여 區間推定을 하였다. 正規分布와 베타分布의 無作爲變數는 中心極限定理와 Rejection方法에 따라 一樣分布變換方法을 使用하여 發生시켰고 몬테칼로방법(Monte-Carlo Method)에 의한 破壞確率은 다음과 같이 定義된다.

$$P_f = M/N \quad N: \text{施行回數}$$

$M$ : 破壞回數

本 研究 結果는 다음과 같다.

1.  $F_3$ 는  $F_2$ 보다 일반적으로 더 컸으나 작은 경우도 나타났다.

\*正會員·慶北大學校 工科大學 助教授 土木工學科

2.  $F_2/F_3$ 의 비는  $c, \phi$ 와 3次元 破壞형상 그리고 경사에 따라 민감하나 흙의 단위중량에는 그렇지 않았다.
3. 어떤 安全率에 대한 破壞確率は 베타分布가 正規分布보다 대체로 크게 나타났다.
4. 어떤 特定한 斜面破壞형상과 土質條件에 대하여 許容安全率  $FS_s=1.25$ 에 대한  $P_f$ 는 0.23(正規分布), 0.29(베타分布)로 나타났다.

## 1. 序 論

現在 斜面의 安全度の 尺度로서 安全率( $FS$ )이란 표현으로 나타낸다. 그리고 現在의 설계기준은 계산된 安全率이 許容安全率( $FS_s$ )과 같거나 그보다 커야한다. 즉  $FS \geq FS_s$ . 安全率의 數値는 荷重, 強度定數 그리고 解析절차에 달려있다. 그런데 이들 各要素들은 어느 정도의 不確實性을 내포하고 있기 때문에<sup>(10,12)</sup> 安全率의 數値 역시 無作爲 變數이다. 安全率은 絕對的인 安全을 의미하지 않고 偶然한 기회에 破壞를 일으킬 可能性을 내포하고 있다<sup>(14)</sup>. 즉 破壞 $\equiv FS \leq 1$ 이며 破壞確率,  $P_f = P[\text{破壞}] = P[FS \leq 1]$ 이다<sup>(5,6,9)</sup>. 安全率은 數值的인 安全의 尺度가 아니고 強度定數와 荷重의 分散性을 解決할 수 없다. 그리고 許容安全率은 經驗이 없는 대상의 解析에는 선택하기가 아주 어렵다. 이와 같은 결점을 해결할 수 있는 確率論的 接近方法의 必要性이 생기게 되는 것이다.

破壞確率을 求하려는 試圖은 Wu와 Craft,<sup>(18,19)</sup> Matsuo와 Kuroda<sup>(11)</sup>, Tang, Yucemen과 Ang<sup>(1,14)</sup>, Catalan과 Cornell<sup>(4)</sup>, Baker와 Garber<sup>(3)</sup>, Kraft와 Mukhopahay<sup>(8)</sup>, Verne McGuffey, Dimitri Grivas, 그리고 Zenan Kyfor<sup>(17)</sup>, 등에 의하여 행하여 졌다. 그런데 이 연구들은 斜面安定의 關係적인 平面變形 解析이었고 단지 Erik H. Vanmacke<sup>(15)</sup>만이 원호 활동 방법의 확장 즉, 활동 土塊가 수직端 斷面을 가지고 한정된 길이를 갖는 실린더(cylinder)의 一部分인 3次元 解析이었다. 그러나 이 연구는 斜面의 軸을 따라 하중과 強度특성은 변하지 않고 원호 활동 파괴면에 따라 변하는 경우에 대하여 특히  $\phi=0$ 인 흙에 대한 것이었다.

本 研究은 활동 土塊가 球의 一部分인 경우와 한정된 길이의 실린더의 일부분과 양쪽端이 球

의 일부분인 3次元 解析이며<sup>(2,7,18)</sup> 흙의 單位重量과 全 破壞面에 強度定數의 分散性을 고려하였고  $c-\phi$ 인 흙에 대하여 행하였다<sup>(20)</sup>. 그리고 破壞確率은 強度定數와 흙의 單位重量의 確率分布를 正規分布와 베타分布(beta distribution)로 假定하여 계산이 빠르고 適用하기 쉬운 몬테칼로 방법을 사용하여 구하였다.

## 2. 研究內容 및 方法

本 研究에서는 傾斜가 5:1, 5:2, 5:3, 5:4, 1:1이고 높이가 9.7 m, 10.9 m, 12.1 m, 13.3 m인 均質土의 斜面에 대하여 地下水는 고려하지 않고 2次元 安全率( $F_2$ )과 3次元 安全率( $F_3$ )을 계산하였다. 여기에서 求한 最小 安全率을 가지는 破壞面에 대하여 破壞確率을 求하였다.

### 2.1 研究의 模型과 安全率

#### (1) 2次元 安全率( $F_2$ )<sup>(7)</sup>

切片의 兩側面에 作用하는 힘의 合力은 零이라 가정하였고 그림 1과 같은 경우에 대하여 다음과 같이 계산하였다.

$$F_2 = \frac{\sum (cA_2 + W_2 \cos \alpha_2 \tan \phi)}{\sum W_2 \sin \alpha_2}$$

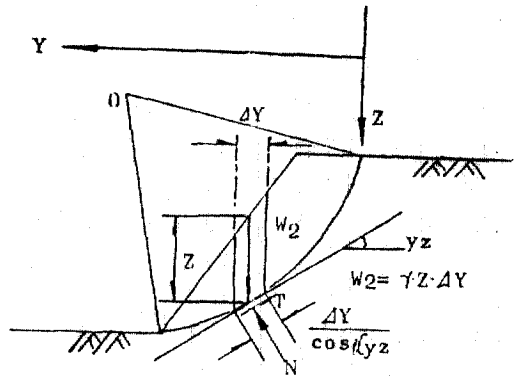


그림 1. Two-Dimensional Analysis

또는

$$F_2 = \frac{\sum \left( \frac{c \Delta y}{\cos \alpha_{yz}} + \gamma \cdot z \Delta y \cos \alpha_{yz} \tan \phi \right)}{\sum \gamma \cdot z \cdot \Delta y \cdot \sin \alpha_{yz}}$$

(2) 3次元 安全率( $F_3$ )<sup>(7,20)</sup>

활동 토塊를 작은 여러 개의 기둥으로 나누어서 이 기둥의 兩側面에 作用하는 힘의 합력은 零이라 가정하였고 다음과 같이 계산하였다.

$$\begin{aligned} \sin(\alpha_1) &= \frac{e}{f} = \frac{\frac{c'}{\tan \alpha_{xz}}}{\sqrt{e^2 + d^2}} \\ &= \frac{\frac{c'}{\tan \alpha_{xz}}}{\sqrt{\left(\frac{c'}{\tan \alpha_{xz}}\right)^2 + \left(\frac{c'}{\tan \alpha_{yz}}\right)^2}} \\ &= \left[ 1 + \left( \frac{\tan^2 \alpha_{xz}}{\tan^2 \alpha_{yz}} \right) \right]^{-1/2} \\ \cos(\alpha_2) &= \frac{g}{g'} = \frac{\frac{d \sin \alpha_1}{c'}}{\frac{c'}{\sin(\alpha_2)}} \\ &= \frac{\left( \frac{c'}{\tan \alpha_{yz}} \right) \sin \alpha_1}{c'} = \frac{\sin \alpha_2 \sin \alpha_1}{\tan \alpha_{yz}} \\ &= (1 + \tan^2 \alpha_{xz} + \tan^2 \alpha_{yz})^{-1/2} \end{aligned}$$

그러므로 수직력  $N$ 은

$$N = W \cos \alpha_2 = W (1 + \tan^2 \alpha_{xz} + \tan^2 \alpha_{yz})^{-1/2}$$

흩기둥의 전단파괴면의 면적 ( $A_3$ )은

$$A_3 = ab \sin \theta \text{ 이다.}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \left( \frac{e'}{d'} + \frac{d'}{e'} - \frac{f^2}{e'd'} \right)$$

그리고

$$e' = \frac{c'}{\sin \alpha_{xz}}, \quad d' = \frac{c'}{\sin \alpha_{yz}}, \quad f^2 = e^2 + d^2$$

$$e = \frac{c'}{\tan \alpha_{xz}}, \quad d = \frac{c'}{\tan \alpha_{yz}}$$

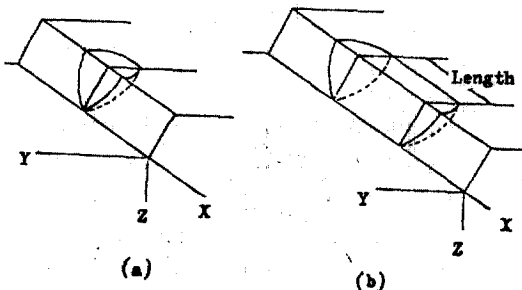


그림 2. Geometry of 3-D Failure Surface

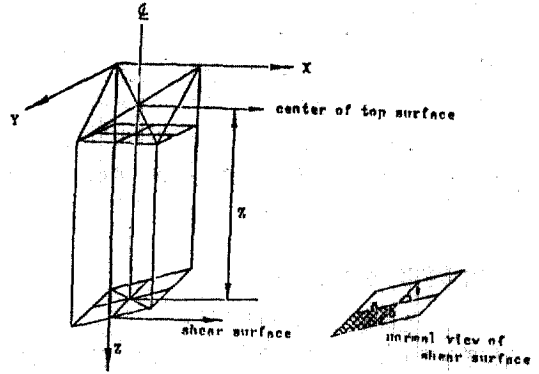


그림 3. Three-Dimensional View of One Soil Column

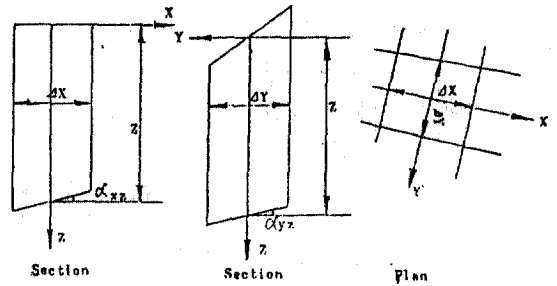


그림 4. Plan and Section View of One Soil Column

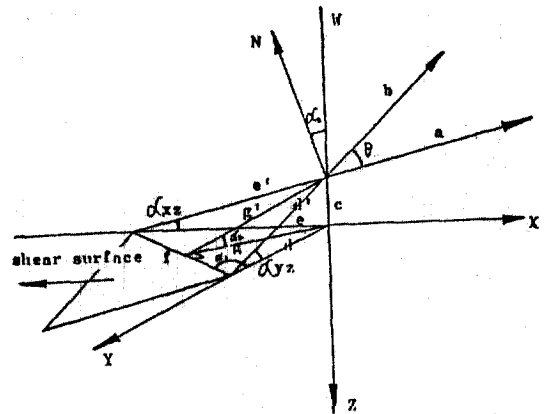


그림 5. Three-Dimensional View of Portion of Surface of Soil Column

그러므로

$$\cos \theta = \sin \alpha_{xz} \cdot \sin \alpha_{yz}$$

$$\sin \theta = (1 - \sin^2 \alpha_{xz} \cdot \sin^2 \alpha_{yz})^{1/2}$$

$$A_3 = \Delta x \cdot \Delta y \left[ \frac{(1 - \sin^2 \alpha_{xz} \cdot \sin^2 \alpha_{yz})^{1/2}}{\cos \alpha_{xz} \cos \alpha_{yz}} \right]$$

그리고 경계부분은 흙기둥을 작게 나눔으로써 해결할 수 있다.

$$F_3 = \frac{\sum_x \sum_y [cA_3 + W_3 \cos \alpha_2 \tan \phi]}{\sum_x \sum_y W_3 \sin \alpha_{y_2}}$$

또는

$$F_3 = \frac{\sum_x \sum_y \left[ \frac{c \Delta x \Delta y \sin \theta}{\cos \alpha_{x_2} \cos \alpha_{y_2}} + \gamma z \Delta x \Delta y \cos \alpha_2 \tan \phi \right]}{\sum_x \sum_y \gamma z \Delta x \Delta y \sin \alpha_{y_2}}$$

### 2.2 破壞確率理論

#### (1) 強度定數의 確率分布函數

本 研究에서는 強度定數  $c, \phi$ 와 흙의 單位重量  $\gamma$ 를 正規分布와 베타分布로 가정하였다<sup>(10,20)</sup>.

#### (가) 正規分布<sup>(6)</sup>

$SM$ 의 平均( $\overline{SM}$ )과 標準偏差( $S_{SM}$ )은

$$\overline{SM} = \overline{C} - \overline{D}$$

$$S_{SM} = \sqrt{S_D^2 + S_C^2}$$

또  $SM$ 에 대한 確率密度函數는

$$f(SM; \overline{SM}, S_{SM}) = \frac{1}{S_{SM} \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{SM - \overline{SM}}{S_{SM}} \right)^2 \right]$$

$-\infty < SM < \infty, S_{SM} > 0$

그리고 累積密度函數는

$$F(SM; \overline{SM}, S_{SM}) = \int_{-\infty}^{SM} \frac{1}{S_{SM} \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{SM - \overline{SM}}{S_{SM}} \right)^2 \right] \cdot dSM$$

이다.

#### (나) 베타分布<sup>(5)</sup>

區間( $A, B$ )에 걸쳐 있는 베타分布의 確率密度函數는

$$f(x; \alpha, \beta, A, B) = \frac{1}{B-A} \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha) \cdot \Gamma(\beta)} \left( \frac{x-A}{B-A} \right)^{\alpha-1} \cdot \left( 1 - \frac{x-A}{B-A} \right)^{\beta-1}$$

$\alpha > 0, \beta > 0, A \leq x \leq B$  (그렇지 않으면)  $= 0$

한편, 累積分布函數는

$$F(x; \alpha, \beta, A, B) = 0 \quad x < A$$

$$= \frac{1}{B-A} \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)} \cdot \int_A^x \left( \frac{x-A}{B-A} \right)^{\alpha-1} \cdot \left( 1 - \frac{x-A}{B-A} \right)^{\beta-1} \cdot dx \quad A \leq x \leq B$$

$= 1, x > B$

여기서  $\alpha, \beta$ 는 形狀係數이며 다음과 같이 概略的으로 求할 수 있다.

$$\hat{\alpha} = \frac{\bar{x} - A}{B - A} \quad \hat{\beta} = \left( \frac{S}{B - A} \right)^2$$

$$\hat{\beta} = \frac{(1 - \hat{\alpha})}{\hat{\nu}} [\hat{\alpha}(1 - \hat{\alpha}) - \hat{\nu}]$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\alpha} \cdot \hat{\beta}}{1 - \hat{\alpha}}$$

#### (2) 信賴區間(Confidence Interval)<sup>(6)</sup>

##### (가) 正規分布

土性指數의 統計的 資料에서 Coefficient of Variance(C.O.V)를 利用하여 求한 標準偏差의 값에 따라 信賴區間을 決定하였다.

##### (나) 베타分布

區間( $A, B$ )는 最尤推定法(Maximum Likelihood Estimation)에 의하여 決定하였다.

$$\max(x) = \hat{B}$$

$$\min(x) = \hat{A}$$

##### (3) 確率分布에 대한 確率變數生成

##### (가) 正規分布

中心極限定理<sup>(13)</sup>에 의하여 生成시켰다. 0에서 1 사이에 一樣分布하는 確率變數  $X_i$ 는 다음 式에 의하여 平均  $\bar{x}=0$ 이고 分散  $S^2=1$ 인 標準正規分布의 確率變數  $X_N(0, 1)$ 를 얻는다.

$$X_N(0, 1) = \sum_{i=1}^{12} X_i - 6 \dots \dots \dots (1)$$

그런데 式(1)은 確率值를 生成하는데 12개의 一樣分布하는 確率變數를 갖기 때문에 많은 數를 生成하기에 곤란하며 標準正規分布의 꼬리部分의 確率變數의 生成이 빈약하다는 弱點을 가지고 있다. 그리하여 Teichrow<sup>(13)</sup>는 式(1)을 수정하여  $\pm 3S$ 까지 사용할 수 있게 하였다.

$$R = \sum_{i=1}^{12} X_i - 6$$

$$X_N(0, 1) = \left( \left[ (C_1 R^2 + C_2) R^2 + C_3 \right] R^2 + C_4 \right) R^2 + C_5 \dots \dots \dots (2)$$

여기서

$$C_1 = 0.029899776, \quad C_2 = 0.008355968$$

$$C_3 = 0.076542912, \quad C_4 = 0.252408784$$

$$C_5 = 3.949846138$$

式(2)을 利用하여 平均  $\bar{x}$ , 標準偏差  $S$ 를 가지는 正規分布의 確率變數는 다음 式에 의하여 生成시켰다.

$$X_N(\bar{x}, S) = SX_N(0.1) + \bar{x}$$

(나) 베타分布

Rejection Method에 의하여 生成시켰다.

Rejection Method는 다음과 같다.

(a) 區間(0, 1)에서 一樣分布하는 獨立的 亂數  $U_1, U_2$ 를 生成한다.

(b)  $R_1 = U_1^{1/p}, R_2 = U_2^{1/q}$ 를 計算한다. 만일  $R_2 > 1.0$ 이면 (a), (b) 과정을 반복한다.

(c) 區間(0, 1)에서 베타分布하는 確率變數는  $X_B(0.1) = R_1/R_2$

(d) 따라서 區間(A, B)에서 베타分布하는 確率變數는

$$X_B(A, B) = X_B(0.1)(B-A) + A$$

여기서,  $P, Q$ : 베타分布의 形狀係數( $\alpha, \beta$ )

(4) 破壞確率계산<sup>(9,16)</sup>

몬테카를로 방법<sup>(5)</sup>에 의하여 사용한 결과  $N$ 個中  $M$ 個의 破壞를 얻었다면 破壞確率  $P_f$ 는 다음과 같이 定義할 수 있다.

$$P_f = M/N$$

이때  $N$ 가 커질수록 確率は 正確하다. 이 방법은 복잡한 積分, Taylor의 級數를 푸는데 있어서 또는 하나 이상의 無作爲 變數의 確率分布

를 計算하는데 있어서 아주 적절한 방법이다. 물론 計算 能力이 빠른 컴퓨터가 이용되어야 한다.

### 3. 結果 및 分析

#### 3.1 3次元 安全率과 2次元 安全率의 比較

그림 6, 7은 傾斜가 各各 5:1, 5:3인 경우 모두 높이  $H=3m$ , 單位重量  $\gamma=1.7t/m^3$ 일때 그림 2(a)와 같은, 極限界길이  $Length=0$ , 斜面활동 土塊에 대하여  $F_3/F_2$ 의 比를 연구한 결과이다. 그림 6에서는 粘着力  $c$  값이 커짐에 따라  $F_3/F_2$ 도 커지는 경향을 나타냈지만 그림 7에서는  $c$  값에 따라 뚜렷한 경향을 보이지 않았다.

그림 8, 9는 傾斜가 各各 5:1, 5:3인 경우 모두  $H=3m$ ,  $\gamma=1.7t/m^3$ 일때 그림 2(a)(b)와 같은 斜面활동 土塊에 대하여  $Length=0, 6m, 12m$ 인 경우  $F_3/F_2$ 의 比를 연구한 결과이다. 그림 8에서는  $c$  값이 커짐에 따라 그리고 내부마찰 각  $\phi$  값이 작아짐에 따라  $F_3/F_2$ 은 커지는 경향을 보였지만 그림 9에서는 뚜렷한 경향을 보이지 않았다.

그림 10, 11은 傾斜가 各各 5:1, 5:3인 경우

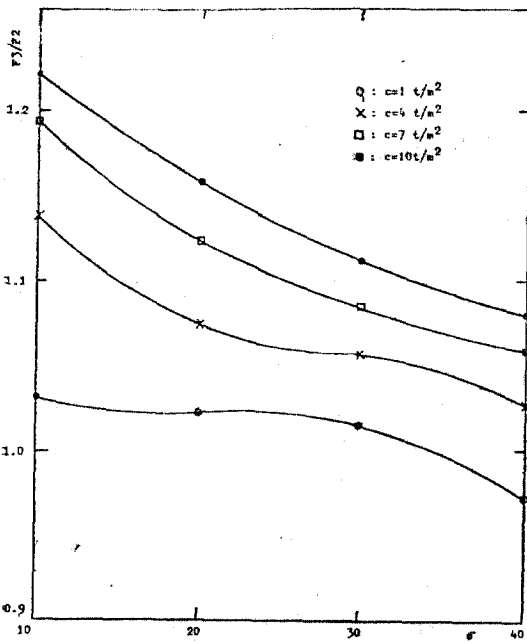


그림 6.  $F_3/F_2$  Ratio,  $Length=0$ , 5:1 Slope,  $\gamma=1.7t/m^3$

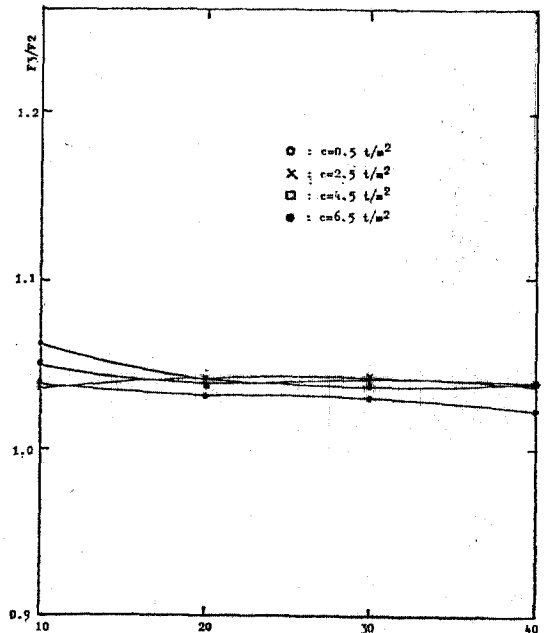


그림 7.  $F_3/F_2$  Ratio,  $Length=0$ , 5:3 Slope,  $\gamma=1.7t/m^3$

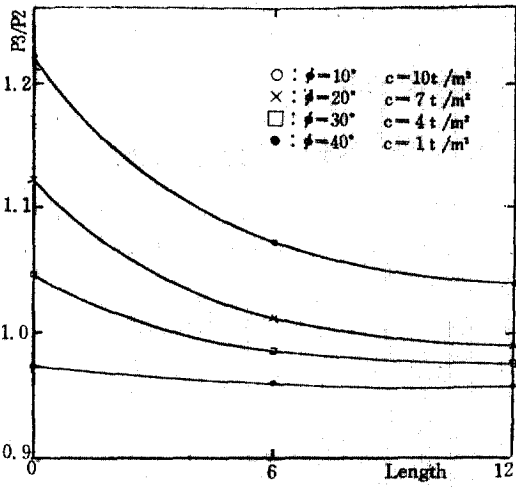


그림 8. Effect of Length, 5 : 1 Slope,  $\gamma=1.7t/m^3$

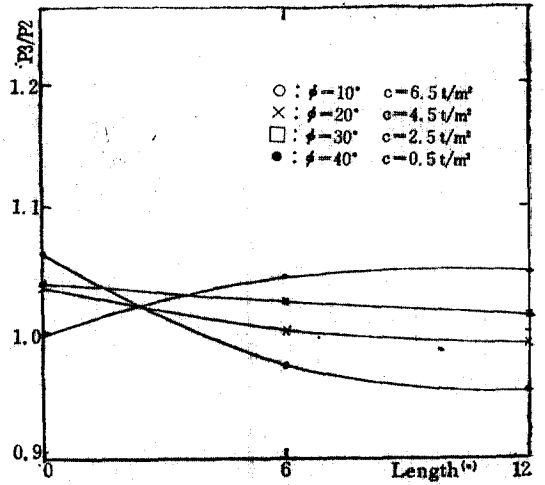


그림 9. Effect of Length, 5 : 3 Slope,  $\gamma=1.7t/m^3$

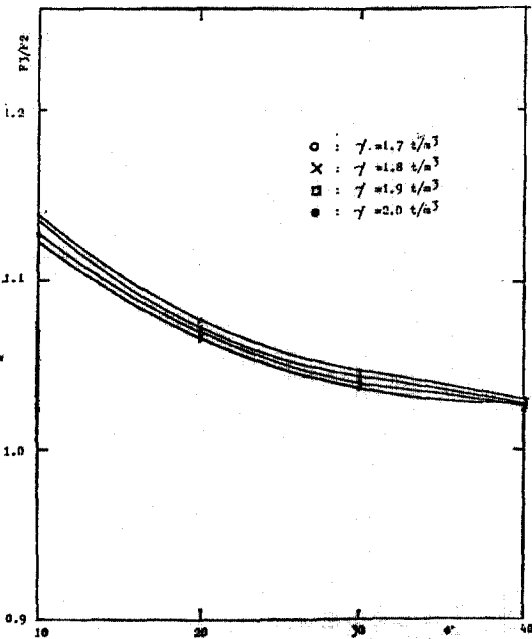


그림 10.  $F_3/F_2$  Ratio, Length=0, 5 : 1 Slope,  $c=4t/m^2$

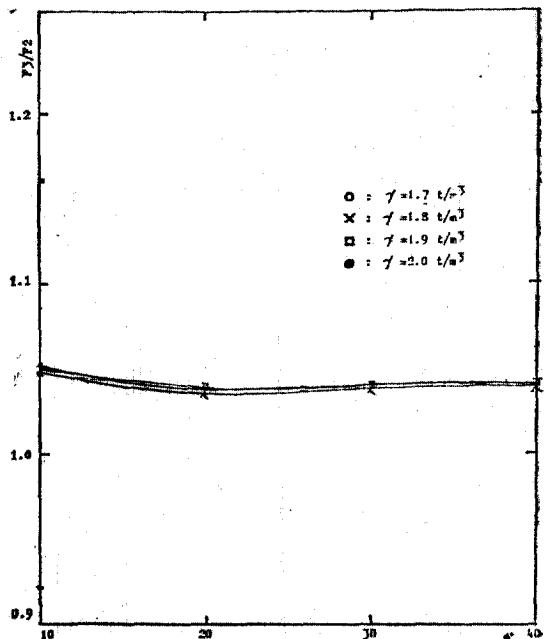


그림 11.  $F_3/F_2$  Ratio, Length=0, 5 : 3 Slope,  $c=4.5t/m^2$

各各  $c=4t/m^2$ ,  $4.5t/m^2$ 로 하고  $H=3m$ 일때 그림 2(a)와 같은 斜面활동 土壤에 대하여  $F_3/F_2$ 의 比를 연구한 결과이다. 이 경우는 모두 약간의 차이는 있었으나 큰 차이는 나지 않았다.

### 3.2 破壞確率과 安全率과의 관계

$$c=2.2t/m^2, \text{ C.O.V}=45\%$$

$$\phi=30^\circ, \text{ C.O.V}=13\%$$

$$\gamma=1.7t/m^3, \text{ C.O.V}=5\%$$

로 하여 그림 2(a)와 같은 斜面활동 土壤에 대

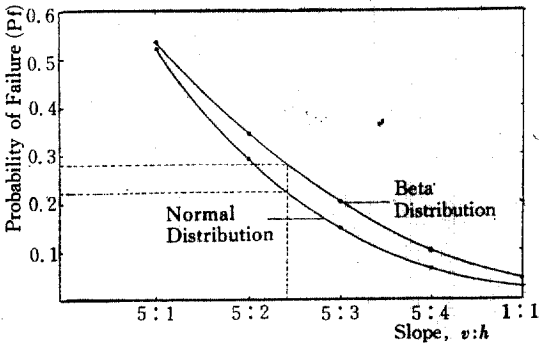
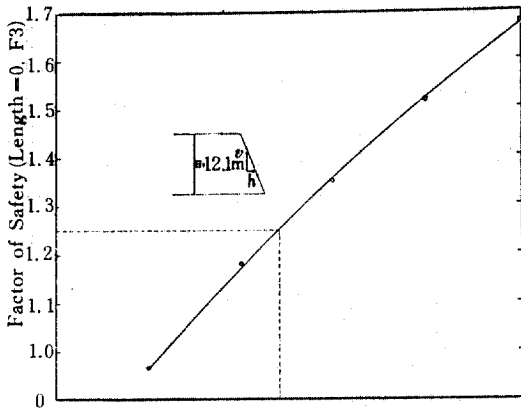


그림 12. Dependence of  $F_3$  and  $P_f$  on Slope Angle

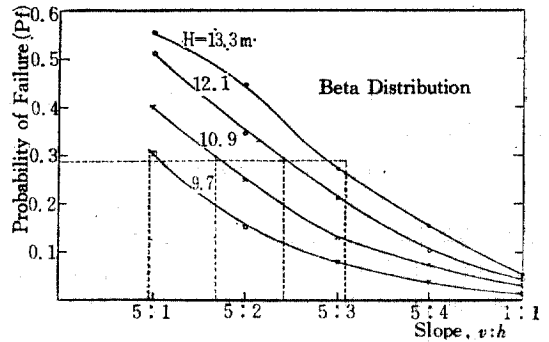
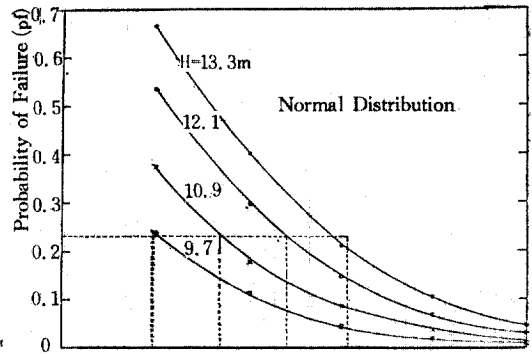
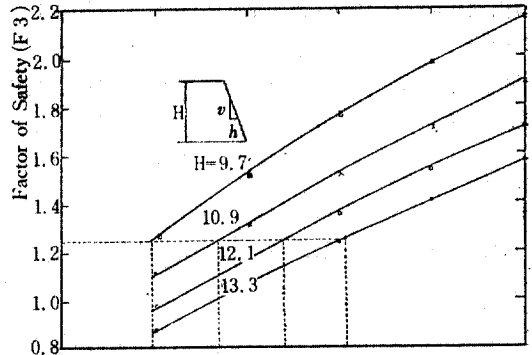


그림 14. Relationship Between  $F_3$  and  $P_f$  for Present Slope

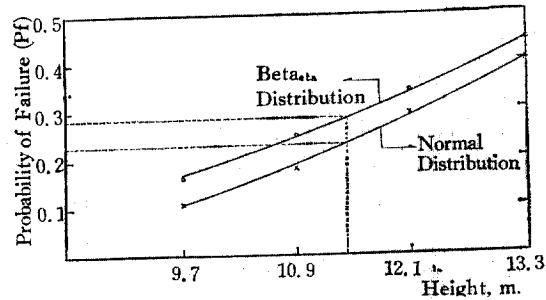
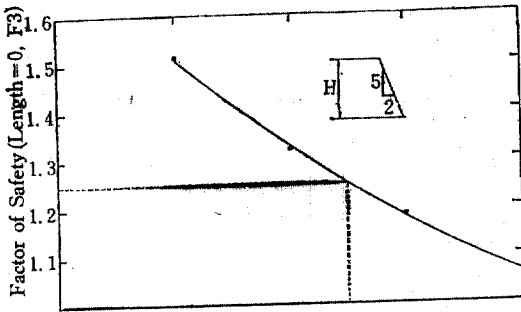


그림 13. Dependence of  $F_3$  and  $P_f$  on Height

하여 연구하였다. 그림 12는  $H=12\text{m}$ 인 경우 傾斜角에 따라 安全率과 破壞確率을 연구한 결과이다. 여기에서 破壞確率은 베타分布가 正規分布보다 대체로 크게 나타났고 安全率  $F_3=1.25$ 에 對한 破壞確率  $P_f$ 는 0.23(正規分布)와 0.28(베타分布)이었다. 그림 13은 斜面의 傾斜角  $v:h=5:2$ 인 경우 높이에 따라 연구한 결과이다. 이 역시 破壞確率은 베타分布가 正規分布보다

크게 나타났고  $F_3=1.25$ 에 대한  $P_f$ 는 0.23(正規分布), 0.29(베타分布)이었다. 그림 14는 斜面의 傾斜角과 높이에 따라 연구한 결과이다. 여기에서도 마찬가지로 破壞確率은 베타分布가 正規分布보다 크게 나타났으며  $F_3=1.25$ 에 대하여  $P_f$ 는 대체로 0.23(正規分布), 0.29(베타分布) 정도이었다.

#### 4. 結 論

(1) 3次元 安全率  $F_3$ 은 대체로 2次元 安全率보다 크게 나타났다. 그러나 경우에 따라서 그렇지 않은 경우도 나타났다.

(2)  $F_3/F_2$ 의 비는  $c, \phi$  값과 기울기 그리고 3次元 破壞 형상에 따라 아주 변화가 심하게 나타났다. 그러나 흙의 單位重量에 대해서는 별로 차이가 없었다.

(3) 어떤 安全率에 대한 破壞確率은 베타分布가 正規分布보다 대체로 크게 나타났다.

(4) 어떤 特定한 斜面 破壞 형상과 土質條件에 대하여 許容安全率  $FS_c=1.25$ 에 해당되는 破壞確率  $P_f$ 는 0.23(正規分布), 0.29(베타分布)로 나타났다.

#### 參 考 文 獻

1. Ang, A.H. S., and Amin, M., "Safety Factors and Probability in Structural Design", *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 95, No. ST7, July, 1969, pp. 1389~1405.*
2. Baligh, M.M., and Azzouz, A.S., "End Effects on Stability of Cohesive Slopes", *Journal of the Geotechnical Division, ASCE, Vol. 101, No. GT11, November, 1977, pp. 1105~1117.*
3. Baker, R., and Garber, M., "Variational Approach to Slope Stability," *Proceedings Ninth International Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering, Vol. 2, Japan, 1977, pp. 9~12.*
4. Catalan, J.M., and Cornell, C.A., "Earth Slope Reliability by a Level-Crossing Method", *Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 102, No. GT6, June, 1976, pp. 591~604.*
5. Hahn, G.T., and Shapiro, S.S., "Stability Models in Engineering", John Wiley and Sons, Inc.,

- 1968.
6. Harr, M.E., "Mechanics of Particulate Media", McGraw-Hill, Inc., 1977.
7. Hovland, H.J., "Three-Dimensional Slope Stability Analysis Method", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 103, No. GT9, September, 1977, pp. 971~986.*
8. Kraft, L.M., and Mukhopadhyay, J., "Probabilistic Analysis of Excavated Earth Slopes," *Proceedings Ninth International Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering, Vol. 2, Japan, 1977, pp. 109~116.*
9. Lumb, P., "Safety Factors and the Probability Distribution of Soil Strength", *Canadian Geotechnical Journal, 7, No. 3, pp. 225~242.*
10. Lumb, P., "The Variability of Natural Soils", *Canada Geotechnical Journal, 3, No. 2, pp. 74~97.*
11. Matsuo, M., and Kuroda, K., "Probabilistic Approach to Design of Embankment," *Soils and Foundations, Vol. 14, No. 2, June, 1974, pp. 1~17.*
12. Meyerhof, G.G., "Safety Factor in Soil Mechanics", *Canadian Geotechnical Journal, 7, No. 4, pp. 349~354.*
13. Shannon, R.E., "Systems Simulation, The Art and Science", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1975.
14. Tang, W.H., Yucemen, M.S., and Ang, A.H.S., "Probability Based Short Term Design of Soil Slopes" *Canadian Geotechnical Journal, 13, pp. 201~214.*
15. Vanmarke, E.H., "On the Reliability of Earth Slopes", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 103, No. GT11, November, 1977, pp. 1247~1265.*
16. Vanmarke, E.H., "Probability Modelling of Soil Profiles", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 103, No. GT11, November, 1977, pp. 1227~1246.*
17. Verne McGuffey, Dimitri Griyas, and Zenon Kyfor, "Conventional and Probabilistic Embankment Design", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 108, No. GT 10, October, 1982.*
18. Wu, T.H., and Kraft, L.M., "Safety Analysis



- of Slopes", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 96, No. SM2*, March, 1970, pp. 609~630.
19. Wu, T.H., "Uncertainty, Safety, and Decision in Soil Engineering", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 100, No. GT3*, March, 1974, pp. 348~392.
20. 金泳壽, "斜面的 三次元 破壞確率에 관한 研究"大韓土木學會論文集, 제 3 권 제 3 호, 1983, 9, pp. 95~106. (接受: 1984. 8. 3)