產業技術硏究(江原大學校 產業技術硏究所 論文集) 第4輯(1984)
Res. Report, The Inst. of Industrial Technology, Kangweon Nat. Univ., Korea, Vol. 4

不良갯수의 分布에 대한 檢査過誤의 영향

李 鍾 盛*·安 世 熙**

The Appropriate Distribution of the Number of Observed Defects When Inspector Errors are Present

Lee Jong-Seong* · Ahn Se-Hee**

Abstract

This paper presents a proof that b(r;n, ppd) is the appropriate distribution of the number of observed defects when inspector errors are present. And the effect of inspector errors on the probability of type 1 and type 2 errors is discussed.

Ⅰ. 序 論

일반적으로 품질검사에서 어떤 제품을 合格시킬 것인가 不合格시킬 것인가의 결정은 檢査者 개인의 판단에 의하게된다. 그러나 판단의 착오나 측정의 誤差등―즉, 檢査過誤은 항상 존재하게 된다. 따라서 정확한 檢査方式의 설계나 판별능력의 평가를 위해서는 檢査過誤의 영향을 고려하여야 할 것이다.

Beainy와 Case [1]는 計數型 1回 및 2回 샘플링 檢査에 대해서 AOQ 및 ATI에 대한 檢査過誤의 영향을 연구하였으며, Biegel[2]은 샘플링 檢査에서 檢査過誤를 범할 확률은 로트의 不良率과 線型관계에 있을 것이라는 가정 아래 計數形 1回 샘플링 檢査의 AOQ 및 ATI의 변화를 연구하였다.

本 연구에서는 샘플링 檢査에서 檢査過誤의 영향을 정확히 평가하기 위해서 檢査過誤가 발생할 경우 외관상에 나타나는 不良갯수의 확률分布의 변화를 연구하여 결과적으로 b(r ; n, ppd)의 分布에 따름을 증명하였다. 또한 n이 클때(20 이상)에는 이항분포의 確率 계산이 쉽지 않으므로 제1종 過誤와 제2종 過誤를 범할 確率을 계산하는 포아송 分布 개산식을 유도하였다. 여기서 p는 검사로트의 不良率의 참값이며 pd는 檢査過誤의 영향으로 외관상에 나타나는 不良率이다.

Ⅱ. b(r : n, ppd)의 증명 및 槪算式의 유도

標本의 크기를 n 檢査로트의 不良率의 참값을 P라하고, 檢査過誤로 인해 외관상에 나타나는 不良率을 Pd, 이때에 실제로 관측되는 不良갯수를 n_o라고 한다면

* 工科大學 產業工學科 助敎授
** 工科大學 產業工學科 副敎授
* Assistant Professor, Dept. of Industrial Engineering, Kangweon National University
** Associate Professor, Dept. of Industrial Engineering, Kangweon National University

$$P(n_e=k)=\sum_{\ell=k}^{n}\text{Prob.}$$ [k개의 不良品을 발견/로트내에 ℓ개의 不良品 존재]

$$=\sum_{\ell=k}^{n}\begin{bmatrix} n \\ \ell \end{bmatrix} P^{\ell}(1-P)^{n-\ell}\begin{bmatrix} \ell \\ k \end{bmatrix} Pd^{k}(1-Pd)^{\ell-k}$$

$$=\sum_{\ell=k}^{n}\{n!/\ell!(n-\ell)!\}\cdot\{\ell!/[k!(\ell-k)!]\}$$
$$P^{\ell}Pd_{k}(1-P)^{n-\ell}(1-Pd)^{\ell-k}$$

$$=\{n!/[k!(n-k)!]\}(PPd)^{K}(1-PPd)^{n-k}\sum_{\ell=K}^{n}$$
$$\{(n-k)!/[(n-\ell)!(\ell-k)!]\}\cdot P^{\ell-k}$$
$$\{(1-P)^{n-\ell}(1-Pd)^{\ell-k}/(1-Pd)^{n-k}\}$$

여기서 $\Upsilon=l-k$ 라 놓으면

$$P(n_o=k)=b(k;n,PPd)\cdot\sum_{r=0}^{n-k}\begin{bmatrix} n-k \\ r \end{bmatrix} P^{r}$$
$$(1-P)^{n-k-r}(1-Pd)^{\ell-k}/(1-PPd)^{n-k}$$
$$=b(k;n,PPd)\cdot\sum_{r=0}^{n-k}\begin{bmatrix} n-k \\ r \end{bmatrix}$$
$$\{P(1-Pd)/(1-PPd)\}^{r}\cdot$$
$$\{(1-P)^{n-k-r}/(1-PPd)^{n-k-r}\}$$

$$(1-P)/(1-PPd)=1-\{P(1-Pd)/(1-PPd)\}$$

이므로

$$P(n_o=k)=b(k;n,PPd)\cdot\sum_{r=0}^{n-k}\begin{bmatrix} n-k \\ r \end{bmatrix}$$
$$\{P(1-Pd)/(1-PPd)\}^{r}\cdot$$
$$\{1-[P(1-P)/(1-PPd)]\}^{n-k-r}$$
$$=b(k;n,PPd)$$

로 된다.

한편 n이 20 이상으로 클 경우 이항분포의 確率계산은 쉽지않다. 실제로 샘플링檢査에서 n이 20보다 큰 경우가 많으며 이때에는 보통 概算式을 이용하게 된다. 제1종 過誤 및 제2종 過誤를 범할 確率을 계산하는 포아송分布 概算式을 구하면 다음과 같다.

標本의 크기가 n일때 제1종 過誤를 범할 確率은

$$\alpha=P\{x\geq c_a/n\}$$

여기서 c_a는 不合格判定個數이다. 포아송 分布를 사용할 경우 $\lambda=np_1$이 되며 $P(x,\lambda)=(e^{-\lambda}\lambda^{x})/x!$ 이다.

만약 檢査過誤가 존재한다면 $\lambda=np_1Pd$이므로 제1종 過誤를 범할 실제의 確率은

$$\alpha_r=P(x\geq c_a/n,\lambda=np_1Pd)$$
$$=\sum_{x=C^*}^{\infty}\{[(np_1Pd)^{x}\ e^{-nP1Pd}]/x!\}$$

여기서 $c_a=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n$이어야 하므로

$$\alpha_r=\alpha+\sum_{x=0}^{C_a-1}\{[(np_1)^{x}/x!\}e^{-nP1}\cdot$$
$$(1-Pde^{-nP1(1-Pd)})\} \qquad (1)$$

가 된다. 여기서 α는 檢査過誤가 존재하지 않을 때의 確率로서

$$\alpha=1-\sum_{x=0}^{C_a-1}\{[(np_1)^{x}\cdot e^{-nP1}]/x!\}$$ 이다.

마찬가지로 하여 檢査過誤가 존재할 때의 제2종 過誤를 범할 確率은

$$\beta_r=P\{x<c_a/\lambda=np_2Pd\}$$
$$=\sum_{x=0}^{C_a-1}\{[(np_2Pp)^{x}\ e^{-nP2Pd}]x!\}$$
$$=\beta+\sum_{x=0}^{C_a-1}\{[np_2)^{x}/x!]e^{-nP2}\cdot$$
$$(1-Pd^{x}e^{-nP2(1-Pd)})\} \qquad (2)$$

가 된다. 여기에서도 β는 檢査過誤가 존재하지 않을 때의 確率로서

$$\beta=\sum_{x=0}^{C_a-1}\{[(np_2)^{x}\ e^{-nP2}]/x!\}$$ 이다.

計數形 1回 샘플링檢査에서 檢査過誤를 가정하여 式 (1), (2)를 사용하여 제1종 過誤 및 제2종 過誤를 범할 確率을 계산하여 본 결과 다음과 같다.

Table 1. Comparison of α_r with α and β_r with β at Various Values of Pd for Three Tests

n	C_a	P_1	P_2	α	β	α_r	β_r	Pd
65	4	0.03	0.10	0.143	0.112	0.018	0.591	0.5
65	4	0.03	0.10	0.143	0.112	0.074	0.238	0.8
65	4	0.03	0.10	0.143	0.112	0.103	0.155	0.9
180	10	0.03	0.08	0.048	0.101	0.001	0.814	0.5
180	10	0.03	0.08	0.048	0.101	0.013	0.295	0.8
180	10	0.03	0.08	0.048	0.101	0.026	0.175	0.9
70	3	0.01	0.08	0.03	0.10	0.005	0.498	0.5
70	3	0.01	0.08	0.03	0.10	0.017	0.20	0.8
70	3	0.01	0.08	0.03	0.10	0.023	0.14	0.9

여기서 P_1, P_2, α, β는 임의로 선택하여 각각 0.03, 0.08, 0.048, 0.101로 하였다. Pd가 0.8 일때 βr는 대략 β의 2.5배정도 α_r는 α의 0.3배정도 된다.

Ⅲ. 結 論

檢査過誤가 존재할 경우 不良갯수의 分布는 $b(x;n,P)$에서 $b(x;n,PPd)$로 됨이 분명히 증명되었다. 그리고 不良率 P가 $1/(1+Pd)$보다 작을 경우 $b(x;n,PPd)$의 평균과 분산은 $b(x;n,P)$보다 작다.

$H_o: P=P_o$, $H_1: P<P_o$의 檢定에서 모든 $0\leq x\leq n$에서 $B(x;n,PPd)\geq B(x;n,P)$가 된다. Pd가 감소 함에 따라 분산과 평균치는 감소하므로 $B(x;n,P)$와 $B(x;n,PPd)$의 차이는 Pd가 작아짐에 따라 증가한다.

References

1. Beainy, I. and Case, K. E., "A wide Variety of AOQ and ATI Performance Measures with and without Inspection Error," Journal of Quality Technology, Vol. 13, No. 1, pp. 1—9(1981)
2. Biegel, J. E., "Inspector Errors and Sampling Plans," AIIE Transaction, Vol. 6, No. 4, pp. 284—287(1974)
3. Case, K. E., Bennett, G. K., and Schmidt, J. W., "The Dodge CSP-1 Continuous Sampling Plan under Inspection Error," AIIE Transaction, Vol. 5, No. 3, pp. 193—202(1973)
4. Duncan, A. T., Quality Control and Industrial Statistics, 4th ed., Irwin, Homewood, Illinois, pp. 156—175(1974)
5. Schilling, E. G., Acceptance Sampling in Quality Control, Dekker, New York, pp. 564—589 (1982)