試驗 測定값의 處理方法

許 東 燮

1. 序 論

通常的인 試驗 또는 實驗에서는 이미 規定된 順序를 嚴格하게 지켜 나감으로써 1個 또는 그 以上 여러 個의 測定結果가 얻어진다. 이들 測定값은 性質上 連續的인 값*이거나 離散的인 값**중의 하나이다. 또 이들은 어떤 精巧한 機器를 使用하여 細心한 注意下에 規定된 順序를 正確히 實行하여 求하여도, 몇번이라도 測定을 反復하면 어떤 特定한 값의 周圍에 흐트러져 變動되는 것이 普通이다. 이와같은 主原因은 測定上의 精度의 有限性과 測定對象의 本質的인 確率統計的 性格에 따른 것이라고 할 수 있다.

이와같이 測定값은 結果的으로 實驗의 Sample 空間을 構成하고, 特定한 分布函數에 따라 分布된다. 따라서 어떠한 方法으로 이 分布函數를 알게 되면 測定結果의 가장 正確한 값이나 信賴性을 評價할 수 있게 된다. 여기서는 이러한 側面에서 試驗 또는 實驗에서 얻은 測定값의 處理方法에 대하여 說明한다.

2. 測定값을 求할 때

2.1 測定값의 基本性質

2.1.1 誤差 測定값의 變動은 測定값과 참값(眞値)과의 差로 因한 것으로 誤差에는 內容에 따라 表 1과 같이 分類된다.

表 1. 誤差의 分類

誤差	偶然誤差	
	系統的誤差	器機的誤差
		個人誤差
		理論的誤差

偶然誤差는 그 發生되는 原因을 全혀 알 수 없게 일어나는데 對하여 系統誤差는 測定器機의 不整에 따른 器機的誤差, 觀測者 自身의 一定한 癖이나 習性 등에 따른 個人誤差, 試驗 또는 實驗條件이 不充分한 때의 規定이나 設定에 따른 理論誤差의 3가지로 分類된다. 前者인 偶然誤差는 同一한 測定을 몇번을 되풀이(反復)함으로써 그 크기의 推定(Estimation)이 可能하며, 참값(眞値)에 가까운 測定結果를 求할 수 있다. 後者인 系統誤差는 一般的으로 發生原因을 追求할 수 있어서 明確하게 하면 除去할 수 있다.

2.1.2 測定精度 測定의 形態에는 直接測定과 間接測定의 2가지가 있다. 前者는 對象을 測定하여 이를 直接結果로 하는데 對하여 後者는 對象과 關係가 있는 몇가지 量을 測定하고, 이것으로부터 計算하여 結果를 알아내는 것이다. 測定精度는 形態에 따라 다르지만 誤差의 大小만으로 論議한다는 것은 不充分하다.

直接測定에서는 참값 X와 測定값 x와의 差

* 計量値라고도 하며, 成分, 性能, 引張强度, 伸長率 등을 나타내는 값과 같은 것을 말함〔3. 3. 2의 i(正規分布) 등 參照〕.

** 計數値라고도 하며, 不良個數, 不良率, 缺點數, 흠의 數 등을 나타내는 값과 같이 1, 2, 3……과 같이 셀수 있는 값을 말함〔3. 3. 1의 i(二項分布) 등 參照〕.

δX, 即 絕對誤差를 참값으로 나눈

$$\varepsilon=\delta X/X \quad \cdots\cdots(1)$$

를 相對誤差라 定義하고, 測定精度를 나타낸다. 그러나 X는 直接測定되지 않으므로 δX는 x에 比하여 絕對値가 작기 때문에

$$\varepsilon=\delta X/X=\delta X/(x\pm\delta X)=\frac{\delta X}{x}\Big/\left(1\pm\frac{\delta X}{x}\right)$$
$$=\frac{\delta X}{x}\left(1\mp\frac{\delta X}{x}\mp\frac{\delta X^2}{x}\mp\cdots\cdots\right)\doteqdot\frac{\delta X}{x} \quad \cdots\cdots(2)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 이에 따라 直接測定에서의 測定精度는 測定器機에서 읽어낼 수 있는 눈금의 最少單位 δX와 測定量의 크기에 支配되는 것을 알 수 있다.

間接測定은 求하려는 量 Y와 直接測定되는 量 X_1, X_2, X_3, …… 사이에

$$Y=f(X_1,\ X_2,\ X_3,\ \cdots\cdots) \quad \cdots\cdots(3)$$

의 關係가 있는 境遇이다. 윗 式의 全微分을 計算하여

$$\delta Y=\frac{\partial f}{\partial X_1}\delta X_1+\frac{\partial f}{\partial X_2}\delta X_2+\frac{\partial f}{\partial X_3}\delta X_3+\cdots \quad \cdots\cdots(4)$$

를 얻는다. 따라서 ε는

$$\varepsilon=\delta Y/Y=\frac{\partial f}{\partial X_1}\ \frac{\delta X_1}{Y}+\frac{\partial f}{\partial X_2}\ \frac{\delta X_2}{Y}+\frac{\partial f}{\partial X_3}\ \frac{\delta X_3}{Y}+\cdots\cdots \quad \cdots\cdots(5)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 또 y를 Y의 間接測定값이라 하면 測定精度의 近似式으로

$$\varepsilon\doteqdot\delta Y/y=\frac{\partial f}{\partial X_1}\ \frac{\delta X_1}{y}+\frac{\partial f}{\partial X_2}\ \frac{\delta X_2}{y}+\frac{\partial f}{\partial X_3}\ \frac{\delta X_3}{y}+\cdots\cdots \quad \cdots\cdots(6)$$

을 얻는다.

例로 고무製品의 壓縮永久줄음率의 測定精度를 檢討해 보자.

壓縮永久줄음率(%)은 다음의 式 (7)로 求할 수 있다.[1]

$$C=\{(t_0-t_1)/(t_0-t_2\}\times 100 \quad \cdots\cdots(7)$$

여기에서

C : 壓縮永久줄음率(%)

t_0 : 試驗片의 原 두께(mm)

t_1 : 壓縮裝置에서 꺼낸 30分後의 시험편의 두께(mm)

t_2 : 스페이서의 두께(mm)

이다.

지금 C(%)를 5%의 精度로 測定하고자 할 때 t_0, t_1, t_2를 各各 어느 程度의 精度로 測定하여야 하는가를 檢討하자.

다만 $t_0=12.70$mm, $t_1=11.90$mm, $t_2=9.52$mm라 하자($C=25\%$ 程度)

이 때 式 (7)의 兩邊에 自然對數를 取하여 t_0, t_1, t_2를 各各 變數로 보아 微分하면

$$\frac{\delta[C]}{[C]}=\frac{(t_1-t_2)}{(t_0-t_1)(t_0-t_2)}\delta t_0-\frac{\delta t_1}{t_0-t_1}+\frac{\delta t_2}{t_0-t_2} \quad \cdots\cdots(8)$$

을 얻는다. $\delta[C]/[C]$의 測定精度가 5%이기 때문에

$$|(t_1-t_2)\delta t_0/\{(t_0-t_1)(t_0-t_2)\}|<\frac{5}{100},$$
$$\left|\frac{\delta t_1}{t_0-t_1}\right|<\frac{5}{100},$$
$$\left|\frac{\delta t_2}{t_0-t_2}\right|<\frac{5}{100}$$

로 놓고, $t_0=12.70$mm, $t_1=11.90$mm, $t_2=9.52$mm라 하면

$$\delta t_0<0.06\text{mm},\ \delta t_1<0.04\text{mm},\ \delta t_2<0.16\text{mm}$$

가 된다. 이를 爲하여 測定은 一般的으로 0.01mm까지 읽어낼 수 있는 다이얼 게이지(Dial gage)로 充分하지만 試驗片의 試驗前後의 두께의 測定은 0.04~0.06mm까지 判讀하지 않으면 안된다.

一般的으로 試驗規格이나 試驗方法으로는 이러한 問題의 檢討가 끝난 境遇가 많고, 測定方法도 合理的으로 規定되어 있다. 그러므로 새로운 現象을 解明하기 爲하여 出發點이 되는 데이터(data) 解析을 할 境遇 測定精度의 問題가 重要한 것이라는 點은 말할 必要도 없다.

2.2 測定값의 表示

2.2.1 有効數字 測定可能한 最少單位까지 읽어

서 얻은 測定값의 數値를 有效數字라 하고, 그 자리數를 有效數字의 자리數라 한다. 이들은 測定結果의 最終的 表示라든가 測定값 間의 計算에 있어서는 그 取扱이 重要한 것이다.

2.2.2 測定結果의 表示 測定結果의 表示에는 有效數字와 그 자리數를 考慮하지 않으면 안된다.

$$例\ \underbrace{|220|}_{\text{有效數字}}\ 0\ \underbrace{\mathrm{KHz}}_{\text{組立單位}} = \underbrace{2.20}_{\text{有效數字}} \times \underbrace{10^6}_{\text{10의 멱수 表示}}\ \mathrm{Hz} = \underbrace{2.20}_{\text{有效數字}}\ \underbrace{\mathrm{M}}_{\text{接頭語}}\ \underbrace{\mathrm{Hz}}_{\text{組立單位}}$$

위의 例에서 2,200KHz의 有效數字를 머리부터 3자리라고 하면 이 3자리 部分이 0.1~1,000 사이에 들어갈 수 있는 數値를 골라 이것에 10의 멱수값을 곱하여 나타낸다.

KS A 0105-80「國際單位系(*SI*) 및 그 使用法」[2]에 따르면 이 境遇의 單位로 組立單位 Hz를 쓰면 10의 멱數 表示나 接頭語를 써서 나타내도록 規定되어 있다(고무 學會法 Vol. 19 No. 3 p. 참조).

2.2.3 測定값 間의 數値計算 有效數字의 問題는 測定값 間의 數値計算에 重要하다.

必要以上의 자리數로 測定한 값은 높은 精度가 期待되지 않거나 測定精度가 不明確하게 된다. 달리 말하면 有效數字 자리數를 마음대로 削除하는 것은 實驗精度를 떨어뜨리는 結果가 된다.

一般的으로 有效數字 자리數는 數値計算을 해가면서 減小시키는 것이다. 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈에서 有效數字의 取扱方法은 다음과 같다,

(1) 덧셈과 뺄셈의 境遇 : 測定값의 有效數字의 맨나중 자리보다 그 以下의 數値 計算은 意味가 없다.

(2) 곱셈과 나눗셈의 境遇 : 두 個의 測定값 間의 곱셈 및 나눗셈에서 有效數字의 자리數가 다를 때 計算結果의 자리數는 最初 두 個의 數値中 有效數字의 자리數가 작은 쪽을 기준하여 決定한다.

따라서 最終結果의 有效數字 자리數는 各 測定값의 자리數를 考慮하여 決定하여야 한다.[3]

3. 測定結果의 評價

測定對象의 性格에 따라 測定값은 여러가지 分布函數에 따라 統計變動이 일어나지만 大部分의 境遇 分布函數가 正規分布일 때가 많다.

따라서 一般的인 測定값을 求하는 方法과 그 信賴性 評價方法은 正規分布를 前提로 한다.

이 方法의 詳細한 것은 KS A 3251-77「測定値의 處理方法」[4]에 規定되어 있으므로 여기서는 簡單하게 要約하여 說明한다.

3.1 度數分布

어떤 測定對象의 참값(眞値)을 X라 하고, 系統誤差를 排除한 다음 n回 되풀이(反復)하여 直接 測定하여 x_1, x_2, x_3, ……, x_n을 얻었다고 하자.

데이터를 要約할 때 먼저 그 集團的인 性質을 把握할 必要가 있다.

이 境遇 度數分布圖(測定값 x_i *VS.* 度數 f_i의 分布)를 作成하는 것이 效果가 있다.

이 結果로부터

(i) 測定값 分布의 中心的傾向

(ii) 分布의 幅의 程度

(iii) 分布의 비뚤어(歪曲)진 程度

(iv) 分布의 뾰족(尖度)한 程度

등 統計量의 槪要를 알 수 있다.

이에 따라 測定값들의 代表値, 信賴性의 대강(槪要)을 알아낼 수 있게 된다.

3.2 統計量의 計算

(1) 測定값 分布의 中心的인 傾向에 對한 尺度

代表値分布의 모양에 따라 算術平均値, 中位數(median), 最確値(mode)中의 한 가지를 利用한다.

$$算術平均値\ \bar{x}=\sum_{i=1}^{n}x_i \Big| \sum_{i=1}^{n}f_i=\sum_{i=1}^{n}x_i \Big| n \cdots\cdots(9)$$

(2) 測定値分布의 모양에 對한 尺度

代表値의 信賴性

偏差平方合 $S=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$ ....(10)

分散 $V=S/(n-1)$ ....(11)

標準偏差 $S=\sqrt{S/(n-1)}=\sqrt{V}$.........(12)

이들의 尺度는 0 또는 +값을 取하고, 數値가 클수록 測定값의 모양은 크다는 것을 나타낸다.

(3) 測定값 分布의 性質을 나타내는 尺度

代表値의 信賴性

原點 周圍의 l次모멘트(moment)

$$\mu'_l=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^{l}f_i \qquad \cdots\cdots(13)$$

平均値 周圍의 l次모멘트

$$\mu_l=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^l f_i \qquad \cdots\cdots(14)$$

이들은 測定값 分布의 左右對稱, 歪(曲)度, 尖度 등의 性質을 나타내는데 利用된다.

3.3 分布函數

測定값을 要約하는데 있어서 前述한 統計量의 尺度로서의 役割을 測定값은 性質이나 그 統計의 움직임(變動)에 따라 약간 달라지게 된다.

例를들면 切斷物理的 性質과 같이 限界的인 性質을 나타내는 物理量測定量은 正規分布보다는 特殊한 分布函數에 따르는 것이 一般的으로서 그 測定의 代表値로서는 算術平均값 보다 最確値쪽이 좀더 正確하게 된다.

例를들면 KS M 6518에서와 같이 引張强度, 伸張率 測定값의 代表値를 求하는 方法이 最確値를 求하는 것과 같이 加重平均을 取하고 있다.

다음에 代表的인 分布와 代表値와의 關係를 보자.

3.3.1 離散分布

i. 二項分布

어떤 事象 A가 일어날 確率이 1回의 試行으로 p일 때 이 試行을 獨立的으로 n回 되풀이(反復)할 境遇에 事象 A가 나타날 回數를 $X(x=0, 1, 2, \cdots\cdots, n)$라 하면 $X=n$일 確率은;

$$P(x)=\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}=\frac{n!}{x!(n-x)!}p^x(1-p)^{n-x} \qquad \cdots\cdots(15)$$

이고, 平均値, 標準偏差는 各各

平均値 $E(x)=np$, ...(16)

標準偏差 $D(x)=\sqrt{np(1-p)}$ ....(17)

이다.

ii. 포아송分布

確率變數 X가 $0, 1, 2, \cdots\cdots$와 같은 값을 取하고, $X=x$일 確率이

$$P(x)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!} \qquad \cdots\cdots(18)$$

로 나타낼 수 있을 때 平均値, 標準偏差는 各各

平均値 $E(x)=\lambda$, ...(19)

標準偏差 $D(x)=\sqrt{n}$ ....(20)

이다.

3.3.2 連續分布

i. 正規分布(Gauss 分布)

確率變數 X의 密度函數 $f(x)$가

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right\} \qquad \cdots\cdots(21)$$

일 때 平均値, 標準偏差는 各各

平均値 $E(x)=\bar{x}$, ...(22)

標準偏差 $D(x)=\delta$ ....(23)

이다.

ii. 指數分布

確率密度函數 $f(x)=\lambda\exp(-\lambda x)$, ...(24)

平均値 $E(x)=1/\lambda$, ...(25)

標準偏差 $D(x)=1/\lambda$ ....(26)

iii. 감마(Gamma)分布

確率密度函數

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^\alpha}{\alpha!\,\beta^\alpha+\beta^{\alpha+1}}\exp(-x/\beta), & (x>0)\\ 0. & (x\leqq 0)\end{cases} \qquad \cdots(27)$$

平均値 $E(x)=\beta(\alpha+1)$,

標準偏差 $D(x)=\beta\sqrt{x+1}$

4. 測定結果의 處理方法

4.1 直接 測定인 境遇

測定値의 代表値(測定値 x_i가 참값(眞値) X에 가장 가까운 값을 나타낼 때)로서 一般的으로 算術平均値 $\bar{x}=\sum_{i=1}^{n}x_i/n$을 얻을 수 있다.

또 하나 하나의 測定値誤差 δX_1, $\delta X_2, \cdots \delta X_n$은 $\delta X_1=X_1-$, $\delta X_2=x_2-X, \cdots\cdots \delta X_n=x_n-X$로 이들 誤差의 제곱합의 平均値 $\mu_2'^2=\sum_{i=1}^{n}\delta X_i^2/n$의 平方根 μ'_2을 平均平方誤差라 하고, 測定値에 대한 信頼性의 指標로 삼는다.

即 μ'_2이 적을수록 測定誤差는 적어지고, 測定値의 信頼性이 높다고 생각하게 된다.

그러나 참값 X를 實際로는 알지 못하므로 참값 X代身에 算術平均値 $\bar{x}$, 誤差 δX_1, $\delta X_2, \cdots\cdots$, δX_n 代身으로 殘差 ε_1, $\varepsilon_2, \cdots\cdots$, ε_n을 利用하고, $\varepsilon_1=x_1-\bar{x}$, $\varepsilon_2=x_2-\bar{x}$, $\varepsilon_n=x_n-\bar{x}$라 한다.

이 境遇 ε_1, $\varepsilon_2, \cdots\cdots$, ε_n이 正規分布에 따른다는 前提下에 平均平方誤差는 $\mu_2^2=\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2/(n-1)$의 平方根으로 表示할 수 있다.

μ_2는 各 測定値의 信頼性을 나타내는 平均平方殘差로서 n個의 測定値의 算術平均値 $\bar{x}$는 信頼性이 個個의 測定値보다 n倍 높으므로 平均平方誤差 μ는 最終的으로는

$$\mu^2=\mu_2^2/n=\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2/\{n(n-1)\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (28)$$

과 같이 表示된다.

以上과 같이 하여 測定結果는

$$\bar{x}\pm\bar{\mu} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (29)$$

와 같이 나타낸다.

一般的으로 μ의 有効數字는 2자리까지 쓰는 것이 習慣으로 되어 있다.

4.2 間接 測定인 境遇

最終測定値가 $Y=f(X_1, X_2, \cdots\cdots, X_n)$과 같이 X_1의 測定値 x_{11}, $x_{12}, \cdots\cdots x_{1n}$, X_2의 測定値 x_{21}, $x_{22}, \cdots\cdots$, $x_{2n}, \cdots\cdots$, X_n의 測定値 x_{n1}, $x_{n2}, \cdots\cdots x_{nn}$에 따라 求해지는 境遇 Y의 가장 가까운 값 $\bar{Y}$는 다음과 같이 求할 수 있다.

X_1, $X_2, \cdots\cdots X_n$의 測定値의 平均値를 各各 $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2, \cdots\cdots \bar{x}_n$이라 하면 $\bar{Y}$는

$$\bar{Y}=f(\bar{x}_1,\ \bar{x}_2, \cdots\cdots,\ \bar{x}_n) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (30)$$

이다. 또 이것의 信頼性을 나타내는 平均平方誤差 μ'은

$$\mu'^2=\left(\frac{\partial Y}{\partial X_1}\right)\mu' X_1^2+\left(\frac{\partial Y}{\partial X_2}\right)\mu' X_2{}^2+\cdots\cdots +\left(\frac{\partial Y}{\partial X_n}\right)\mu' X_n^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (31)$$

이 된다,

여기서 $\mu' X_1$, $\mu' X_2, \cdots\cdots \mu' X_n$은 各各 4.1에서 보인 것과 같이 平均平方誤差이다.

式 (31)은 **分散 加成性의 法則**이라 한다.

測定結果의 表示는 4.1과 같이

$$Y\pm\bar{\mu} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (32)$$

와 같이 쓸 수 있다.

4.3 回歸分析—最小自乘法

直接測定과 間接測定과의 兩쪽의 境遇를 包含한 測定値의 處理方法으로서는 回歸分析法이 있다.

測定할 量 X_1, $X_2 \cdots\cdots$, Y가 있고, 이들 사이에는

$$Y=f(X_1,\ X_2, \cdots\cdots\ A, B, \cdots\cdots) \cdots\cdots\cdots (33)$$

의 關係가 있을 때 n個의 測定値의 組合(X_1, $X_2, \cdots\cdots$, Y) 即 (x_{11}, $x_{21}, \cdots\cdots y_1$), (x_{12}, $x_{22}, \cdots\cdots y_2$), $\cdots\cdots$, (x_{1n}, $x_{2n}, \cdots\cdots$, y_n)에 대하여 $A, B, \cdots$의 가장 確實한 값을 求하는 方法으로 最小自乘法이 있다.

勿論 여기서 n은 推定하려는 $A, B, \cdots\cdots$의 數보다 크지 않으면 안된다.

이 境遇 測定値의 組合을 式 (33)에 代入하면

$$\left.\begin{array}{l} y_1-f(x_{11},\ x_{21}, \cdots\cdots,\ A, B, \cdots\cdots)=\varepsilon_1 \\ y_2-f(x_{21},\ x_{22}, \cdots\cdots,\ A, B, \cdots\cdots)=\varepsilon_2 \\ \vdots \\ y_n-f(x_{1n},\ x_{2n}, \cdots\cdots,\ A, B, \cdots\cdots)=\varepsilon_n \end{array}\right\} \cdots (34)$$

를 얻을 수 있다.

여기서 ε_1, ε_2, ……, ε_n은 各 測定値의 組合에 따른 誤差이다.

誤差의 제곱合 S는

$$S=\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2=\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2+\cdots\cdots+\varepsilon_n^2$$

으로 S를 最小로 하는 $A,B,\cdots\cdots$는

$$\frac{\partial S}{\partial A}=0,\ \frac{\partial S}{\partial B}=0,\cdots\cdots \quad \cdots\cdots(35)$$

로 놓으면 얻을 수 있다.

即 式 (35)는 $A,B,\cdots\cdots$등을 未知數로 하는 n 個의 聯立方程式으로 나타내고, 이를 滿足하는 解를 求하는 것이 된다.

例 加黃溫度 X와 加黃速度 Y와의 사이에

$$Y=A\exp(BX)\cdots\cdots(36)$$

이란 關係式이 成立된다고 하자.

이 때 最小自乘法을 適用하여 A,B를 推定한다.

지금 式 (36)의 兩邊에 自然對數를 取하면

$$\ln Y=\ln A+BX\cdots\cdots(37)$$

을 얻게 된다.

n個의 測定値의 組合$(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$, ……, $(x_n,\ y_n)$을 式 (37)에 代入하여 式 (34)에 對應하는

$$\left.\begin{array}{l}\varepsilon_1=\ln y_1-\ln A-Bx_1\\ \varepsilon_2=\ln y_2-\ln A-Bx_2\\ \vdots\\ \varepsilon_n=\ln y_n-\ln A-Bx_n\end{array}\right\}\cdots\cdots(38)$$

을 얻는다.

따라서

$$S=\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2=\sum_{i=1}^{n}[\ln y_i-\ln A-Bx_i]^2\cdots\cdots(39)$$

이므로

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{\partial S}{\partial A}=2\sum_{i=1}^{n}[\ln y_i-\ln A-Bx_i]\left(=\dfrac{1}{A}\right)=0\\ \dfrac{\partial S}{\partial B}=2\sum_{i=1}^{n}[\ln y_i-\ln A-Bx_i]\quad(-x_i)=0\end{array}\right\}$$

$$\cdots\cdots(40)$$

을 얻는다.

式 (40)을 整理하면

$$\left.\begin{array}{l}\sum_{i=1}^{n}\ln y_i-n\ln A-B\sum_{i=1}^{n}x_i=0\\ \sum_{i=1}^{n}x_i\ln y_i-\ln A\sum_{i=1}^{n}x_i-B\sum_{i=1}^{n}x_i^2=0\end{array}\right\}\cdots(41)$$

$$\cdots\cdots(40)$$

이 된다.

이에 따라 式 (36)의 A,B는 數値로서 表示되고, 任意의 加黃溫度에 對한 加黃速度가 豫測되는 것이다.

參 考 文 獻

1) KS M 6518-81「가황고무의 물리시험방법」, 10. 압축 영구줄음시험.
2) KS A 0105-80「국제단위계(SI) 및 그 사용방법」.
3) KS A 0021-80「수치의 맺음법」.
4) KS A 3251-80「측정치의 처리방법」.