韓國經營科學會誌
第 9 卷 第 2 號
1984年 10月

—研究論文—

交叉分割法을 이용한 二段階流通體系에서의 中間倉庫의 立地選定

Cross Decomposition Applied to the Intermediate Warehouse Location Problem

車 東 完*
鄭 基 豪**
許 元 守***

Abstract

This paper considers the intermediate warehouse location problem in a two stage distribution system where commodities are delivered from the given set of capacitated factories to customers via uncapacitated intermediate warehouses. In order to determine the subset of warehouses to open which minimizes the total distribution costs including the fixed costs associated with opening warehouses, the cross decomposition method for mixed integer programming recently developed by T.J. Van Roy is used. The cross decomposition unifies Benders decomposition and Lagrangean relaxation into a single framework that involves successive solutions to a primal subproblem and a dual subproblem. In our problem model, primal subproblem turns out to be a transshipment problem and dual subproblem turns ont to be an intermediate warehouse location problem with uncapacitated factories.

1. 서 론

本 硏究는 단일 제품이 각 工場들로부터 中間倉庫를 거쳐 消費地에 도착하는 2段階 流通構造 內에서 供給能力에 제한이 없는 中間倉庫의 立地를 선정하는 문제를 다루고자 한다.

우리가 다루고자 하는 問題에서 전제하고 있는 몇가지 가정들은 다음과 같다.

첫째, 취급하는 製品은 모두 單一品目이다.

둘째, 製品計劃期間은 單一計劃期間이다.

셋째, 工場은 이미 설치되어 있어서 각 工場의 기준 생산시설에서 生産하는 製品의 量에는 限界가 있다.

넷째, 설립하려는 中間倉庫들의 製品取扱量에는 실제로 限界가 있으나 각 中間倉庫들이 관할하게 될 消費地들의 수요를 충분히 만족할 수 있다는 전제하에서 供給能力의 限界을 두지 않는다.

다섯째, 消費地의 수요량은 確定的으로 알려져 있으며, 모두 充足되어야 한다.

위와 같은 가정을 갖는 二段階流通構造問題는 우리 주위에서 흔히 볼 수 있는 것으로서, 이러한 가정아래 우리가 풀고자 하는 問題는 中間倉庫를 설립하는데 요구되는 固定消費을 포함한 총 流通費用을 最小化하도록 사전에 주어진 立地가능한 中間倉庫 후보지들 가운데서 실제 설립하려는 中間倉庫를 선택하는 것이다.

이것을 수식화하면 다음과 같은 형태의 문제 (P)가 된다.

$$(P)\quad \min\ z=\sum_i\sum_j\sum_k c_{ijk}x_{ijk}+\sum_i f_i y_j \qquad (1)$$

s.t.

$$\sum_i\sum_j x_{ijk}=1 \quad \text{for all } k\in K \qquad (2)$$

$$x_{ijk}-y_i\leq 0 \quad \text{for all } i\in I,\ j\in J,\ k\in K \qquad (3)$$

$$\sum_j\sum_k d_k x_{ijk}\leq s_i \quad \text{for all } i\in I \qquad (4)$$

$$x_{ijk}\geq 0 \quad \text{for all } i\in I,\ j\in J,\ k\in K \qquad (5)$$

$$y_j\in\{0,\ 1\} \quad \text{for all } j\in J \qquad (6)$$

단, I : 주어진 工場들의 집합

J : 모든 立地가능한 中間倉庫 후보지들의 집합

*韓國科學技術院
**韓國科學技術院
***韓國電氣通信公社

K : 주어진 消費地들의 집합

f_j : 中間倉庫 j 를 설립하는 데 드는 고정비용

s_i : 工場 i 의 최대 生產量

d_k : 消費地 k 의 총 수요량

c_{ijk} : 消費地 k 의 총 수요량을 工場 i 로 부터 中間倉庫 j 를 거쳐 수송할 때 드는 비용

x_{ijk} : 消費地 k 의 총 수요량 中에서 工場 i 로부터 中間倉庫 j 를 통해 수송되는 量의 비율 $(0 \leq x_{ijk} \leq 1)$

실제 응용면에서 二段階流通構造의 형태를 띄는 경우가 많음에도 불구하고 倉庫立地選定問題(Warehouse Location Problem)에 대한 대개의 硏究가 주로 一段階流通構造만을 취급해 왔다. 二段階流通構造에서의 倉庫의 立地選定에 관한 硏究는 Marks 등[10]에 의해 처음 시도된 이래 약간씩 다른 형태의 二段階立地選定問題에 대한 硏究들이 이어져 오고 있다. Elson[3]은 일반적인 혼합정수계획법을 사용했고, Geoffrion과 Graves [6]는 각 消費地는 여러 中間倉庫들 가운데서 한 군데만을 통해 제품을 구입해야 한다는 제약을 첨가시켜 多品種二段階立地選定問題를 Benders分割法을 사용해 풀었다. Ellwein과 Gray[2]는 一段階立地問題를 푸는 해법을 二段階立地問體에 적용할 수 있음을 지적하였고, Kaufman 등 [9]은 Capacity에 대한 제약이 없는 工場과 中間倉庫를 동시에 立地選定하는 문제를 다루었다. 아주 최근에는 Tcha와 Lee[11]가 多段階立地選定問題를 dual-based approach를 적용하여 풀었다.

本 硏究에서는 최근에 T.J. Van Roy[13]가 혼합정수계획문제를 풀기위해 개발한 교차分割法(Cross decomposition)을 사용하여 이 문제를 풀고자 한다.

교차分割法은 Berders分割法과 Lagrangean relaxation을 결합한 것으로 原問題가 Benders分割法의 적용이 용이한 構造와 Lagrangean relaxation의 적용이 용이한 構造를 동시에 갖는 경우, 이 기법을 적용하면 매우 효율적이다. 工場의 生產能力에 대한 제한이 있는 一段階立地選定問題(Capacitated facility location problem)에 Van Roy가 처음으로 교차分割法을 적용하였고[14], Holmberg와 Jörnsten[7]이 확률적 수요를 갖는 수송문제에 또한 이 기법을 적용하였다. 따라서 本 硏究는 우리가 취급한 형태의 문제에 대한 해법을 처음으로 제시했다는 점과 二段階立地選定問題에 교차分割法을 처음으로 적용한다는 점에서 그 의의를 찾을 수 있다.

다음에 나올 2장에서는 교차分割法에 사용될 Benders分割法과 Lagrangean relaxation에 대해서, 3장에서는 교차分割法의 간단한 소개와 本 問題에의 적용, 4장에서는 해법(algorithm)을 제시했고, 5장에서는 15개의 테스트問題에 대한 계산결과를, 끝으로 6장에서는 결론을 제시했다.

2. Benders 分割法과 Lagrangean relaxation

Benders分割法은 原問題의 변수들을 분할하여(예를 들면 $x=(x_1 : x_2)$) 변수들 중 일부인 x_2에 대해서는 값을 고정시키고 나머지 변수들 x_1에 대해서만 문제를 풀고 다시 主問題를 풀어 새로이 x_2의 값을 고정시켜 푸는 과정을 반복해 나가면서 원문제의 最適解를 구하는 기법으로 혼합정수계획문제 등에 많이 이용된다. 이때 x_2를 고정시킨 문제를 副問題라 하는데 이 副問題의 最適解는 원문제의 하나의 實行可能解에 해당하므로 원문제의 最適目的函數값의 上限이 된다. 그리고 主問題의 最適解는 원문제의 下限이 되는데, 副問題와 主問題를 반복하여 풀어가는 과정에서 上限과 下限이 일치하게 될 때 最適解가 구해진다. (단, 원문제가 最小化문제일 경우)

Lagrangean relaxation은 雙對分割法(dual decomposition)의 일종으로 제약식들을 분할하여 다루기 힘든 제약식들을 완화시켜 목적함수에 덧붙인 雙對副問題를 Lagrangean multiplier의 변화에 따라 계속적으로 풀어감으로써 原問題의 下限을 개선시켜 나간다.

2.1 Benders分割法

原問題(P)에서 0-1변수 y의 값을 고정시킨 Benders 副問題를 原副問題(primal subproblem)라 하고 (SP_y)라 표시하면 이(SP_y)는 transshipment problem이 된다.

(SP_y)

$$\min \sum_i \sum_j \sum_k c_{ijk} x_{ijk} + \sum_j f_j y_j \tag{7}$$

s.t.

$$\sum_i \sum_j x_{ijk} = 1 \quad \forall k \tag{8}$$

$$x_{ijk} \leq y_j \quad \forall i, j, k \tag{9}$$

$$\sum_i \sum_j d_k x_{ijk} \leq s_i \quad \forall i \tag{10}$$

$$x_{ijk} \geq 0 \quad \forall i, j, k \tag{11}$$

(SP_y)에 쓰이는 y_j의 값들은 아래 주어진 Bendeis主問題(MP)를 풀어서 구한다.

(MP)

$$\min \rho$$

s.t.

$$\rho \geq \sum_k \lambda_k{}^t - \sum_i \sum_j \sum_k v^t{}_{ijk} y_j - \sum_i s_i u_i{}^t + \sum_j f_j y_j,$$

$t \in T_p \; y_j \in \{0, 1\}, \; \forall j$

단 λ_k^t, v^t_{ijk}, u_i^t는 t 번째 iteration에서 (SP_y)의 (8), (9), (10)에 해당하는 雙對解의 最適값이고, T_p는 현재까지 행해진 iteration들의 index set.

2.2 Lagrangean relaxation

原問題(P)에 대해 제약식 (4)를 Lagrangean relaxation하면 다음과 같은 Lagrangean dual problem(D)를 얻게 된다.

(D)

$$\max_{u_i \ge 0} \left\{ \begin{array}{ll} \text{Min} \sum_i \sum_j \sum_k c_{ijk} x_{ijk} + \sum_j f_j y_j - \sum_i u_i s_i + \sum_i \sum_j \sum_k u_i d_k x_{ijk} & \\ \text{s.t.} & \\ \quad \sum_i \sum_j x_{ijk} = 1 & \forall k \\ \quad x_{ijk} - y_j \le 0 & \forall i, j, k \\ \quad x_{ijk} \ge 0 & \forall i, j, k \\ \quad y_j \in \{0, 1\} & \forall j \end{array} \right.$$

雙對副問題를 (SD_u)라 표시하면 (SD_u)는 다음과 같다.

(SD_u)

$$\min \sum_i \sum_j \sum_k (c_{ijk} + u_i d_k) x_{ijk} + \sum_j f_j y_j - \sum_i u_i s_i + \sum_i \sum_j \sum_k u_i p_k x_{ijk}$$

s.t.

$$\sum_i \sum_j x_{ijk} = 1 \qquad \forall k$$

$$x_{ijk} - y_j \le 0 \qquad \forall i, j, k$$

$$x_{ijk} \ge 0, \; y_j \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, k$$

(SD_u)에 쓰이는 Lagrangean multiplier u_i의 값들은 雙對主問題(MD)에 의해 구해진다.

(MD)

Max δ

s.t

$$\delta \le \sum_i \sum_j \sum_k c_{ijk} x_i{}^t{}_{jk} + \sum_i f_j y_j{}^t - \sum_i u_i s_i + \sum_i \sum_j \sum_k u_i d_k$$

$$x^t{}_{ijk} \; t \in T_d \; u_i \ge 0, \; \forall i$$

단 $x^t{}_{ijk}$, $y_j{}^t$는 t 번째 iteration에서 (SD_u)의 最適解를 나타내고, T_d는 현재까지 행해진 iteration들의 index set.

3. 교차分割法의 適用

이 장에서는 이해를 돕기위해 Van Roy의 교차分割法의 간단한 개요를 알아보고, 교차分割法을 이용하여 우리가 다루고자 하는 문제의 解法을 유도해내는 과정을 알아보기로 한다.

Bender分割法이나 Lagrangean relaxation 등은 풀기 쉬운 副問題와 풀기가 까다로운 主問題를 매번 반복해서 푸는 것인데 반해, 교차分割法은 풀기쉬운 兩副問題(SP_y)와 (SD_u)의 반복만을 주로 하다가 각 副問題의 目的函數값이 개선되지 않을 경우에만 主問題를 풀기 때문에 앞의 分割技法들에 비해 主問題를 푸는 횟수가 그렇게 빈번하지 않다는게 큰 장점이다.

교차分割法에서 兩 副問題가 어떻게 동시에 사용되는가를 살펴보기 전에 약간의 기호에 대한 정의를 한다.

$v(\cdot)$: 문제 $(\cdot)$의 最的目的函數값

T_u : (SP_y)의 雙對問題의 實行可能영역에서 u의 값을 고정시켰을 때 얻어지는 實行可能영역에서의 extreme point(λ^t, v^t, u)들의 index set

T_y : (SD_u)의 實行可能영역에서 y의 값을 고정시켰을 때 새로이 얻어지는 實行可能영역에서의 extreme point(x^t, y)들의 index set

(MP_u) : $t \in T_p$ 대신에 $t \in T_u$로 한 Benders 主問題

(MD_y) : $t \in T_d$ 대신에 $t \in T_y$로 한 雙對主問題

교차分割法에서 Benders分割法과 Lagrangean relaxation의 결합을 가능케 한 것이 equivalence 개념인데, Van Roy는 이 개념을 이용하여 (MP_u)와 (SD_u)가 변수 y에 관해 equivalent하며 $v(MP_u) = v(SD_u)$이고, (MD_y)와 (SP_y)가 변수 u에 관해 equivalent하여 $v(MD_y) = v(SP_y)$임을 증명했다. $v(P)$, $v(SP_y)$, $v(MP_u)$, $v(D)$, $v(SD_u)$, $v(MD_y)$의 관계를 그림으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{array}{l|l} & - \\ & -v(SP_y) = v(MD_y) \\ \text{duality} \left\{ \right. & -v(P) \\ \text{gap} & -v(D) \\ & -v(SD_u) = v(MP_u) \\ & - \end{array}$$

이러한 사실을 이용하여 副問題 (SP_y)와 (SD_u)는 서로 상대의 완화된 主問題 역할을 하며 반복적으로 (SP_y)와 (SD_u)를 풀어나감으로써 (P)의 上限과 下限을 개선시켜 나간다. [13]

3.1 교차分割法의 개요

우리가 풀고자 하는 二段階立地選定問題에 교차分割法을 적용하면 原副問題(SP_y)는 일반적인 Transshipment 문제가 되고, 雙對副問題(SD_u)는 工場의 生産能力에 대한 제한이 없는 中間倉庫立地選定問題가 된다. 보통 Benders分割法이나 Lagrangean relaxation에서 副問題는 쉽게 다룰 수 있는 반면 主問題는 쉽게 해를 구하지 못하는 어려움이 있다. 따라서 교차 分割法은 앞에서 말한 equivalence 개념에 의해 原副問題(SP_y)가 (SD_u)의 완화된 主問題 역할을 하여 (SD_u)에 필요

한 u_i들의 값을 제공하고, (SD_u)는 (SP_y)의 완화된 主問題 역할을 하여 (SP_y)에 필요한 y_j의 값을 제공하면서 (SP_y)는 $v(P)$의 上限을 개선시켜 나가고, (SD_u)는 $v(P)$의 下限을 개선시켜 나간다. 이와같은 兩 副問題의 반복과정에서 上限 또는 下限을 개선시키지 못하는 경우가 생기는 데 이 때는 主問題를 풀게 된다. 따라서 이전의 두 分割法에 비해 主問題를 푸는 횟수가 적으므로 훨씬 효율적이다.

副問題를 풀었을 때 상대방의 副問題로 넘어가기 전에 상대방의 副問題의 解가 개선될 수 없음을 알 수 있다면 상대방의 副問題로 넘어가지 않고 바로 主問題 단계로 넘어간다.

현 단계의 副問題를 풀었을 때 구한 정보를 이용하여 다음 단계의 상대방 副問題의 해가 개선될 수 있음을 알 수 있는 필요조건을 제시한 Van Roy의 Lemma를 우리가 취급하는 문제에 적용시키면 다음과 같다.

Proposition(Van Roy[13])

(a) (SP_y)를 풀어 (SD_u)에 u를 제공할 때 $v(SD_u)>v_d$를 만족하면(단 v_d는 현재까지 구한 下限 중에서 가장 좋은 下限),

$$\sum_i\sum_j\sum_k c_{ijk}x^t{}_{ijk}+\sum_j f_jy_j{}^t-\sum_i u_is_i+\sum\sum\sum u_id_kx^t{}_{ijk}>v_d,\quad t\in T_d$$

(b) (SD_u)를 풀어 (SP_y)에 y를 제공할 때 $v(SP_y)<v_p$를 만족하면(단 v_p는 현재까지 구한 上限 중에 가장 좋은 上限),

$$\sum_k\lambda_k{}^t+\sum_j f_jy_j-\sum_i u_i{}^ts_i+\sum_i\sum_j\sum_k v^t{}_{ijk}y_j<v_p,\quad t\in T_p$$

위의 Proposition에 의해 다음 장에 제시할 알고리듬에서의 수렴검사과정이 필요하게 된다.

따라서 교차分割法은 다음 두 과정의 반복으로 간단하게 파악될 수 있다.

(i) 最適解가 발견되거나, 수렴검사에 실패하거나, 혹은 해가 개선되지 않을 때까지 (SP_y)와 (SD_u)를 반복적으로 푼다.

(ii) 수렴검사에 실패하거나 해가 개선되지 않을 경우 主問題(MD) 혹은 (MP)를 푼다.

主問題는 (MD)와 (MP) 중에서 하나만 사용해도 상관이 없다.[10] 그래서 우리는 혼합정수계획문제인 (MP)에 비해 순수 LP문제인 (MD)가 풀기 쉬우므로 (MD)만을 主問題로 사용하도록 한다. 그러므로 수렴검사에 실패하거나 解가 개선되지 못하여 主問題를 풀게 되면 다음 단계는 항상 雙對副問題로 넘어간다. (MD)의 目的函數값이 v_d와 같게 되면, 문제(D)가 풀어진 셈이다. (즉, 문제(D)의 最適解가 구해짐) 그러나 이 때 duality gap이 존재하는 수가 있으므로 (P)의 最適解를 구하기 위해 分枝限界法 단계로 넘어 간다.

3.2 각 副問題의 解法

① 原副問題(SP_y)

(SP_y)가 network 구조를 갖는다는 사실을 이용하여 out-of-kilter algorithm을 적용하여 푼다.

② 雙對副問題(SD_u)

(SP_y) 혹은 (MD)로 부터 u_i의 값들을 받아서 만들어진 (SD_u)는 공장의 생산능력에 대한 제한이 없는 중간창고입지문제가 되므로 dual ascent procedure, primal descent procedure 및 分枝限界法에 의해 (SD_u)의 最適解를 구하게 된다. ([11] 참조)

4. Algorithm

단계 1 : 시작단계

반복횟수 $h=0$

초기치 $v_p=+\infty$, $v_d=-\infty$, $\delta=+\infty$,

$T_p=\phi$, $T_d=\phi$, $y^0=e_m$으로 시작한다.

단계 2 : (SP_y)단계

① $h=h+1$

② $(SP_y{}^{h-1})$을 푼다.

$(\lambda^h,\ v^h,\ u^h)$를 最適雙對解라 하고, x^h를 最適解라 한다.

③ $T_p=T_p+h$

④ 만일 $v(SP_y{}^{h-1})<v_p$이면, 上限 v_p가 개선되므로 $v_p=v(SP_y{}^{h-1})$로 한다.

그렇지 않으면 단계 6으로 간다.

⑤ 만일 $v_p\le v_d$이면 중지한다. 즉 上限과 下限이 같아지므로 이때 $(x^h,\ y^{h-1})$이 (P)의 最適解가 된다.

단계 3 : 雙對수렴검사

만일 어떤 $t\in T_d$에 대해

$$\sum_i\sum_j\sum_k c_{ijk}\,x_{ijk}+\sum_j f_jy_j-\sum_i u_i{}^hs_i+\sum_i\sum_j\sum_k u_i{}^hd_kx^t{}_{ijk}\le v_d$$

이면, 다음단계의 (SD_u)를 풀어도 目的函數값이 개선되지 않으므로 단계 6으로 간다.

단계 4 : (SD_u)단계

① $h=h+1$

② $(SD_u{}^{h-1})$을 푼다.

이 때 (x^h, y^h)를 最適解라 한다.

③ $T_d=T_d+h$

④ 만일 $v(SD_u{}^{h-1})>v_d$이면, 下限 v_d가 개선되므로 $v_d=v(SD_u{}^{h-1})$로 한다.

그렇지 않으면 단계 6으로 간다.

⑤ 만일 $v_d\ge v_p$이면 중지한다. 즉 上限과 下限이 같아지므로 이 때$(x^h,\ y^h)$가 (P)의 最適解이다.

만일 $v_d\ge\delta$이면 (D)가 풀어졌으므로 단계 7로 간

다.

단계 5 : 原수렴검사

만일 어떤 $t \in T_p$에 대해

$\sum_k \lambda_k{}^t - \sum_i \sum_j \sum_k v^t{}_{ijk} y_j{}^h - \sum_i u_i{}^t s_i + \sum_j f_j y_j{}^h \geq v_p$ 이면,

다음 단계의 (SP_y)를 풀어도 目的函數값이 개선되지 않으므로 단계 6으로 간다.

단계 6 : 主問題단계

① (MD)를 푼다.

이 때 $(\delta,\ u^h)$를 最適解라 한다.

② 만일 $\delta \leq v_d$이면, (D)가 풀어졌으므로 단계 7로 간다. 그렇지 않으면 단계 4로 간다.

단계 7 : (D)가 풀어졌으므로 duality gap을 줄이기 위해 v_p와 v_d를 上限과 下限으로 삼아 分枝限界法을 적용한다.

5. 계산결과

Algorithm은 FORTRAN Ⅳ로 code化하여 CYBER C.D.C 170~835에 의해 수행되었다.

본 문제에 적용한 교차分割法의 효율성을 측정하기 위해 15개의 테스트問題를 만들었는데 문제 Ⅰ-1에서 문제 Ⅰ-10까지는 중간창고를 설립하는 데 드는 고정비용(f_j)을 5,000원에서 10,000원 사이, 문제 Ⅱ-1에서 문제 Ⅱ-5까지는 f_j를 10,000원에서 20,000원 사이로 했다. 문제 Ⅰ-6에서 Ⅰ-10은 공장의 생산능력에 대한 제한이 없는 것들이다.

공장의 생산능력은 500단위에서 5,000단위 사이에 임의로 주어지고, 각 소비지의 수요는 500단위에서 1,000단위 사이에 임의로 주어지도록 했다. 그리고 공장에서 중간창고까지 또는 중간창고에서 소비지까지의 수송비용도 단위당 100원 이내의 임의의 값을 주도록 하고 수송되는 제품의 양에 비례한다고 가정한다.

계산실험을 위한 프로그램에서는 algorithm 중에서 단계 7의 分枝限界法 이전까지만 프로그래밍했다. 따라서 프로그램 수행도중에 上限 v_p와 下限 v_d가 같게 되어 最適解가 구해지거나, 문제(D)가 最適解를 얻게 되면 끝이난다. 문제 (D)의 最適解가 얻어지면 그때의 가장 좋은 上限 v_p와 下限 v_d를 가지고 分枝限界法을 수행해야 한다. v_p에 대한 v_d의 비율이 높일수록 最適解에 대한 上限과 下限이 좋다는 의미이므로 分枝限界法단계에서 많은 노력을 요하지 않게된다.

우리가 연구한 것과 똑같은 문제에 대한 다른 연구가 없어서 계산결과를 비교할 수는 없으나, 아래의 표에서 본 바와같이 15개의 테스트問題 중에서 10개가 上限과 下限 차이의 비율이 5% 이내에 들었고, 3개의 문제가 最適解를 얻었다는 점에서 비교적 만족한 결과를 나타냈다고 본다.

	$I \times J \times K$	v_p	v_d	비율	CPU time
Ⅰ-1	5×5×5	148096.0	143291.5	96.75	0.256
Ⅰ-2	5×10×10	414165.0	392007.0	94.65	1.767
Ⅰ-3	5×10×20	505497.0	492774.5	97.48	4.144
Ⅰ-4	5×20×10	194196.0	175411.5	90.32	2.729
Ⅰ-5	5×20×30	612494.0	603250.0	98.49	4.812
Ⅰ-6	5×5×5	147589.0	147589.0	100.0	0.204
Ⅰ-7	5×10×10	221116.0	221116.0	100.0	0.713
Ⅰ-8	5×10×20	366561.0	366561.0	100.0	1.692
Ⅰ-9	5×20×10	137081.0	131275.0	95.76	2.071
Ⅰ-10	5×20×30	543850.0	541158,0	99.50	3.491
Ⅱ-1	5×5×5	188959.0	166503.0	88.12	0.346
Ⅱ-2	5×10×10	462922.0	415611.0	89.78	1.612
Ⅱ-3	5×10×20	543756.0	519461.0	95.53	4.333
Ⅱ-4	5×20×10	226333.0	201085.0	88.84	2.774
Ⅱ-5	5×20×30	655096.0	641527.0	97.93	4.652

표 5-1. 계산결과

· 위의 계산은 cyber computer(C.D.C. 170~835)에 의한 것임.

· 비율 $= \frac{v_d}{v_p} \times 100(\%)$

· execution time은 I/O time을 제외한 것임.

6. 결 론

본 연구는 2단계입지선정문제에 교차分割法을 적용한 것으로 계산결과 아주 근접한 상한과 하한을 구할 수 있다. 특히 공장의 생산능력에 대한 제한이 없는 경우에는 거의 最適解에 가까운 계산결과를 나타냈다.

이와 똑같은 문제를 다룬 연구가 없어서 계산결과를 비교할 수는 없으나, 2단계입지선정문제에 교차分割法을 처음으로 적용했다는 점에서 의의가 있고, 계산 결과도 만족스럽게 나왔다는 점에서 이와 유사한 입지선정문제에 교차分割法의 적용이 점점 많아질 것으로 보인다. 그리고 본 연구를 바탕으로 일반적인 多段階立地選定問題에의 확대적용이 가능하리라 생각된다.

참 고 문 헌

1. O. Bilde and J. Krarup, "Sharp Lower Bounds and Efficient Algorithms for the Simple Plant Location Problem," Ann. of Discrete Math., Vol. 1, pp. 79~97, 1977.

2. L.B. Ellwein and P. Gray, "Solving Fixed Charge Location-Allocation Problems with Capacity and Configuration Constraints," AIIE Transactions, Vol. 3, pp. 290~298, 1971.
3. D.G. Elson," "Site Location via Mixed-integer Programming," Operational Res. Quat., Vol. 23, No. 1, pp. 31~43, 1972.
4. D. Erlenkotter, "Preinvestment Planning for Capacity Expansion; A Multi-Location Dynamic Model," Unpublished Ph. D. Thesis, Standford Univ. 1969.
5. D. Erlenkotter, "A Dual Based Procedure for Uncapacitated Facility Location," Oper. Res., Vol. 26, pp. 992~1009, 1978.
6. A.M. Geoffrion and G.W. Graves. "Multicommodity Distribution System Design by Benders Decomposition," Mgt. Sci., Vol. 20, No. 5, pp. 822~844, 19 74.
7. K. Holmberg and K.O. Jörnsten, "Cross Decomposition Applied to the Stochastic Transportation Problem," European J. of Opel. Res., Vol. 17, pp. 361~368, 1984.
8. W.S. Huh, "A Cross Decomposition Algorithm for the Intermediate Warehouse Location Problem," Unpublished Master's Thesis, KAIST, 1984.
9. L. Kaufman et al., "A Plant and Warehouse Location Problem," Operational Res. Quart., Vol. 28, pp. 547~554, 1977.
10. C. Revelle, D. Marks and J.C. Lieberman, "An Analysis of Private and Public Sector Location Models," Mgt. Sci., Vol. 16, No. 11, pp. 692~707, 1970.
11. D.W. Tcha and B.I. Lee, "A Branch-and-Bound Algorithm for the Multi-level Uncapacitated Facility Location Problem," European J. of Opel. Res., Vol. 18, pp. 35~43, 1984.
12. D.M. Topkis, "Complements and Substitutes among Locations in the Two-Stage Transshipment Problem," European J. of Opel. Res., Vol. 15, pp. 89~92, 1984.
13. T.J. Van Roy, "Cross Decomposition for Mixed Integer Programming," Math. Programming, Vol. 25, pp. 46~63, 1983.
14. T.J. Van Roy, "Cross Decomposition Algorithm for Capacitated Facility Location," to appear in Oper. Res.