비둘기 집 原理와 中國剩餘定理의 史考

朴　永　林

토론토대학

A historical Note on Pigeon-Hole Principle and the Chinese Remainder Theorem

Yeong Lim Park

University of Toronto, Canada

250 BC의 周髀算經이라든가 AD 40年 내지 50年의 九章算術을 살펴보면 當時의 많은 數學者들 特히 數論이나 幾何學에 關心있는 사람들이 많았다. 問題는 中國文化季刊에서도 밝혔듯이 古代數學槪念과 思索方式等을 現代數學에 알맞도록 번역하는 것이 重要한 問題로 되어있고 이것이 古代東洋數學과 科學의 波及 繼承을 遲延시킨 커다란 原因이라고 볼 수 있다. 그렇다고 本書는 어떤 古代數學을 現代化해서 번역한다는 意味가 아니고 또 어떤 古書에서 새로운 것을 發見한 論文도 아니다. 다만 잘 알려진 事實에 對해서 몇가지 추렸고 古代數學과 現代數學과 發展過程을 考察한다.

第一世紀 AD때의 孫子算經을 調査하면 剩餘定理가 中國에서 第一먼저 提示되었으며 第一먼저 그 定理가 證明된 것으로 되었고, 이것이 西歐學會에서 널리 認定되었고 이로써 이를 中國剩餘定理로 알려져 있다. 實은 詩人이었으며 數學者였던 孫子는 다음 問題를 提示했다. 어떤 未知의 整理를 찾으되 三으로 除하면 剩餘가 二가 되고, 五로 除하면 剩餘가 三이 되고, 七로 除하면 剩餘가 二되는 數가 무엇이냐 하는 質問을 提請했다. 이것이 現代數學 數論에서 알려진 剩餘 定理이다. 이것도 近代와같이 出版競爭意識이 强했더라면 보다많은 發展을 보았을 것이고, 더욱 高次的인 定理理論이 東洋人으로 하여금 發見되었을는지도 모른다. 그 當時에 이런 高次的인 理論을 提示했다는 것은 相當한 水準으로 봐줘야한다. 孫子의 이 問題의 解法의 論理的思考는 비둘기집(Pigeon-Hole)原理에 그 基源을 두었다. 요즈음 Pigeon-Hole이라 함은 비둘기집이라고 하는 사람보다는 우체통 또는 書類函을 意味하는 사람도 많다. 그렇지만 비둘기집이라고 하는것이 適合하다. 말하자면 비둘기집이 아홉구멍인데 비둘기가 열마리 있다면 적어도 두마리는 한비둘기장에서 같이 지내야 되게된다. 사람들이 367명이 같은 場所에 모인다면 이중에는 적어도 두 사람이 있어 그들의 生日이 꼭같게 된다. 가

만히 생각하면 상당히 單純한 理論인데, 簡單한 理論을 適用하여 큰 理論을 證明하는 것은 그리 쉬운일이 아니다. 많은 생각과 硏究가 必要하다. 비둘기집 原理는 또한 有理數를 少數化(Decimal expansion)할 때 그것이 循環少數가 됨을 證明하는데도 應用이 된다.

孫子는 自己가 提請한 問題를 아래와 같이 한 詩로서 풀었다.

三人同行七行稀

五樹梅花廿一枝

七子團圓正半月

除百零五便得知

即 孫子는 正答으로 23을 얻었다. 이 問題를 仔細히 볼때 세가지 數 3, 5, 7의 最小公倍數 105보다 적은 數로써 3으로 除하면 剩餘가 2가 되고, 5로 除하면 剩餘가 3이되는 數로써는 다음 일곱數 8, 23, 38, 53, 68, 83 98이다. 이 數를 다시 7로 除하면 우리는 그 剩餘들이 各己 틀리는 것을 證明할수 있다. 비둘기집 原理에 依해서 우리의 正答이 이 일곱個 數中의 하나임이 틀림 없게된다. 即 23이 된다.

孫子의 問題와 꼭같은 問題가 大略 AD 100年에 希臘에서 Nicomachus에 依해서 提起되었고 그 後 六世紀때에 Hindus에 依해서도 이 問題가 提起되었던 것이다. 그리고 七世紀에 들어서는 中國의 한 僧侶 一行이라는 사람에 依해서 이 剩餘定理가 보다 넓게 高次的으로 發展시켜 오늘의 現代數學에 크게 功獻하고 있다. 僧侶一行은 다음과 같은 問題를 興味있게 陳述했다. 어떤 未知數의 일의 量이 있는데 두사람이 몇 終日 일을 하면 나머지가 一單位가 되고, 이 일을 세사람이 몇 終日을 일을 하면 三單位가 남으며, 이 일을 여섯사람이 몇終日을 일하면 나머지가 五單位가 남게되고, 열두명이 몇 終日을 일하면 나머지가 五單位가 될 때 이 일의 全體單位는 몇쯤 되느냐 하는 問題였다. 비슷한 問題로 Hindus Brahmegupta와 Bhascara는 問題를 數字的으로 陳述했다. 即 어떤 數를 6으로 除하면 剩餘가 5가되고, 5로 除하면 剩餘가 4, 4로 除하면 剩餘가 3, 3으로 除하면 남어지가 2가 되는 數찾기 問題를 提起했는데 조금은 問題를 現代數論化했다고 본다. 그들의 正解答은 59이다. 孫子나 一行의 陳述한 問題는 같은 문제이면서도 그의 內容을 有識하게 表現했고, 글을 잘모르거나 詩文을 잘 解得 못하는 사람에게는 問題조차 理解못했고, 심지어 關心조차 갖지못하게 되어 있다. 僧侶一行은 自己의 問題를 아래와 같이 풀었다. 그래도 그 解法은 比較的 現代化되어 있다고 본다. 일하는 人夫數를 各己 $M_1=2$人, $M_2=3$人, $M_3=6$人, $M_4=12$人으로 表示하고, 全體 일의 單位數를 X로 表示하기로 한다. 처음 M_1, M_2, M_3, M_4의 最小公倍數 $M=12$를 求했다.

다음에는 各組에 依하여 몇 終日 일하고 나머지 剩餘單位를 R_1, R_2, R_3, R_4로 表示하면, $R_1=1, R_2=2$, $R_3=5$, $R_4=5$가 된다. 다음에는 M을 素因數分解하되 $M=P_1\times P_2\times P_3\times P_4$ 그리고 P_1, P_2, P_3, P_4는 서로 素가 되게 한다. 말하자면 P_i와 $P_j(i\neq j)$사이에는 1外에는 公約數가 없다. 그리고 크기順은 $P_1\leq P_2\leq P_3\leq P_4$로 한다. 그리하여

$P_1=1$, $P_2=1$, $P_3=3$ 그리고 $P_4=4$가 된다. 이번에는 $D_1=P_2\times P_3\times P_4$, $D_2=P_1\times P_3\times P_4$, $D_3=P_1\times P_2\times P_4$, $D_4=P_1\times P_2\times P_3$로 놓는다 그러면 $D_1=12$, $D_2=12$, $D_3=4$ 그리고 $D_4=3$이 된다. 그 다음에는 孫子가 考案한대로 各數 $D_i(i=1,2,3,4)$를 利用하여 各整數 $J_i(i=1,2,3,4)$를 아래와 같이 求한다. 即 J_i는 D_i로 完全히 除해지고 同時에 J_i를 P_i로 나누면 剩餘가 1이 남는것이 되어야하며 其中 最小整數로 定한다. 그렇게 하면 $J_1=12$, $J_2=12$, $J_3=4$ 그리고 $J_4=9$이다. 이리하여 求하고저 하는 未知單位數 X는 $J_1\times R_1+J_2\times R_2+J_3\times R_3+J_4\times R_4$를 M로 除했을 때의 剩餘에다 M을 더하면 얻어진다. 여기서는 $\sum_{i=1}^{4}J_i\times R_i=101$이 되고 이를 $M(=12)$로 除하면 剩餘는 5가 되고 5더하기 12이면 17이 이 問題의 正答이 된다.

孫子의 剩餘定理는 1852年에 처음 西歐社會에 Alexander Wylie의 著書 "Jottings on the science of Chinese arithmetic"를 通하여 알려졌으며 이의 一部分은 K.L. Biernatzki에 依하여 獨逸語로 번역이 되었으나 部分的으로 잘못번역이 되어 M. Cantor로부터 孫子의 剩餘定理가 批評받은적도 있다. 그러나 이것이 다시 擡頭되어 1876年에 이르렀을때에는 L. Maththienssen에 依해서 이 剩餘定理가 防禦되었고 많은 呼應을 받았다. 孫子以外에도 中國의 趙君卿은 A.D 150年에 처음으로 피타고라스의 定理를 證明하였으며, 劉徽(A.D 263)은 無理數 π를 計算할 때 24正多邊形을 利用하였으며 近似値로써 3.1416을 얻었다고 한다.

以上의 것은 中國科學 또는 東洋科學의 古代에 있었던 事實들을 몇가지만 再考했을 뿐이고 이 以外에도 그 功獻이 許多함을 우리는 推理할수가 있다. 많은 硏究를 通하여 우리의 科學發展과 傳來의 깊은 潛在力이 있음을 發見할 수가 있고 新科學은 見解와 智慧를 必要로 함을 다시 記憶한다.

(1983. 4. 28)