

우리나라 精密三角網調整에 關한 研究

A Study on Adjustment of Precision triangulation Network in Korea

安 哲 浩* 柳 福 模**

Ahn Chul-Ho Yeo Bock-Mo

崔 哲 淳*** 劉 煥 熙****

Choi Chul-Soon Yoo Hwan-Hee

要 旨

地表面上에 存在하는 三角點의 水平位置를 표시하는 方법으로써 投影法이 이용되어 왔다.

우리나라에서는 가우스 相似二重投影法에 의해 三角點의 平面直交座標를 계산하였으나 經緯度差에 따른 誤差가 많은 것으로 나타났다. 따라서 본 연구에서는 적용범위내에서 가우스 相似二重投影法보다 오차가 작은 것으로 알려져 있는 橫梅르카토르 投影法을 도입하여 두 投影法에 의해 계산된 결과 값과 실용성과를 비교분석하였으며 현재 3系로 되어 있는 平面直交座標系에 새로운 平面直交座標系를 추가 설정할 경우 최적의 위치를 제시하고자 하는데 그目的이 있다.

ABSTRACT

Projection has been used in order to indicate the horizontal position of triangulation stations which had been existed on the earth surface.

In our country, the plane Rectangular coordinate of the triangulation station is computed by means of Gauss Double projection.

But it proves to contain many errors according to the difference in Latitude and longitude. Therefore, in this study Transverse Mercator projection which is known to contain less error than Gauss Double projection in an applied region is introduced, and the results obtain by two these projections and the value today in our country are compared and analyzed.

when an another plane Rectangular Coordinate system is added to the present 3-plane Rectangular Coordinate system, there is an object in showing the best position.

1. 序 論

本研究는 三角點 座標變換에 이용되고 있는

投影法에 따른 誤差를 比較分析하므로써 보다 정확한 三角點座標를 提示하는데 目的을 두고 있다.

우리나라의 三角點位置를 표시하는 平面直交座標는 1910년대에 朝鮮總督府가 朝鮮土地調查事業의 일환으로 시행한 三角測量의 計算에 가우스相似二重投影法을 이용하여 계산하였다. 計

* 서울大學校 工科大學 教授

** 延世大學校 工科大學 教授

*** 關東大學 工科大學 助教授

**** 延世大學校 工科大學院

算 당시는 手計算에 전적으로 의존하였기 때문에 가우스相似二重投影에 의해 三角點座標計算을 座標原點에서 단한번 시행되었으며 계산된 座標原點으로부터 점차적으로 인접하고 있는 三角點의 座標를 計算하였으므로 계산상의 誤差도 많이 포함하게 되었다.

이와 같이 가우스相似二重投影이 갖는 誤差와 계산상에서 오는 誤差가 누적되어 原點에서부터 經緯度差가 큰 지역은 測量作業上의 문제뿐만 아니라 正確度面에서도 문제가 되어 왔다. 따라서 그동안 사용해 온 가우스相似二重投影法과 세계적으로 널리 이용되고 있는 投影法인 橫梅르카토르 投影을 프로그램화하여 결과값을 比較分析하였다. 結果값을 比較分析하기 위해 南韓地域에 分布하고 있는 三角點中 經度와 緯度別로 고르게 分布시켜 一等三角點은 52點, 二等三角點은 113點, 三等三角點은 222點, 四等三角點은 442點으로 總 830點을 選擇하여 TANDEM 컴퓨터로 전산처리하였다.

이와같이 계산된 결과값을 토대로 本研究에서는 가우스相似二重投影法과 橫梅르카토르投影法(TM 投影法)을 比較分析하여 보다 정확한 三角點座標를 제시하고 현재의 三系로 되어 있는 平面直交座標系를 검토하여 原點으로부터 멀어짐에 따른 測地線의 偏位(또는 歪曲)誤差를 줄이기 위해 현재의 平面直交座標系에 추가해야 할 平面直交座標原點의 最適位置를 제시하고자 한다.

2. Mercator 投影

Mercator 投影에서는 縮尺이 赤道上에서 1이 되어야 한다. 그러므로 $\varphi=0$ 에서는 $\tau=0$, $y=0$, $x=a\lambda$ 로 된다.⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾ 一次解析函數를 $x+iy=a(\lambda+i\tau)$ 이라 하면 여기서

$$\begin{aligned}\tau &= \int_0^\varphi \frac{R}{N} \sec \varphi d\varphi \\ &= \log \left[\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \left(\frac{1-e \sin \varphi}{1+e \sin \varphi} \right)^{1/2} \right] \quad (2.1)\end{aligned}$$

이다. 이 式에서 실수 部分과 허수 部分을 같게 놓으면

$$\begin{aligned}x &= a\lambda \\ y &= a\tau = a \int_0^\varphi \frac{R}{N} \sec \varphi d\varphi \\ &= \frac{a}{M} \log \left[\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \left(\frac{1-e \sin \varphi}{1+e \sin \varphi} \right)^{1/2} \right] \quad (2.2)\end{aligned}$$

이 된다. 여기서 M 은 상용 log의 係數이다. 球面의 線要素는 다음과 같이 쓸 수 있다⁽⁴⁾⁽⁵⁾

$$ds_1^2 = r^2 \cos^2 x (\sec^2 x dx^2 + d\lambda^2) \quad (2.3)$$

回轉橢圓面의 線要素는

$$ds_2^2 = N^2 \cos^2 \varphi \left(\frac{R^2}{N^2} \sec^2 \varphi d\varphi^2 + d\lambda^2 \right) \quad (2.4)$$

이며 回轉橢圓面이 球面上에 等角投影되기 위한 조건으로부터 다음 式이 필요하게 된다.

$$d\zeta^2 = \sec^2 x dx^2 = \frac{R^2}{N^2} \sec^2 \varphi d\varphi^2 \quad (2.5)$$

또 이 조건에 의하여 (2.5)式의 앞 등식은 球面이 平面에 等角投影되어지는 條件이며 다음 등식은 回轉橢圓面이 球面에 等角projection되기 위한 條件이다.

(2.5)式을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) = \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \left(\frac{1-e \sin \varphi}{1+e \sin \varphi} \right)^{1/2} \quad (2.6)$$

2.1 가우스相似二重投影(Gauss Double Projection)

(2.6)式에 있어서 地理的緯度 φ 에서 決定된 緯度 x 는 等角緯度(Conformal latitude)라 한다.⁽³⁾ (6)經度(λ)와 回轉橢圓面上의 하나의 媒介變數를 構成하는 函數는

$$\tau = \log \left[\sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \left(\frac{1-e \sin \varphi}{1+e \sin \varphi} \right)^{1/2} \right] \quad (2.7)$$

이며 이 식을 等距離緯度(isometric latitude)라 한다. 만약 回轉橢圓面에서 平面上으로의 等角投影이 球面投影式으로 變換되는 경우 이것을 가우스相似二重投影(Gauss Double Projection)이라 하고, Krüger가 直接 投影理論을 1912年에 發表할 때까지는一般的으로 쓰여 왔다.⁽⁷⁾

이 경우 球面上의 等距離緯度는 回轉橢圓面上의 等距離와 같고 이에 따른 球面上의 緯度 φ 는 等角緯度 x 에 대응하는 것이다. 線要素가 (2.3)式에 주어진 것과 같은 球面을 等角球面이라 한다. (2.3)式, (2.4)式, (2.5)式에서 回轉橢圓面에서 球面으로 等角投影하기 위한 縮尺係數는 $K_1 = \frac{ds_1}{ds_2} = \frac{r \cos x}{N \cos \varphi}$ 이다.

만약 縮尺이 赤道上에서는 1이 되기 위해서는 $\varphi=x=0$, $N=a$, $K=1$ 이다. 이것으로부터 等角球面의 半徑 $r=a$ 가 된다. 즉 적도를 中心으로 한 投影을 하면 그 값은 等角球面의 半徑과 같다. 만약 緯度 τ_0 를 中心으로 한 投影을 할 때 그 緯度의 縮尺이 동일하면 즉 $K_1=1$ 이면

$$\frac{r \cos x_0}{N_0 \cos \varphi_0} = 1 \text{ 이므로부터 } r = \frac{N_0 \cos \varphi_0}{\cos x_0} \quad (2.8)$$

(2.6)式을 (2.2)式에 代入하면

$$\begin{aligned} x &= a\lambda \\ y &= \frac{a}{M} \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

이 된다.

이것이 等角球面에서 平面上으로의 Mercator 投影이지만 (2.6)式에 의해 地理緯度에서 等角緯度가 계산되는데 실제로는 回轉橢圓面에서 平面上으로 投影하는 方法이다. 일반적으로 x 와 φ 를 餘緯度 z 와 P 로 나타낸다.

$$z, \quad x = \frac{\pi}{2} - z, \quad \varphi = \frac{\pi}{2} - P$$

여기에서 관계식 (2.6)式은

$$\cot \frac{z}{2} = \cot \left(\frac{P}{2} \right) \left(\frac{1 - e \cos P}{1 + e \cos P} \right)^{e/2} \quad (2.10)$$

이미 역으로 하면 $\tan \frac{z}{2} = \tan \frac{P}{2} \left(\frac{1 + e \cos P}{1 - e \cos P} \right)^{e/2}$ 이다. 또한 (2.9)式은

$$x = a\lambda, \quad y = \frac{a}{M} \log \cot \frac{z}{2} \quad (2.11)$$

이며 地圖上의 한점의 縮尺係數는

$$k = \frac{a}{N} \sec \varphi \quad (2.12)$$

이다.

回轉橢圓面을 平面으로 等角投影하는 경우 모든 投影法은 Mercator 投影法의 投影座標式(2.2)의 函數에 의해 주어진다.

(2.2)式에서 等角投影式을 다시 정리하면

$$X + iY = f \left(\frac{x}{a} + i \frac{y}{a} \right) \quad (2.13)$$

이여 (2.11)式을 구체적인 計算式으로 나타내보면 다음과 같다. 半徑 a 는 보통 赤道上에서의 單位로 표현된다.

$$\text{즉, } a = \frac{60 \times 180}{\pi} = 3,437'.7467708$$

$$M = 0.4342944819$$

그리므로 $\frac{a}{M} = 7,915'.704468$ 이다.

다디안으로 나타내면

$$x = \frac{10800}{\pi} \lambda \text{ rad}, \quad y = 7,915'.704468 \log \cot \frac{z}{2}$$

만일 λ 를 度數法으로 나타내게 되면

$$x = \lambda', \quad y = 7,915'.704468 \log \cot \frac{z}{2} \quad (2.14)$$

φ 에 관한 y 의 級數 전개는 (2.2)式을 다음과 같이 해서 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{a}{M} \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \\ &= a \frac{e}{2} \log_e \left(\frac{1 + e \sin \varphi}{1 - e \sin \varphi} \right) \\ &= \frac{e}{2} \log_e \left(\frac{1 + e \sin \varphi}{1 - e \sin \varphi} \right) = e^2 \sin \varphi + \frac{e^4 \sin^3 \varphi}{3} \\ &\quad + \frac{e^6 \sin^5 \varphi}{5} + \frac{e^8 \sin^7 \varphi}{7} + \dots \end{aligned} \quad (2.15)$$

이기 때문에 (2.15)式은 다음과 같이 쓸 수 있다

$$\begin{aligned} y &= \frac{a}{M} \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - a \left(e^2 \sin \varphi + \frac{e^4 \sin^3 \varphi}{3} + \frac{e^6 \sin^5 \varphi}{5} + \frac{e^8 \sin^7 \varphi}{7} + \dots \right) \\ &= 7,915'.704468 \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - 3,437'.747 \left(e^2 \sin \varphi + \frac{e^4 \sin^3 \varphi}{3} + \frac{e^6 \sin^5 \varphi}{5} + \frac{e^8 \sin^7 \varphi}{7} + \dots \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

또는 이 式에 a/M 와 a 값을 代入하여

$$\begin{aligned} y &= 7,915'.704468 \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \\ &\quad - 3,437'.747 \left(e^2 \sin \varphi + \frac{e^4 \sin^3 \varphi}{3} + \frac{e^6 \sin^5 \varphi}{5} + \frac{e^8 \sin^7 \varphi}{7} + \dots \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

3角 항등식

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{3} \sin^3 \varphi &= \frac{1}{4} \sin \varphi - \frac{1}{12} \sin 3\varphi \\ \frac{1}{5} \sin^5 \varphi &= \frac{1}{8} \sin \varphi - \frac{1}{16} \sin 3\varphi + \frac{1}{80} \sin 5\varphi \\ \frac{1}{7} \sin^7 \varphi &= \frac{5}{64} \sin \varphi + \frac{3}{64} \sin 3\varphi \\ &\quad + \frac{1}{64} \sin 5\varphi - \frac{1}{448} \sin 7\varphi \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

를 이용하면 (2.17)式은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} y &= 7,915'.704468 \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \\ &- 3,437'.747 \left[\left(e^2 + \frac{e^4}{4} + \frac{e^6}{8} + \frac{5e^8}{64} + \dots \right) \sin \varphi \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{e^4}{12} + \frac{e^6}{16} + \frac{3e^8}{64} + \dots \right) \sin 3\varphi \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{e^6}{30} + \frac{e^8}{64} + \dots \right) \sin 5\varphi - \left(\frac{e^8}{448} + \dots \right) \sin 7\varphi \right] \end{aligned} \quad (2.19)$$

回轉橢圓體의 扁平率은 經線橢圓의 長半徑 a , 短半徑 b 를 이용하여 $f = \frac{a-b}{a} = 1 - \frac{b}{a}$ 로 표현되고 $\frac{b}{a} = \sqrt{1-e^2}$ 이기 때문에

$$f = 1 - \sqrt{1-e^2} = \frac{e^2}{2} + \frac{e^4}{8} + \frac{e^6}{16} + \frac{5}{128} e^8 + \dots \quad (2.20)$$

이다. 윗 式은 $\sqrt{1-e^2}$ 을 二項定理式으로 전개하면 (2.20)式으로부터 $1-e^2=(1-f)^2$ 즉,

$$e^2 = 2f - f^2 \quad (2.21)$$

이다. 그러므로 만약 준거회전타원체를 扁平率 (f)에 의해 정의한다고 하면 e^2 및 그것에 연속하는 계곱을 계산하는데 (2.21)式을 이용하는 것이 가능하다.

그런데 (2.19)式은 다음과 같이 扁平率과 離心率 (e)를 사용하여 정리하면,

(2.20)式로부터

$$2f = e^2 + \frac{e^4}{4} + \frac{e^6}{8} + \frac{5e^8}{64} + \dots \quad (2.22)$$

(2.22)式을 3승하고 e^{10} 項까지를 남기면

$$8f^3 = e^6 + \frac{3}{4}e^8 + \frac{9}{16}e^{10} + \dots$$

즉,

$$\frac{2f^3}{3e^2} = \frac{e^4}{12} + \frac{e^6}{16} + \frac{3}{64}e^8 + \dots \quad (2.23)$$

(2.22)式을 5승하고 e^{12} 項까지를 남기면

$$32f^5 = e^{10} + \frac{5}{4}e^{12} + \dots$$

즉,

$$\frac{2f^5}{5e^4} = \frac{e^6}{80} + \frac{e^8}{64} + \dots \quad (2.24)$$

더우기 (2.22)式을 7승하고 e^{14} 項까지 남기면

$$128f^7 = e^{14} + \dots$$

즉,

$$\frac{2f^7}{7e^6} = \frac{e^8}{448} + \dots \quad (2.25)$$

(2.22)式, (2.23)式, (2.24)式, (2.25)式의 左변을 (2.19)式에 代入하면 最終的으로 다음 式이 얻어진다.

$$\begin{aligned} y &= 7915'.704468 \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \\ &- 3437'.747 \left(2f \sin \varphi - \frac{2f^3}{3e^2} \sin 3\varphi + \frac{2f^5}{5e^4} \right. \\ &\quad \left. \sin 5\varphi - \frac{2f^7}{7e^6} \sin 7\varphi + \dots \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

또는 $e^2=f(2-f)$, $e^4=f^2(2-f)^2$, $e^6=f^3(2-f)^3$ 이므로 원식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} y &= 7915'.704468 \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \\ &- 6875'.494 \left(f \sin \varphi - \frac{f^2}{3(2-f)} \sin 3\varphi \right. \\ &\quad \left. + \frac{f^3}{5(2-f)^2} \sin 5\varphi - \frac{f^4}{7(2-f)^3} \sin 7\varphi + \dots \right) \end{aligned} \quad (2.27)$$

回轉橢圓面上의 임의의 曲線群의 微分方程式은

$$\tan \alpha = \frac{N \cos \varphi d\lambda}{R d\varphi} \quad (2.28)$$

이다. (2.28)式에서 $d\lambda = \tan \alpha \frac{R}{N} \sec \varphi d\varphi$ 로 쓰면 積分曲線은

$$\lambda - \lambda_0 = I \tan \alpha \quad (2.29)$$

이며 여기서 $I = \int_0^\varphi \frac{R}{N} \sec \varphi d\varphi$ 를

$$\lambda - \lambda_0 = \log \left[\left\{ \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \right\} \left(\frac{1 - e \sin \varphi}{1 + e \sin \varphi} \right)^{1/2} \right] \quad (2.30)$$

이다.

(2.29)式, (2.30)式 및 (2.2)式으로부터

$$I = \tau = \int_0^{\varphi} \frac{R}{N} \sec \varphi d\varphi, \quad \lambda = \tau \tan \alpha + \lambda_0 \quad (2.31)$$

따라서, $x = a\lambda = a\tau \tan \alpha + a\lambda_0$, $y = a\tau$

위 두 식에서 τ 를 소거하면 $x = y \tan \alpha + a\lambda_0$ 라는 式이 얻어지지만 이것은 Mercator 投影에 의한 直線 및 航經선의 方程式이다.

Mercator 投影의 測地線方程式은 다음과 같다.⁽⁸⁾

$$\begin{cases} x = \pm ac \frac{(1-e^2)}{(a^2 - e^2 c^2)^{1/2}} \Pi(-K^2, ek, 0) + a\lambda_0 \\ y = a\tau = a \int_0^{\varphi} \frac{R}{N} \sec \varphi d\varphi \end{cases} \quad (2.32)$$

여기서,

$$\theta = \sin^{-1} \frac{\sin \varphi}{k}, \quad \frac{1}{k^2} = \frac{a^2 - c^2 e^2}{a^2 - c^2}, \quad c = a \sin \alpha_0$$

이며 α_0 는 測地線이 赤道을 가로지를 때의 角이다. x 는 楕圓積分表나 級數전개에 의해 計算할 수 있다. y 는 (2.14)式, (2.19)式, (2.20)式에서 혹은 Mercator 投影의 漸長緯度의 表에서 求할 수 있다.

2.2 橫梅르카토르投影(Transverse Mercator Projection)

回轉橢圓面에 관한 數式을 誘導하면 다음과 같다.⁽²⁾⁽³⁾⁽⁹⁾ 橫梅르카토르投影에서는 縮尺이 中央經線上에서 同一할 것이 요구된다. 그러므로 $\lambda = 0$ 일 때 $x = 0$ 으로 解析函數를 $x + iy = f(\lambda + i\tau)$ 라고 하면 다음 식이 成立해야 한다.

$$\tau = \int_0^{\varphi} \frac{R}{N} \sec \varphi d\varphi, \quad iy = f(i\tau) = iS_{\varphi} \quad (2.33)$$

여기서 S_{φ} 는 赤道에서 緯度 φ 까지의 回轉橢圓面 上의 子午線의 孤長이다. 그런데 $S_{\varphi} = \int_0^{\varphi} R d\varphi$ 이며 $\tau = \int_0^{\varphi} \frac{R}{N} \sec \varphi d\varphi$ 로부터 $R d\varphi = N \cos \varphi d\tau$ 이기

때문에 아래와 같이 쓴다.

$$S_{\varphi} = \int_0^{\varphi} N \cos \varphi d\tau = f(\tau) \quad (2.34)$$

지금 $x + iy = f(\lambda + i\tau)$ 를 Taylor 定理에 의해 點 $z = i\tau$ 에 대해 전개하면 다음 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} x + iy &= f(\lambda + i\tau) = f(i\tau) + \lambda f'(i\tau) \\ &\quad + \frac{\lambda^2}{2!} f''(i\tau) + \frac{\lambda^3}{3!} f'''(i\tau) + \frac{\lambda^4}{4!} f''''(i\tau) \\ &\quad + \frac{\lambda^5}{5!} f''''(i\tau) + \frac{\lambda^6}{6!} f''''''(i\tau) + \frac{\lambda^7}{7!} f''''''''(i\tau) \\ &\quad + \frac{\lambda^8}{8!} f''''''''''(i\tau) \end{aligned} \quad (2.35)$$

(2.33)式과 (2.34)式으로부터 $f(i\tau) = iS_{\varphi} - if(\tau)$

이므로 이 方程式을 z 에 대해 미분하면

$$\frac{d}{dz} f(i\tau) = \frac{d}{dz} [if(\tau)]$$

$$\Rightarrow f'(i\tau) = \frac{d}{d\tau} [if(\tau)] \frac{d\tau}{dz}$$

$z = i\tau$ 로부터 $\frac{d\tau}{dz} = i$ 이기 때문에

$$f'(i\tau) = if'(\tau) \frac{1}{i} = f'(\tau)$$

여기서 $f'(i\tau) \equiv \frac{d}{d\tau} f(i\tau)$ 이며 $f'(\tau) \equiv \frac{d}{d\tau} f(\tau)$ 이다. 이와같이 微分을 계속하면

$$\begin{aligned} f''(i\tau) &= -if''(\tau), \quad f''(i\tau) = -f''(\tau), \\ f'''(i\tau) &= if'''(\tau), \quad f'''(i\tau) = f'''(\tau), \\ f''''(i\tau) &= -if''''(\tau) \end{aligned}$$

이) 欲을 (2.35)式에 代入하면

$$\begin{aligned} x + iy &= if(\tau) + \lambda f'(\tau) - \frac{\lambda^2}{2!} if''(\tau) \\ &\quad - \frac{\lambda^3}{3!} f'''(\tau) + \frac{\lambda^4}{4!} if''''(\tau) + \frac{\lambda^5}{5!} f''''(\tau) \\ &\quad - \frac{\lambda^6}{6!} if''''''(\tau) - \frac{\lambda^7}{7!} f''''''''(\tau) + \frac{\lambda^8}{8!} if''''''''''(\tau) + \dots \end{aligned} \quad (2.36)$$

(2.36)式의 實수부분과 허수부분을 나눠 정리하면

$$x = \lambda f'(\tau) - \frac{\lambda^3}{3!} f'''(\tau) + \frac{\lambda^5}{5!} f''''(\tau)$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\lambda^7}{7!} f'''(\tau) + \dots \\
y = f(\tau) & - \frac{\lambda^2}{2!} f''(\tau) + \frac{\lambda^4}{4!} f''''(\tau) \\
& - \frac{\lambda^6}{6!} f''''(\tau) + \frac{\lambda^8}{8!} f''''''(\tau) + \dots \quad (2.37)
\end{aligned}$$

$f(\tau)$ 의 축차도함수 및 기타의 도함수를 얻는데는 N' , R' , $\left(\frac{N}{R}\right)'$, $(N\cos\varphi)'$, $(N\sin\varphi)'$ 의 값과 $d\varphi/d\tau$ 의 값 및 몇 개의 三角恒等式이 필요하게 된다.

$$\begin{aligned}
N' &= (N-R)\tan\varphi; \quad R' = 3\frac{R}{N}(N-R)\tan\varphi; \\
\left(\frac{N}{R}\right)' &= -\frac{2(N-R)}{R}\tan\varphi; \quad \frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{N}{R}\cos\varphi; \\
(N\cos\varphi)' &= -R\sin\varphi \\
(N\sin\varphi)' &= \sec\varphi(N-R\sin^2\varphi) \\
&= (R\cos\varphi)/(1-e^2) \\
2\sin n\varphi \cos\varphi &= \sin(n+1)\varphi + \sin(n-1)\varphi, \\
2\cos n\varphi \cos\varphi &= \cos(n+1)\varphi + \cos(n-1)\varphi, \\
2\cos n\varphi \sin\varphi &= \sin(n+1)\varphi - \sin(n-1)\varphi, \\
2\sin n\varphi \sin\varphi &= \cos(n-1)\varphi - \cos(n+1)\varphi, \quad (2.38)
\end{aligned}$$

이다. (2.34)式으로부터

$$f'(\tau) = N \cos\varphi \quad (2.39)$$

이것을 다시 미분하면

$f''(\tau) = (N'\cos\varphi - N\sin\varphi) \frac{d\varphi}{d\tau}$ 이며 (2.38)式의 관계식으로부터 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
f''(\tau) &= -\frac{N}{2} \sin 2\varphi \\
f'''(\tau) &= -\frac{1}{2} (N'\sin 2\varphi + 2N\cos 2\varphi) \frac{d\varphi}{d\tau} \quad (2.40a)
\end{aligned}$$

(2.38)式으로부터

$$f'''(\tau) = -\frac{N}{4} \left[\left(3\frac{N}{R} - 1 \right) \cos\varphi + \left(\frac{N}{R} + 1 \right) \cos 3\varphi \right] \quad (2.40b)$$

$$\begin{aligned}
f''''(\tau) &= -\frac{1}{4} \left[N \left[\left(\frac{3N}{R} - 1 \right) \cos\varphi + \left(\frac{N}{R} + 1 \right) \cos\varphi \right] + 3N \left(\frac{N}{R} \right)' \cos\varphi \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -N \left(\frac{3N}{R} - 1 \right) \sin\varphi + N \left(\frac{N}{R} \right)' \cos 3\varphi \\
& - 3N \left(\frac{N}{R} + 1 \right) \sin 3\varphi \frac{d\varphi}{d\tau} \quad (2.41)
\end{aligned}$$

(2.38)式을 변형하면

$$\begin{aligned}
f''''(\tau) &= \frac{N}{8} \left[2 \left(-1 + \frac{N}{R} + 4\frac{N^2}{R^2} \right) \sin 2\varphi \right. \\
& \left. + \left(1 + \frac{N}{R} + 4\frac{N^2}{R^2} \right) \sin 4\varphi \right] \quad (2.42)
\end{aligned}$$

이다. 같은 방법으로 계속 미분하여 $f''''(\tau)$, $f''''''(\tau)$, $f''''''''(\tau)$ 의 값을 $\sigma = \frac{N}{R}$ 과 방정식 (2.37)式에 대입하면 헉메르카토르 投影을 위한 τ 에 관한 제 8 차도함수까지의 방정식이 얻어진다. (10)(11)(12)

여기서 $\sigma = \frac{N}{R} = 1 + \delta \cos^2\varphi$ ($\delta = \frac{e^2}{1-e^2} = e'^2$), $\eta^2 = \delta \cos^2\varphi$, $t = \tan\varphi$ 라 놓고 방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\frac{x}{N} &= \lambda \cos\varphi + \frac{\lambda^3 \cos^3\varphi}{6} (1-t^2+\eta^2) + \frac{\lambda^2 \cos^5\varphi}{120} \\
& (5-18t^2+t^4+14\eta^2-58t^2\eta^2+13\eta^4 \\
& -64t^2\eta^4+4\eta^6-24t^2\eta^6) \\
& + \frac{\lambda^7 \cos^7\varphi}{5040} \left| \begin{array}{l} 61-479t^2+179t^4-t^6+331\eta^2 \\ -3262\eta^2t^2+1771\eta^2t^4+715\eta^4 \\ -8655t^2\eta^2+6080t^4\eta^4+769\eta^6 \\ -10964t^2\eta^6+9480t^4\eta^6+412\eta^8 \\ -6760t^2\eta^8+6912t^4\eta^8+88\eta^{10} \\ -1632t^2\eta^{10}+1920t^4\eta^{10} \end{array} \right\} \\
& \quad (2.43a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{y}{N} &= \frac{s_\varphi}{N} + \frac{\lambda^2}{2} \sin\varphi \cos\varphi + \frac{\lambda^4}{24} \sin\varphi \sin^3\varphi \\
& (5-t^2+9\eta^2+4\eta^4) + \frac{\lambda^6}{720} \sin\varphi \cos^5\varphi \quad (61 \\
& -58t^2+t^4+270\eta^2-330t^2\eta^2+445\eta^2 \\
& -680t^2\eta^4+324\eta^6-600t^2\eta^6+88\eta^8-192t^2\eta^8) \\
& + \frac{\lambda^8}{40320} \left(\begin{array}{l} 1385-3111t^2+543t^4-t^6+10899\eta^2 \\ -32802t^2\eta^2+9219t^4\eta^2+34419\eta^4 \\ -129087t^2\eta^4+49644t^4\eta^4+56385\eta^6 \\ -252084t^2\eta^6+121800t^4\eta^6+50856 \end{array} \right. \\
& \left. (\sin\varphi \cos^7\varphi) \begin{array}{l} \eta^8-263088t^2\eta^8+151872t^4\eta^8+240 \\ 48\eta^{10}-140928t^2\eta^{10}+94080t^4\eta^{10}+ \\ 4672\eta^{12}-30528t^2\eta^{12}+23040t^4\eta^{12} \end{array} \right\} \\
& \quad (2.43b)
\end{aligned}$$

5 차 및 6 차항 중 η 가 2 차이상을 포함한 항과 7 차 및 8 차항 중 η 를 포함하는 모든 항을 무시하면 다음과 같은 실용식이 된다.⁽³⁾⁽¹³⁾

$$\begin{aligned} \frac{x}{N} = & \frac{\lambda}{\rho} \cos \varphi + \frac{\lambda^3 \cos^3 \varphi}{6\rho^3} (1-t^2+\eta^2) \\ & + \frac{\lambda^5 \cos^5 \varphi}{120\rho^5} (5-18t^2+t^4+14\eta^2-58t^2\eta^2) \\ & + \frac{\lambda^7}{5040\rho^7} \cos^7 \varphi (61-479t^2+179t^4-t^6) \end{aligned} \quad (2.44a)$$

$$\begin{aligned} \frac{y}{N} = & \frac{S_\varphi}{N} + \frac{\lambda^2}{2\rho^2} \sin \varphi \cos \varphi + \frac{\lambda^4}{24\rho^4} \sin \varphi \cos^3 \varphi \\ & (5-t^2+9\eta^2+4\eta^4) + \frac{\lambda^6}{720} \sin \varphi \cos^5 \varphi \\ & (61-58t^2+t^4+270\eta^2-330t^2\eta^2) + \frac{\lambda^8}{40320\rho^8} \\ & \sin \varphi \cos^7 \varphi (1385-3111t^2+543t^4-t^6) \end{aligned} \quad (2.44b)$$

여기서 $\rho = \text{cosec } 1''$, $t = \tan \varphi$, $\eta^2 = \partial \cos^2 \varphi = \frac{e^2}{1-e^2} \cos^2 \varphi$ 이다.

子午線收差角(γ)은 일반식

$$\tan \gamma = \frac{\partial y}{\partial \lambda} / \frac{\partial x}{\partial \lambda} \quad (2.45)$$

으로부터 유도되며 유도과정은 생략하고 실용식을 적어보면 다음과 같다.⁽²⁾

$$\begin{aligned} \gamma = & \lambda \sin \varphi \left[1 + \frac{\lambda^2 \cos^2 \varphi}{3\rho^2} (1+3\eta^2+2\eta^4) \right. \\ & \left. + \frac{\lambda^4 \cos^4 \varphi}{15\rho^4} (2-t^2) \right] \end{aligned} \quad (2.46)$$

縮尺係數(k)의 일반식은

$$\begin{aligned} k = & \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \lambda} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \lambda} \right)^2} / N \cos \varphi \\ = & \frac{1}{N \cos \varphi} \cdot \frac{\partial x}{\partial \lambda} \sqrt{1 + \tan^2 \gamma} \end{aligned} \quad (2.47)$$

이며 실용식은 다음과 같다.

$$k = 1 + \frac{\lambda^2}{2} \cos^2 \varphi (1+\eta^2) + \frac{\lambda^4 \cos^4 \varphi}{24} (5-4t^2) \quad (2.48)$$

3. 결과값 비교분석

3.1 가우스相似二重投影에 의한 平面直交座標計算

平面直交座標의 誤差分布 상태를 分析하기 위해 선정된 830點을 가우스相似二重投影에 의해 전산처리한 결과 실용성과의 誤差分布상태는 그림 3.1, 表-3.1과 같으며, 表-3.2는 이를 삼각점 중 1等三角點 60點을 선택하여 표로 표시한 것이다.

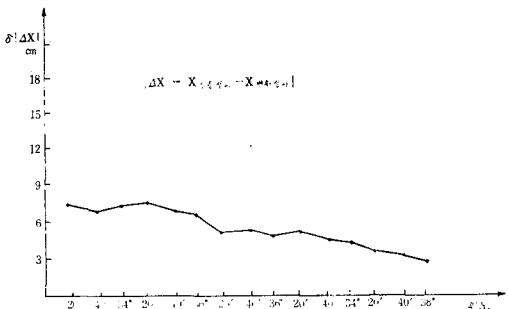


그림 3.1 가우스相似二重投影에 의한 誤差

表-3.1 가우스相似二重投影에 의한 지역별 오차

범위	σ_x (실용성과-변환성과)
A 지역 ($38^{\circ}10' \sim 37^{\circ}40'$)	3.2 cm
B 지역 ($37^{\circ}20' \sim 36^{\circ}40'$)	4.7 cm
C 지역 ($36^{\circ}20' \sim 35^{\circ}40'$)	5.5 cm
D 지역 ($35^{\circ}20' \sim 34^{\circ}40'$)	6.7 cm
E 지역 ($34^{\circ}20' \sim 34^{\circ}$)	7.2 cm

그림 3.1과 表-3.1은 平面直交座標 중 X 좌표에 대한 誤差分布 상태를 표시한 것으로 평균제곱근 오차는 1, 2, 3, 4等 三角點의 오차를 모두 포함해서 계산한 결과값이며, 原點부근에서 평균제곱근오차는 3.2cm이고 緯度差가 가장 큰 지역인 E지역, 즉 34° 부근에서는 7.2cm가 발생한다.

또한 橫座標(Y)의 평균제곱근오차는 1~3cm로써 緯度差에 따른 誤差가 미소하게 나타나고 있다.

이와같이 變換성과와 실용성과 간에 오차가

表-3-2 가우스相似二重投影에 의한 계산된 좌표성과

점명	위도	경도	설정점			실용성과			계산점			차오식 수치
			X	Y	Z	DX	DY	CX	CY			
雪岳	38°06'59".042	128°27'52".826	13054.18	-46936.14	0.03	-0.01	13054.15	-46939.13	-19.83			
日	38°10'08".188	127°47'26".878	19045.66	69290.40	0.02	-0.04	19045.64	69290.44	29.32			
大金鷹	38°13'40".526	127°32'32".464	25435.60	47482.68	0.01	-0.02	25435.59	47842.70	20.14			
聖鶴	38°10'58".562	127°11'59".862	20322.04	17517.28	-0.01	-0.04	20322.05	17517.32	7.42			
伏	37°52'22".364	128°33'58".358	-14019.63	-38162.00	0.01	-0.01	-14019.64	-38161.99	-15.98			
關	37°36'15".199	128°40'12".811	-43872.66	-29116.46	-0.01	-0.01	-43872.65	-29116.45	-12.07			
泰芳	37°53'31".494	128°21'17".527	-11780.92	-36739.91	0.05	0.00	-11780.97	-56739.91	-23.77			
大芳桂	37°43'32".013	128°27'53".346	-30323.16	-47175.50	0.01	-0.02	-30323.17	-47175.48	-19.65			
高帝雲	38°06'11".172	126°54'50".144	11446.46	-7548.38	-0.02	-0.04	11446.48	-7548.34	-3.16			
帝梧	38°06'41".888	126°31'27".394	12496.75	-41703.55	-0.02	-0.03	12496.77	-41703.52	-17.61			
芳桂高	38°08'43".863	125°57'35".762	16585.76	84137.30	0.00	-0.04	16585.76	84137.34	35.58			
高帝雲	38°07'23".925	124°45'49".753	13712.25	-20707.06	-0.03	-0.07	13712.28	-20706.99	-8.75			
梧高如	37°44'28".378	126°26'11".372	-28570.90	-49662.00	0.00	-0.05	-38570.90	-49661.95	-20.70			
高帝雲梧	37°50'19".222	126°38'07".620	-17842.00	-32085.60	-0.03	-0.05	-17841.97	-32085.55	-13.42			
高如雉	37°59'57".078	126°17'31".019	146.47	-62183.45	0.00	-0.03	146.47	-62183.42	-26.16			
高如雉白	36°42'48".863	129°17'54".750	-142716.40	26669.84	0.06	-0.04	-142716.46	26669.88	10.71			
高如雉白六	37°13'18".790	129°07'50".917	-86344.90	11608..31	0.02	-0.02	-86344.92	11608..33	4.75			
高如雉白六威	37°09'29".940	128°55'01".248	-93403.92	-7370.58	0.06	-0.02	-93403.98	-7370.56	-3.01			
威主城	36°47'08".293	128°06'02".268	-134384.40	-80269.96	0.03	-0.02	-134384.43	-86269.94	-32.32			
城大南	36°44'36".473	128°23'45".750	-139271.08	-53932.51	0.06	-0.01	-139271.14	-53932.50	-21.68			
城大南九	37°08'05".594	129°19'36".604	-95957.08	29037.12	0.05	-0.06	-95957.13	29037.18	11.84			
城大南九太	36°57'14".114	127°58'25".226	-115645.50	86711.32	-0.07	-0.09	-115645.43	86711.41	35.12			
城大南九太高	36°46'48".330	127°41'00".460	-135159.19	61003.82	-0.03	-0.06	-135159.16	61003.88	24.55			
城大南九太高大	37°17'18".525	127°17'35".676	-78922.78	26900.04	-0.02	-0.02	-78922.76	26000.06	10.66			
城大南九太高大鳥	37°02'44".234	127°10'26".416	-105898.70	15477.30	-0.03	-0.02	-105898.67	15477.32	6.29			
城大南九太高大鳥北	36°41'05".701	127°01'37".501	-145937.36	2420.41	-0.02	0.03	-145937.34	2420.38	0.97			
城大南九太高大鳥北普	37°08'27".394	126°53'01".562	-95328.85	-10325.72	-0.02	-0.01	-95328.84	-10325.71	-4.21			
城大南九太高大鳥北普八	36°15'37".395	129°15'28".495	-193010.87	23175.14	0.04	-0.02	-193010.91	23175.16	9.15			
城大南九太高大鳥北普八公	36°09'28".059	128°38'23".581	-204424.22	-2409.78	0.05	-0.03	-204424.27	-2409.75	-0.95			
城大南九太高大鳥北普八公	36°06'48".742	128°41'40".938	-220386.34	-27518.60	0.05	-0.03	-237608.02	-27518.57	-10.77			

산자점명	위적명	위도		경도		실용성과		설용성과-제		제산된		성과		차오선 수취자
		X	Y	X	Y	DX	DY	CX	DY	CX	DY	CY	CY	
東大山	東山	35°51'29".446	129°21'16".552	-237608.00	32025.22	0.02	-0.01	-253710.18	32025.23	12.46				
35°42'45".426	128°31'22".436	-253710.16	-43167.76	0.02	0.02	-233100.16	-43167.74	-16.71						
35°53'50".512	128°18'43".837	-233100.12	-62090.00	0.04	-0.02	-258044.13	-62089.98	-24.20						
36°08'46".376	129°03'12".204	-205707.93	4804.35	0.00	-0.01	-205707.93	4804.36	1.89						
36°17'57".720	127°54'16".136	-188337.36	81233.38	-0.03	-0.05	-188337.33	81233.43	32.13						
36°11'31".594	126°32'50".886	-206610.72	-10719.96	0.00	0.00	-200610.72	-10719.96	-4.22						
35°50'54".776	127°44'07".646	-238477.26	67434.36	-0.04	-0.02	-238477.22	67434.38	26.23						
35°43'31".998	127°05'03".712	-252376.64	7631.98	-0.05	0.01	-252376.59	7631.97	2.96						
35°43'51".476	126°38'16".922	-251719.25	-32742.84	-0.03	0.01	-251719.22	-32742.85	-12.68						
35°26'53".944	128°36'00".102	-285062.94	-36308.20	0.02	-0.01	-283032.96	-36308.19	-13.92						
35°22'26".510	128°12'09".884	-291085.82	-72439.34	0.02	-0.03	-291085.84	-72439.31	-27.69						
35°18'35".262	128°02'01".072	-298075.26	-87875.24	-0.02	-0.05	-298075.24	-87875.19	-33.52						
35°16'27".618	128°06'56".442	-302078.46	-80449.28	-0.06	-0.04	-302078.40	-80449.23	-30.64						
35°17'15".806	128°13'56".939	-300681.93	-69811.54	-0.02	-0.08	-300981.91	-69811.46	-26.60						
35°29'22".462	128°07'19".697	-278205.48	-79649.65	-0.00	0.05	-278205.48	-79649.70	-30.58						
35°15'23".428	128°00'46".117	-303968.21	-89327.43	0.03	-0.03	-303968.24	-89327.40	-34.19						
35°17'26".440	127°31'53".079	-300494.91	48333.79	-0.05	-0.03	-300494.86	48333.82	18.42						
34°59'53".544	127°18'46".232	-333023.98	28556.04	-0.07	-0.03	-338023.91	28556.07	10.77						
35°16'52".221	127°14'57".204	-301650.37	22570.36	-0.03	-0.01	-361650.34	22670.37	8.64						
34°45'29".640	127°07'01".681	-359681.88	10722.98	-0.07	-0.02	-359681.81	10723.00	4.01						
35°19'17".828	126°33'05".334	-297185.86	-10472.50	-0.02	-0.03	-297185.84	-10472.47	-4.00						
35°00'01".332	126°49'46".032	-332815.38	-15567.00	-0.03	-0.02	-332815.35	-15566.98	-5.87						
35°05'00".034	126°40'15".294	-323574.98	-30007.59	-0.01	-0.03	-323574.97	-30007.56	-11.35						
34°54'24".729	126°27'24".070	-343056.80	-49648.66	-0.00	-0.05	-343056.80	-49648.61	-18.66						
34°20'44".043	126°33'49".466	-405375.08	-40135.20	-0.03	-0.02	-405375.05	-40135.18	-14.77						
34°07'57".776	126°32'22".854	-42894.10	-42455.31	-0.05	-0.01	-42894.05	-42455.30	-15.50						
33°21'29".488	126°31'42".918	-514870.13	-43871.10	-0.03	-0.01	-514870.10	-43871.09	-15.55						
33°57'17".024	126°17'27".226	-448584.05	-65538.02	-0.05	-0.00	-448584.00	-65538.02	-23.77						
33°27'21".953	126°20'25".416	-503916.88	-61316.58	-0.03	-0.03	-503916.85	-61316.55	-21.82						
34°22'57".508	127°05'12".581	-401345.85	7984.49	-0.11	-0.01	-401345.74	7984.50	2.94						

발생하고 있는 것은 계산 당시 手計算에만 의존하였으므로 계산식의 차수를 高次項까지 고려하지 못한 데서 오는 誤差로 사료된다. 또한 선정된 三角點 중 몇 점이 커다란 誤差를 보이고 있는 것은 작성 당시 誤記에 의한 것으로 생각되어 원인을 분석한 다음 수정되어야 할 것으로 사료된다.

3.2 橫梅르카토르投影에 의한 平面直交座標計算

橫梅르카토르投影에 의해 계산된 값과 實用成果와의 誤差가 그림 3.2, 表-3.3에 나타나 있으며, 표-3.4는 선정된 삼각점 중 1等 三角點 60점을 선택하여 표로 표시하였다.

表-3.3 橫梅르카토르projection에 의한 오차분포

범위	σ_x (실용성과-일반성과)
38°10' ~ 37°40' A지역	3.2 cm
37°20' ~ 36°40' B "	5.0 cm
35°20' ~ 35°40' C "	5.9 cm
35°20' ~ 34°40' G "	8.7 cm
34°20' ~ 34° E "	15.3 cm

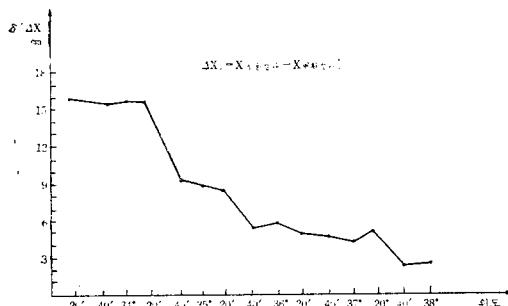


그림 3.2 橫梅르카토르projection에 의한 오차분포

橫梅르카토르projection에 의해 실용성과를 비교 분석한 결과 原點이 位置한 緯度 38° 부근에서는 가우스相似二重投影에서 발생한 誤差와 큰 차이가 없으나, 緯度差가 클수록 誤差폭이 크게 발생하여 34° 지역에서는 평균제곱근오차가 약 15 cm까지 나타났다. 여기서 계산된 평균제곱근오차는 본 연구에서 선정한 삼각점 830點에 대한 것으로 三角點의 선택方法에 따라 다소 변화할

수 있으나 일반적인 誤差分布를 크게 벗어나는點을 제외하면 그림 3.2와 거의 비슷한 값을 나타내고 있다. 또한 34°~34°20'에 걸쳐 있는 지역이 誤差가 크게 나타나는 것은 선정된 三角點의 特殊性으로 볼 수 있으나 한편으로는 西海岸地域에 분포하고 있는 삼각점의 誤差가 크게 나타난다는 것을 알 수 있다.

이와같이 緯度差에 따른 縱座標의 평균제곱근오차가 약 15cm까지 發生하고 있는 것은 간략식을 사용하는 手計算에서 오는 誤差뿐만 아니라 投影法에 따른 誤差를 내포하고 있음을 알 수 있다.

또한, 橫座標(Y)는 평균제곱근오차가 3.8~4.7cm로서 1等 三角點 相對誤差 許用範圍인 5cm以内에 있으므로 큰 문제가 되고 있지 않음을 알 수 있다.

3.3 새로운 平面直交座標系 設定

우리나라는 平面直交座標原點이 緯度 38°에 동, 중, 서부로 3系가 設置되어 있으므로, 原點에서 멀리 떨어진 地域에서는 축자선의 偏倚(또는 歪曲)誤差가 크게 발생하고 있어 公共測量의正確度 및 測量基準點으로서 문제점이 되어 왔다. 따라서 原點에서부터 經緯度差가 發生함에 따른 正確度의 变화량을 분석하였다.

中央子午線으로부터 經度差가 20'이 되는 地域으로 緯度 38° 地域에서는 1/94,340이며 緯度 33° 지역에서는 1/83,333이다. 또한 經度差가 40'인 지역으로 緯度 38° 地域에서 1/23,697이며, 緯度 33°인 지역은 1/20,921로 나타났다.

이것은 公共測量의 許容誤差範圍인 1/10,000 이내에 있음을 알 수 있다. 그러나, 經度差가 1°이고 緯度 38°인 地域에서는 1/10,526이고, 점차적으로 증가하여 緯度 36°인 地域에서 1/9,990으로 公共測量 許容誤差範圍를 초과하고 있다. 따라서, 적용범위가 中央子午線으로부터 經度差 1°로 하고 있는 우리나라에서는 緯度에 따른 최대적용범위가 緯度差 2°이내로 해야 함을 알 수 있다.

이와같은 분석을 토대로 현재 緯度 38°에 위치한 3系의 原點에 緯度 36°에 3系의 원점을

表 3-4 橫 埃 르 카 토 로 投 影 面 의 해 계 산 턴 좌 표 성 과

삼각점명	원점명	위도	경도	실용성과				실용성과-계산법		자오선각	축차계수
				X	Y	DX	DY	CX	CY		
雪岳山	東中	38°06'.59".042	128°27'52".826	13054.58	-46939.14	0.03	-0.01	13054.15	-46939.13	-19'49".59	1.00003
日聖山	山山	38°10'08".188	127°47'26".878	19045.66	69290.40	0.02	-0.04	19045.64	69290.44	29'19".39	1.00006
大金鷹	山山	38°13'40".526	127°32'32".464	25335.60	47482.68	0.01	-0.02	25435.59	47482.70	20'08".19	1.00003
大芳桂	山山	38°10'58".562	127°11'59".862	20322.04	17517.28	-0.01	-0.04	20322.05	17517.32	7'25".00	1.00000
大關	山山	37°52'22".364	128°33'58".358	-14019.63	-38162.00	0.01	-0.01	-14019.64	-38161.99	15'58".72	1.00002
大芳桂	山山	37°36'15".199	128°40'12".811	-43872.66	-29116.46	-0.01	-0.01	-43872.65	-29116.45	12'04".43	1.00001
大芳桂	山山	37°56'31".494	128°21'17".527	-11780.92	-56739.91	0.05	0.00	-11780.97	-56739.91	23'46".45	1.00004
大芳桂	山山	37°43'32".013	128°27'53".346	-30323.16	-47175.50	0.01	-0.02	-30323.17	-47175.48	19'38".90	1.00003
大芳桂	山山	38°06'11".172	126°34'50".144	11446.46	-7548.38	-0.02	-0.04	11446.48	-7548.34	-3'11".21	1.00000
大芳桂	山山	38°06'41".888	126°31'27".894	12496.75	-41703.55	-0.02	-0.03	12496.77	-41703.52	17'36".72	1.00002
大芳桂	山山	38°08'43".863	125°37'35".762	16585.76	84137.30	0.00	-0.04	16585.76	84137.34	35'34".61	1.00009
大芳桂	山山	38°07'23".925	124°45'49".753	13712.25	-20707.06	-0.03	-0.07	13712.28	-20706.99	-8'44".99	1.00001
大芳桂	山山	37°44'28".378	126°26'11".372	-28570.90	-49662.00	0.00	-0.05	-28570.90	-49661.95	-20'41".74	1.00003
大芳桂	山山	37°50'19".222	126°38'07".620	-17842.00	-32055.60	-0.03	-0.05	-17841.97	-32085.55	13'25".07	1.00001
大芳桂	山山	37°59'57".078	126°17'31".019	146.47	-62183.45	-0.00	-0.03	146.47	-52183.42	-26'09".33	1.00005
大芳桂	山山	36°42'48".863	129°17'54".750	-141716.40	26669.84	0.06	-0.04	-142716.46	26669.88	10'42".51	1.00001
大芳桂	山山	37°12'18".790	129°07'50".917	-86344.90	11608.31	0.02	-0.02	-86344.92	11608.33	4'44".86	1.00000
大芳桂	山山	37°09'29".940	128°55'01".248	-93403.92	-7370.58	0.05	-0.02	-93403.97	-7370.56	-3'00".45	1.00000
大芳桂	山山	36°47'08".293	128°06'02".268	-134384.40	-80269.96	0.03	-0.02	-134384.43	-80269.94	-32'18".93	1.00008
大芳桂	山山	36°44'36".413	128°23'45".780	-13971.08	-53932.51	0.06	-0.01	-13971.14	-53932.50	-21'40".72	1.00004
大芳桂	山山	37°08'05".594	129°19'36".604	-95957.08	29037.12	0.05	-0.06	-95957.13	29037.18	11'50".31	1.00001
大芳桂	山山	36°57'14".114	127°38'25".226	-115645.50	86711.32	-0.07	-0.09	-115645.45	86711.41	35'07".38	1.00009
大芳桂	山山	36°46'48".330	127°41'00".460	-135159.19	61003.82	-0.03	-0.06	-135159.16	61003.88	24'33".23	1.00005
大芳桂	山山	37°08'27".394	126°33'01".562	-78922.78	26000.04	-0.02	-0.02	-78922.76	26000.06	10'30".59	1.00001
大芳桂	山山	36°15'37".395	129°15'28".495	-193010.87	-23175.14	0.04	-0.02	-193010.91	23175.16	9'09".17	1.00001
大芳桂	山山	36°09'28".059	128°38'23".581	-204424.22	-2409.78	0.05	-0.03	-204424.27	-2409.75	-56".89	1.00000
大芳桂	山山	36°00'48".742	128°41'40".938	-220386.34	-27518.60	0.04	-0.03	-220386.38	-27518.57	-10'46".23	1.00001

삼각점명	위경도	경도		위도		설용성과		실용성과		계산법		자수	오차	선자	주체수
		X	Y	X	Y	DX	DY	CX	CY						
大山	東	35°51'29".446	129°21'16".552	-237608.00	32025.22	0.01	-0.01	-237608.01	32025.23	12'27".79	1.00001				
東	東	35°42'45".426	128°31'22".436	-253710.16	-43167.76	0.01	-0.03	-253710.17	43167.73	-16'42".59	1.00002				
惡	東	35°53'50".512	128°18'43".837	-233100.12	-62090.00	0.04	-0.02	-233100.16	-62089.98	-24'11".91	1.00005				
皇	山	38°08'46".376	129°03'12".204	-205707.93	4804.35	-0.00	-0.01	-205707.93	4804.36	1'53".87	1.00000				
門	東	36°17'57".720	127°54'16".136	-188337.36	81233.38	-0.03	-0.05	-188337.33	81233.43	32'07".75	1.00008				
百	中	36°11'31".594	126°52'50".886	-200610.72	-10719.96	0.00	-0.00	-200610.72	-10719.96	-4'13".39	1.00000				
錦	中	35°50'54".776	127°44'47".646	-238477.26	67434.36	-0.04	-0.01	-238477.22	67434.37	26'14".06	1.00006				
上	中	35°43'31".998	127°65'03".712	-252376.64	7631.98	-0.05	0.01	-252377.59	7631.97	2'57".34	1.00000				
母	山	35°43'51".476	126°38'16".922	-251719.25	-32742.84	-0.04	0.01	-251719.21	-32742.85	-12'40".98	1.00001				
石	山	35°26'53".944	128°36'00".102	-283062.94	-36308.20	0.01	-0.02	-283062.95	-36308.18	-13'55".00	1.00002				
德	山	35°22'26".510	128°12'06".884	-291085.82	-72439.34	0.01	-0.04	-291085.83	-72439.30	-27'41".62	1.00006				
靖	東	35°18'35".262	128°02'01".072	-298075.26	-87875.24	-0.03	-0.07	-298075.23	-87875.17	-33'30".94	1.00010				
鳥	東	35°16'27".618	128°06'56".442	-302078.46	-80449.27	-0.07	-0.05	-302078.39	-80449.22	-30'38".58	1.00008				
代	峰	35°17'15".806	128°13'56".939	-300681.93	-69811.54	-0.03	-0.10	-300681.90	-69811.44	-26'36".24	1.00006				
碧	華	35°29'22".462	128°07'19".697	-278205.48	-79649.65	-0.01	0.04	-278205.47	-79649.69	-36'34".83	1.00008				
黃	牛	35°15'23".428	128°00'46".117	-303963.21	-89827.43	0.02	-0.05	-303963.23	-89827.38	-34'11".57	1.00010				
老	王	35°17'26".440	127°31'53".079	-300494.91	48333.79	-0.07	-0.02	-300494.84	48333.81	18'25".25	1.00003				
曹	姑	34°39'53".544	127°18'46".232	-333023.98	28556.04	-0.10	-0.02	-333023.88	28556.06	10'45".96	1.00001				
三	溪	35°16'52".221	127°14'57".204	-301650.37	22670.36	-0.05	-0.00	-301650.32	22670.36	8'38".22	1.00001				
伯	仙	34°45'29".640	127°07'01".681	-359681.88	10722.98	-0.10	-0.01	-359681.78	10722.99	14'00".41	1.00000				
龍	李	35°19'17".828	126°53'05".334	-297185.86	-10472.50	-0.04	-0.03	-297185.82	-10472.47	-3'59".75	1.00000				
食	頭	35°00'01".332	126°49'46".032	-332815.38	-15567.00	-0.05	-0.03	-332815.33	-15566.97	-5'52".16	1.00000				
玉	山	35°05'00".034	126°40'15".294	-323574.98	-30007.59	-0.03	-0.04	-323574.95	-30007.55	-11'20".94	1.00001				
新	山	34°54'24".729	126°27'24".070	-343065.80	-49648.66	-0.03	-0.06	-343065.77	-49648.60	-18'39".29	1.00003				
達	峰	34°20'44".043	126°33'49".466	-405379.08	-40135.20	-0.08	-0.05	-405375.00	-40135.15	-14'46".08	1.00002				
赤	子	34°07'57".776	126°32'22".854	-428974.10	-42455.31	-0.11	-0.04	-428973.99	-42455.27	-15'29".86	1.00002				
漢	羅	33°21'29".488	126°31'42".918	-514870.13	-43871.10	-0.17	-0.06	-514869.96	-43871.04	-15'33".19	1.00002				
獮	岳	33°57'17".024	126°17'27".226	-448584.05	-65538.02	-0.12	-0.05	-448583.93	-65537.97	-23'45".87	1.00005				
高	忠	33°27'21".953	126°20'25".416	-503916.88	-61316.58	-0.15	-0.09	-503916.73	-61316.49	-21'49".14	1.00005				
吾	島	34°27'57".508	127°05'12".581	-401345.85	7984.49	-0.17	-0.00	-401345.85	7984.49	2'56".52	1.00000				

추가하여 내륙지방의 좌표계를 형성하고, 제주도를 포함하는 原點 1系를 추가하여, 7系의 원점 설치를 제시하고자 한다(表-3.5). 이를 原點들의 적용범위는 행정상 구분되어 있는 道別 단위로 原點을 선택하여 行政區域에 따라 三角點座標系가 形成되는 것이 公共測量 및 기타 測量作業을 수행하는데 있어 바람직한 것으로 사료된다.

表-3.5 7系의 平面直交座標系

原點번호	緯度	經度
I	38°00'00"N	125°00'00"E
II	"	127°00'00"E
III	"	129°00'00"E
IV	36°00'00"N	125°00'00"E
V	"	127°00'00"E
VI	"	129°00'00"E
VII	34°00'00"N	126°00'00"E

4. 結論

本研究를 통해 作成된 가우스相似二重投影과 橫梅르카토르投影프로그램에 의해 현재 사용되고 있는 實用成果의 誤差分布상태와 經緯度差에 따른 測地線의 偏位誤差를 比較分析한結果, 다음과 같은 結論을 얻었다.

첫째, 현재까지 이용해 온 實用成果는 가우스相似二重投影에 의해 座標變換된 것으로 작성당시 手計算에 의해 계산되었으므로, 本研究에서 作成된 가우스相似二重投影프로그램에 의해 처리된 계산값과는 原點部近($38^{\circ}N$)에서 종좌표에 대한 평균제곱근 誤差(σ_x)가 3.2cm, 남해안지역($34^{\circ}N$)에서는 7.2cm로써, 原點부근 지역에서는 一等三角點의 相對許容誤差範圍인 5cm 이내에 들고 있으나, 南海岸地域에서는 許容範圍을 초과하고 있는 것으로 나타났다.

둘째, 橫梅르카토르投影에 의해 전산처리된 계산값과 實用成果와의 편차는 原點부근($38^{\circ}N$)에서 $\sigma_x=3.2\text{cm}$ 이며, 남해안 지역에서 $\sigma_x=15.3\text{cm}$ 로 나타났다. 이것은 投影法에 따른 誤差를 나타내고 있는 것으로 原點으로부터 멀리 떨어질수록 投影法의 선택에 따른 커다란 誤差를 내

포함할 수 있었다. 따라서, 우리나라도 橫梅르카토르投影法에 의한 삼각좌표계산이 시급히 요청되고 있다.

셋째, 우리나라의 平面直交座標原點은 현재 緯度 38° 上에 동, 중, 서부로 3系가 설치되어 있으나, 緯度差에 따른 測地線의 偏倚誤差를 비교분석한 결과 公共測量의 許容誤差範圍를 고려할 경우, 적용범위가 緯度差 2° 以內임을 알 수 있었다. 따라서 현재 緯度 38° 에 經度差 2° 간격으로 125°E , 127°E , 129°E 로써 3系를 내륙에 설치하고 제주도를 적용범위로 하는 1系(緯度 34°N , 經度 126°E)를 추가하여 總 7系로 된 平面直交座標系를 제시하고자 한다.

謝辭

本稿에 收錄된 結果는 1984年度 國立地理院의 研究事業으로 韓國測地學會가 遂行한 '우리나라 精密三角網調整에 關한 研究'의 일부이다. 研究事業을 可能케 한 國立地理院과 漢江洪水統制所에 謝意를 表한다.

參考文獻

- Deetz, C.H. and Adams, O.S., Elements of Map Projection, No. 68, U.S. Coast and Geodetic Survey Special Publication, 1945.
- Thomas, P.D., Conformal Projections in Geodesy and Cartography, Government Printing Office, 1952.
- 野村正七, 地圖投影法, 日本地圖センター, 1984.
- Adams, O.S., General Theory of polyconic projections, Government Printing Office, 1934.
- Bomford, G., Geodesy 2nd ed., Oxford, 1971.
- Hosmer, G.L., Geodesy 2nd ed., John Wiley & Sons, 1946.
- 西村蹊二, 金澤敬, 地形測量·地圖編集, 森北出版, 1961.
- 石川甲子男, 電子計算機によろカウヌ二重投影の計算, No. 42, 1971.
- 日本測量協會, 現代測量學, 1981.
- 日本測地學會, 測地學の概觀, 1974.
- 坪川家恒, 大森又吉, 測地學序說, 山海堂, 1968.
- Jackson, J.E., Sphere, Spheroid and Projections for Surveyors, Granada, 1980.
- Lee, L.P., The Transverse Mercator Projection of the Spheroid, VII, 58, Empire Survey Review 1945.